F 1150

37

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

TOMUL XIX — FASCICULA 1—2

IANUARIE — IUNIE 1957

Országos Műszaki Könyvtár TULAJDONA

LITOGRAFIA ŞI TIPOGRAFIA INVAŢAMINTULUI BUCUREŞTI — c. 1018

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

apare, cu patru fascicule pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul Politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara Institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu Redacţia şi Administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

издаётся в четырех годовых выпусках продожением прежних научных периодических журналов «Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées» и «Buletinul Politehnicei din Bucureşti».

Составленый на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с Редакцией и Руководством Бюллетеня производится по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(*с указанием* „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

est une publication trimestrielle, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'Institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges des publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului"

2

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

TOMUL XIX — FASCICULA 1—2

IANUARIE — IUNIE 1957

LITOGRAFIA ŞI TIPOGRAFIA INVĂŢĂMINTULUI BUCUREŞTI

COMITETUL DE REDACȚIE:

Prof. *Antoniu S. Ion;* Prof. *Ausländer Iosif;* Prof. *Buzdugan Gh.,* Conf. *Călin Sergiu;* Prof. *Ciorănescu N.;* Prof. *Ionescu Tudor;* Acad. Prof. *Negrescu Traian;* Acad. Prof. *Nenițescu Costin;* Prof. *Nicolau Edmond;* Conf. *Pollingher Adolf;* Prof. *Rădulet Remus,* membru corespodent al Academiei R. P. R.; Prof. *Săveanu Lucius*; Prof. *Tănăsescu Tudor,* membru corespondent al Academiei R. P. R.

Redactor responsabil: *Prof. C. Dinculescu,*
membru corespondent al Academiei R.P.R.

Lucrările publicate în acest volum au fost comunicate în cadrul sesiunii științifice comemorative a cadrelor didactice din Institutul Politehnic și Institutul de Construcții din București care a avut loc în zilele de 20, 21, 22 iunie 1956, cu ocazia împlinirii a 75 ani de învățământ tehnic superior în București.

Исследовательские работы, публикуемые в настоящем выпуске, были представлены объединенной научной сессии научных работников Политехнического Института и Строительного Института гор. Бухареста, посвященной 75-ти летней годовщине учреждения высшего технического образования в Румынии, состоявшейся 20, 21 и 22 июня 1956 в Бухаресте.

Les travaux publiés dans ce volume ont été présentés à la session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique et de l'Institut de Constructions de Bucarest. Cette session a eu lieu entre le 20 et le 22 juin 1956 pour fêter les 75 ans d'enseignement supérieur tehnique à Bucarest.

SUMAR

METALURGIE

Pag.

TR. NEGRESCU, M. BOLGIU — Puterea oxidantă a zgurilor elaborării oțelurilor 1
B. IONESCU-SISEȘTI — Constituienți mineralizați în cărbuni 31
B. IONESCU-SISEȘTI — Cîteva structuri caracteristice în cărbuni 39

TERMOTEHNICA

ȘT. GHEORGHIU, GH. ANTONESCU — Repartizarea optimă a căldurii de transmis prin radiație și prin convecție în sistemul fierbător al cazanelor de aburi cu țevi de apă . . 51
AL. SELEȘTEANU — Cu privire la calculul ejectoarelor . 73

CONSTRUCȚII DE MAȘINI

AL. SELESTEANU — Arborele elastic 81
N. TIPEI — Stabilitatea mișcării în lagărele circulare . . 91
Z. DUCA — Contribuții la metoda de calcul a regimurilor optime de așchiere 97

MATERIALE DE CONSTRUCȚII

AL. STEOPOE — Despre influența adausurilor active și inerte asupra proprietăților pastelor de ciment și despre influența calității pastei întărite asupra proprietăților tehnice ale betoanelor 109
I. SUFRIN — Ipoteza asupra bitumurilor parafinoase și aplicațiile sale practice 115
C. DRĂGHICESCU — Studii asupra cărămizilor din săpături arheologice 127
N. MIHAIL — Influența argilei asupra proprietăților mortarelor și betoanelor 135
V. MOLDOVAN — Influența argilei asupra unor proprietăți tehnice ale suspensiilor pastelor și mortarelor de ciment . 141

Pag.

L. VAICUM — Acțiunea zaharozei asupra proprietăților pastelor și suspensiilor de ciment 151

X. RASEEV, A. KAISERMAN — Acțiunea cantităților mici de săruri minerale solubile asupra proprietăților tehnice ale suspensiilor și pastelor de ciment 161

MECANICA CONSTRUCȚIILOR

ST. BĂLAN — Asupra forțelor de inerție și principiului lui d'Allembert 171

R. VOINEA — Determinarea gradului de încastrare al grinzilor cu ajutorul vibrațiilor întreținute 183

M. ARCAN — Despre unificarea convențiilor de semne ale tensiunilor tangenților în rezistența materialelor și teoria elasticității 187

P. P. TEODORESCU — Asupra unor probleme ale elastodinamicei plane 195

S. HANGAN — Contribuțiuni la studiul vibrațiilor și stabilității construcțiilor în cadre suprapuse 207

E. FISCHER — Asupra staticei și dinamicei solidului rezemat 213

CONSTRUCȚII CIVILE ȘI INDUSTRIALE

A. BELEȘ, I. STĂNCULESCU — Consolidarea sanatoriului Ocna Sibiului 221

CONSTRUCȚII DE BETON ARMAT

M. HANGAN — Asupra calculului lungimii de flambaj a stîlpilor încastrați elastic la extremități 233

V. PETCU — Asupra calculului la temperatură al construcțiilor de beton armat, alcătuite din bare de secțiune variabilă . 239

M. TANNENBAUM — Unele contribuții la problema calculului plastic al cadrelor de beton armat 251

HIDRAULICA

D. TAȘCĂ — Contribuții la studiul analitic al mișcării relative prin recipiente în rotație 275

D. TAȘCĂ — Stabilirea pe cale vectorială a ecuațiilor de mișcare a fluidelor reale și a ecuațiilor lui Navier-Stokes pentru fluidele incompresibile 283

CONSTRUCȚII HIDROTEHNICE

H. LEHR — Probleme de echilibru limită și de curgere plastică în calculele de stabilitate a taluzelor 287

Pag.

DRUMURI ȘI PODURI

A. STANCU — Determinarea cîmpului de plasticitate al masticurilor rutiere în raport cu conținutul de filer în funcție de caracteristicile bitumului 313

Programul sesiunii științifice unite a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții din București din 20-22 iunie 1956 . . . 323

ELECTROCHIMIE

A. CĂLUȘARU — Cercetări asupra potențialelor secundare . 339

A. CĂLUȘARU — Asupra obținerii electrolitice a pulberii de zinc 353

ELECTRONICA

M. DRĂGĂNESCU — Influența neliniarității capacităților interelectrozi asupra oscilatorului de tub electronic . . . 361

V. PAUKER — Expresia factorului de amplificare a amplificatorului cu mai multe bucle de reacție 373

RECENZII

C. D. NENIȚESCU — Tratat elementar de chimie organică . 379

C. A. PARTENI — Mașini electrice speciale 381

NECROLOG

D. DUMITRESCU — Prof. Nicolae Ciorănescu 389

INFORMAȚII 400

СОДЕРЖАНИЕ

Металлургия

Стр.

ТР. НЕГРЕСКУ, Н. БОЛЬЖИУ — Экспериментальные исследования окисляющей способности шлаков 1
Б. ИОНЕСКУ-СИСЕШТИ — Минеральные составляющие в каменных углях 31
Б. ИОНЕСКУ-СИСЕШТИ — Несколько характерных строений в каменных углях 39

Термотехника

Ш. ГЕОРГИУ, Г. АНТОНЕСКУ — Наилучшее распределение теплоты, передаваемой излучением и конвекцией в паровых котлах кипятильной системы с водяными трубами 51
А. СЕЛЕШТЕАНУ — Эжекторы 73

Машиностроение

А. СЕЛЕШТЕАНУ — Гибкие валы 81
Н. ТИПЕЙ — К вопросу об устойчивости движения в подшипниках скольжения 91
З. Дука — О методе расчета оптимальных режимов резания 97

Строительные материалы

А. СТЕОПОЕ — О влиянии активных и неактивных добавок на свойства цементного теста а также о влиянии качества затвердевшего цементного теста на технические свойства бетона 109
И. СУФРИН — Гипотеза о структуре парофинистого битума и его практическое применение 115
К. ДРАГИЧЕСКУ — К вопросу о качестве кирпича, найденного при археологических раскопках 127
Н. МИХАИЛ — Влияние глинистых добавок на свойства цементных растворов и бетонов 135

Стр.

В. МОЛДОВАН — Влияние глины на некоторые технические свойства цементных суспенсий, паст и растворов 141
Л. ВАЙКУМ — Действие сахарозы на свойства паст и коллоидальных растворов цемента 151
Х. РАШЕЕВ, А. КАЙЗЕРМАН — Действие незначительных добавок растворимых минеральных солей на время схватывания и объём осадка портланд-цемента . . 161

Строительная механика

Ш. БАЛАН — О силах инерции и о принципе д' Аламбера 171
П, ВОЙНЯ — Определение степени заделки балок при помощи незатухающих колебаний 183
М, АРКАН — По поводу унификации правил знаков касательных напряжений в сопротивлении материалов и теории упругости 187
П. П. ТЕОДОРЕСКУ — По поводу некоторых вопросов еластодинамики 195
С. ХАНГАН — К вопросу об изучении вибрации и устойчивости сооружений в многоэтажных рамах 207
Е. ФИШЕР — О статике и динамике опирающихся твердых тел 213
А. БЕЛЕШ, И. СТАНКУЛЕСКУ — Укрепление санатория в Окна Сибиулуй 221

Железобетонные конструкции

М. ХАНГАН — О расчёте длины изгиба столбов, эластично закрепленных по концам 233
В. ПЕТКУ—О температурном расчете железобетонных конструкций, состоящих из балок с переменным сечением 239
М. ТАННЕНБАУМ — Некоторые вопросы пластического расчета железобетонных рам 251

Гидравлика

А, ТАШКА — К вопросу об аналитическом изучении относительного движения вращающихся сосудов . . . 275
А. ТАШКА — Определение векториальным способом уравнений движения реальных жидкостей и уравнений Навие-Стокса для несжимаемых жидкостей . . . 283

Гидравлические конструкции

Х. ЛЕР — Вопросы предельного состояния и пластического течения при расчетах устойчивости откосов . . . 287

Стр.

Шоссейные дороги и мосты

А. СТАНКУ — Определение пластичности битумых замазок для дорожных работ; в связи с содержанием филлера и характеристик битума 313

Программа научной соединённой сесии преподовательского состава Бухарестского Политехнического Института и Бухарестского Строительного Института от 20—22 июня 1956 323

Электрохимия

А. КЭЛУШАРУ — К вопросу о вторичных потенциалах . 339
А. КЭЛУШАРУ — К вопросу об электролитическом получении цинкового порошка 353

Электроника

М. ДРАГЭНЕСКУ — Влияние нелинейности междуэлектродных ёмкостей в ламповом автогенераторе 361
Б. ПАУКЕР — Метод расчета усиления усилителей с произвольным числом петель обратной связи 373

Рецензии

К. А. НЕНИЦЕСКУ — Элементарный трактат по органической химии 379
Ч. П. АНТОНИ — Электромашины специального назначения 381

Некролог

Д. ДУМИТРЕСКУ — Проф. Николае Чёранеску . . 389

СООБЩЕНИЯ 400

SOMMAIRE

Pag.

METALLURGIE

TR. NEGRESCU M. BOLGIU — Recherches expérimentales sur le pouvoir oxydant des scories d'affinage 1
B. IONESCU-SIȘEȘTI — Constituants minéralisés dans les charbons 31
B. IONESCU-SIȘEȘTI — Quelques structures caractéristiques dans les charbons 39

THERMOTECHNIQUE

ST. GHEORGHIU GH. ANTONESCU — La répartition optima de la chaleur à transmettre par radiation et par convection dans le système bouillant des chaudières à vapeur ayant des tubes à l'eau 51
AL. SELESTEANU — Sur le calcul des éjecteurs 73

CONSTRUCTIONS DES MACHINES

AL. SELESTEANU — L'arbre élastique 81
N. TIPEI — Sur la stabilité du mouvement en paliers cylindriques circulaires 91
Z. DUCA — Une nouvelle méthode de calcul du régime optimum de taille 97

MATERIAUX DE CONSTRUCTIONS

AL. STEOPOE — Sur l'influence des produits d'addition actifs et inertes sur les propriétés de la pâte de ciment et l'influence de la qualité des pâtes durcies sur les propriétés techniques des bétons 109
I. SUFRIN — Hypothèse sur la structure des bitumes paraffineux et ses applications pratiques 115
C. DRAGHICESCU — Essais sur les briques provenant des fouilles archéologiques 127
N. MIHAIL — L'influence de l'argile sur les propriétés des mortiers et des bétons 135

Pag

V. MOLDOVAN — L'influence de l'argile sur quelques propriétés techniques des suspensions, des pâtes et des mortiers de ciment 141
L. VAICUM — L'action de la saccharose sur les propriétés des pâtes et des suspensions de ciment 151
X. RASEEV, A. KAISERMAN — L'action des petites quantités des sels minéraux solubles sur les propriétés techniques des suspensions et des pâtes de ciment 161

MECANIQUES DES CONSTRUCTIONS

ST. BALAN — Sur les forces l'inertie et le principe de d'Alembert 171
R. VOINEA — La détermination du degré d'encastrement des poutres à l'aide des vibrations forcées 183
M. ARCAN — Sur l'unification des conventions des signes des tensions tangentielles dans la résistence des matériaux et dans la théorie de l'élasticité 187
P. P. TEODORESCU — Sur quelques problèmes de l'élastodynamique plane 195
S. HANGAN — Contributions à létude des vibrations et de la stabilité des constructions réalisées en cadres superposés. 207
E. FISCHER — Sur la statique et la dynamique d'un corps solide appuyé 213

CONSTRUCTIONS CIVILES ET INDUSTRIELLES

A. BELES, I. STANCULESCU — Consolidation du sanatorium d'Ocna Sibiului 221

CONSTRUCTIONS EN BETON ARME

M. HANGAN — Sur le calcul de la longueur de flambage des pilons encastrés élastiquement aux extrémités . . . 233
V. PETCU — Sur le calcul à la température des constructions en béton armé ayant des poutres à section variable . . 239
M. TANNENBAUM — Contributions à l'étude de calcul plastique des cadres en béton armé 251

HYDRAULIQUE

D. TASCA — Contribution à l'étude analitique du mouvement relatif par des recipients en rotation 275
D. TASCA — Etablissement par voie vectorielle des équations de mouvement des fluides réels et des équations de Navier et Stokes pour les fluides incompressibles 283

Pag.

CONSTRUCTIONS HYDROTECHNIQUES

H. LEHR — Problèmes d'équilibre à limite et d'écoulement plastique dans le calcul de stabilité des talus . . . 287

PONTS CHAUSSEES

A. STANCU — La détermination du champ de plasticité des mastics routiers par rapport au contenu de filler en dépendance des caractéristiques des bitumes 313

Le programme de la session scientifique des cadres didactiques réunis de l'Institut Polytechnique et de l'Institut des Constructions de Bucarest de 20-22 juin 1956 323

ELECTROCHIMIE

A. CALUSARU — Recherches sur les potentiels secondaires . 339
A. CALUSARU — Sur la préparation électrolytique de la poudre de zinc 353

ELECTRONIQUE

M. DRAGANESCU — L'influence des capacités nonlinéaires d'un tube électronique sur l'oscillàteur électronique . . 361
V. PAUKER — La gain d'un amplificateur à plusieurs boucles de contre-réaction 373

COMPTES-RENDUS

C. D. NENIȚESCU — Traité élémentaires de chimie organique 379
C. P. ANTONI — Machines électriques. Questions spéciales . 381

NECROLOGE

D. DUMITRESCU — Prof. Nicolae Ciorănescu . . . 389

INFORMATIONS 400

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

METALURGIE

669.14

PUTEREA OXIDANTĂ A ZGURILOR ELABORĂRII OŢELURILOR*)

IV. RELAŢII DE ECHILIBRU, IN ZGURILE SISTEMULUI SiO_2-CaO-MgO-FeO-Fe_2O_3, ÎN STARE LICHIDĂ, ÎN CREUZETE DESCHISE LA 1550°C ŞI 1650°C, ÎN ABSENŢA FIERULUI METALIC

de TRAIAN NEGRESCU şi MARIA BOLGIU

1. *Introducere.* — În cele mai multe dintre operaţiile de afinare— şi mai ales în cele cari servesc la elaborarea oţelurilor — rolul cel mai de seamă al zgurii este acela de a servi drept agent pentru transportul oxigenului, între atmosfera cuptorului şi baia metalică, cu care vine în contact. Prin urmare, în cuptoarele de afinare, este vorba de două serii de reacţii reversibile, în curs de desfăşurare permanentă, la suprafeţele de contact ale zgurii, pe de-o parte cu atmosfera cuptorului şi pe de-altă parte cu baia metalică.

Cinetica acestor reacţii depinde de o serie destul de lungă de factori, de ordin fizico-mecanic — fluidităţi, vitese de difuziune, etc. — determinate, la rîndul lor, atît de temperatură, cît şi de o mulţime de alţi factori, de ordin chimic, caracteristici pentru fiecare dintre reacţiunile cari pot interveni şi cari depind, la rîndul lor, de cele trei faze fluide în prezenţă.

Studiul oricăruia dintre fenomenele, în necontenită mişcare, cari intervin într-un proces atît de complicat, nu poate conduce la rezultate folositoare şi comparabile, decît cu condiţia de a raporta fiece etapă a evoluţiei lui la o stare de referinţă cunoscută, care nu poate fi alta decît cea corespunzătoare echilibrului ansamblului sistemului constituit din cele trei faze fluide în prezenţă, dintre cari două sînt lichidate complexe.

Din nefericire, cunoştinţele actuale asupra stării lichide a materiei nu sînt încă suficiente pentru a permite totala punere la punct a unei probleme de acest gen. În particular, în ceea ce priveşte constituţia zgurilor lichide, cei mai mulţi metalurgi, în lipsă de altceva mai bun, continuă să se servească şi astăzi — cel puţin pentru discutarea chestiunilor curente — de teoria moleculară, căreia i-a trecut însă timpul de mult, şi care cuprinde numeroase erori, universal recunoscute ca atari. Pentru a nu da decît un singur exemplu, amintim aci că sus-menţionata teorie pretinde că orice zgură ar fi alcătită, în stare topită, din diferiţi compuşi — $2FeO.SiO_2$, $CaO.FeO.2SiO_2$ — etc. pe care-i cuprinde şi în stare solidă.

Pe de-altă parte, încă din vremea, destul de îndepărtată, în care Metalurgia a început să facă apel, pentru rezolvarea problemelor sale

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti şi Institutul de Construcţii Bucureşti din 20—22 iunie 1956.

specifice, la unele dintre concepţiile şi dintre legile Chimiei fizice, ea nu le-a întrebuinţat cu suficientă discriminare, astfel încît se continuă uneori şi astăzi să se vorbească despre anumiţi „coeficienţi de repartiţie" — a căror concepţie derivă din legea acţiunii masselor — uitînd cu desăvîrşire că acea lege nu se aplică decît lichidelor ideale. Astăzi este totuşi bine stabilit — fie chiar numai depe urma frumoaselor lucrări ale lui J. Chipman — că nu există nici o zgură metalurgică, fie ea oricît de simplă, a cărei comportare, în stare topită, să fie aceia a unui lichid ideal şi, în imensa majoritate a cazurilor, nici măcar aceia a unui „lichid regulat". Aceasta înseamnă, între altele, că unităţile materiale — fie ele ioni, atomi, molecule, sau orice altceva — cari alcătuiesc zgurile lichide, nu pot fi cu toatele — libere pe de-a întregul, aşa cum ar voi-o, de exemplu, teoria ionică, astfel încît să li se poată aplica, fără nici o restricţie, legile ideale ale Chimiei fizice.

Din cauza acestei stări de lucruri, Metalurgia nu poate aspira să rezolve problema generală a structurii intime a zgurilor lichide — şi a acţiunilor lor — decît numai după ce va fi acumulat o cantitate de material experimental cu mult mai vastă decît cea de care dispune în prezent. Acest material trebuie să rezulte din studierea experimentală directă a unui număr de probleme, mai puţin generale, cari să privească direct practica industrială, şi printre cari aceea a puterii oxidante a zgurilor de afinare deţine un loc de primul ordin.

I. CERCETĂRI ANTERIOARE, EFECTUATE DE AUTORI

2. *Sistemul* SiO_2-CaO-*Oxizi de fier.* — Determinarea puterii oxidante a unei zguri de compoziţie dată — la o anumită temperatură — revine la a stabili pe de o parte maximul de oxigen pe care zgura în chestiune îl poate capta — sau îl poate menţine — în condiţii de echilibru, la contactul ei cu atmosfera cuptorului, şi pe de altă parte, minimul de oxigen pe care aceeaşi zgură îl reţine, la aceeaşi temperatură, în condiţii de echilibru, la contactul ei cu baia metalică. Din punct de vedere practic — şi ţinînd seama de nevoia de a se împinge cît mai departe dezoxidarea băii sub acţiunea directă a zgurii, către sfîrşitul perioadei de afinare — cazul care trebuie luat în considerare aci este acela al unei băi de fier metalic pur.

Pusă în acest mod şi formulată în termeni metalurgici curenţi, problema revine la a determina proporţiile celor doi oxizi de fier, FeO şi Fe_2O_3 — sau, ceea ce este echivalent, ale celor două feluri de ioni, Fe_2^{2+} şi FeO_3^{3-} — cari corespund fiecăreia din cele două feluri de echilibru definite mai sus. În preezenta lucrare, s-a adoptat de altfel acest al doilea mod de a privi lucrurile şi aceasta atît pentru a se putea face uz de un limbaj familiar pentru metalurgi, cît şi pentru luarea în considerare a însăşi metodelor folosite pentru analizarea, pe cale chimică, a zgurilor cu cari s-au făcut experienţele.

Din cauza complexităţii de compoziţie a zgurilor industriale, ar fi fost mai comod ca problema să se atace progresiv, adică pornind de la cazurile zgurilor celor mai simple, pentru a studia, rînd pe rînd — şi, pe măsura posibilului, în mod individual — rolul jucat de fiecare dintre substanţele fundamentale, cari intră în alcătuirea celor mai complexe.

Acest mod de a ataca problema a fost de altfel adoptat de către unul dintre autori, cu ocazia unei serii de cercetări — întreprinse în colaborare cu W. J. Crook, între 1934 şi 1935 — şi ale căror rezultate au fost publicate [1], [ ], [3] în 1936. Lucrările în chestiune au permis autorilor lor să formuleze o relaţie cantitativă:

$$(\text{mol}) \qquad 2r = 4f - s \text{ sau } r = 2\left(f - \frac{1}{4}s\right) \qquad (1)$$

între proporţiile celor doi oxizi de fier (r=mol Fe_2O_3; f=mol. FeO) şi între conţinuturile în silice (s=mol.SiO_2) ale zgurilor silico-calco-feruginoase topite, în condiţiuni de echilibru, la 1650°C.

Relaţia (1) a fost stabilită pe baza studiului unei serii de zguri sintetice, preparate prin topirea unor amestecuri de cuarţ, oxid de calciu şi oxid feric, în stare cît se poate de pură. În lipsa unui material mai potrivit pentru recipientele de topire, s-a făcut uz de creuzete de magnezită, încălzite într-un cuptor electric cu rezistenţă din cărbune de retortă, a cărui temperatură a fost controlată cu ajutorul unui pirometru optic, bazat pe principiul compensării culorilor de incandescenţă.

După cum se prevăzuse, analiza chimică a zgurilor sintetice, astfel obţinute, a arătat compoziţii sensibil diferite de cele vizate cu ocazia preparării amestecurilor. Acest lucru era provocat, pe de o parte de trecerea în stare fieroasă a unei părţi din fierul feric iniţial; iar pe de altă parte din cauza unei absorbţii, destul de masive, de magnezie, din materialul creuzetelor. Proporţiile de magnezie astfel absorbite n-au putut fi puse în nici o corelaţie matematică cu compoziţiile diferitelor zguri, ceea ce arată că ele nu depindeau numai de acestea, ci şi de o întreagă serie de alte fenomene, privitoare mai ales la vitezele diferitelor reacţii şi deci putînd include pînă şi viteza de încălzire pînă la temperatura de regim, valoarea celei mai înalte temperaturi atinse, fie chiar numai întîmplător, în cursul experienţei, ş.a.

Concluzia cea mai importantă a experienţelor din 1934—1935 decurge din faptul că ecuaţia (1) nu cuprinde niciun termen privitor la calce. A trebuit aşadar să se conchidă că acea substanţă nu intervine de loc — sau, cel puţin, nu în mod direct, ori vizibil — în stabilirea proporţiilor de echilibru ale celor doi oxizi de fier, în zgurile studiate. Pentru acest motiv şi considerînd că, în zgurile metalurgice, magnezia n-ar putea să se comporte în vre-un mod diferit de al calcei — ceea ce era conform cu părerile curente ale timpului, şi a rămas în acord şi cu teoria ionică, destul de răspîndită în momentul de faţă — autorii n-au dat nicio atenţie mai specială proporţiilor de magnezie puse în evidenţă de analiza chimică, astfel încît le-au adunat, pur şi simplu, cu cele de calce (mol%).

Intre timp însă, în cursul unor cercetări asupra puterii desulfurante a zgurilor de furnal înalt [4], unul dintre autorii prezentei lucrări a constatat totuşi că anumite acţiuni chimice ale amestecurilor de silicaţi topiţi se manifestă ca şi cum unii dintre cationii pe care-i conţin ar fi grupaţi la un loc cu anionii de silice — printr-un sistem de legături, a căror natură nu este încă îndeajuns de bine pusă la punct — pentru a forma împreună nişte entităţi lipsite de activitate chimică. Aceste entităţi au compoziţii chimice constante, astfel încît li se pot atribui formule chimice fixe şi bine determinate, cum ar fi, de exemplu, $4MgO.5SiO_2$.

$3CaO.5SiO_2$, ş. a. Grupări de acelaşi fel ar putea rezulta de altfel şi din legarea altor anioni, cum ar fi FeO_3^{3-}, cu anumiţi cationi, ca de exemplu Fe^{2+}, etc.

3. *Sistemul* SiO_2-MgO-*Oxizi de fier.* — Rezultă aşadar, şi aceasta din chiar exemplele date mai sus — că proporţiile de calce, ori de magnezie pe cari le poate face nedisponibile una şi aceeaşi cantitate de silice, de pe urma formării unor astfel de entităţi lipsite de activitate chimică, sînt categoric diferite una de cealaltă. Această constatatre a adus după sine ideia că, în zgurile lichide, cele două substanţe în chestiune ar putea să se comporte în două moduri diferite. De aci a rezulat necesitatea de a studia separat gradul de oxidare al fierului în fiecare din sistemele SiO_2-CaO-Oxizi de fier şi SiO_2-MgO-Oxizi de fier, şi aceasta independent unul de celalt, cu scopul de a se stabili dacă este într-adevăr de făcut vreo distincţie între rolurile pe cari le joacă fiecare din cei doi oxizi alcalino-teroşi, în zgurile lichide.

După cum s-a arătat deja în cursul celor ce preced, ideia de a studia separat fiecare din sistemele mai simple, cari intră în alcătuirea sistemului foarte complicat, din care fac parte zgurile industriale, fusese pusă şi la baza cercetărlior întreprinse în 1934, însă nu putuse să fie realizată, din lipsa unor mijloace de lucru potrivite, sau mai precis din lipsa unor recipiente refractare convenabile, pentru topirea zgurilor nemagneziene.

Pentru a ocoli dificultatea întîmpinată, autorii lucrării de faţă au crezut nimerit să întreprindă mai întîi un studiu asupra puterii oxidante a zgurilor sistemului parţial SiO-MgO-Oxizi de fier, şi aceasta cu toate că acest fel de zguri nu intervine în cuptoarele industriale. Un asemenea studiu promitea totuşi o bună punere la punct a rolului jucat de magnezie. După precizarea acestuia, urma să se poată ţine seama cu uşurinţă de el, cu ocazia unei reluări ulterioare a cercetărilor asupra sistemului mai complicat SiO_2-CaO-MgO-Oxizi de fier, în vederea unei determinări a rolului jucat de calce.

Din nefericire, primele studii, de acest fel, asupra puterii oxidante a zgurilor feromagneziene, la 1600°C — studii cari s-au extins, cu multe întreruperi, din 1939 pînă în 1951 — au dat nişte rezultate, a căror concordanţă cu cele obţinute mai înainte, prin studiul zgurilor sistemului SiO_2-CaO-MgO-Oxizi de fier, la 1650°C, nu era dintre cele mai satisfăcătoare. Pentru acest motiv, acele rezultate nici n-au fost publicate cu mult mai tîrziu [5]. Indicaţiile date de ele au permis totuş o primă încercare de revizuire [6] a relaţiei (1), cu toate că aceasta fusese stabilită pentru o temperatură întru cîtva diferită (1650°C).

Rezultatele acestei revizuiri, păreau însă a duce la concluzia — surprinzătoare, la prima vedere — că starea de oxidare a fierului, în zgurile lichide ale sistemului SiO_2-CaO-MgO-Oxizi de fier, la 1650°C, ar fi aceiaşi ca şi în ale sistemului mai simplu SiO_2-MgO-Oxizi de fier, la 1600°C. Acest fapt n-a putut fi atribuit decît unei aparenţe înşelătoare, şi aceasta cu atît mai mult cu cît părerea curentă, cu privire la domeniul silicaţilor topiţi, este că el este plin de cauze de erori aproape de neînvins [7].

II. GRADUL DE OXIDARE AL FIERULUI, ÎN ZGURILE SISTEMULUI SiO_2 - MgO - OXIZI DE FIER LA 1.650°C

Această stare de lucruri i-a decis pe autori să reia studiul zgurilor sistemului SiO_2-MgO-Oxizi de fier, cu scopul de a obţine rezultate şi concluzii mai precise, relative atît la influenţa temperaturii asupra gradului de oxidare al fierului, în zgurile acelui sistem, cît şi la compoziţia exactă a entităţilor silico-magneziene — dacă asemenea entităţi există într-adevăr — la temperaturile considerate.

4. — *Condiţiuni de lucru.* — In acest scop, s-au preparat două serii de zguri sintetice — fiecare de cîte circa patruzeci de probe — ale căror compoziţii sînt reprezentate prin puncte cari acoperă, în triunghiul de referenţă al sistemului SiO_2-MgO-FeO, cea mai mare parte din domeniul temperaturilor de topire mai joase de 1650°C. Diferitele compoziţii alese au fost realizate prin amestecuri — de cîte 70 g fiecare — de silice, de oxid de magnezie şi de oxid feric (cuarţ de Teregova, magnezie obţinută din carbonat precipitat şi Ferrum oxidatum rubrum. Merck). După o nouă frecare în mojar, fiece amestec a fost comprimat sub formă de pasitle, pentru a fi făcut să ocupe un volum cît mai mic cu putinţă, în recipientele de topire.

Acestea au fost nişte creuzete cilindrice de magnezită — de 15 mm. diametru interior şi de 150 mm înălţime — încălzite într-un cuptor electric cu rezistenţă, la o temperatură, care a fost menţinută, în măsura posibilului, la 1650°C pentru una dintre seriile de experienţe şi la 1550°C pentru cealaltă.

Cu ocazia preprării zgurilor sintetice — care n-a ajuns să fie satisfăcătoare decît după adoptarea unei tehnici de amănunt, bazate pe experienţa directă — preocuparea cea mai de seamă a fost aceia de a realiza într-adevăr echilibrul fizico-chimic corespunzător temperaturii considerate.

După preparare, în condiţiile scrise mai sus, fiece probă a fost debarasată de slaba pojghiţă, de o culoare întru cîtva diferită, care se formase pe suprafaţa ei, în cursul răcirii, pentru a fi apoi supusă analizei chimice directe. Determinările de silice, de magnezie şi de fier total s-au făcut prin metodele analitice obişnuite. Fierul feros a fost determinat prin metoda pusă la punct de Doleman, metodă adoptată de altfel şi în cursul cercetărilor anterioare [1], [2], [5] şi descrisă de colaboratorul nostru W. J. Crook [3]. Diferenţele dintre fierul total şi cel feros au fost considerate ca fier feric.

5. — *Prezentarea rezultatelor experimentale pentru domeniul* I. — Tabela 1 indică rezultatele complete — exprimate în fracţiuni procentuale gravimetrice — ale determinărilor analitice, aşa cum au fost obţinute prin analizele chimice, pentru probele topite la 1650°C. Tabela 2 prezintă aceleaşi rezultate, recalculate în mol %, după ce s-a adus la unitate (100%) suma (mol.SiO_2+mol.MgO+mol.FeO). Urmează aşadar că cifrele înscrise în ultimele coloane ale tabelei 2 — precum şi în figura 1 — reprezintă numărul total de moli de oxid feric asociaţi cu 100 moli de oxizi fundamentali. Aceasta face, în acelaş timp, ca cifrele înscrise în coloana fierului total să poată depăşi suta.

Acest mod de a exprima rezultatele a fost considerat drept cel mai potrivit cu scopul urmărit, atît pentru a nu complica exprimarea rezulta-

Tabela Nr. 1

Compoziţiile ponderale ale zgurilor sintetice SiO_2-MgO-FeO-Fe_2O_3 în stare lichidă, la 1.650°C, în creuzete deschise în absenţa fierului metalic

Rezultatele determinărilor analitice

Nr. zgnrii	COMPOZIZIA (gr %)				
	Fe totai	SiO_2	MgO	FeO	Fe_2O_3
293	4,82	64.24	27,90	4,07	2,38
272	6,39	56,81	33,93	1,63	7,32
255	18,05	47,01	25.32	5,88	19,28
257	19,32	41,51	26,79	6,25	20,67
278	20,81	50.22	20,45	10,72	17,85
259	21,17	47 87	21,96	9,21	20,04
265	23,76	39,74	25,25	8,66	24,35
256	25,80	40,47	23,02	8,71	27,20
284	27,58	44,22	16,15	14,12	23,89
286	29,00	39,69	18,20	11,27	28,95
260	32,62	36,05	16,97	12.26	33,13
283	33,55	39,07	12,61	17,35	28,73
263	38,32	32.00	12,77	16,65	37,06
262	36,60	32,23	15,61	13,46	37,26
264	36,97	30,08	17,32	12.69	38 74
287	37,02	32,80	13,17	15.40	35.82
268	39,79	25,42	11,34	13.57	41,80
261	42,03	25,48	13,88	13,87	44,68
281	42,94	29,69	8,67	18,78	40,52
267	43,95	22,83	14,49	15.29	45,85
288	44,06	27,50	10,23	17,95	43,05
253	46.38	22,98	10,53	16,23	48.28
282	46,87	28.81	5 32	22,58	41,92
270	47,89	19,85	11,04	15,47	51,24
293	48,64	23,14	7,24	19,28	48,11
289	48,93	21,35	9,50	18,42	49,49
280	49,70	24,38	5,19	21,96	46,91
251	50,52	17,87	9,66	17,41	52,88
271	52,25	22,60	4,15	22,87	49,30
269	53,34	19,62	8,43	20,16	49,76
279	54,31	22.33	1,32	24,55	50,55
298	54,34	20,06	2,43	24,80	50,13
273	54,92	14,67	7,40	18.85	57,57
297	55.24	18.85	2,13	22,28	54,23
296	55,42	15,99	6,20	20,51	56,55
250	55.72	13,24	7,90	18,96	58,59
292	56,10	17,41	2,70	23,58	54,01
295	56,16	16,75	4 21	21,67	56,23
276	57,60	12,90	5,63	20,29	59,78
299	57,98	14,45	3,46	22,42	57,98
275	58,66	9,26	6,10	20,31	62,28

telor — prin introducerea involuntară a unor funcţii matematice de gradul al doilea — cît şi pentru a diminua efectele erorilor inevitabile.

S-au luat dealtfel toate precauţiile pentru a se reduce, în măsura cea mai largă cu putinţă, toate cauzele de erori şi aceasta atît prin tehnica adoptată pentru prepararea zgurilor sintetice, cît şi prin precauţiile luate

Tabela nr. 2

Compoziţiile moleculare ale zgurilor sintetice SiO_2-MgO-Fe_2O_3 în stare lichidă, la 1.650°C, în creuzete deschise în absenţa fierului metalic

Calculul proporţiilor de Fe_2O_3

Nr. zgurii	Compoziţia de bază (Moli %)				Moli Fe_2O_3 pentru 100 Moli (SiO_2 + MgO + FeO)		
	Fe total	SiO_2	MgO	FeO	Determinat	Caluulat	Diferenţa
293	4,76	58,82	38,06	3,12	0,82	—	—0,82
272	6,29	52,02	46,73	1,25	2,52	2,37	—0,15
255	21,66	52,44	42,08	5,48	8,09	7,98	—0,89
257	23.18	49,65	44,52	5,83	8,68	8,54	—0,14
278	24,97	56,02	33,98	10,00	7,49	7,56	+0,07
259	25,78	54,20	37,04	8,72	8,53	8,41	—0,12
265	30.21	46,98	44,46	8,56	10,83	11,13	+0,30
256	33,82	49,32	41,80	8,88	12,47	12,46	—0,01
284	37,18	55,22	30,04	14,74	11,22	11,26	—0,04
286	40,93	52,08	35,56	12,36	14,28	14,02	—0,24
260	49,07	50,42	35,36	14,22	17.42	17,22	—0,21
283	49,92	53.99	25,96	20,05	14,93	15,41	+0.48
263	57,64	44,75	26,60	18,65	19,50	19,67	+0,17
262	59,00	48,30	34,84	16,86	21.00	21,03	+0,03
264	60.25	44.83	39,10	16,08	22,08	22,19	+0,11
287	61,00	50,24	30,04	19,72	20,64	20,72	+0,08
268	71,25	42,33	38,78	18,89	26,18	26,25	+0,07
261	78,28	43,12	35,80	20,08	29,10	28,84	—0,25
281	79,20	50,92	22,16	26,92	26,14	25,96	—0,19
267	82,65	39 91	37,74	22,35	30,15	30,45	+0,30
288	82,06	47,62	26,40	25,98	28,04	28,28	+0,24
253	95,53	44,00	30,02	25,98	34.77	34,30	—0,47
282	90,65	51,80	14.24	33,94	28,36	28.70	—0,44
270	104,64	40,32	33,39	26,27	39,15	38,57	—0,58
293	104,52	46,24	21,56	32,20	36,16	35,84	—0,32
289	103,40	41,94	27,80	30,26	36,57	37,10	+0,53
280	105,92	48,30	15,32	36,38	34,96	35,14	+0,18
251	114,90	37,78	31,44	30,78	42,06	42,70	+0,64
271	114,18	45.90	15,26	38,84	37,67	38,50	+0,83
269	117,01	40,02	25,60	34 38	41,31	42,00	+0.69
279	130,64	49.83	4,38	45,79	42,42	42,00	—0,42
298	129,43	46,08	8,00	45,92	41,75	42,70	+0,95
273	141,62	35,77	26,44	37.79	51,92	51,80	—0,12
297	131,57	41,74	17,02	41,24	45,17	45.50	+0,33
296	140,93	37,81	21,84	40,35	50,29	50,47	+0,18
250	146,68	32,40	28,80	38,80	53,94	54.04	+0.10
292	146,69	42,32	9,76	47,92	49,38	49,88	+0.50
295	146,83	40,72	15,24	44,04	51,41	51,11	—0,30
276	161,96	33,72	21,94	44,34	58,77	58,77	—
299	160,93	38,32	13,30	48,38	56,28	56,29	+0.01
275	178,60	26,21	25.74	48,05	66,30	66,64	+0,34

cu ocazia determinărilor analitice. Este totuşi de la sine înţeles că acele cauze n-au putut fi înlăturate cu desăvîrşire şi aceasta mai ales prin faptul că e vorba aci de cercetări într-unul dintre domeniile cele mai expuse la erori [8], chiar dacă ar fi vorba numai de ale determinărilor analitice.

Metoda adoptată pentru preezntarea rezultatelor analizelor se pretează și la o reprezentare a zgurilor prin puncte, în interiorul unei prisme drepte, în care conținuturile în Fe_2O_3 s-ar indica, la o scară convenabilă, pe verticale. Sistemul de coordonate astfel folosit permite, în același timp, și o reprezentare a rezultatelor experimentale sub forma proiecției cotate din fig. 1, care se referă la compozițiile de echilibru de la *1650°C*. În figură, punctele spațiale sînt însemnate prin proiecțiile lor pe planul de bază al prismei, cu indicarea proporțiilor molare de Fe_2O_3 asociate, în fiece zgură, cu 100 moli de substanțe fundamentale ($SiO_2 + MgO + FeO$).

Această reprezentare în proiecție cotată a pus în evidență faptul că, pentru toate zgurile unui anumit domeniu al diagramei — cel notat cu I pe figură — raportul fracțiunilor procentuale molare de Fe_2O_3 și de FeO păstrează, între limitele erorilor admisibile, o valoare constantă, foarte apropiată de 1,4, adică de 7/5. Rezultă de aci că, în condițiuni de echilibru, la 1650°C, totalitatea fierului din zgurile respective se găsește într-o stare de oxidare care corespunde formulei chimice $5FeO.7Fe_2O_3$ — ceea ce înseamnă 24,32% FeO și 75,68% Fe_2O_3, în greutăți.

În reprezentarea spațială, despre care a fost vorba mai sus, punctele cari reprezintă aceste diferite zguri sînt așezate așadar într-un plan oblic, determinat printr-o porțiune din latura SiO_2-MgO a triunghiului de bază — pentru această latură $Fe_2O_3=O$ — și printr-un punct fix al muchei FeO-Fe_2O_3 a prismei de referință, a cărui ordonată este $Fe_2O_3=7/5=1,40$.

Interpretarea fizică a acestei constatări, de ordin geometric, nu poate fi decît următoarea: în zgurile de domeniul I, proporțiile de echilibru ale celor doi oxizi de fier nu sînt afectate, în niciun chip, de prezența celorlalte substanțe, cu alte cuvinte nici de a silicei. Aceasta revine la a spune că silicea zgurilor din domeniul I este lipsită de acțiune la adresa oxizilor fierului, cu alte cuvinte că prezența magneziei împiedică orice acțiune chimică — sau fizică —pe care silicea ar putea-o avea asupra acestuia.

6. — *Prezentarea rezultatelor pentru domeniul II.* — Pe de altă parte, încercîndu-se o reprezentare spațială, analoagă cu precedenta, și pentru punctele figurative din domeniul II — și chiar ținîndu-se seama de eventualitatea unor erori încă și mai serioase — s-a constatat, ca aproape evident, faptul că punctele în chestiune se plasau și ele, la rîndul lor, tot într-un plan unic, a cărui poziție era însă foarte diferită de a celui dintîi.

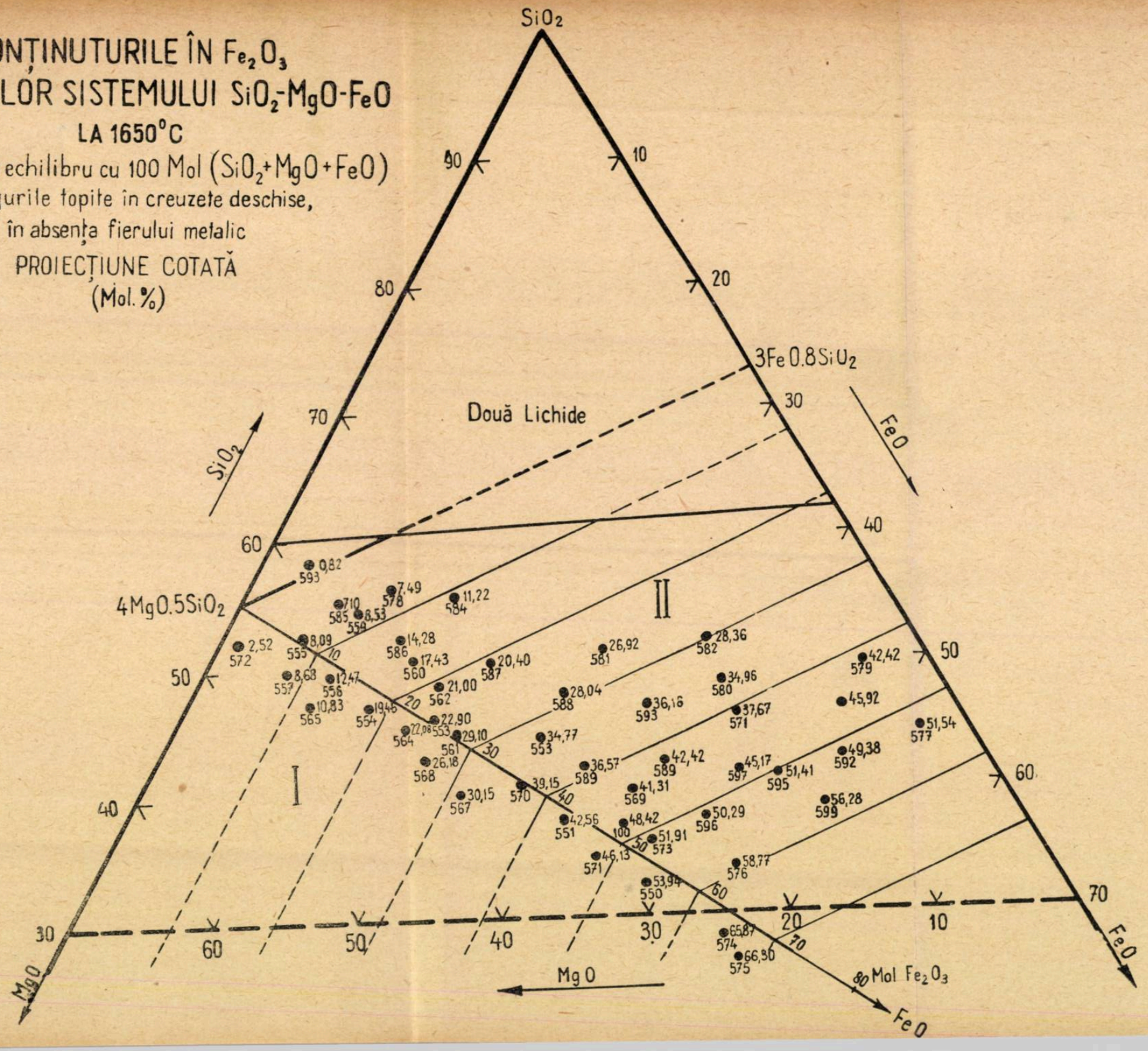
Faptul că, în reprezentarea lor spațială, punctele figurative ale celor două grupe de zguri sintetice, preparate prin topirile de la 1650°C, păreau să aibă distribuții plane și-a găsit, încă din primul moment, o explicație simplă și logică, anume aceea că, dacă moleculele — sau, ceea ce este absolut echivalent, ionii — prezente în una și aceeași zgură lichidă, se pot asocia între ele, într-un chip oarecare, atunci este de așteptat ca numerele de asemenea particule materiale, cari participă la alcătuirea grupărilor ce se formează, trebuiesc să fie numere întregi și simple, și aceasta oricare ar fi natura, atît a acelor particule, cît și a legăturilor cari se stabilesc între ele. Ceva mai mult, relațiile dintre numerele de acest fel nu se vor putea exprima decît prin ecuații matematice de gradul întîi și prin urmare reprezentabile, în spațiu, prin plane.

CONȚINUTURILE ÎN Fe_2O_3 ALE ZGURILOR SISTEMULUI SiO_2-MgO-FeO

LA 1650°C

...ol. Fe_2O_3 în echilibru cu 100 Mol (SiO_2+MgO+FeO)
în zgurile topite în creuzete deschise,
în absența fierului metalic

PROIECȚIUNE COTATĂ
(Mol. %)



astă simplă consideraţie a determinat pe autori să caute ecuaţia ..., care să poată reprezenta, în chip satisfăcător, locul geometric ...nui număr cît mai mare din punctele figurative ale căror pro... prismei de referinţă, cad în interiorul domeniului II. Cu alte Mo...lema care se punea era aceea de a se determina coeficienţii ... k_1, k_2 şi k_3 — ai unei ecuaţii de forma :

$$r = k_1 f + k_2 s + k_3 m \qquad (2)$$

cu ajutorul rezultatelor experimentale, cari reprezentau, din acest punct de vedere, o mare serie de valori numerice, pentru fracţiunile procentuale molare din cele patru substanţe constitutive ale zgurilor sintetice, simbolizate prin :

(Mol) $r = (Fe_2O_3)$ $f = (FeO)$ $s = (SiO_2)$ $m = (MgO)$

Făcînd uz de cîteva artificii, foarte simple, de calcul algebric, cari au permis unele reprezentări grafice reduse numai la două dimensiuni — foarte utile pentru aprecierea abaterilor, în fiecare dintre ipotezele studiate — s-a putut determina, cu destulă uşurinţă, pentru cei trei coeficienţi necunoscuţi ai ecuaţiei planului oblic care se proiectează pe domeniul II, o serie de valori, cari au permis punerea la punct a ecuaţiei (2) sub forma :

(Mol) $$160\ r = 224\ f - 84\ s + 105\ m \qquad (3)$$

ţinînd seama de posibilitatea de a scrie aceeaşi ecuaţie şi sub o altă formă, arătată mai departe (7).

În sistemul de coordonare prismatic folosit, urma acestui plan pe baza prismei de referinţă este linia dreaptă, a cărei ecuaţie rezultă făcînd r = O adică :

(Mol) $$224\ f - 84\ s + 105\ m = 0$$

Dreapta în chestiune intersectează, la rîndul ei, laturile triunghiului de bază în două puncte, ale căror poziţii se pot determina făcînd succesiv f = O şi m = O, adică :

(Mol) $f = 0$ sau $4\ m = 50$ şi $m = 0$ adică $8\ f = 3\ s$

Rezultă de aci că cele două puncte de intersecţie corespund la două zguri binare diferite, ale căror compoziţii sînt date de formulele chimice $4MgO.5SiO_2$ şi $3FeO.8SiO_2$. Trebuie totuş observat că primul dintre cele două puncte, astfel determinate, care este situat pe latura SiO_2-MgO a triunghiului de bază, aparţine în acelaş timp şi domeniului I, ceea ce indică că acest punct se găseşte pe linia de intersecţie a celor două *plane de echilibru ale oxizilor de fier.*

Pe de altă parte, acelaş plan este înţepat de muchea FeO a prismei într-un punct, a cărui poziţie se poate determina făcînd $m=0$ şi în acelaşi timp $s = 0$ în ecuaţia (3), ce dă .

(Mol) $$5\ r = 7\ f$$

Această din urmă relaţie arată că compoziţia zgurii reprezentate prin vîrful FeO este dată de formula chimică $5FeO.7Fe_2O_3$, care corespunde

aşadar echilibrului mutual al celor doi oxizi ai fierului, în condiţiile în cari s-a lucrat, însă în absenţa silicei şi a magneziei. Prin faptul că aparţine în acelaş timp ambelor plane înclinte, el trebuie să se afle pe linia lor de intersecţie.

Din cele ce preced, rezultă că intersecţia în chestiune este chiar dreapta spaţială $4MgO.5SiO_2$-$5FeO.7FeO_3$ a cărei proiecţie, pe baza prismei de referinţă, nu este alta decît linia $4MgO.5SiO_2$-FeO.

7. — *Erori şi abateri.* — Rezultatele, obţinute prin recalcularea cantităţilor de Fe_2O_3 (moli), ale tuturor zgurilor preparate la 1650°C, neprezentînd concordanţe satisfăcătoare cu datele analizelor, autorii au atribuit prea marile amplitudini, ale abaterilor astfel constatate, unei acumulări ale efectelor tuturor cauzelor de erori asupra unei singure cifre. Pentru acest motiv, ei au căutat să realizeze, în oarecare măsură, o compensare naturală a acelor erori, calculînd cantităţile de Fe_2O_3 din diferitele zguri, nu pe baza conţinuturilor în FeO, ci plecînd de la cifrele cari reprezintă fierul total, conţinut în fiecare din ele. În acest scop, ei au transformat ecuaţia (2), pentru a o face să se refere la fierul total (F), introducînd în ea $f=F-2r$, ceea ce dă:

(Mol) $$608\ r = 224\ F - 84\ s + 105\ m \qquad (5)$$

Valorile cantităţilor de Fe_2O_3, conţinute de fiecare din zgurile tabelului 2 — valori obţinute prin calculele făcute cu ajutorul acestei ultime formule — sînt înscrise în penultima coloană a aceleiaşi tabele. Examinînd aceste cifre, se constată că abaterea medie dintre valorile calculate şi rezultatele analizelor este de 0,324% pentru diferenţele pozitive, şi de 0,318% pentru diferenţele negative. Abaterea medie generală este de 0,321%, în valoare absolută, ceea ce reprezintă o aproximaţie foarte satisfăcătoare, dacă se ţine seama de multiplicitatea cauzelor de erori, pe cari le comportă problema studiată.

8. — *Interpretarea fizico-chimică a concluziilor matematice.* — Din cele ce preced, se poate vedea că compoziţiile date de formulele chimice $4MgO.5SiO_2$ şi $3FeO.8SiO_2$ corespund saturării silicei, din zgurile lichide, prin magnezie, pentru una şi prin oxid fieros, în cazul celeilalte. O a doua concluzie, care rezultă din aceleaşi date, este aceea că — dacă existenţa unui domeniu cu două lichide, în partea superioară a diagramei SiO_2-MgO-FeO, n-ar complica situaţia — punctele figurative situate mai spre vîrful SiO_2 al triunghiului, decît dreapta $4MgO.5SiO_2$-$3FeO.8SiO_2$, ar reprezenta zguri a căror silice nu e saturată. Asemenea zguri sînt prin urmare capabile să-şi însuşească un plus, fie de magnezie, fie de oxid feros.

Dimpotrivă, silicea tuturor zgurilor, ale căror puncte figurative cad în interiorul domeniului I, este complect saturată prin magnezia prezentă. Aceasta face ca orice exces de FeO, faţă cu valoarea de saturare a silicei, să nu mai poată fi legată de aceasta, astfel încît se oxidează, pentru a trece la compoziţia de echilibru a oxizilor de fier, care corespunde formulei $5FeO.7Fe_2O_3$.

Aceeaşi compoziţie trebuie de altfel atinsă, în condiţiuni de echilibru — sub influenţa temperaturii şi a celorlalţi factori de ordin fizic — de către orice cantitate de Fe_2O_3, adăugată oricărei zguri lichide, din acelaşi

domeniu. Manifestarea geometrică a acestui fenomen este, evident, o deplasare a punctului figurativ, în planul de echilibru al oxizilor, către muchea FeO-Fe_2O_3 a prismei de referinţă.

Dimpotrivă, orice exces de magnezie, adăugat uneia dintre zgurile domeniul I — în timp ce ea se află în stare lichidă — provoacă o deplasare a punctului figurativ spre muchea MgO-Fe_2O_3 a prismei şi, bine înţeles, tot în planul de echilibru. Ceva mai mult, dacă excesul de magnezie adăugat întrece o anumită valoare, bine determinată pentru fie ce caz în parte, punctul figurativ poate fi chiar deplasat din planul oblic al domeniului II, pentru a fi transferat într-al domeniului I.

In ceea ce priveşte magnezia adăugată, se înţelege cu uşurinţă că — după cum arată chiar diagrama — ea se substituie în locul oxidului feros legat cu silicea, printr-o reacţie de forma:

$$5\,(3\,FeO \cdot 8\,SiO_2) + 32\,MgO = 8\,(4\,MgO \cdot 5\,SiO_2) + 15\,FeO \qquad (6)$$

Pe de altă parte, printr-un proces de oxidare suplimentară:

$$19\,FeO + 7\,O = 5\,FeO \cdot 7\,Fe_2O_3 \qquad (6\text{ bis})$$

orice cantitate de oxid feros, pusă în libertate prin mecanismul reacţiei (6), trebuie să atingă, în condiţii de echilibru, compoziţia care corespunde formulei $5FeO.7Fe_2O_3$.

Pentru acelaşi motiv, orice supliment de oxid feric, adăugat vreuneia din aceste zguri, în timp ce ea se află în stare topită, trebuie să treacă, în condiţiuni de echilibru, la aceeaşi compoziţie. Trebuie observat totuşi că, silicea zgurii fiind deja saturată, această trecere se face numai prin acţiunea factorilor de ordin fizic (temperatură, presiune, etc.) cari pot să intervină.

Inlocuirea oxidului feros prin magnezie — care duce la formarea de entităţi $4MgO.5SiO_2$, pornind de la $3FeO.8SiO_2$ — poate fi pusă mai bine în evidenţă scriind ecuaţia (3) sub forma mai expresivă:

$$\text{(Mol)} \qquad 5\,r = 7\left[\,f - \frac{3}{8}\left(s - \frac{5}{4}\,m\right)\right] \qquad (7)$$

Aceeaşi ecuaţie poate fi de altfel pusă şi sub o altă formă, aplicabilă în practica industrială:

$$\text{(kg)} \qquad r = 3{,}112\,f - 0{,}449\,(s - 1{,}862\,m) \qquad (8)$$

ale cărei simboluri se referă la fracţiunile procentuale gravimetrice din oxizii cari intră în compoziţia zgurii respective.

Este de observat, în sfîrşit, că ecuaţiile (3) şi (7) — stabilite în cursul cercetărilor de faţă — nu reprezintă nimic altceva decît expresiile matematice ale relaţiilor cantitative cari se stabilesc între nişte cantităţi fizice. Ele sînt prin urmare independente de sistemul de reprezentare care s-ar putea alege, astfel încît îşi păstrează valabilitatea şi în cazul cînd rezultatele analizelor chimice se exprimă în mod obişnuit, adică cu înglobarea conţinuturilor de Fe_2O_3 în întregul (100%), care reprezintă

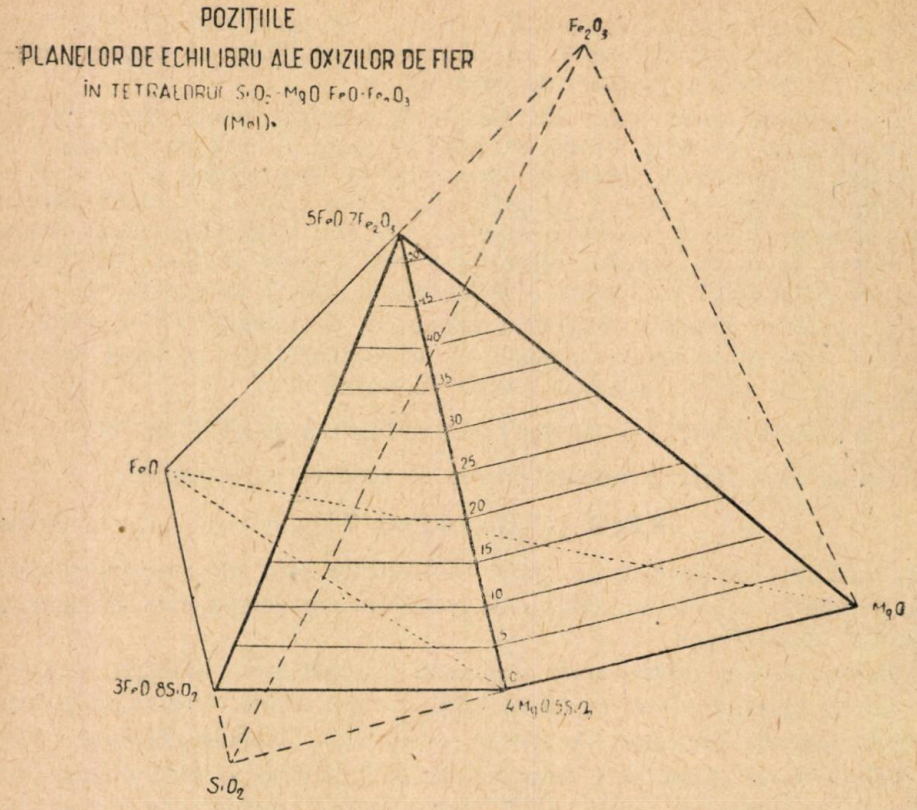


Fig. 2

suma oxizilor. În acest caz, ecuațiile (3), (7), sau (8) trebuiesc completate cu relația sistematică:

$$s + m + f + r = 100 \qquad (9)$$

și sistemul de referință devine un *tetraedru regulat,* cum este cel din figura 2, în care s-au pus în evidență pozițiile celor două plane de echilibru ale oxizilor de fier.

III. GRADUL DE OXIDARE AL FIERULUI, ÎN ZGURILE SISTEMULUI SiO_2-MgO - OXIZI DE FIER, LA 1,550°C

9. *Privire de ansamblu.* — După cum s-a văzut în paragraful 4, s-a mai preparat și o a doua serie de zguri sintetice, de diferite compoziții, aparținînd sistemului SiO_2-MgO-Oxizi de fier, prin topirea unor amestecuri adequate, la temperatura de 1550°C, căutîndu-se să se realizeze în ele echilibrul fizico-chimic corespunzător. Tehnicile de cari s-a făcut uz, pentru prepararea acelor probe și pentru analiza lor, au fost cele deja descrise. Tabela 3 reunește rezultatele determinărilor analitice directe (g%), în timp ce tabela 4 indică aceleași analize, recalculate în moli % și exprimate în modul precizat mai înainte.

Tabela nr. 3

Compoziţiile ponderale ale zgurilor sintetice SiO_2-MgO-FeO-Fe_2O_3 în stare lichidă, la 1.550°C, în creuzete deschise în absenţa fierului metalic

Rezultatele determinărilor analitice

Nr. zgurii	COMPOZIŢIA (gr %)				
	Fe total	SiO_2	MgO	FeO	Fe_2O_3
142	9,89	51,52	31,83	3,43	10.33
118	9,97	56,39	28,89	3,87	9,96
145	18,10	49,91	23,29	8,32	20,35
105	20,70	45,40	23,95	8,20	22,31
147	31,34	36,35	18,71	11,11	32,46
139	33,35	36,47	15,53	14,01	32,09
100	33,19	33,81	18.44	11,11	35.10
115	34,15	34,64	17,65	12,65	33,86
137	33,34	35,24	16,03	13,81	32,32
104	33,34	32,42	18.79	10.69	35,78
141	34,14	34,55	17,30	12.26	35,18
109	35,30	37,01	15,50	11,08	34,63
102	38,14	35,63	19,84	13.29	28,63
119	34,62	34,12	16,09	12,47	35,64
193	35,57	32,47	16,13	12,72	36.72
124	39,43	32,53	11,66	17,06	37,41
130	37,13	28,95	17,49	12,43	39,28
129	38,45	26,56	18,40	12,70	40,85
108	39,21	32,02	12,78	15,67	39.21
134	38,00	27,63	16,40	12.67	40,15
116	39,15	30,13	13,27	14,32	39 15
106	37,06	25.71	13,72	11,95	47,02
148	40,21	30,70	12,08	16,10	39,06
131	41,38	25,83	14,39	13,80	43.83
107	42,92	24,05	13,81	15,05	44,64
120	44,92	24.71	11,30	17,44	45,54
138	47,62	25,29	7,79	20,02	46,01
125	48,42	16,69	12,09	16,84	50,52
127	49,19	20,97	9,95	18,07	50,25
140	53,74	23,91	5,38	18,88	49.85
144	50,07	20,13	9,03	17,30	52.36
146	51,06	17,37	9,98	17,09	54.01
113	52,52	18,50	8,01	18.87	54,12
132	62,44	18,47	11,07	21.76	46.88
178	53 17	21,35	3.32	22,56	50,93
117	53,52	18,70	6,63	19,03	55,38
149	55,37	11,92	7,13	19,52	57,47
133	57,51	16,94	2,61	22,98	56.69
135	57,83	17,68	0,97	25,02	54.87
136	59,11	10,09	6,16	19,71	62,61

Cifrele înscrise în penultima coloană a tabelei 4 reprezintă rezultatele calculelor — făcute cu ajutorul formulei (5) — numărului de moli Fe_2O_3 asociaţi cu 100 moli (SiO_2+MgO+FeO). Diferenţele, dintre valorile astfel recalculate şi rezultatele determinărilor analitice directe, figurează în ultima coloană a aceleiaşi tabele. Examinînd aceste din

Tabela nr. 4

Compoziţiile moleculare ale zgurilor sintetice SiO_2-MgO-FeO-Fe_2O_3 în stare lichidă, la 1550°C, în creuzete deschise în absenţa fierului metalic

Calculul proporţiilor de Fe_2O_3

Nr. zgurif	Compoziţia de bază (Moli %)				Moli Fe_2O_3 pentru 100 Moli (SiO_2 + MgO + FeO)		
	Fe total	SiO_2	MgO	FeO	Determinat	Calculat	Diferenţa
142	10,45	50,61	46,57	3,82	3,82	3,85	+0,03
118	10,45	54,93	41,92	3,15	3,65	3,85	+0,20
145	21,40	54,85	37,96	7,19	7,10	6,86	—0,24
105	25,58	52,16	39 85	7,99	8,79	9,10	+0,31
147	45,85	49,45	37,92	12 63	16,61	16,61	—
139	50,27	51,14	32,44	16,42	16,92	17,06	+0,14
100	50 58	47,91	38,93	13,16	18,71	18,03	—0,68
115	50,62	48,45	36,76	14,79	17,81	18,23	+0,42
137	50,75	49,88	33,78	16,34	17,21	17,64	+0,43
104	51,70	46,75	40,36	12,89	19,40	19,10	—0,30
141	52,03	48,95	36,52	14,53	18.75	18.41	—0,34
109	52,72	51,40	32,06	16,54	18.09	17,86	—0,23
102	53,77	46,70	38,74	14,56	19,63	19.81	+0,18
119	54.35	49,80	34,98	15,22	19.57	19.18	—0,39
193	56,99	48.37	35.79	15,84	20,57	20,49	—0,08
124	61,43	50,70	27,06	22,24	19,59	20,30	+0,71
130	61,07	44,27	39,85	15,88	22,59	22,51	+0,08
129	64,03	41,12	42,44	16,44	23.79	23,59	—0,20
108	65.74	49.91	29.67	20,42	22,66	22,45	—0,21
134	65.15	44.05	38.95	17,00	24,07	24,00	—0,07
115	68,01	48.74	31,92	19,34	24,33	23,81	—0,52
106	71,01	45,80	36,40	17,80	26,60	26,16	—0,44
148	69,13	49,06	28.77	22,16	23,48	23,66	+0,18
131	75,68	43,93	36,45	19,62	28,02	27,88	—0,20
106	80,71	42,04	35.96	22,00	29,36	29,74	+0,38
120	86,08	44,02	30,00	25,98	30,05	30.81	+0,76
138	95,52	47,16	21,63	31,20	32,16	32.41	+0,25
125	100,59	38,02	34,78	27,20	36,70	37,27	+0,57
127	103,75	41,21	29,11	29,68	37,14	37.63	+0,49
140	110,67	45,78	15,34	38,88	35,90	37,10	+1,20
144	112,08	41,90	28,00	30,10	40,99	40,34	—0,65
146	118.86	37,60	31,48	30,92	43,97	43,79	—0,18
113	122,27	40,04	25,82	34.14	44,06	43.26	—0.80
132	126,35	34,75	31,03	34,22	46,13	46,55	+0,42
128	126,63	47,27	10,96	41,77	42,43	42.01	—0,42
117	129,40	42,04	22,20	35,76	46,20	45,92	—0,38
149	145,76	34,08	25.98	39,94	52,91	53.48	+0.57
133	154,49	42,30	9,72	47,98	53,26	52,75	—0,51
135	155,33	44,15	3,60	52,25	51,54	51,84	+0,30
136	177,84	23,23	25,67	46,10	65,87	65,62	—0,35

urmă cifre, se constată că abaterea medie dintre valorile calculate şi rezultatele analitice este de 0,30%, pentru diferenţele pozitive şi de 0,39%, pentru difeernţele negative, abaterea medie, considerată în valoare absolută, fiind de 0,36%. Suma algebrică a tuturor abaterilor este de

Tabela nr. 5

Compoziţiile ponderale ale zgurilor sintetice SiO_2-CaO-MgO-FeO-Fe_2O_3 în stare lichidă la 1550°C, în creuzete deschise în absenţa fierului metalic

Rezultatele determinărilor analitice

Nr. zgurii	COMPOZIŢIA (gr %)					
	Fe total	SiO_2	CaO	MgO	FeO	Fe_2O_3
346	9,92	37,59	36.27	9,58	12,61	1,20
354	14,02	47,52	29,54	4,39	17,70	0.37
3 8	14.47	29,75	42 79	5.97	10.19	9.36
397	18,69	46,94	22,63	5.39	18,45	6,22
332	20,42	41,43	19,71	10,67	13,85	13,81
393	23,20	46,95	17,69	4,44	21,83	8,91
369	25,23	38 31	14,41	11,38	13,82	19,63
381	26,70	38,47	22,18	4,59	20,16	14,57
301	27,14	48,74	4,58	10,17	20,87	15,61
318	26,49	31,94	24.68	6,14	15.74	20,72
303	27,00	25.78	24,90	2,67	18,05	18,56
394	26,48	33,40	11,54	17,75	8,95	27,92
370	27,60	34,93	20.37	5,77	16,59	21,02
360	26,42	45.17	3,34	15,13	20 29	15 20
379	31,15	35,85	13,90	5,86	19,98	22.32
325	26,93	40,06	19,17	3,82	22,54	12,84
366	33.42	28,85	20,03	2,66	21,90	23,46
321	40,27	32,27	8.26	3,89	23,65	31,28
347	38,53	25,33	17,08	2 98	14.18	40,19
339	38,89	29,91	11,72	4,82	19,79	33.60
340	40,14	38,46	2,06	3,72	24,36	30,32
368	56,87	29,58	2,78	0,67	35.29	42,09
362	46,34	25,10	6,89	2,77	23.43	40,22
322	51,45	22,52	3,12	2,65	23,92	46,97

+0,57%, ceea ce dă o abatere medie de +0,14%, în favoarea rezultatelor recălculărilor.

Rezultă aşadar că relaţia cantitativă (3), stabilită pentru echilibrul la 1650°C, îşi păstrează aplicabilitate chiar şi în condiţiile echilibrului de la 1550°C, ceea ce confirmă valabilitatea celor cîteva indicaţii culese de autori — cu mai puţină certitudine, totuşi — în cursul unor cercetări anterioare. Aceasta arată, în acelaşi timp, că entităţile silico-magneziene există şi la 1550°C, cu acelaşi titlu ca şi la 1650°C şi că compoziţia lor continuă să corespundă formulei $4MgO.5SiO_2$. Acelaşi lucru trebuie repetat de altfel şi cu privire la constanţa compzoiţiei care corespunde formulei $5FeO.7Fe_2O_3$, ceea ce dovedeşte că gradul de oxidare al fierului, la ambele temperaturi considerate, rămîne acelaşi.

IV. GRADUL DE OXIDARE AL FIERULUI, ÎN ZGURILE SISTEMULUI SiO_2-CaO-MgO - OXIZI DE FIER, LA 1.550°C ŞI 1.650°C

10. *Privire de ansamblu.* — După punerea la punct a acţiunii magneziei, autorii au socotit posibilă abordarea problemei gradului de exidare al fierului în zgurile sistemului mai complex SiO_2-CaO-Oxizi de fier, în

Tabela nr. 6

Compozițiile moleculare ale zgurilor sintetice SiO_2-CaO-MgO-FeO-Fe_2O_3 în stare lichidă, la 1550°C, în creuzete deschise în absența fierului metalic

Calculul proporțiilor de Fe_2O_3

Nr. zgurii	Compoziția de bază (Moli %)					Moli Fe_2O_3 pentru 100 Moli (SiO_2+CaO+MgO+FeO)		
	Fe total	SiO_2	CaO	MgO	FeO	Determinat	Calculat	Diferența
346	12,05	42,46	44 88	1,61	12,05	Traces	—	—
354	15,01	47,28	31,49	6,50	13 73	0,14	0,12	—0,02
358	16,84	32.20	49,60	8,98	9,22	3,81	3,13	—0,68
397	21,28	49,67	25.53	8,48	16,32	2,48	2,44	—0,04
332	24,40	46,03	23,46	17,65	12,86	5,77	5.72	—0,05
393	27,49	51,73	20,88	7,28	20.11	3,69	4,63	+0,94
369	32,00	46,57	18,77	20,61	14,05	8,98	8.93	—0,05
381	32,37	44,78	27.65	7.95	19,62	6.38	7,11	+0,73
301	33,84	56.52	5,69	17,56	20,23	6,81	7,69	+0,88
318	35,32	39,59	32,76	11.34	16,31	9.66	9,50	—0,16
303	35,33	31.35	45,47	4.83	18,35	8,49	9,52	+1,03
394	35,74	41.91	15,52	33,18	9.39	13,18	13,07	—0.11
370	37,74	44.19	27,54	10,86	17.51	9,98	9,59	—0.39
360	32,19	51,18	4,06	25,54	19,22	6,49	6,49	—
379	43,98	47,06	19,55	11.46	21.93	11,02	11,83	+0,81
325	49,21	45,99	25,05	6,96	23.00	13,11	13,12	+0,01
366	49,54	39,76	29,56	5,45	25,23	13,16	13,32	+1,16
321	58.56	53,43	11.96	7,87	26,74	15,90	15,55	—0,35
347	70,24	42,28	30,52	7 41	19,79	25,23	24,60	—0,63
339	63,18	45.18	18 97	10,85	25,00	19,09	18 91	—0,28
340	64,86	57,78	3,31	8.33	30,58	17.13	17,13	—
368	86.07	41,59	15,49	1,40	41,52	22,28	22,54	+0.26
362	87,45	45,45	12,95	7,23	34,37	26,54	27,19	+0,65
322	111,09	45,22	6,70	7,93	40,15	35,47	36,05	+0.58

vederea unei juste revizuiri a formulei (1), stabilită în 1956, în colaborare cu W. J. Crook [1], [2], pentru a introduce în ea un termen privitor la magnezie, și pentru a pune la punct rolul exact pe care-l joacă calcea.

În acest scop, s-au preparat două noi serii de zguri sintetice, topind — la 1550°C și la 1650°C — amestecuri de același tip cu cele din experiențele anterioare, dar înlocuind în ele magnezia prin oxid de calciu pur, preparat din carbonat de calciu reprecipitat. Cîteva dintre aceste amestecuri s-au preparat introducînd în ele, în mod intenționat, și unele cantități oarecum masive de magnezie. Toate celelalte au absorbit, și ele proporții variabile din această substanță, pe seama materialului creuzetelor folosite pentru topirea lor. Tehnica experimentală a rămas aceeași ca și pentru toate seriile anterioare.

Rezultatele obținute sînt reunite în tabelele 5 și 6, pentru topirile făcute la 1550°C, și 7 și 8 pentru cele de la 1650°C, modul de prezentare și metodele de calcul rămînînd aceleași de mai înainte.

În cazul zgurilor sintetice preparate, în condițiuni de echilibru, la 1550°C (tabela 6), abaterea medie între rezultatele calculate proporțiilor

Tabela nr. 7

Compoziţiile ponderale ale zgurilor sintetice SiO_2-CaO-MgO-FeO-Fe_2O_3 în stare lichidă, la 1650°C, în creuzete deschise în absenţa fierului metalic

Rezultatele determinărilor analitice

Nr. zgurii	COMPOZIŢIA (gr %)					
	Fe total	SiO_2	CaO	MgO	FeO	Fe_2O_3
477	10,30	37,12	27,91	5,92	11 80	13,94
417	11,16	50,09	28,69	6,03	13,87	0,43
459	13,55	50,75	20,19	11,08	15,35	2,32
475	16,96	38,31	47,97	5,55	1,62	6,23
476	20,32	49,14	25,19	4,41	18,12	2,29
496	16,51	50,12	24,51	1,63	21,01	0,11
487	20,47	47,28	18,44	6,11	20,16	6,43
442	19,56	31,76	34,43	5,31	13,46	13,01
471	20,55	43,57	23,65	5,13	17,80	9,60
499	20,70	46,28	19,79	3,28	18,80	9,69
472	21,48	39,07	26,67	3,54	18,86	9,75
488	21,71	29,96	33,58	4,58	15,06	14,92
428	21,98	27,05	37,73	3,74	14,06	15,81
474	26,01	21,14	39,00	5,74	12,25	21,18
491	25,50	29,83	33,71	1,19	18,27	16,15
490	25,52	25,61	35,10	2,97	14,67	20,19
411	26,97	37,06	19,24	4,36	19,34	17,06
480	26,67	25,78	26,50	8,91	11,42	25,46
498	27,91	30,74	26,79	2,65	19,46	18,23
424	29,55	37,06	16,87	4,46	20,32	19,67
473	29,23	29,66	26,98	1,32	17,91	21,83
492	28,53	26,48	30,24	2,28	16,75	24,06
486	30,81	31,39	23,31	3,29	19,29	22,61
495	30,59	19,86	33,05	4,33	13,37	28,90
452	31,82	25,10	29,20	1,10	17,40	26,11
478	33,09	32,79	17,22	3,80	19,02	25,57
400	33,43	31,45	19,65	2,53	18,55	27,18
415	34,53	37,80	12,55	2,10	22,20	24,65
429	34,65	35,23	13,42	3,32	21,65	25,52
406	37,84	28,95	16,28	0,79	21,01	30,78
489	33,36	33,06	17,26	3,33	13,91	32,25
409	36,81	28,10	14,51	5,72	18,82	31,72
435	43,85	19,13	27,47	3,09	15,68	34,17
444	38,53	35,00	7,48	3,67	21,51	31,18
404	40,46	33,30	8,35	3,20	24,39	30,75
437	47,08	22,94	4,77	5,70	20,57	44,45
410	51,54	24,92	2,09	1,94	24,12	46,89

de Fe_2O_3, făcute cu ajutorul formulei (5) — şi între datele analizei directe — este de 0,75%, pentru diferenţele pozitive, şi de 0,25%, pentru cele negative, abaterea medie fiind de 0,43%, în valoare absolută.

Tot aşa, în cazul zgurilor sintetice de la 1650°C (tabela 8), diferenţa medie este de 0,20%, pentru diferenţele pozitive şi de 0,50%, pentru cele negative, abaterea medie fiind de 0,46%, în valoare absolută.

Dată fiind concordanţa, destul de satisfăcătoare, a acestor rezultate, se poate trage concluzia că formula (3) — precum şi variantele ei (5)

Tabela nr. 8

Compoziţiile moleculare ale zgurilor sintetice SiO_2-CaO-MgO-FeO-Fe_2O_3 în stare lichidă, la 1650°C, în creuzete deschise în absenţa fierului metalic

Calculul proporţiilor de Fe_2O_3

Nr. zgurii	Compoziţia de bază (Moli %)					Moli Fe_2O_3 pentru 100 Moli (SiO_2+CaO_2+MgO+FeO)		
	Fe total	SiO_2	CaO	MgO	FeO	Determinat	Calculat	Diferenţa
477	6,13	43,31	34,89	10,29	11,51	0,61	—	—0,61
417	11,83	49,40	30,32	8,85	11,43	0,20	—	—0,20
459	14,33	49,89	22,53	16,23	13,25	0,86	1,19	+0,53
475	16,37	34,35	45,08	7,41	12,16	2,10	3,00	+0,90
476	17,24	50,23	27,58	6,71	15,48	0,88	0,43	—0,45
491	18,43	5 ,93	27,20	2,52	18,35	0,04	0,04	—
487	23,33	50,85	21,24	9,78	18,13	2,60	3,26	+0,66
442	24,03	36,28	42,13	9,04	12,85	5,59	4,88	—0,71
471	24,18	47,65	27,71	8,36	16,28	3,95	3,77	—0,18
499	25,29	52,55	24,07	5,53	17,85	3,72	3,01	—0,71
472	26,29	44,46	31,58	6,01	17,96	4,17	4,17	—
488	27,34	35,10	42,15	8,00	14,75	6,29	6,37	+0,08
428	28,02	32,06	47,44	6,60	13,92	7,05	7,03	—0,02
474	32,03	25,87	51,13	10,47	12 53	9,75	10,09	+0,34
491	33,54	35,60	43,74	2,16	18,50	7,36	7,69	+0,33
490	34,36	32,06	47,06	5,54	15,34	9,31	9,19	+0,12
411	36,10	46,13	25,66	8,09	20,12	7,99	7,76	—0,23
480	37,36	33,81	36,25	17,41	12,53	12,55	12,34	—0,21
498	37,64	38,56	36,03	4,97	20,43	8,61	9,39	+0,78
424	40,68	46,95	23,12	2,41	21 52	9,47	9,90	+0,43
473	41,64	39,29	38,27	2,61	19,83	10,90	10,36	—0,54
492	42,09	34,71	42,46	4,46	18,37	11,87	11,48	—0,39
486	42,87	40,62	32,16	6,35	20,87	11,00	11,28	+0,28
495	45,16	27,24	48,59	8,84	15,33	15,15	14,40	—0,75
452	47,15	34,59	43,09	2,28	20,04	13,53	1 ,99	—0,54
478	48,27	45,04	25,34	7,78	21,04	13,21	12,90	—0,30
400	50,09	43,82	29,32	5,25	21,61	14,24	12,51	—1,73
415	50,89	51,80	18,43	4,29	25,48	12,71	12,33	—0,38
429	51,30	48,50	19,79	6,80	24,91	13,21	13,39	+0,18
406	52,52	44,46	26 79	1,80	26,95	17,78	17,20	—0,58
489	52,66	48,52	27,13	7,28	17,07	17,80	18,15	+0,35
409	58,32	41,39	22,90	12,54	23,17	17,57	17,93	+0,36
435	58,57	28,88	44,40	6,94	19,78	19,40	19,79	+0,39
444	62,34	52,65	12,07	8,23	27,05	17,65	17,15	—0,50
404	64,56	49,41	13,26	7,08	30,25	17,58	18,18	+0,60
437	94,23	42,69	9,61	15,18	32,00	31,11	31,54	+0,43
410	110,61	49,73	4,48	5,56	40,23	35,19	34,84	+0,35

şi (7) — stabilită pentru echilibrul oxizilor feros şi feric, în zgurile sistemului SiO_2-MgO-Oxizi de fier, la 1550°C şi la 1650°C, rămîne în întregime valabilă şi pentru echilibrul acelorași oxizi în sistemul SiO_2-CaO-MgO-Oxizi de fier, la aceleaşi temperaturi. Cu alte cuvinte, adausele de calce, făcute în intervalul celor două temperaturi menţionate, nu exercită nici o influenţă asupra echilibrului celor doi oxizi de fier

care rămîne determinat de efectele conjugate ale silicei şi magneziei, precum şi — bine înţeles — prin ale celorlalţi factori, de ordin fizic.

11. *Planul de echilibru al oxizilor fierului, în zgurile sistemului* SiO_2CaO-FeO-Fe_2O_3. — Autorii au socotit nimerit să pună la contribuţie faptul că magnezia, prezentă în toate zgurile cari fac parte din

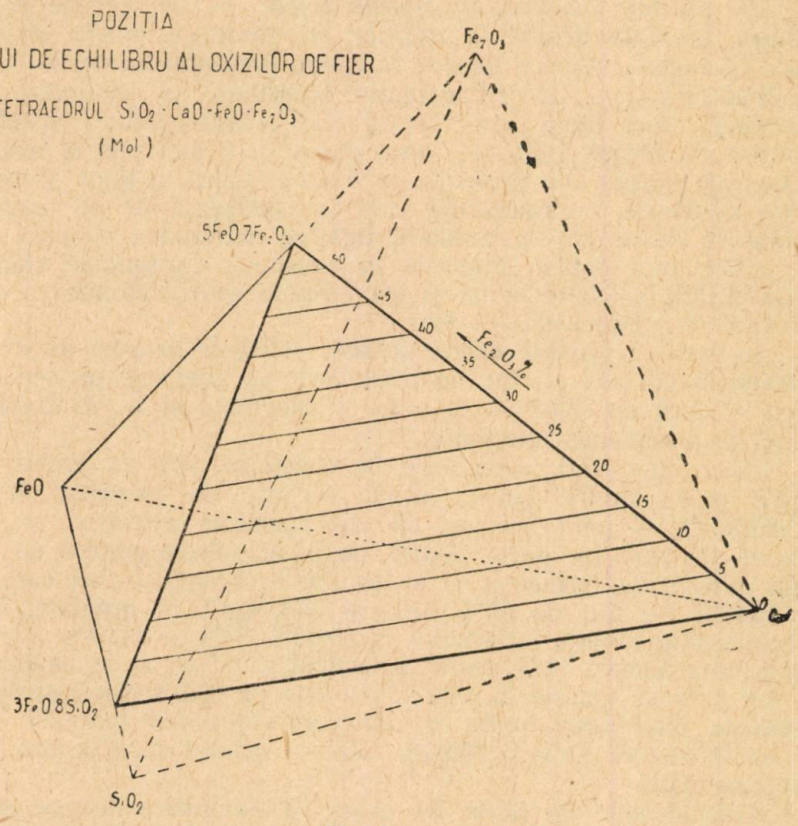


Fig. 3

sistemele de tipul studiat, imobilizează o proporţie bine definită de silice — formînd împreună cu ea entităţi $4MgO.5SiO_2$ — pentru a construi o reprezentare (figura 3) a variaţiei gradului de oxidare al fierului, în zgurile sistemului SiO_2-CaO-Oxizi de fier, în funcţie de compoziţia lor, la temperaturile cuprinse între 1550°C şi 1650°C.

Această diagramă s-a construit cu ajutorul datelor rezultate din recalcularea compoziţiilor zgurilor (în moli) în tabloul 8, după ce s-au lăsat la o parte, atît conţinuturile de magnezie, cît şi proporţiile de silice asociate cu ele în constituţia entităţilor $4MgO.5SiO_2$. Pentru aceasta, au trebuit însă aduse la 100% nişte compoziţii cari, în majoritatea cazurilor, nu totalizau nici măcar 70%. Aceasta a accentuat, în oarecare măsură, discrepanţa dintre cantităţile de Fe_2O_3 determinate prin analiza di-

rectă şi valorile rezultate din recalculări, motiv pentru care cifrele înscrise alături de punctele figurative nu sînt întotdeauna în prea bună concordanţă cu indicaţiile scării figurei 2.

V. CONCLUZII RELATIVE LA STRUCTURA ZGURILOR LICHIDE

12. *Entităţi inactive, în zgurile topite.* — În ceea ce priveşte constituţia, în stare lichidă, a zgurilor ale căror compoziţii ar corespunde exact formulelor chimice folosite în cursul prezentei lucrări — $4MgO.5SiO_2$ şi $3FeO.8SiO_2$ — autorii socotesc interesant să sublinieze faptul că, cu ocazia unei lungi serii de cercetări asupra puterii desulfurante a zgurilor de furnal înalt (4), unul dintre ei a mai pus în evidenţă fenomene cari decurg din prezenţa, în silicaţii topiţi, a unor grupări de particule materiale, cu compoziţii cari par independente de temperatură, şi dotate cu stabilitate remarcabilă faţă de activitatea chimică a sulfului. De altfel, una dintre grupările în chestiune corespunde chiar formulei $4MgO.5SiO_2$, celelalte avînd şi ele formule asemănătoare, ca de exemplu $3CaO.5SiO_2$, $3MnO.10SiO_2$, etc.

În ceea ce priveşte existenţa unor astfel de grupări în silicaţii topiţi, cercetările de faţă nu fac de-altfel decît să confirme un fenomen, întrezărit — încă din 1935 — de către T. Negrescu şi W. J. Crook şi pus la punct prin cercetări ulterioare.

Ceva mai mult, cercetările în chestiune [4] au arătat că compoziţiile unora dintre acele entităţi — ca, de exemplu, $4MgO.5SiO_2$-$3CaO.5SiO_2$ — sînt aceleaşi cu ale anumitor eutectice, ale sistemelor binare din care fac parte. Astfel, de pildă, cifrele admise pentru compoziţia *eutecticului principal* al sistemului SiO_2MgO — cel care se topeşte la 1543°C — sînt de 65% SiO_2 şi 35%MgO, în greutate, în timp ce formula $4MgO.5SiO_2$ corespunde la 65,06% SiO_2 şi 34,94% MgO. Tot aşa, compoziţia admisă [10] pentru eutecticul principal al sistemului SiO_2-CaO — cel care se topeşte la 1436°C — este de 63,0% SiO_2 şi 36,1% CaO diferenţa între aceşte cifre şi cele cari corespund formulei $3CaO.5SiO_2$ — adică 64,10% SiO_2 şi 35,90% CaO — nefiind decît de ordinul erorilor experimentale.

Coincidenţele de acest fel arată că anumite eutectice preexistă, în zgurile lichide, sub forma unor grupări cu configuraţii proprii şi dotate cu o stabilitate remarcabilă, atît faţă de variaţiile — chiar de mare amploare — ale temperaturii, cît şi faţă de acţiunile chimice ale anumitor substanţe (sulf, oxigen, etc.), cu cari pot să vină în contact. Ele nu-şi pierd individualitatea decît în momentul solidificării, cînd dau naştere fazelor stabile la temperatura corespunzătoare.

Cu privire la cele cîteva alte entităţi, de acelaş tip — cum ar fi $3FeO.8SiO_2$ şi $3MnO.10SiO_2$ — pentru cari diagramele de care se dispune în momentul de faţă nu indică nişte eutectice, cari să corespundă compoziţiilor lor, este de observat că aceasta se poate datora, în primul rînd, chiar imperfecţiunii studiului sistemelor respective, în care poate că nu s-a putut ţine seama, în mod just, de intervenţia oxidărilor inevitabile.

Pe de altă parte, trebuie subliniat, cu această ocazie, şi faptul că formulele lor au fost deduse prin extrapolarea relaţiilor constatate în

cazul unor zguri, ale căror compoziţii n-au fost întotdeauna prea învecinate cu ale entităţilor considerate. Este deci cu putinţă ca unele dintre formulele astfel deduse să nu fie riguros exacte; dar aceasta n-ar putea afecta, în niciun chip, concluziile privitoare la faptul că — în structura zgurilor lichide — intervin anumite entităţi, dotate cu o stabilitate remarcabilă faţă de factorii fizico-chimici veniţi din afara lor, şi posedînd atît configuraţii proprii, cît şi compoziţii fixe şi identice cu ale anumitor eutectice.

13. *Natura entităţilor silicioase.* — Stadiul actual al cunoştinţelor asupra constituţiei materiei lichide nu permite deocamdată o discuţie mai aprofundată asupra naturii entităţilor prezente în silicaţii topiţi. Cele cîteva informaţii de ordin structural, de cart se dispune astăzi, indică totuşi că ei sînt alcătuiţi din ioni; iar după unele păreri, aceşti ioni ar fi absolut liberi. Este de observat totuşi că ansamblul cercetărilor întreprinse, în ultimii ani, de Tr. Negrescu, arată că ionii în chestiune sînt adeseori susceptibili de a se lega între ei, anulîndu-şi reciproc reactivităţile chimice.

După accepţiunea actuală a ştiinţei, cu privire la constituţia lichidelor, este vorba aci despre ioni şi nu despre molecule. În această ordine de idei, este de observat însă că — după cum foarte bine arată M. Rey [11] — molecule nu există nu numai în silicaţii topiţi, dar nici în compuşii solizi, adică cristalizaţi, cum ar fi cuarţul, cristobalita, oxidul de calciu şi cel de magneziu, piroxenii, olivinele, etc. „Cînd se scrie, de exemplu, o reacţie a calcei, nu se neagă nicidecum faptul că această calce este un corp solid, care conţine ioni de calciu şi ioni de oxigen. Faptul de a considera calcea, prezentă într-un lichid, drept o unitate care participă la o reacţie" — sau la formarea unei grupări — „nu este criticbil în sine, pentrucă în definitiv nu e vorba decît de un mod de a spune că cei doi ioni — cel de calciu şi cel de oxigen — iau parte împreună la reacţia respectivă".

Faptul că diferiţii anioni şi cationi se pot lega unii cu alţii, în proporţiile cari corespund formulelor mai sus indicate, arată însă că silicaţii topiţi nu sînt nişte *„soluţii ionice perfecte"*, şi că ei nu corespund nici măcar condiţiilor cerute aşa-ziselor *„soluţii regulate"*.

Existenţa unor astfel de grupări, în zgurile topite — şi formulele atribuite celor puse în evidenţă pînă acum — sînt de natură a permite stabilirea unor relaţii simple între activităţi şi concentraţii, explicînd nepotrivirile dintre teorie şi experienţă, atît în vechea teorie moleculară, cît şi în noua teorie ionică, asupra constituţiei topiturilor silicioase, şi procură în acelaşi timp şi o imagine plastică a noţiunii de „activitate termodinamică".

Pe de altă parte, din aceeaşi constatare rezultă şi posibilitatea ca, în calculul — şi în studiul modului de variaţie al — activităţilor termodinamice, ale diferitelor substanţe cari intră în alcătuirea silicaţilor topiţi, să se poată ţine seama de proporţiile, din acele substanţe, cari nu iau parte la reacţii, fiind angajate în formarea unor grupări inactive, de compoziţie — şi cu formulă chimică — constantă. Ceva mai mult, faptul că coeficienţii numerici ai diferitelor formule nu sînt identici arată că activitatea totală a diverşilor cationi, prezenţi într-o topitură silicioasă, nu numai că nu e proporţională cu numărul lor, dar variază chiar şi de la un fel de ioni la altul.

Este de observat de altfel, cu privire la această variație, că — după rezultatele analizate aci — posibilitatea de substituire a diferiților cationi, unii în locul altora, urmează ordinea inversă a mărimilor razelor lor.

Cationul	Mg^{2+}	Fe^{2+}	Mn^{2+}	Ca^{2+}
Raza ionică Å	0.65	0,75	0,80	0,94

Această constatare arată că forțele de legătură, cari asigură stabilitatea grupărilor, sînt de natură electrostatică [12] și aceasta cu toate că proporțiile diferiților cationi, în grupările lor cu silicea, nu urmează exact regulile „atracției de oxigen" a lui Dietzel [13].

13. *Interpretarea constanței compoziției feroso-ferice.* — Dintre toate fenomenele, mai puțin așteptate, puse în evidență în cursul prezentelor cercetări, cea care ar putea să pară cea mai surprinzătoare, la prima vedere, este fără îndoială constanța de compoziție — într-un interval de temperatură de cel puțin 100° — a oricărei cantități de oxizi de fier, în plus peste cea care ar fi suficientă pentru a angaja toată silicea prezentă în formarea de entități inactive, corespunzătoare formulei $3FeO.8SiO_2$.

Este de observat că nimeni nu s-ar putea pronunța în mod deifinitiv — în stadiul actual al cunoștințelor asupra stării lichide a materiei —

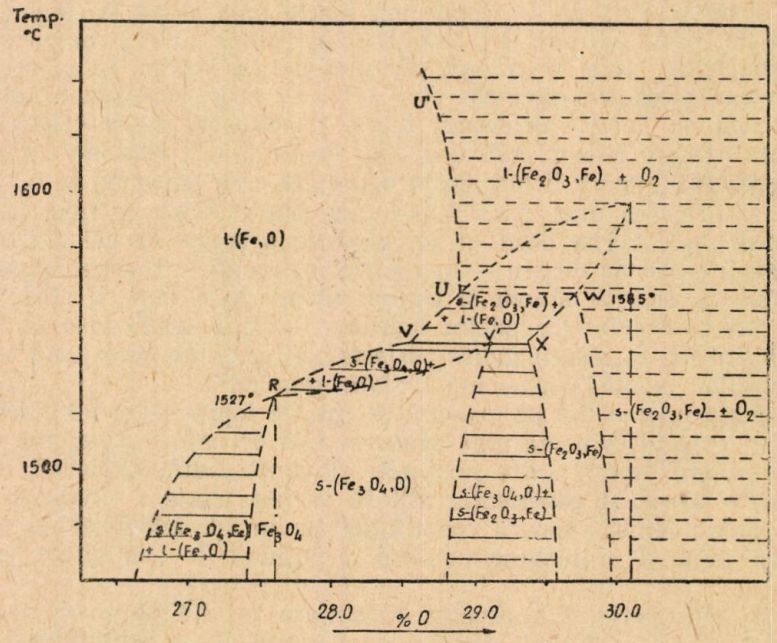


Fig. 4

dacă și aci este efectiv vorba de o grupare de particule materiale, de un tip analog cu cel descris imediat mai sus, sau dacă nu e cazul decît de o soluție, a cărei structură ar fi mai apropiată de cea pe care Chimia fizică o concepe pentru „soluțiile ideale" și a cărei compoziție ar rămîne mai mult sau mai puțin fixă — pentru un motiv, sau altul — într-un anumit interval de temperatura.

Dacă, în tot textul care precede, vorbind despre aceste grupări, s-a folosit tot termenul de „entităţi", aceasta a fost mai degrabă pentru a simplifica limbajul şi pentru a scoate în evidenţă constanţa — cel puţin aparentă — a compoziţiei lor, care corespunde, în ultimă analiză, la 57,78% oxigen şi 42,22% fier în moli, sau la 28,17% oxigen în greutate.

Privită din acest din urmă punct de vedere, problema se reduce la o simplă chestiune de fază, de compoziţie fixă, făcînd parte din sistemul fier-oxigen. Ori, dintre diversele diagrame, atribuie pînă azi acelui sistem, după cunoştinţa noastră, numai cea propusă de C. Benedicks şi H. Löfquist [14] se extinde, în partea dinspre oxigen, dincolo de magnetită. Figura 4 este o reproducere fotografică după însăşi desenul făcut de autori. Pe diagramă, se vede o curbă, *UU'* care se întinde mai sus de 1565°C (punctul *U*) şi care nu trece, nici într-o parte şi nici în cealaltă, dincolo de abscisele cari reprezintă 28,6% (punctele *U'* şi*V*) şi 28,9% (punctul *U*) oxigen, în greutate, ceea ce nu este de loc departe de 28,17%, mai ales că curba este trasată numai aproximativ.

Curba *UU'* este considerată, de către C. Benedicks şi H. Löfquist, ca reprezentînd limita superioară de oxidare a fierului, încălzit în aer liber, la temperaturile indicate şi la presiunea normală, ceea ce concordă în mod satisfăcător cu concluziile studiului de faţă, ca de altfel şi cu condiţiile în cari s-a lucrat.

Concluziile de ordin aplicativ, ale aceluiaşi studiu, vor fi analizate cu ocazia prezentării celei de a doua comunicări, care se ocupă cu relaţiile de echilibru din zgurile de acelaşi tip, topite însă în prezenţa fierului metalic, adică în condiţii mai apropiate de cele din practica industrială.

Laboratorul de Metalurgie
Institutul Politehnic Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. **Tr. Négresco et W. J. Crook,** — Sur les relations d'équilibre des oxydes du fer, dans les scories des fours d'affinage. C. R. de l'Académie des Sciences; 202 (1936), pp. 2154—2157.
2. **Tr. Négresco et W. J. Crook,** — Sur la constitution du système SiO_2—FeO—Fe_2O_3—CaO—(MgO). Bull. Acad. Roumaine; 18 (1936), pp. 69—73.
3. **W. J. Crook,** — Recherches expérimentales sur la constitution minéralogique et sur l'action chimique des scories de l'élaboration de l'acier. Thèse de doctorat, présentée à l'Ecole Polytechnique de Bucarest; Bucarest (1936).
4. **Tr. Negrescu,** — Puterea desulfurantă a zgurilor de furnal înalt. I. — Bul. Ştiinţific Acad. R. P. R. 3 (1951), pp. 385—401; II. — Ibidem, 4 (1952), pp. 271—282; III. — Studii şi Cercetări de Metalurgie, Acad. R. P. R., 1 (1956), pp. 49—64; IV. — Ibidem, 2 (1956), pp. 283 - 296.
5. **Tr. Negrescu şi Maria Bolgiu,** — Relaţiuni de echilibru, în zgurile sistemului SiO_2—MgO—FeO—Fe_2O_3, în stare lichidă, la 1.600°C, în absenţa fierului metalic. Rev. Univ. „C. I. Parhon" şi a Inst. Politehnic din Bucureşti, 2 (1953), pp. 87—102.
6. **Tr. Negrescu,** — Relaţiuni de echilibru în zgurile sistemului SiO_2—CaO—MgO—FeO—Fe_2O_3, în stare lichidă, la 1.650°C, în absenţa fierului metalic. Rev. Univ. „C. I. Parhon" şi a Inst. Politehnic din Bucureşti, 4 (1954), pp. 177—186.

7. **W. Fischer** und **S. Wolff**, — Schwefel in Schlacke und Schlackenwolle. Stuttgart, (1951), pp. 1—2.
8. **B. Osann**, — Lehrbuch der Eisenhüttenkunde. t. I., Leipzig (1923), pag. 724.
9. **J. B. Fergusson** and **H. E. Merwin**, — Amer. Journ. Sci., 48 (1919), pp. 81—123. (Cf. Stone. — J. Amer. Ceram. Soc. — 26, 1943, pag. 334).
10. **J. W. Greig**. — Immiscibility in silicate melts. Amer. Journ, Sci., 13 (1937), pag. 153.
11. **M. Rey**, — Les idées modernes sur la constitution des laitiers fondus et l'activité thermodynamique des constituants des laitiers. „Les cahiers du Cessid", Metz (1954), pag. 20.
12. **Cf. Van Arkel et De Boer**, — La valence et l'électrostatique. Trad. française Paris, (1936).
13. **Dietzel**, — Attractions d'oxygène et leurs relations avec la structure et les points de fusion des silicates. Z. Elektrochemie, 48 (1942), pag. 9. — Glass Techn. Ber. 22 (1948), pag. 43.
14. **Carl Benedicks** and **Helge Löfquist**, — Non-Metallic Inclusions in Iron and Steel, London (1930), pag. 59.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОКИСЛЯЮШЕЙ СПОБНОСТИ ШЛАКОВ

Выражения рановесия в очищающих шлаках. Система: CaO—MgO—FeO—Fe_2O_3, расплавленная в открытых тиглях при температуре 1550° и 1650° С в отсутствии металла железа.

(Краткое еодержание)

Работая в сотрудничестве с В. Ж. Круком, один из присутствующих, авторов установил в ряде исследований, проведенных с 1934 по 1935 и. опубликованных в 1936 г. (1, 2, 3) количественное соотношение:

$$\text{(Моль)} \qquad 2r = 4f - s \quad \text{или} \quad r = 2\left(f - \frac{1}{4}s\right) \qquad (1)$$

между процентными дробями (моль $^0/_0$) окиси железа (f) закиси железа (r) и кремнезема (s) в целом ряде искусственных шлаков, расплавленных при температуре 1600° Ц.

Несмотря на то, что расплавленные вещества в жидком состоянии содержат разные количества окиси кальция (CaO) — это не имело никакого, или по крайней мере заметного влияния на указанное выше количественное соотношение.

Экспериментальная плавка производилась в магниевых тиглях, что дало возможностя просачиванию MgO (окиси магния) в соответствующие шлаки. По общепринятому в данную эпоху мнению авторы предполагали, что магнезия играет ту же идентичную роль, что и известь, поэтому они не обратили внимания на вопрос о количестве магнезии, (m), поглащаемой искусственными шлаками; они просто суммировали ее с долями извести (c) в расчетах, на основе которых была установлена формула (1), так как опычно поступают и сейчас при расчетах в черной металлургии.

Между тем, тот же автор установил в ряде исследований, касающихся обессеривающей способности шлаков доменных печей тот факт, что

окись кремния расплавленных металлургических шлаков соединяется с частью окиси кальция, образуя некоторые соединенин, комрозиция которых соответствует химической формуле 5 CaO. 8 SiO_2 Относительно природы материальных частиц, которые принимают участие в образовании этих групп не существует пока достаточных данных экспериментального характера, но, повидимому, речь идет о ионах Ca^{2+} и SiO_4^{4-}, связанных друг с другом электростатическими силами.

Безразлично от их реальной природы, оказалось, что упомянутые соединения не претерпевают никакого воздействия со стороны серы, которую содержат эти шлаки. Она соединяется только с излишками извести (окисй кальция), которае остается после насыщения всего содержимого количества окиси кремния.

С другой стороны, в том же ряде исследований было установлено что окись магния и шлаков образуют вместе с окисью кремния некоторые соединения такого же рода. Но в данном случае формула этих соединений должна быть представлена выражением: 4 MgO. 5 Sio_2,

а не: 5 MgO. 8 SiO_2, как это было бы в случае, если бы ионы Mg^{2+} и Ca^{2+} играли бы идентичную роль, как это допускается и современной ионной теорией. Даже больше, ион Mg^{2+} способен расщепить ион Ca^{2+} кремнеземно-известковых соединений, образуя взамен 4 MgO 5 SiO_2.

Следовательно такое же толкование можно было бы дать и формуле (1), указывающей на присутствие шлаков, подвергнутых испытаниям в 1935-36 гг., некоторых железо-кремниевых соединений, на которые кислород атмосферы печей не может оказывать никакого воздействия, его роль будучи ограничена окисслением до Fe_2O_3 (закиси железа) только одной части излишка FeO, отающейся свободной после насыщения всего количества кремнезема.

В его начальной форме упомянутое выражение (1) не может быть использовано с этой целью, так как, как уже указывалось выше, ролью магнезии соответствующих шлаков тогда пренебрегали, принимая ее за известь, роль которой в случае присутствия достаточной доли окиси железа в сущности равна нулю.

Для лучшего установления роли магнезии в очистительных шлаках авторы возобновили опыты 1934-1935 гг., но на этот раз работая с искусственными шлаками — просто с магнезией, лишенной извести, расплавленной при температуре 1650° Ц.

Из сопостовления полученных данных вытекает, что для этой температуры точная форма выражения (1), видоизмененная в виду роли магнезии будет:

(Моль) $$160\,r = 224\,f - 84\,s + 105\,m \qquad (3)$$

Другой ряд синтетических шлаков, содержащих известь, изготовленных при темрературе 1550° Ц. и исследуемых той же экспериментальной техникой, показывал, что выражение (III) пригодно и в этих условиях.

Отсюда вытекает, что количественное выражение (III), которое может быть представлено в виде:

(Моль) $$5\,r = 1\left[f - \frac{3}{8}\left(s - \frac{5}{4}\,m\right)\right] \qquad (7)$$

пригодно для всех шлаков системы $SiO_2 — CaO — MgO — FeO — Fe_2O_3$, в усл виях равновесия в пределах температур, по меньшей мере 1550-1650° Ц.

Физико химическая интерпретация этого выражения состоит в следующем: В пределах температур, указанных выше в кремнеземно-известняковых расплавах, содержащих долю извести, большую чем та, которая соответствует выражению 5 CaO. 8 SiO_2, т. е. свыше 36,1% CaO по весу, весь кремнезем занят в образовании группировок материальных частиц, по всей вероятности ионов. содержание которых соответствует этой формуле. Излишек извести остается свободным для обессеривания, т. е. он находится в форме ионов Ca^{2+} или свободных, или занятых в других группировках, которые не могут противостоять внешним химическим воздействиям, как например, воздействию серы.

Если к подобному расплаву прибавлять все большее и большее количество окиси железа, он прогрессивно захватывает кремнезем для образования новых группировок, содержание которых соответствует формуле 3 FeO. 8 SiO_2, оставляя при этом все возрастающие доли извести.

Любой излишек FeO, свыше необходимой доли для захватывания всего количества кремнезема сразу окисляется под действием кислорода печи, образуя новые соединения, состав которых в усл виях равновесия соответствует формуле 5 FeO. $7Fe_2O_3$.

Их природа похожа на ионную как и всех остальных соединений. Постоянство их состава истолковано на основе диаграммы системой FeO (кривая *UU'*) — из диаграммы Бенедикса и Лофки та (II).

Если любому расплаву, о которых шла речь добавить возрастающие дозы магнезии, это вытесонит как известь, так и окись железа из соответствующих соединений, образуя группировки, которые соответствуют формуле 4 MgO. 5 SiO_2. Окись железа, полученная таким образом, окисляется дальше атмосферой печи, переходя в форму соединения 5 FeO, Fe_2O_3, устойчивого в условиях равновесия и при температуре 1550-1650° Ц.

Любое добавление кремнезема к какому-любо шлаку из тех, о которых мы говорили выше, соединяется в первую очередь с присутствующей в них магнезией. Только в случас недостатка последней кремнезем образует соединения с железом, независимо от формы, в которой оно находится, т. е. включая 5 FeO. 7 Fe_2O_3, или даже Fe_2O_3 образуя группировки.

Само собой понятно, что только в случае недостаточного содержания магнезии и железа в шлаке премнезем соединяется с известью образуя соединения типа: 5 CaO. 8 SiO_2.

Другими словами порядок убывающих активностей в образовании кремнеземных соединеий: 4 MgO. 5 SiO_2, 3 FeO. 8 SiO_2 и 5 CaO. 8 SiO_2 является обратным порядку убывающих диаметров катионов Mg^{2+}, Fe^{2+} и Ca^{2+}.

Авторы особенно подчеркивают тот факт, что состав всех этих соединений совпадает с так называемыми главными аутектиками, соответственными бинарным системам. Тот факт, что разные анионы и катионы, имеющиеся в расплавленном шлаке, могут присоединяться друг к другу в соотношениях, соответстующих вышеуказанным формулам, образуя ионные группировкн с собственными конфигурациями и отличающиеся значительной устойчивостью против внешних влияний, как например, сера из

чугуна и кислород атмосферы печей — указывает, что расплавленные силикаты являются совершенными ионными растворами известными сейчас в науке и даже не соответствуют условиям так называемых „правильных растворов".

Существование таких группировок в расплавленных шлаках и формулы, составленные авторами для этих соединений, выявленных до сих пор их работами, способствуют установлению простых количественных зависимостей между активностями и концентрациями, устанавливая среднюю линию между старой молекулярной теорией и новой ионной, касающейся строения жидких силикатов, и давая одновременно материальный смысл понятию „термодинамическая активность".

EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS ON THE OXIDIZING POWER OF STEELMAKING SLAGS

I. Equilibrium Relationships in Liquid $SiO_2 - CaO - MgO - FeO - Fe_2O_3$ Slags, Melted in Open Crucibles, at 1550° and 1650°C, in the Absence of Metalic Iron

(Summary)

From experimental data obtained in the course of investigations carried out in 1934 to 1935 — an published in 1936 [1] [2] [3] — one of the present authors derived, together with W. J. Crook, the quantitative relation:

$$\text{(Moles)} \qquad 2r = 4f - s \quad \text{or} \quad r = 2\left(f - \frac{1}{4}s\right) \qquad (1)$$

between the percentile fractions (mol %) of the ferric oxide (r), ferrous oxide (f) and silica (s) of a series or synthetic melts at 1600°C. The fact that all the samples under investigation contained varying amounts of lime (c) had no apparent bearing on relation (1).

The experiments having been carried out in magnesia crucibles, all the samples had been contaminated by MgO infiltration. The authors had however, neglected the role of magnesia (m), which, according to the then prelevant oppinion, was assumed to be identical to that of lime, and had simply added the magnesia to the lime (mol %) in their computations for formula (1), a procedure still current in calculations of blast-furnace burden.

In the course of subsequent investigations on the desulphurizing power of blast-furnace slags, the same author established the fact that the silica in basic metallurgical slags unites with part of the lime to form entities — or groupings — whose composition is given by formula $3CaO.5SiO_2$. As regards the nature both of the material particles in the groupings and of the binding forces which hold them together, no sufficient experimental data is yet available. To all appearences, however, the particles involved are Ca^{2+} and SiO_4^{4-} ions, bound together by electrostatic forces. Whatever their actual nature, the entities in question

are not affected by the presence of sulphur in the slags, since the latter unites only with the lime in excess of that necessary to bind all the silica present.

On the other hand, the same experiments further revealed that the magnesia itself was liable to form with the silica entities of the same type as the lime. Their formula proved, however, to be $4MgO.5SiO$, instead of the $3MgO.5SiO_2$, expected had the behaviourof the Mg^{2+} and Ca^{2+} been identical, as assumed by present-day ionic theory. Furthermore the Mg^{2+} ions were found able to displace the Ca^{2+} ions from the silica-lime entities and form $4MgO.5SiO$, groupings instead.

It appearerd, therefore, that relation (1) was liable of a similar interpretation, which suggested, in the synthetic slags of 1934—35, the probable presence of silico-ferrous entities. The latter seemed unaffected by the oxygen in the furnace atmosphere, which could oxidize to Fe_2O_3 only part of the FeO, in excess of that necessary to bind the silica.

In its initial form, relation (1) could not be used in the computation for the new entities since it failed to account for the behaviour of magnesia, assumed to be identical to that of the lime. As previously pointed out, the role of the latter was nil in the presence of a sufficient amount of ferrous oxide.

In order to determine with the greatest possihle accuracy the behaviour of magnesia in steel slags, the present authors resumed the experiments of 1934—35, this time using pure magnesian slags — i. e. wholly lime-free synthetic slags — melted at 1650°C.

After corroboration of the data obtained, the exact form of relation (1), for the above-mentioned temperature and corrected to account for the behaviour of magnesia, was found to be:

$$\text{(Moles)} \qquad 160\, r = 224\, f - 84\, s + 105\, m \qquad (3)$$

A further series of synthetic slags — prepared at 1,550°C and subjected to the same experimental technique as before, but with the addition of varying amounts of lime — demonstrated that relation (3) was equally valid under the new conditions.

It therefore follows that quantitative relation (3), which may also be expressed:

$$\text{(Moles)} \qquad 5\, r = 7\left[f - \frac{3}{8}\left(s - \frac{5}{4} m\right)\right] \qquad (7)$$

holds equally well for all slags of the system SiO_2-CaO-Fe_2O_3 under equilibrum conditions and at temperatures ranging from at least 1,550° to 1,650°C.

The physico-chemical interpretation given to this formula by the authors is the following: within the above-mentioned range of temperatures, the silica-lime melts which contain lime in exces of the amount corresponding to formula $3CaO.5SiO_2$ — i.e. over 35,9% CaO by weight — have all the silica bound into groupings of material particles — most probably ions — whose composition is given by the above formula.

Any amount of lime in exces of 35,9% remains available ofr desulphurization, i. e. as Ca^{2+} ions, either free, or bound into groupings which cannot resist an outside action, such as that of sulphur for example.

When to a melt of the type described ferrous oxide is progressively added, the latter gradually displaces the lime in the existing entities to form, with the corresponding silica, another series of groupings, whose composition is given by formula $3FeO.8SiO_2$. The freed lime is then available for desulphurization.

Any amount of FeO, added in exces of the quantity required to bind all the silica, is immediately oxidized by the oxygen in the furnace atmosphere, thus forming new groupings, whose composition is given, under equilibrium conditions, by formula $5FeO.7Fe_2O_3$.

The nature of the latter is presumably ionic as in the case of other groupings. The interpretation given by the authors to the constancy of composition of the new entities is based on the equilibrium diagram — curve U'U — proposed by C. Benedicks and H. Löfquist [11] for system Fe-O.

Similarly, when magnesia is added progressively to any of the abovementioned melts, it displaces both the lime and the ferrous oxide in the corresponding siliceous entities to form new silico-magnesian groupings, whose composition is given by formula $4MgO.5SiO_2$. The resulting ferrous oxide is further oxidized to $5FeO.7Fe_2O_3$, this formula representing the only possible state of the iron oxyde in equilibrium with the oxidizing atmosphere of steelmaking furnaces, at all temperatures ranging from 1550^0 to 1650^0C.

Conversely, when silica is progressivaly added to any of the abovementioned slags, it first unites with the magnesia to form $4MgO.5Si0_2$ entities. Only in the absence of a sufficient quantity of magnesia will the silica form entities of the $3FeO.8SiO_2$type, by taking the necessary FeO from the iron oxides present, irrespective of their form, whether FeO, or even $5FeO.7Fe_2O_3$ or Fe_2O_3. It is therefore obvious that silica will associate with lime to form $3CaO.5SiO_2$ only when the amounts of magnesia and ferrous oxide in the slag are not sufficient.

Otherwise stated, the order of diminishing activities in the formation of siliceous entities — $4MgO.5SiO_2$, $3FeO.8SiO_2$ and $3CaO.5SiO_2$ — is the same as that of the increasing diameters of cations Mg^{2+}, Ce^{2+} and Ca^{2+}.

The authors wish particularly to point out the fact that the compositions of all the entities hitherto encountered tally — at least apparently — — with one of the eutectics — called by them „principal eutectic" — of of the corresponding binary systems.

The fact that the various anions and cations present in a liquid slag can unite with one another in proportions corresponding to the above

formulas — thus forming ionic groupings endowed with specific configurations as well as with remarkable stability in respect to certain external actions, such as those of the sulphur in cast iron, or of the oxygen in the furnace atmosphere — denotes that molten silicates are not *perfect ionic solutions* of the type conceived in modern science, nor do they correspond to the conditions required of the so-called *regular solutions*.

The presence of such groupings in molten slags, as well as the formulas ascribed to them by the authors, have led the latter to establish simple quantitative relationships between activities and concentrations. This may explain the discrepancies between theoretical and experimental data existing both in the old molecular and the new ionic theory on the constitution of liquid silicates, providing at the same time a model for the notion of „thermodynamic activity".

Metallurgical Laboratory
Bucarest Polytechnic School

Samoilă Gh.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

669.14

CONSTITUENŢI MINERALIZAŢI ÎN CĂRBUNI *)

de BENEDICT IONESCU-SISEŞTI

Masa cărbunelui este formată din elemente structurale organice şi minerale, de mărimi extrem de variate.

Elementele structurale formează entităţi structurale care sînt constituenţii microlitotipici.

Noţiunea de constituent microlitotipic nu este legată strict de dimensiunile elementelor structurale şi nici de legi fizico-chimice de formare.

Cu toate acestea, noţiunta este un instrument util în studiile pentru lămurirea extrem de complexei probleme a structurii cărbunilor.

În literatură au rămas pînă acum aproape neobservate schimbările structurale pe care le pot imprima substanţele minerale constituţiei petrografice a cărbunilor pînă la a determina constituenţi noi.

De aceea bănuim că comunicării noastre i s-ar putea aduce o obiecţiune de principiu: că microscopul obişnuit nu poate decela cenuşa cu un grad de dispersie de ordinul celei ce poate produce transformarea structurală a constituenţilor.

Obiecţiunea pare într-adevăr, la prima privire, justă. De fapt însă lucrurile nu stau aşa.

Este drept că puterea de separare a obiectivelor, — chiar a obiectivelor cu imersiune, — este relativ mică şi deci şi mărirea utilă a microscopului este mică.

Astfel, notînd cu δ_{0b} distanţa maximă dintre două particule, pe care o poate separa obiectivul, deci cu $\frac{1}{\lambda_{0b}}$ puterea lui de separare şi cu δ_0 disdanţa cea mai mare dintre două detalii pe care o poate separa ochiul, mărirea utilă a mircoscopului, M_u, este:

$$M_u = \frac{\delta_0}{\delta_{0b}}$$

Cum $\delta_0 = 0{,}11 - 0{,}20$ mm, $\lambda_{0b} = \frac{\lambda}{2A}$, în care λ este lungimea de undă medie a radiaţiei luminoase, iar A este deschiderea numerică a obiectivului $= n \sin \alpha$, ajungem pentru lumina naturală la o valoare a mărimii utile exprimată satisfăcător de exact prin formula:

$$M_u = 400\ A$$

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti şi Institutul de Construcţii Bucureşti din 20—22 iunie 1956.

Trebuie însă să observăm că dacă ne mulțumim cu imagini mai puțin clare, putem merge pînă la

$$M_u = 1000\ A$$

iar cu obiective cu imersiune chiar pînă la

$$M_u = 2000\ A$$

Dar ceea ce este mai important este că pentru a stabili că anumite schimbări structurale se datoresc substanțelor minerale *nu este nevoie* să se separe particulele respective, ci numai *să se deceleze* existența substanței minerale.

Pentru aceasta însă microscopul dispune și de alte mijloace.

Literatura n-a semnalat pînă acum spre exemplu că în imersiune substanțele minerale apar întunecoase sau în culori diferite, în funcție de diverși factori, dintre care cei dintîi sînt unghiul sub care se reflectă lumina, capacitatea lor de reflexie, indicele de refracție, — cu alte cuvinte însăși gradul de dispersie al substanțelor minerale și natura lor mineralogică.

Dar miscroscopul dișpune și de alte mijloace.

In lumină polarizată spre exemplu, substanțele minerale, care în cea mai mare parte sînt cristalizate, dau extincțiuni diferite la distanțe unghiulare variabile cu gradul de dispersie.

La aceste mijloace relativ curente se poate adăuga diferența de culoare în luminescență, etc.

Astfel, cînd vitritul sau ceilalți constituenți sînt impurificați cu substanțe minerale, se poate vedea neîndoios la miscroscop.

Mai presus de toate contează însă ochiul cercetătorului. Un ochi obișnuit apreciază chiar în lumină reflectată obișnuită existența substanțelor minerale și în oarecare măsură chiar gradul lor de dispersie.

Cît de înalt poate fi gradul de dispersie al substanțelor minerale?

Din literatură se observă că petrografia se împacă greu cu imaginea unei dispersii foarte înalte a substanțelor minerale.

Nu vedem însă nici un motiv să nu admitem că gradul de dispersie al substanțelor minerale poate fi oricît de mare, putînd merge pînă la aspect aparent coloidal sau chiar molecular.

Este rolul chimiștilor să arate spre exemplu dacă carbonul rezultat din reacțiile chimice ale procesului de încărbunare nu s-a depus sub formă de particule fine de ordinul dimensional al moleculelor, cum ar fi spre exemplu carbonul rezultat din descompunerea oxidului de carbon sub acțiunea catalitică a oxidului de fer cu grad înalt de dsipersie.

Petrografia nu dispune încă de mijloace de cercetare destul de comode pentru a elucida complet problema gradului de dispersie. De aceea în acest domeniu ne mulțumim cu indicațiile pe care ni le poate da microscopul obișnuit prin mijloacele de care am vorbit.

De altfel aceste mijloace sînt absolut suficiente pentru a ne confirma că unele aspecte structurale se datoresc substanțelor minerale — și pe noi numai acest lucru ne interesează.

Aceste aspecte structurale sînt așa de diferite de ale constituenților clasici, încît de cele mai multe ori ele trebuiesc considerate constituenți noi.

Fig. 1 reprezintă un vitrit în ale cărui fisuri de retragere s-a depus calcită. Structura, după cum se vede, nu reprezintă un constituent nou.

Prezența calcitei este poate în legătură cu CO și CO_2 rezultați din carboxilii produși prin transformarea acizilor humici.

Figura 2 reprezintă un amestec mai intim de substanță organică și substanța minerală. Acest amestec este un constituent microlitolipic nou. Se observă tendința substanței cărbunoase de a lua aspect de rețea. Aceasta este un indiciu că structura ei ultrafină este coloidală.

Uneori substanța minerală care umple ochiurile rețelei este cristalizată — și grăunții minerali sînt așa de bine formați, încît prezintă la miscroscop relief clar.

In fig. 3 substanța minerală are tendința să se amestece intim cu substanța cărbunoasă.

Se pare că constituentul provine din întîlnirea a două substanțe colinitice — aproape două faze — care au înglobat puțină substanță minerală prin dizolvare sau sub formă dispersă — și care între ele reușesc greu să se amestece.

Aspectul structural poate varia, el semănînd însă totdeauna cu o blană cu desene și „ape" de diferite forme.

Studiul mai detailat al structurii ar putea duce la lămurirea unora din fenomenele fizico-chimice care fac parte din complexul proces de încărbunare.

Insfîrșit în fig. 4, substanța minerală reușește pe alocuri să se amestece cu substanța cărbunoasă, dar nu în tot cîmpul vizual al microscopului. De remarcat la această structură gradul înalt de dispersie cu oricare din sistemele optice de care dispune miscroscopul.

De remarcat în fig. 3 și 4 că substanța minerală și substanța cărbunoasă se comportă ca niște faze ale unui sistem fizico-chimic și că substanța minerală este capabilă să modifice condițiile de echilibru dintre fazele organice. De aci sugestia că rolul substanței minerale în formarea structurii cărbunilor este mult mai mare decît se presupune.

Constituentul microlitotipic format din vitrinit și substanță sterilă (fig. 2-4) ar putea fi numit *sterilovitrit.*

Constituentul pe care îl semnalăm se găsește în proporție deosebit de mare în cărbunii noștri superiori — huilele din Valea Jiului, Anina, Cozla, Baia Nouă — și joacă un rol important în structura lor.

Figura 5 reprezintă un aspect extrem de interesant din alt punct de vedere. Substanța minerală constă din pirită, cîte o bobiță în fiecare celulă.

Imaginea microscopică arată clar că pirita a luat naștere în țesutul însăși, foarte probabil din plasma celulei. Este de resortul Chimiei să explice procesul chimic care s-a produs. Noi remarcăm numai că această imagine dovedește complexitatea procesului de încărbunare. Ea este deasemenea un indiciu că rolul materialului primar, în speță natura țesutului, este mult mai imprtant decît admite azi literatura.

Am arătat că substanțele minerale pot modifica structura unor constituenți petrografici ai cărbunelui pînă la a le da aspect de constituenți noi.

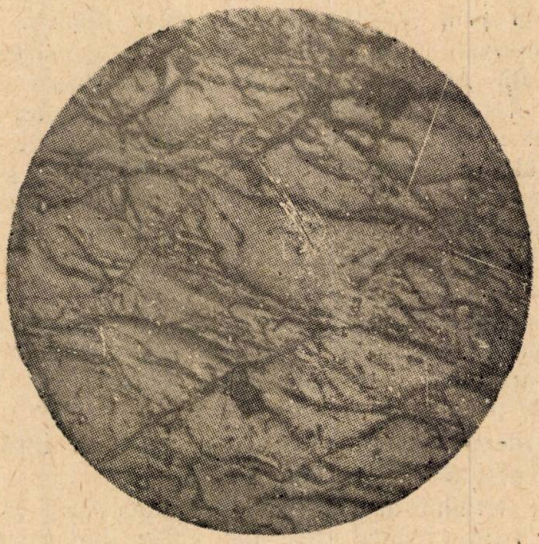


Fig. 1 — Vitrit cu fisuri umplute cu calcită ;
x 120 Cărbune Lupeni

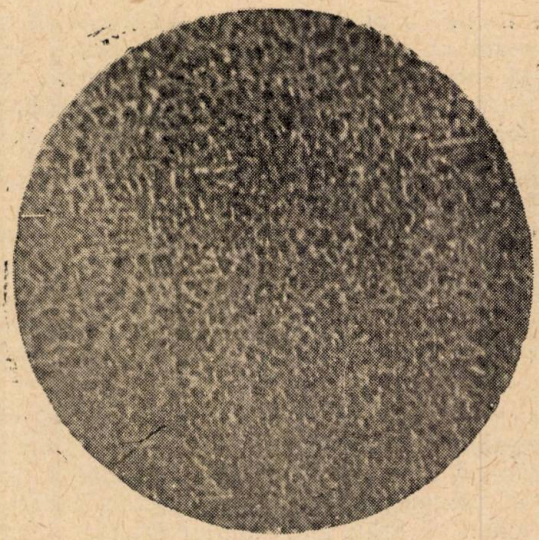


Fig. 2 — Sterilovitrit cu structură în rețea ;
x 120 Cărbune Anina, Baia Nouă

Fig. 3 — Sterilovitrit din două substanțe colinitice; x 120 Cărbune Cozla

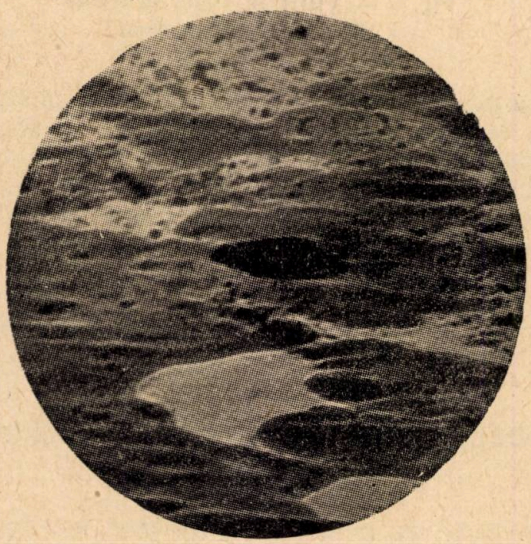


Fig. 4 — Sterilovitrit cu substanțe minerale parțial amestecate; x 120 Cărbune Lupeni, Cozla, Baia Nouă

Aceasta dovedeşte că există şi factori nesemnalaţi de literatură care au rol în formarea structurii cărbunilor, şi unul din aceşti factori este mineralizarea.

Putem chiar să ne exprimăm părerea că substanţele minerale au rol mult mai mare decît am putut arăta — în procesul de formare al cărbunilor.

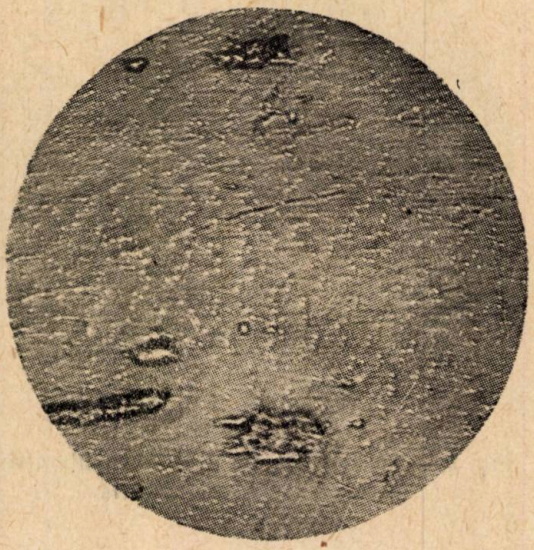


Fig. 5 — Vitrit cu pirită în celule ; x 120 Cărbune Baia Nouă

Pe plan practic, este neîndoios că substanţa minerală — sau, cum spun tehnologii, cenuşa — precum şi gradul ei de dispersie, au rol important în diversele procese tehnologice şi anume nu numai în procesul de cocsificare, ci şi în alte procese, spre exemplu în arderea în focare şi anume la înfundarea grătarelor, la formarea cenuşei sburătoare, în procesul radiaţiei particulelor incandescente, coroziunii agregatelor, etc.

Catedra de Metalurgie
Institutul Politehnic Bucureşti

МИНЕРАЛЬНЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ В КАМЕННЫХ УГЛЯХ

(краткое содержание)

В начале работы автор даёт определение понятия о микролитотипичной составляющей и подчеркивает значение этого понятия.

Далее, он отмечает, что в специальной литературе остались почти незамеченными структурные изменения — вплоть до образования новых составляющих — которые могут происходить под действием минеральных веществ.

Автор указывяет, что несмотря на небольшую его разделительную способность, — с помощью микроскопа все же вполне возможно установить решающую роль минеральных веществ в образовании новых петрографических составляющих. Он перечисляет пять видов составляющих образовившихся в результате минерализации витринита.

С этими составляющими связаны важные вопросы петрографии и правильная интерпретация их характеристики может способствовать разрешению этих вопросов, кроме того в связи с этими составляющими встают вопросы о технологических свойствах каменного угля.

CONSTITUANTS MINÉRALISÉS DANS LES CHARBONS

(Résumé)

En premier lieu, l'auteur définit la notion de constituent pétrographique et accentue son utilité.

Il montre ensuite que dans la littérature ont échappé presque non observés les changements structuraux que les substances minerales peuvent produire dans la masse des charbons jusqu-à détérminer de nouveaux constituents.

L'auteur explique que malgré son petit pouvoir séparateur, le microscope offre la possibilité de prouver que ces constituents sont dus aux substances minérales.

Il relève cinq constituents de cette catégorie, formés par la minéralisation du vitrinite.

L'existence de ces constituents met d'importants problèmes de pétrographie et la juste intérprétation de leur aspect contribue même à la salution de ces problèmes.

Les constituents signalés revèlent des problèmes concernant les propriétés téchnologiques des charbons.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

669.14

CÎTEVA STRUCTURI CARACTERISTICE ÎN CĂRBUNI *)

de BENEDICT IONESCU-SISEȘTI

Dăm în această lucrare numele de „structură" unei entități petrografice formate din elemente structurale sau din categorii macerale distincte, indiferent dacă formează sau nu constituenți microlitotipici.

In imaginea microscopică nu apare totdeauna destul de clar dacă în formarea unei structuri au intervenit legi analoage legilor fizico-chimice. In orice caz însă, una din aceste legi, concomitența depunerii elementelor structurale sau macerale, apare evidentă.

Astfel definită, noțiunea de structură poate, alături de noțiunea concentrică dar mai puțin largă de constituent microlitotipic — să joace un rol important în deslegarea problemelor de bază ale Petrografiei cărbunilor.

Sperăm astfel că fiecare din structurile pe care le vom descrie va releva o problemă relativă la formarea cărbunilor și chiar că mai toate aceste probleme sînt probleme fundamentale de Carbopetrografie.

1. *Structura aglomeratică* **) — Am numit astfel structura care conține sau constă exclusiv dintr-un ansamblu de elemente structurale.

Elementele structurale pot fi legate între ele direct sau pot fi înglobate într-o masă semisterilă sau humică.

După natura elementelor structurale și după felul legăturii dintre ele, credem că structurile aglomerate se pot împărți în patru categorii pe care le putem numi: vitrinitică, clarito-vitrinitică, clarito-duritică, și aglomeratică din inertinit.

Srtuctura aglomeratcă vitrinitică. Punem în această categorie structurile în care elementele structurale sînt de natură vitrinitică.

Cea mai interesantă structură aglomeratică vitrinitică este cea în care elementele sînt legate între ele direct, fără liant.

De remarcat că după teoria lui Duparque, care n-a fost încă părăsită de toți petrografii, toată masa cărbunilor este formată din elemente structurale înglobate într-o masă de bază de natură coloidală, cu alte cuvinte, că elementele structurale nu pot fi legate niciodată direct.

Noi observăm însă din contra, că în imensa majoritate a cazurilor, elementele structurale constînd din fragmente de țesut de natură vitrinitică sînt sudate direct, la limita dintre ele putîndu-se produce, bineînțeles, o interpătrundere a țesuturilor, o „filiație". (Fig. 1).

---

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

**) Sinonim dar nu identic: atritică.

Un lucru demn de remarcat este faptul că cu cît caracterul aglomeratic al unei mase vitritice fără liant apare mai clar şi cu cît elementele structurale sînt pe o treaptă de încărbunare*) mai inferioară, cu atît cărbunele însăşi este mai inferior şi invers. Structura aglomeratică vi-

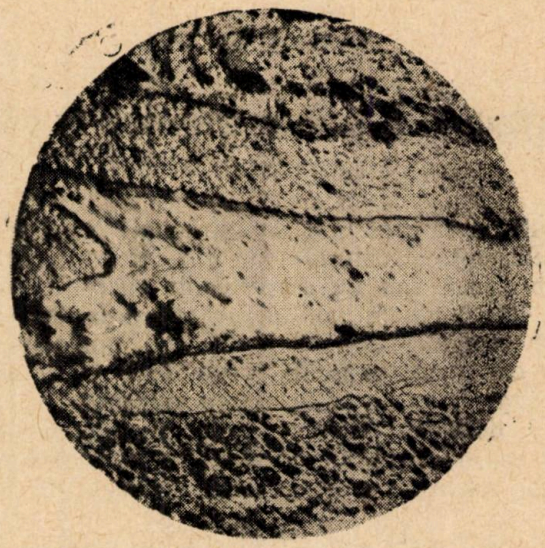


Fig. 1 — Structură aglomeratică vitrinitică ; x 25

trinitică fără liant poate servi deci la caracterizarea diferitelor categorii de cărbuni. La această caracterizare trebuie luată însă în considerație, fără îndoială, şi frecvența structurii aglomeratice sau, altfel zis, cantitate de cărbune cu structură aglomeratică.

Structură aglomeratică clarito-vitrinitică. Am numit astfel structura aglomeratică din elemente vitrinitice înglobate într-o masă humică. Din punct de vedere al naturii elementelor figurate, ea se aseamănă cu structura aglomeratică vitrinitică, iar din punct de vedere al masei de bază cu structura clarito-duritică de care e vorba mai jos.

Structura clarito-vitrinitică n-a fost semnalată în nici o formă în literatură şi n-a fost nici luată în considerație de comisia internațională de nomenclatură.

De altfel structura prezintă o gamă întreagă de aspecte, după mărimea elementelor structurale şi după gradul lor de omogenitate vitrinitică.

Figura 2 dă un spect mediu din ambele aceste puncte de vedere. Structura este destul de frecventă în cărbunii noştrii din Valea Jiului.

Structura aglomeratică clarito-duritică. Claritul şi duritul, aşa cum îi definesc fişele recente ale comisiei internaționale de nomenclatură, nu

*) Comisia internațională de nomenclatură a introdus în limba franceză termenul „Carbonificare". Pentru limba romînă, noi menținem deocamdată :

carbonificare — încărbunare / carbonizare

se deosebesc decît prin natura elementelor figurate care predomină: exinitul sau resinitul în clarit, inertinitul în durit.

Urmează de aici că cei doi constituenți sînt termenii limită ai unei serii de constituenți care nu se diferențiază decît prin gradul de separare a elementelor figurate, în turbărie.

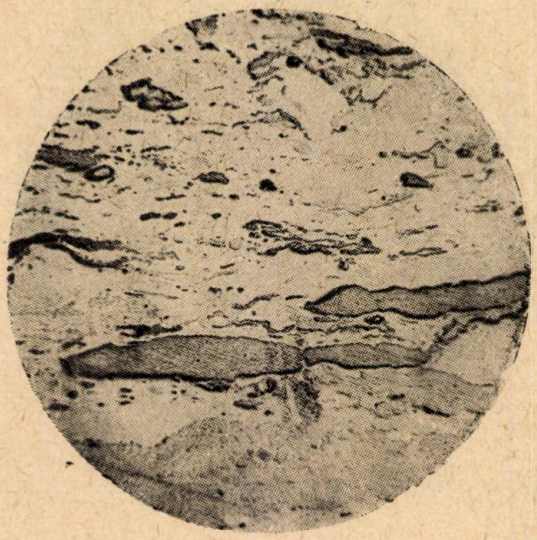


Fig. 2
Structură aglomeratică c arito-vitrinitică ; x 100

Dacă deci admitem că gradul de separare și cantitatea totală de inertinit cresc cu vîrsta chimică a cărbunelui, deducem că constituentul aglomeratic se apropie de durit cu atît mai mult cu cît vîrsta chimică a cărbunelui este mai înaintată.

Aceasta înseamnă că aspectul constituentului clarito-duritic poate constitui un criteriu de clasificare petrografică a cărbunilor și invers, că anumite forme ale constituentului **nu sînt de căutat în unii cărbuni**. Astfe în cei mai mulți cărbuni din Valea Jiului, duritul nu poate exista și deci zadarnic se caută să i se atribuie lui capacitatea mică de cocsificare a acestor cărbuni.

Structura aglomeratică inertinitică. In această categorie este vorba de structurile relativ rare, în care particulele inertinitice se unesc fără un liant vitrinitic observabil la microscop.

Figura 3 arată o structură din particule inertinitice de diferite mărimi. Liantul fiind aproape inexistent, cărbunele este foarte sfărămicios.

Remarcăm că particulele sînt asemănătoare, dar totuși diferite sensibil de ceea ce literatura și fișele internaționale numesc micrinit.

Am numit altădată acest cărbune carbonit *). Numele ne pare absolut în acord cu principiile stabilite de Comisia de nomenclatură, în ce privește terminația. Pe de altă parte el este de acord și cu aspectul struc-

*) In literatura americană s-a numit carbonit cocsul natural.

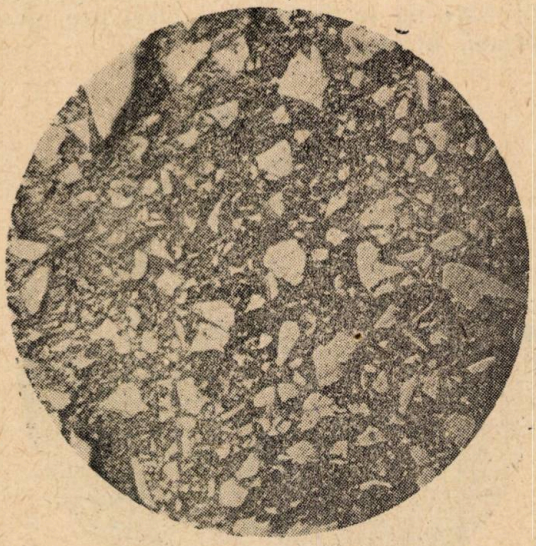


Fig. 3 — Struetură aglomeratică inertinitică ; x 125

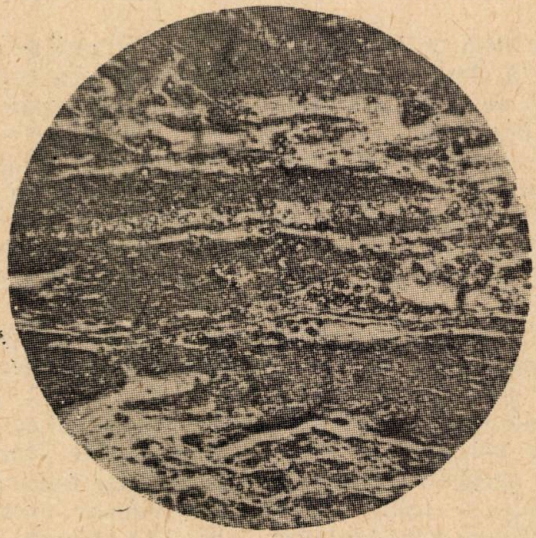


Fig. 4 — Structură ornamentală ; x 125

turii, care indică un proces de carbonizare, în general datorit contactului cu o rocă eruptivă.

2. — *Structura ornamentală.* Am arătat în studiile noastre precedente că țesuturile se încărbunează selectiv, formînd în același element atritic chiar, categorii de vitrinit cu nuanțe și grade de încărbunare diferite, deci constituenți vitritici diferiți.

Prin contrastul aspectului lor, cei doi constituenți formează o structură pe care am numit-o structură ornamentală.

Structura ornamentală obișnuită. Figura 4 arată o structură ornamentală din vitrinit inferior cu încărbunare slabă și vitrinit cu încărbunare pe care am numit-o coloidală.

Vitrinitul inferior poate prezenta la rîndul lui diferite nuanțe, pînă cînd diferența dintre el și cel superior se anulează.

Urmează că proporția dintre cele două varietăți de vitrit din structura ornamentală, calitatea vitritului inferior, precum și însăși frecvența structurii ornamentale într-un cărbune, pot servi ca criterii de apreciere a calității cărbunelui, deci de caracterizare structurală a diferitelor categorii de cărbuni. Astfel spre exemplu un cărbune care în cea mai mare parte a masei lui prezintă structura de mai sus este un cărbune la limită dintre cărbunele brun și huilă, el apropiindu-se de huilă cu atît mai mult, cu cît factorii enunțați sînt mai accentuați.

Este cazul să menționăm aici că de cele mai multe ori, capacitatea slabă de cocsificare a cărbunelui, atribuită în mod curent proporției de fuzit sau de durit, depinde tot de constituenții care formează structura ornamentală. Capacitatea de cocsificare a cărbunelui din Valea Jiului spre exemplu depinde nu de durit sau de fuzit, cum se crede, ci de natura constituenților vitritici.

Structura ornamentală din vitrinit și vitrinit fuzitizat. În studiile noastre anterioare am considerat că vitrinitul cu încărbunare coloidală se formează relativ repede și că la limită el ia un aspect care din punct de vedere al capacității de a reflecta lumina, din punct de vedere al comportării la cocsificare și al compoziției chimice se aseamănă cu fuzinitul. Acest constituient noi l-am numit vitrinit fuzitizat *).

Ca și fuzinitul, vitrinitul fuzitizat se recunoaște bine numai în imersiune (fig. 5).

Cînd vitrinitul fuzitizat se comportă ca constituent al unei mase vitritice și dă contraste cu această masă, se obține imaginea unei structuri ornamentale.

Legătura dintre constituentul vitrinitic fuzitizat și cel nefuzitizat este de cele mai multe ori așa de organică încît ea constituie o dovadă suficientă că ei s-au născut în același timp.

Lipsa unor dispozitive optice adecuate ne împiedică să prezentăm o micrografie mai convingătoare ca cea din fig. 5.

3.— *Structura celo-colinitică.* Una din problemele care trebuie să preocupe petrografii este studiul comparativ al capacității de a trece în stare colinitică a pereților celulelor și al conținutului lor. Un astfel de studiu ar contribui mult la lămurirea problemei formării fuzitului și vitritului.

*) Socotim deci că noțiunea nu este identică cu cea de micrinit.

Fig. 5 — Structură ornamentală din vitrinit și vitrinit fuzitizai ; x 500

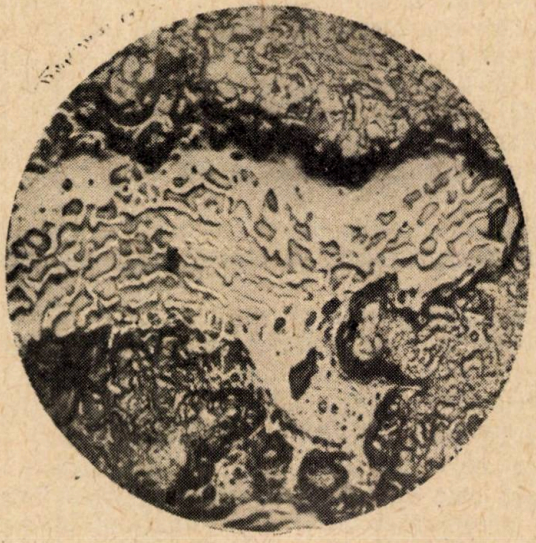


Fig. 6 — Structura colofuzinit-vitrinit fuzitizat ; x 100

Structura celo-colinitică din constituenți colinitici cu aspect celular, poate prezenta aspecte diverse. Am găsit pînă acum două din aceste aspecte.

Structura din colofuzinit-vitrinit fuzitizat. Am susținut părerea că colofuzinitul și vitrinitul fuzitizat nu diferă deloc din punct de vedere al substanței constitutive.

Se pot prezenta pentru dovedirea acestei teze micrografii cu treceri continue de la un constituent la altul.

Micrografia din fig. 6 arată că cele două aspecte considerate de literatură ca constituenți diferiți se pot găsi chiar în același fragment de țesut.

Concluzia care se impune este că procesul de fuzitizare și procesul de gelificare, deci cel de formare a fuzitului și cel de formare a vitritului nu diferă, cum consideră literatura.

Colofuzitul din micrografia noastră are celulele pline cu o substanță colinitică diferită de cea a pereților celulelor. Micrografia nu lămurește dacă această substanță provine din conținutul celulelor însuși sau a fost adusă. Problema este importantă fiindcă se leagă cu problema inundării țesuturilor, cu cea — nerezolvată încă — a așa zisei substanțe opace, etc.

Structura globulară. Varianta din fig. 7 a structurii celo-colinitice, variantă pe care o numim aici globulară, rezolvă problema de mai sus. Micrografia arată că substanța care umple celulele provine din celulele însile.

Spre deosebire însă de fig. 6, substanța din celule a fost afectată de un proces de încărbunare similar cu cel pe care în formarea colofuzitului l-au suferit pereții celulari.

Se naște astfel întrebarea dacă așa numita substanță opacă, a cărei origine constituie și azi o problemă nerezolvată, nu este de aceiași natură cu vitrinitul fuzitizat și colofuzinitul și dacă corpurile de substanță opacă rotunde, — mult discutate — nu provin din conținutul unor celule.

Trebuie de asemenea lămurită legătura acestor corpuscule cu alte aspecte ale micrinitului.

Însfîrșit este demn de menționat că studii importante de Petrografie prezintă micrografii asemănătoare cu a noastră, considerîndu-le drept coprolite. Credem că cel puțin în cazul nostru această interpretare a structurii este categoric de înlăturat.

4.— *Structura coloclaritică.* În huilele din Valea Jiului se găsește o mare cantitate de constituent microlitotipic identic cu regiunea cu benzișoare sinuoase din fig. 8 și o cantitate tot atît de mare de constituent identic cu regiunea cu bobițe din aceiași figură.

Mai întîi ce sînt acești constituenți? Examenul microscopic cu orice sistem optic arată că substanța din benzișoare și cea din bobiță este aceiași. Lucrul acesta este confirmat de altfel convingător de micrografia pe care o prezentăm, din care se vede într-un anumit punct, că bobițele se rup din benzișoare. Prin urmare fie că structura prezintă numai benzișoare, fie că prezintă numai bobițe, ea reprezintă unul și același constituent microlitotipic.

Dar pentru a stabili dacă constituentul este un clarit așa cum definește fișa internațională P 22—02 acest constituent, trebuie ca elementele figurate să fie de natură exinitică.

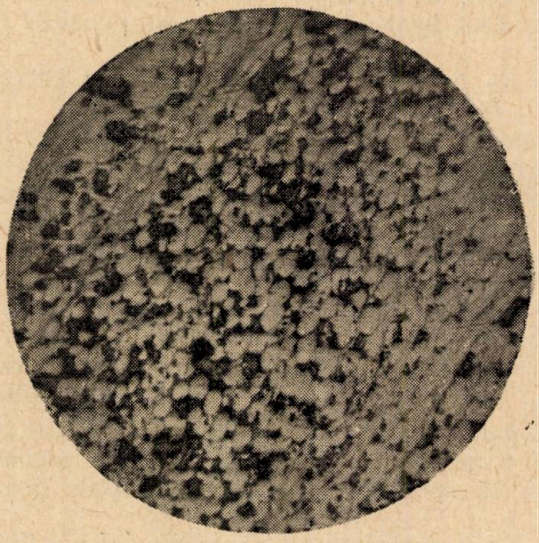


Fig. 7 — Structură globulară ; 100

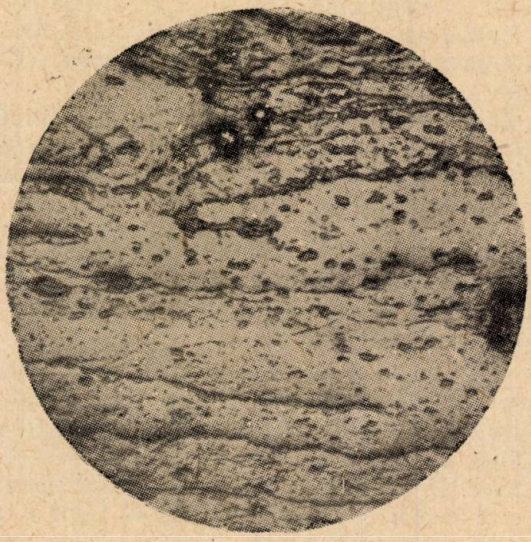


Fig. 8 — Structura coloclaritică ; x 100

Samoilă Gh.

Literatura prezintă benzișoarele drept cuticule. Dacă ar fi așa, constituentul ar fi categoric clarit. Examenul pe care l-am putut face pînă acum arată însă că acest lucru nu este sigur, ci benzișoarele pot fi formate dintr-o substanță colinitică ce conține și o proporție oarecare de substanță minerală sau, poate, de ceară sau rășină.

Se poate ca benzișoarele și deci și bobițele să provină dintr-un perete care desparte șiruri de celule și care a conținut inițial sau care s-a impregnat ulterior cu astfel de substanțe.

Și acum dacă este așa, întrebarea de mai sus se schimbă în alta: este acest constituent un clarit? Răspunsul depinde de soluția problemei semnalate.

Semnalăm însă din nou că cele două aspecte ale structurii sînt frecvente în huilele noastre: ambele în huilele din Valea Jiului, cea cu bobițe colinitice și în huila de la Cozla și se pare mai puțin în cea de la Anina.

Structura merită să fie studiată în amănunt și se va scoate din ea tot ce poate da în problemele mari de formare a cărbunilor.

Se poate spre exemplu ca degradarea benzișoarelor în bobițe să fie în raport cu gradul de încărbunare și în acest caz această transformare poate constitui un criteriu de clasificare petrografică a cărbunilor.

Se poate deasemenea să fie o legătură între această substanță și cea care umple celulele ca în fig. 6 sau în cea care inundă țesuturile ca cea din fig. 9.

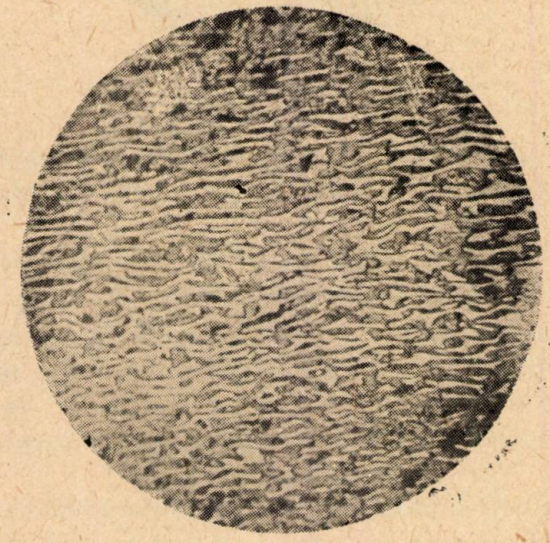


Fig. 9 — Structură din fuzit inundat; x 100

Se poate însfîrșit ca substanța colinitică, acceptînd ușor amestecarea cu substanțele minerale, să fie cea care duce la constituentul mineralizat pe care l-am numit sterilovitrit.

În orice caz, se pare că structura de mai sus este capul unei bogate serii de structuri care merită să fie studiate și puse în legătură cu proprietățile tehnologice ale cărbunilor noștri.

5. — *Structura din fuzit inundat* (fig. 9). Examinarea tuturor varietăților acestor structuri duce la concluzia că sînt țesuturi în care pereții celulelor au încărbunare fuzitică, pe cînd conținutul acestora dă o substanță colinitică cu capacitate mică de a reflecta lumina. Această substanță, îmbogățită cu cantitățile rezultate prin încărbunarea altor țesu-

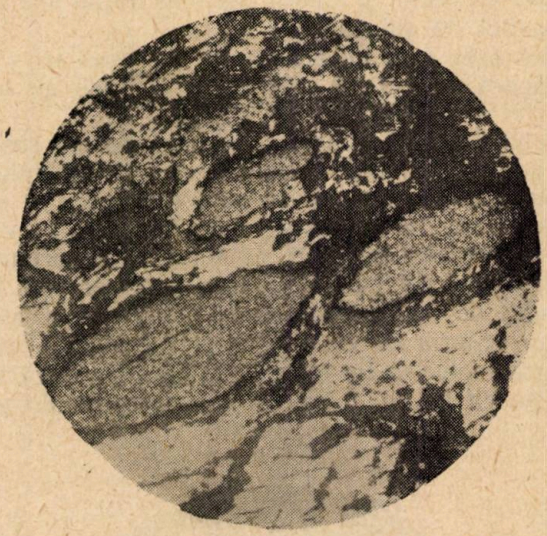


Fig. 10 — Structura ovolitică ; x 25

turi, poate prin alte nuanțe ale procesului de încărbunare, inundă apoi țesuturile. Fenomenul apare mai clar cînd țesutul inundat este un țesut fuzitic.

Acest aspect este de natură să arunce o lumină nouă asupra mult dezbătuei probleme a „masei fundamentale".

6. — *Structura ovolitică.* Nu ne-am ocupat în acest studiu de transformările de constituenți produși de intervenția substanței minerale în masa cărbunoasă. Este însă locul să dăm aici o „structură" în sensul cel mai propriu al cuvîntului, în a cărei formare substanța minerală are un aport însemnat.

Structura pe care o prezentăm în fig. 10 este formată din nodule ovoidale mari de ordinul unei fracțiuni de milimetru pînă la 2—3 milimetri, înglobate într-o masă formată din diferite varietăți de vitrinit și fuzinit.

Nodulele constau din sterilo-vitrinit.

Structura dovedește un proces de mineralizare asociat cu unul de mișcare a apelor în turbărie.

Catedra de Metalurgie Fizică
Institutul Politehnic București

НЕСКОЛЬКО ХАРАКТЕРНЫХ СТРОЕНИЙ В КАМЕННЫХ УГЛЯХ

(краткое содержание)

В этой работе слово „структура" употребляется в смысле петрографического целого, состоящего из различных, групп мацерации.

Автор указывает несколько структур которым но дает характерные названия: 1) агломератная структура в четырёх разновидностях; 2) орнаментальная, в двух разновидностях; 3) целлокоринитная, в двух разновидностях; 4) коллокларитовая; 5) утопленный фузит; 6) оалитовая структура.

С каждой из этих структур, связаны фундаментальные проблемы карбопетрографии, которые находят разрешение в правильной интерпретации характеристики данной структуры.

QUELQUES STRUCTURES CARACTÉRISTIQUES DANS LES CHARBONS

(Résumé)

On donne dans cet ouvrage le nom de structure à une entité pétrographique constituées de catégories macérales distinctes.

L'auteur présente un nombre de telles structures auquelles in donne des noms spécifiques: aglomératique avec quatre variantes; ornamentale avec deux varientes; célo-colinitique avec deux varientes; coloclaritique; structure constituée de fusinite inondé; structure ovolitique.

Chacune de ces structures met un problème fondamental de carbopétrographie et en général, justement interprétée, elle en fournit aussi la solution.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957 ; Fascicola 1—2

TERMOTEHNICA

669.14

REPARTIZAREA OPTIMĂ A CĂLDURII DE TRANSMIS PRIN RADIAȚIE ȘI PRIN CONVECȚIE ÎN SISTEMUL FIERBĂTOR AL CAZANELOR DE ABUR CU ȚEVI DE APĂ *)

de ȘTEFAN GHEORGHIU și GHEORGHE ANTONESCU

1. CONSIDERAȚII GENERALE ȘI SCOPUL LUCRĂRII

La determinarea economică a suprafețelor dt încălzire a unui agregat de cazan trebuie avute în vedere următoarele considerații pentru a căror prezentare se folosește diagrama *I-t* a gazelor de ardere (fig. 1) :

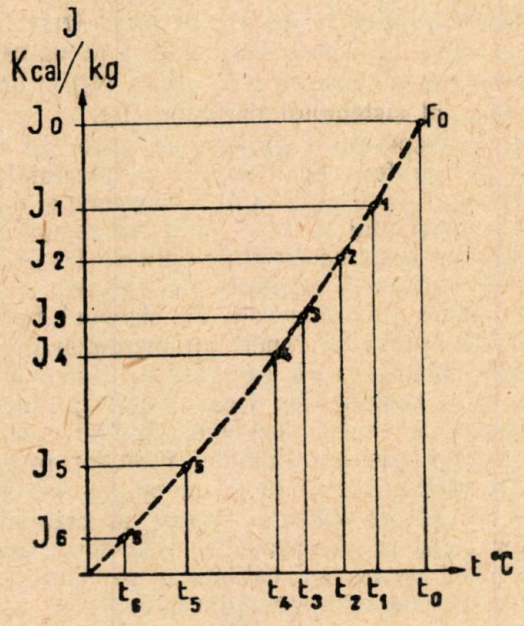


Fig. 1

a) Pentru un anumit combustibil și exces de aer în focar, temperatura de preîncălzire a aerului determină temperatura teoretică a focarului (t^0).

b) Pentru un anumit debit de abur, presiune, temperatură a aburului supraîncălzit și temperatură a apei la intrare în sistemul fierbător, tem-

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

peratura gazelor la ieșire din fascicolul secundar al sistemului fierbător (t_4) este determinată, dacă se cunoaște temperatura teoretică a focarului (t_0).

c) Temperatura gazelor la intrare în supraîncălzitor (t_2) se alege cît mai ridicată, dacă este posibil, în scopul micșorării suprafețelor de încălzire atît a supraîncălzitorului cît și a suprafețelor de încălzire așezate după acesta. Ridicarea acestei temperaturi este însă limitată de necesitatea unei ecranări minime, cerută de răcirea focarului, în scopul asigurării unei durate a materialului refractar al pereților acestuia, ca și, în cazul unor combustibili solizi, de temperatură de înmuiere a cenușii. În consecință, pentru o anumită calitate a materialului refractar al focarului, ca și a combustibilului, temperatura gazelor la intrare în supraîncălzitor (t_2), poate *fi considerată* constantă, ca și temperatura gazelor la ieșire din supraîncălzitor sau intrare în sistemul fierbător secundar (t_3).

Din aceste considerații, rezultă că, la proiectarea cazanelor de abur, din întreaga gamă a temperaturilor gazelor de ardere, de la temperatura teoretică a focarului (t_0) pînă la temperatura la ieșire din fascicolul secundar al sistemului fierbător (t_4), toate temperaturile pot fi considerate constante, valorile lor respective fiind determinate sau condiționate de parametrii aburului, buna funcționare și durabilitatea construcțiunei focarului, afară de temperatura gazelor la ieșire din focar (t_1), care nu este legată de acești factori și care, în mod teoretic, pare a putea căpăta orice valoare cuprinsă între temperatura teoretică a focarului (t_0) și temperatura la ieșire din fascicolul primar al sistemului fierbător (t_2).

Unei creșteri a temperaturii gazelor la ieșire din focar (t_1) îi corespunde o creștere a suprafeței de încălțzire a fascicolului primar al sistemului fierbător, care primește căldura prin convecție și o micșorare a suprafeței de încălzire a sistemului fierbător, care primește căldura prin radiație din focar, suma acestor două cantități de căldură $(I_0 - I_1) + (I_1 - I_2)$ fiind constantă. Dacă se neglijează pierderea de presiune a gazelor produsă de transmiterea de căldură prin convecție în sistemul fierbător primar, care are o valoare foarte redusă în raport cu pierderea de presiune totală în cazan, repartizarea căldurei, care se tansmite sistemului fierbător primar prin convecție și prin radiație din focar, este o problemă a cărei soluție se găsește din punct de vedere economic, punînd condiția ca suma celor două suprafețe de încălzire a sistemului fierbător primar să fie minimă. Soluția conduce la aflarea cantității de metal minimă pentru transmiterea căldurii necesare sistemului fierbător primar al cazanului, întrucît în majoritatea cazurilor construcției cazanelor, cele două suprafețe de încălzire sînt realizate din oțel de aceiași calitate și grosime a peretelui.

Deoarece, din considerațiile generale de mai sus, cantitatea de căldură care se transmite suprafeței de încălzire secundară a sistemului fierbător $I_3 - I_4$, poate fi considerată constantă, soluția este valabilă și pentru aflarea cantității de metal minimă pentru transmiterea cantității de căldură necesară sistemului fierbător al întregului cazan.

Lucrarea de față are drept scop să găsească o metodă de calcul pentru aflarea repartizării optime, din punct de vedere al economiei de metal, a căldurei care se transmite sistemului fierbător primar prin convecție și prin radiație din focar.

2. ALEGEREA VARIABILELOR DE CARE DEPIND CELE DOUĂ SUPRAFEȚE DE ÎNCĂLZIRE PRIN RADIAȚIE ȘI CONVECȚIE ALE SISTEMULUI FIERBĂTOR

Alegerea variabilelor independente, care determină mărimea celor două suprafețe de încălzire trebuie făcută în așa fel ca metoda să poată fi aplicată la cele mai frecvente tipuri constructive de cazane și ca variația acestor două suprafețe să carespundă unor posibilități reale din punct de vedere constructiv, fără a necesita schimbarea tipului de construcție ales, felul de construcție și mărimea celorlalte suprafețe de încălzire sau gabaritul.

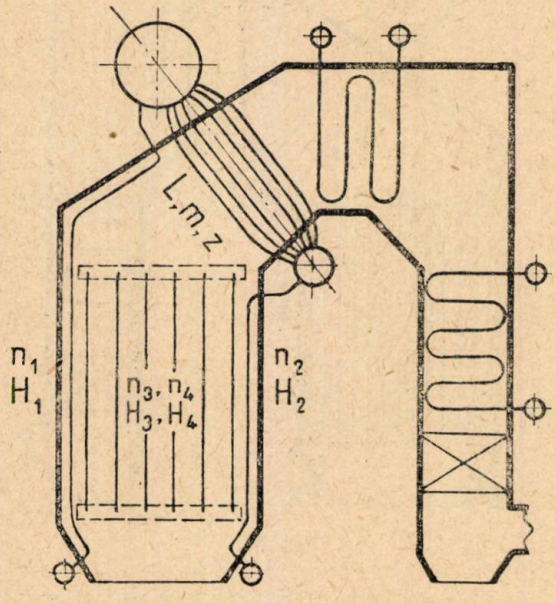


Fig. 2

In fig. 2 și 3 se arată schemele constructive de principiu a două cazane, primul cu o suprafață de convecție mult dezvoltată și o ecranare redusă, iar al doilea cu o ecranare foarte dezvoltată și o suprafață de convecție redusă le minimum. Țevile ecranului din fund nu au fost prelungite pentru a forma primul rînd de țevi al fascicolului de convecție, așa cum se realizează în practică, ci au fost presupuse scoase din focar la nivelul colectorului inferior și introduse în acesta, pentru motive teoretice legate de metoda care se prezintă.

Dacă se înseamnă cu:

- d — diametrul exterior al țevilor, presupus același pentru ecrane și fascicolul de convecție, în mm,
- n — numărul de țevi ale ecranului unui perete,
- H — lungimea țevilor ecranului unui perete, în m,
- m — numărul de țevi ale fascicolului de convecție, într-un rînd perpendicular pe direcția gazelor,

z — numărul de țevi ale fascicolului fierbător primar, într-un rînd în direcția gazelor,

L — lungimea țevilor fascicolului fierbător primar, în m,

$u = \Sigma n H$ — în m,

$F_e = \pi du$ — suprafața de încălzire a ecranelor, măsurată pe întreaga suprafață exterioară a țevilor, în m^2,

$F_f = \pi dmzL$ — suprafața de încălzire a fascicolului fierbător primar, în m^2,

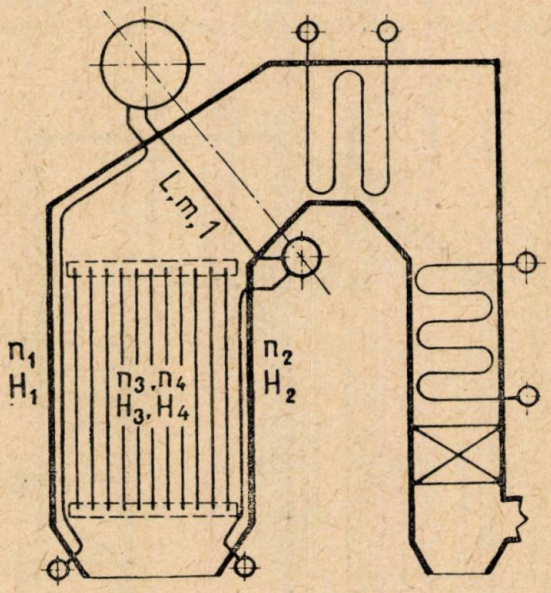


Fig. 3

w_0 — viteza gazelor de ardere în secțiunea cea mai îngustă, în Nm^3/s,

s — grosimea stratului radiant de gaze, în m,

e — raportul dintre pasul țevilor de ecran și d,

x — coeficient de recalculare pentru calculul suprafeței reci echivalente căldurei transmise prin radiație din focar,

e_f — raportul dintre pasul țevilor fascicolului fierbător primar într-un rînd perpendicular pe direcția gazelor și d,

variația suprafeței de încălzire a ecranelor și a fascicolului fierbător primar se va realiza astfel:

— Diametrul exterior al țevii, d, se va alege același atît pentru ecrane cît și pentru fascicolul de convecție și se va păstra constant.

— Pasul țevilor de ecran se va alege același pentru toți pereții și se va păstra constant. Numărul țevilor de ecran, n, pe un perete se va putea varia în mod independent pe peretele frontal (inclusiv tavanul și pîlnia de zgură), pe peretele din fund (inclusiv pîlnia de zgură) și pe cei doi pereți laterali, împreună. Lungimea țevilor de ecran, H, pe un perete, se va putea varia de asemeni în mod independent de numărul lor și în mod independent în raport cu pereții focarului. Variația celor două elemente constructive n

și H pentru fiecare perete va fi cuprinsă în variația unui singur element, suma lungimei tuturor țevilor de ecran pe toți pereții, inclusiv tavan și pîlnia de zgură:

$$u = \Sigma n H, \text{ în m}$$

Acest mod de a varia suprafața de încălzire a ecranelor este comod, permițînd o ușoară adaptare la particularitățile constructive ale diferitelor focare. Păstrarea constantă a pasului țevilor de ecran (și deci a raportului e) nu prezintă neajunsuri, deoarece modul ales pentru variația suprafeței permite o variație în limite largi iar în zona raporturilor e pentru ecrane, care se aleg în mod obișnuit, din alte motive, (1,5... 2,5), produsul xe nu variază în măsură însemnată (1,67... 1,97).

— Variația suprafeței de încălzire a fascicolului fierbător primar se va realiza numai prin variația numărului de țevi în direcția scurgerii gazelor ardere, z, celelalte elemente constructive ale fascicolului păstrîndu-se constante. Acest mod de variație este în general ușor de relizat din punct de vedere constructiv, la cele mai multe cazane de radiație și cu țevi de apă cu înclinare mare și prezintă pe deasupra avantajul că, putîndu-se păstra neschimbată viteza w_0 ca și grosimea s a straturilor de gaze radiante, coeficientul de transmitere a căldurei prin convecție depinde numai de temperatura gazelor, ceea ce ușurează aplicarea metodei.

Pentru a se permite alegerea unui raport e_f în fascicolul de convecție diferit de raportul e al țevilor de ecran, în metoda care se va expune, s-a presupus că țevile ecranului peretelui din spate nu formează în prelungire primul rînd de țevi ale fascicolului, ci ele au fost scoase din focar și introduse în colectorul inferior, așa cum se arată în fig. 2. Această presupunere s-a extins și în cazul limită, în care fascicolul de convecție dispare, așa cum se arată în fig. 3. Presupunerea făcută nu aduce nici o modificare în rezultatul ce se obține, față de cazul real, în care țevile ecranului din fund formează în prelungire primul rînd de țevi ale fascicolului, iar, la limită, cînd acest fascicol dispare, formează unicul rînd de țevi al sistemului fierbător primar, care sînt atinse de gazele de ardere pe toată suprafața lor exterioară. În schimb această presupunere ușurează calculul, în cazul general, în care e_f diferă de e. In consecință, în cele ce urmează, cînd se va considera un fascicol fierbător primar avînd z țevi în adîncime, se va înțelege că din punct de vedere constructiv fascicolul are numai z-1 țevi, prima țeavă fiind înglobată constructiv în ecranul din fund. De aceea în metoda, ce se va expune, z va avea valoarea minimă 1, iar nu 0, deoarece deși în acest caz, din punct de vedere constructiv fascicolul fierbător primar dispare, se consideră că continuă să existe un fascicol fierbător caracterizat prin $z = 1$ (fig. 3).

3. FORMULE PENTRU CALCULUL TRANSMITERII DE CĂLDURĂ

a) Cantitatea de căldură transmisă prin radiația din focar.

Se întrebuințează formula Ștefan Boltzmann, pentru corpuri cenușii, suprafața caldă avînd temperatura gazelor de ardere la ieșire

din focar, iar suprafața rece având o temperatură egală cu temperatura țevilor ecranelor și ca mărime suprafața rece „echivalentă":

$$Q_r = CR\left[\left(\frac{t+273}{100}\right)^4 - \left(\frac{t_p+273}{100}\right)^4\right] \text{ kcal/h} \qquad \text{(a)}$$

în care:

C — coeficient de radiație reciprocă în focar, în kcal/m²h°K⁴,
R — suprafața rece echivalentă, în m^2,
t — temperatura gazelor de ardere la ieșire din focar, în °C,
t_p — temperatura peretelui exterior a țevilor ecranelor, în °C.

Suprafața rece echivalentă R se compune din suprafața corespunzătoare ecranelor și aceea corespunzătoare fascicolului de convecție al sistemului fierbător primar.

Dacă se înseamnă cu:

R_e — suprafața rece echivalentă corespunzătoare ecranelor, în m²,
R_f — suprafața rece echivalentă corespunzătoare fascicolului, în m²,
x_e — coeficientul de recalculare al suprafeței R_e
x_f — coeficientul de recalculare al suprafeței R_f
l_e — pasul țevilor ecranelor, presupus același, în m,
l_f — pasul țevilor fascicolului, în direcție perpendiculară scurgerii gazelor de ardere, în m,
$u = \Sigma n H$ — suma lungimei tuturor țevilor ecranelor, în m,
m — numărul de țevi într-un rînd al fascicolului, perpendicular pe direcția de scurgere a gazelor de ardere,
z — numărul de țevi într-un rînd al fascicolului, în direcția de scurgere a gazelor de ardere (în adîncime),
L — lungimea țevilor fascicolului, în m,

se poate scrie:

$$R_e = x_e\, l_e\, u, \qquad \text{(b)}$$

$$R_f = x_f\, l_f\, m\, L, \qquad \text{(c)}$$

$$R = R_e + R_f,$$

$$\frac{t+273}{100} = \frac{T}{100} = y,$$

$$t_p = t_s + 27,$$

în care t_s este temperatura de saturație a apei la presiunea cazanului în °C,

x_e depinde numai raportul $l_e : d$, deci este constant,
x_f depinde numai de z, pentru valori ale raportului $l_f : d$ în jurul cifrei 2. Mărimea coeficientului x_f în funcție de z se găsește în literatură sub forma unei curbe sau numeric, valorile respective fiind:

z	1	2	3	4	5
x_f	0,696	0,883	0,944	0,970	0,980

S-a încercat să se găsească o ecuație $x_f = f(z)$, care să conducă la valori ale lui x_f cît mai apropiate de cele de mai sus.

S-a găsit ecuația:

$$x_f = 1 - \frac{0{,}28}{z} \qquad (d)$$

Valorile x_f determinate cu ajutorul acestei ecuații și diferențele față de valorile de mai sus sînt:

z	1	2	3	4	5
x_f	0,720	0,860	0,907	0,930	0,944
%	+ 3,4	— 2,6	— 3,9	— 4,1	— 3,7

aidcă acceptabile din punct de vedere practic.

Ecuația (a) devine:

$$Q_r = C\left[x_e\, 1_e\, u + \left(1 - \frac{0{,}28}{z}\right) 1_f\, m\, L\right]\left[y^4 - \left(\frac{t_s + 300}{100}\right)^4\right] \qquad (1)$$

b) Cantitatea de căldură transmisă prin convecție.

Se întrebuințează formula:

$$Q_c = (f_m \cdot f_d \cdot \alpha_1 + \alpha_s)\, F_f\, \Delta t_{mln} \quad \text{kcal/h} \qquad (o)$$

în care se înseamnă cu:

f_m — coeficientul de reducere, care ține seama de murdărirea țevilor fascicolului;

f_d — coeficientul de reducere, care ține seama de unghiul făcut de direcția gazelor la scurgerea lor prin fascicol, cu direcția țevilor,

α_1 — coefiicentul de transmitere de căldură prin convecție de la gazele de ardere la peretele țevilor fascicolului, direcția gazelor fiind perpendiculară pe țevi, Kcal/m²h°C,

α_s — coeficientul de transmitere de căldură prin radiația straturilor de gaze, CO_2 și H_2O la peretele țevilor fascicolului, Kcal/m²h°C,

$F_f = \pi\, dmzL$ — suprafața de încălzire a fasciculului, m²,

Δt_{mln} = diferența de temperatură medie logaritmică între gazele de ardere și amestecul apă-abur din sistemul fierbător, °C.

1. Coeficientul α_1 se calculează cu ajutorul formulei [1]:

$$\alpha_1 = f_z\, f_g\, f_a\, (T_c)^{1/4}\, \frac{w_0^{0,61}}{d^{0,39}} \text{ kcal/m²h°C},$$

în care se înseamnă cu:

d — diametrul exterior al țevii, în m,

w_0 — viteza gazelor de ardere în secțiunea cea mai îngustă, în Nm³/s,

f_z — un coeficient care ține seama de numărul de țevi ale fasciculului în adîncime, z,

f_g — un coeficient, care ține seama de compoziția gazelor de ardere,

f_a — un coeficient, care depinde de felul dispoziției țevilor în fascicol, de raportul dintre pasul țevilor în cele două direcții și diametrul țevilor fascicolului, precum și de numărul Reynolds,

$T_c = t_e + 273$ — temperatura gazelor de ardere în fascicol, în °k,

f_g este constant pentru un anumit combustibil și exces de aer în focar. Variația sa pentru diferiți combustibili și coeficienți de exces de aer este foarte mică, așa că în mod practic se poate admite în general, o valoare medie, independentă de felul combustibilului și de excesul de aer *).

f_a este constant pentru o anumită dispoziție a țevilor în fascicol, pentru un anumit raport dintre pasul țevilor în cele 2 direcții și diametrul țevilor și pentru un anumit număr Reynolds. Pentru valorile uzuale ale acestor elemente, f_a are valori cuprinse pentru dispoziția țevilor în linie între 0,8... 1,04 iar pentru dispoziția țevilor alternate între 0,95... 1,18.

f_z depinde numai de z. Mărimea coeficientului f_z în funcție de z este:

z	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_z	0,700	0,795	0,853	0,900	0,930	0,955	0,975	0,985	0,995	1,000

S-a încercat să se găsească o funcție $f_z = f(z)$, care să conducă la valori f_z cît mai apropiate de cele de mai sus. S-a găsit ecuația:

$$f_z = 1 - \frac{0{,}35}{z} \qquad (f)$$

Valorile f_z determinate cu ajutorul acestei ecuații și diferențele față de valorile de mai sus sînt:

z	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_z	0,650	0,825	0,883	0,912	0,930	0,941	0,950	0,956	0,961	0,965
%	—7,1	+3,8	+3,3	+1,3	0	—1,5	—2,6	—2,9	—3,4	—3,5

adică acceptabile din punct de vedere practic.

Temperatura gazelor în fascicol t_c este:

$$t_c = \frac{t + t_e}{2}$$

*) **Pentru gaze de ardere avînd $CO_2 = 17{,}6\%$, $H_2O = 6{,}5\%$, $O_2 = 0$, valoarea coeficientului este 1,48, pentru aer valoarea este 1,38, iar pentru gazele de ardere rezultînd din același combustibil cu un exces de aer 1,35, coeficientul este 1,46.**

în care:

t — temperatura gazelor de ardere la ieșire din focar, în °C,

t_e — temperatura gazelor de ardere la ieșire din fascicolul fierbător primar, în °C,

deci

$$(T_c)^{1/4} = \left[\frac{t}{2} + \left(\frac{t_e}{2} + 273\right)\right]^{1/4} \qquad (g)$$

S-a încercat să se găsească o expresie care să dea variația acestei mărimi în funcție de variabila independentă t, mai simplă decît formula (g) și care să conducă la valori cît mai apropiate de cele date de această formulă. S-a găsit ecuația:

$$(T_c)^{1/4} = at + b, \qquad (h)$$

în acre constantele a și b s-au determinat, punînd condițiile:

pentru $t = t_0$, $\quad at_0 + b = \left(\frac{t_0 + t_c}{2} + 273\right)^{1/4}$

pentru $t = t_e$, $\quad at_e + b = \left(t_e + 273\right)^{1/4}$

$$a = \frac{\left(\frac{t_0 + t_e}{2} + 273\right)^{1/4} - \left(t_e + 273\right)^{1/4}}{t_0 - t_e} \qquad (2)$$

$$b = \frac{t_0\left(t_e + 273\right)^{1/4} - t_e\left(\frac{t_0 + t_e}{2} + 273\right)^{1/4}}{t_0 - t_e} \qquad (3)$$

Dacă se calculează diferența între valorile calculate cu formula (g) și cu ecuația (h) pentru valoarea medie a variabilei t între valorile t_0 și t_e, $t = \frac{1}{2}(t_0 + t_e)$, se găsește:

$$\left(\frac{t_0 + 3\,t_e}{4} + 273\right)^{1/4} - \frac{\left(\frac{t_0 + t_e}{2} + 273\right)^{1/4} + \left(t_e + 273\right)^{1/4}}{2}$$

Pentru valorile numerice limită $t_0 = 2000°C$, $t_e = 700°C$, eroarea corespunzătoare valorii medii a variabilei $t = 1350°C$ este 6,00—5,97=0,03 sau 0,5%, ceea ce este acceptabil.

Dacă punem:

$$t = 100\,y - 273$$
$$f_m f_d f_g f_a = f \qquad (i)$$

termenul $f_m f_d \alpha_1$ din relația (e) devine:

$$f\frac{w_0^{0,61}}{d^{0,39}}\left(1 - \frac{0,35}{z}\right)\left(100\,ay - 273\,a + b\right) \qquad (j)$$

2. Coeficientul α_s se calculează cu ajutorul formulelor [2]:

$$\alpha_{s\,CO_2} = S\,(p_1 s)^{1/3}\,[\,0{,}0513\,(t_c + t_p) - 30{,}25\,] \quad \text{kcal/m}^2\,\text{h}^0\text{C}$$

$$\alpha_{s\,H_2O} = S p_2^{0{,}8}\, s^{0{,}6}\,[\,0{,}107\,(t_c + t_p) - 46{,}5\,] \quad \text{kcal/m}^2\,\text{h}^0\text{C}$$

în care se înseamnă cu:

S — gradul de negreală al suprafeței exterioare a țevilor fasciculului,
p_1 — presiunea parțială a gazului CO_2, în ata,
p_2 — presiunea parțială a vaporilor de apă, în ata,
s — grosimea stratului de gaze radiant, în m,
t_c — temperatura gazelor de ardere în fascicol, în °C,
t_p — temperatura peretelui exterior a țevilor fasciculului, în °C.

S depinde de starea suprafeței exterioare a țevilor, în mod obișnuit, $S = 0{,}75...0{,}8$.

p_1 și p_2, fiind egale cu participația volumetrică a gazelor CO_2 și a vaporilor de apă în gazele de ardere, depind de felul combustibilului și de excesul de aer în fascicol.

Temperatura gazelor în fascicol este:

$$t_c = \frac{t + t_e}{2}, \text{ în care}$$

t — temperatura gazelor de ardere la ieșire din focar, în °C,
t_e — temperatura gazelor de ardere la ieșire din fascicolul fierbător primar, în °C,

Temperatura peretelui exterior a țevilor fasciculului este:

$$t_p = t_s + 10^0\text{C}, \text{ în care}$$

t_s — temperatura de saturație, în °C.

Cu $t = 100\ y - 273$,

expresia coeficientului α_s devine:

$$\alpha_s = S\,(p_1 s)^{1/3}\left[0{,}0513\left(50\,y + \frac{t_e}{2} + t_s - 126{,}5\right) - 30{,}25\right] +$$

$$+ S p_2^{0{,}8}\, s^{0{,}6}\left[0{,}107\left(50\,y + \frac{t_e}{2} + t_s - 126{,}5\right) - 46{,}5\right] \qquad (k)$$

3. Diferența medie de temperatură logaritmică

$$\Delta t_{m\ln} = \frac{(t - t_s) - (t_e - t_s)}{ln\,\dfrac{t - t_s}{t_e - t_s}}$$

poate fi înlocuită cu diferența medie aritmetică:

$$\Delta t_{m\ ar} = \frac{(t - t_s) + (t_e - t_s)}{2} = \frac{t}{2} + \frac{t_e}{2} - t_s \qquad (1)$$

Diferența între valorile calculate ca medie aritmetică și logaritmică

pentru $t_s = 250^0$, $t_e = 750^0$C și pentru diferite valori ale temperaturei t sînt:

t, ^{0}c	1000	1500	2000
%	+ 1,3	+ 6,9	+ 12,5

adică aceptabile din punct de vedere al scopului urmărit, dacă se ține seama de faptul că, la construcțiile obișnuite, t nu depășește 1500^{0}C.

Ecuația (1) se poate scrie dacă se exprimă t în funcție de y:

$$\Delta t_{m\ ar} = 50\,y + \frac{t_e}{2} - t_s - 136{,}5 \qquad (m)$$

Făcînd înlocuirile din ecuațiile (j), (k) și (m), ecuația (e) devine:

$$Q_c = \pi\, dmz\, L\left(50\,y + \frac{t_e}{2} - t_s - 136{,}5\right)\left\{ f\frac{w_0^{0,61}}{d^{0,31}}\left(1 - \frac{0{,}35}{z}\right)\right.$$

$$\left(100\,ay - 273\,a + b\right) + S\,(p_1 s)^{1/3}\left[0{,}0513\left(50\,y + \frac{t_e}{2} + t_s - 126{,}5\right) - 30{,}25\right]$$

$$\left. + Sp_2^{0,8}\ s^{0,6}\left[0{,}107\left(50\,y + \frac{t_e}{2} + t_s - 126{,}5\right) - 46{,}5\right]\right\} \qquad (4)$$

c) Dacă se exprimă Q_r și Q_c în funcție de cantitățile de căldură, pe care gazele de ardere le cedează, se poate scrie:

$$BV_r\, C_{pmtt_0}\,(t_0 - t)\,\eta_r = Q_r$$

$$BV_c\, C_{pm\ t_e\ t}\,(t - t_e)\,\eta_c = Q_c,$$

în care se înseamnă:

B — consumul de combustibil, în kg/h sau Nm^3/h,

V_r, V_c — cantitatea de gaze de ardere la ieșire din focar, resp. în fascicolul fierbător primar, corespunzătoare coeficienților de exces de aer în aceste regiuni, în Nm^3/kg sau Nm^3/Nm^3,

$C_{pm\ tt_0}$, $C_{pm\ t_e\ t}$ — căldurile specifice medii la presiune constantă, ale gazelor de ardere între temperaturile $t...t_0$ respectiv t_e ...t, în kcal/Nm^3 ^{0}C,

η_r, η_c — randamentele transmiterii de căldură în focar, respectiv în fascicol, corespunzătoare pierderilor de căldură prin conducție și radiație către mediul exterior,

t_0, t, t_e — temperatura teoretică a focarului, respectiv temperaturile gazelor de ardere la ieșire din focar și la ieșire din sistemul fierbător primar, în ^{0}C.

Dacă se admite că:

$$V_r = V_c \quad \text{și} \quad \eta_r = \eta_c,$$

adică dacă coeficienții de exces de aer sînt egali și pierderile procentuale de căldură sînt egale, în cele două regiuni, ceea ce introduce niște erori

neînsemnate în calcul, din cele două ecuații de mai sus, rezultă:

$$\frac{Q_r}{Q_c} = \frac{C_{pmtt_0}(t_0 - t)}{C_{pmt_e\,t}(t - t_e)}$$

sau

$$\frac{Q_r}{Q} = \frac{C_{pmtt_0}(t_0 - t)}{C_{pmtt_0}(t_0 - t) + C_{pmt_e\,t}(t - t_e)} = \frac{C_{pmot_0}t_0 - C_{pmot}\,t}{C_{pmot_0}t_0 - C_{pmot_e}t_e} \quad (n)$$

$$\frac{Q_c}{Q} = \frac{C_{pmt_e\,t}(t - t_e)}{C_{pmtt_0}(t_0 - t) + C_{pmt_e\,t}(t - t_e)} = \frac{C_{pmot}\,t - C_{pmot_e}t_e}{C_{pmot_0}t_0 - C_{pmot_e}t_e} \quad (o)$$

$$Q_r + Q_c = Q \text{ (constant)} \cdot$$

Dacă se admite:

$$C_{pmot_0} = C_{pmot} = C_{pmot_e},$$

expresiile (n) și (o) devin:

$$\frac{Q_r}{Q} = \frac{t_0 - t}{t_0 - t_e} \quad (p)$$

$$\frac{Q_c}{Q} = \frac{t - t_e}{t_0 - t_e} \quad (q)$$

Diferența între valorile Q_r calculate cu formulele (n) și (q) precum și între vauorile Q_c calculate cu formulele (o) și (q) pentru valorile limită $t_0 = 2000^0C$, $t_e = 700^0C$ și pentru diferite valori t cuprinse între 800^0 și 1400^0C, pentru gaze de ardere compuse din 11,55% CO_2, 59,29% N_2, 6,16% H_2O, 23% aer sînt:

	t^0C	800	1000	12000	1400
%	Q_r	−0,4	−1,4	−2,0	−2,7
	Q_c	+7,8	+5,0	+3,9	+2,1

adică acceptabile din punct de vedere al scopului urmărit.

Dacă se exprimă t din funcție de y, expresiile (p) și (q) devin:

$$Q_r = \frac{Q}{t_0 - t_e}(t_0 + 273 - 100\,y) \quad (5)$$

$$Q_c = \frac{Q}{t_0 - t_e}(100 - t_e - 273) \quad (6)$$

4. STABILIREA UNEI ECUAȚII GENERALE, REZOLVABILE, PENTRU CALCULUL MINIMULUI SUPRAFEȚEI DE ÎNCALZIRE A SISTEMULUI FIERBĂTOR PRIMAR

a) Egalînd expresiile (1) și (5) se obține ecuația:

$$C\left[x_e l_e u + \left(1 - \frac{0{,}28}{z}\right) l_f m L\right]\left[y^4 - \left(\frac{t_s + 300}{100}\right)^4\right] = \frac{Q}{t_0 - t_e}(t_0 + 273 - 1000\,y)$$

Dacă se pune:

$$\left(\frac{t_s + 300}{100}\right)^4 = A \tag{7}$$

$$\frac{l_f m L}{x_e l_e} = A' \tag{8}$$

$$\frac{Q}{C x_e l_e \ (t_0 - t_e)} = A'' \tag{9}$$

$$t_0 + 273 = T_0$$

ecuația de mai sus devine:

$$(y^4 - A)u + A' \ (y^4 - A)\left(1 - \frac{0{,}28}{z}\right) + A'' \ (100\,y - T_0) = 0 \tag{10}$$

b) Egalînd expresiile (4) și (6) se obține ecuația:

$$\pi d L \, mz\left(50\,y + \frac{t_e}{2} - t_s - 136{,}5\right)$$

$$\left\{ f \frac{w_0^{0,61}}{d^{0,39}}\left(1 - \frac{0{,}35}{z}\right)(100\,ay - 273\,a + b) + \right.$$

$$S\,(p_l s)^{1/3}\left[0{,}0513\left(50\,y + \frac{t_e}{2} + t_s - 126{,}5\right) - 30{,}25\right] +$$

$$\left. Sp_2^{0,8}\ s^{0,6}\left[0{,}107\left(50\,y + \frac{t_e}{2} + t_s - 126{,}5\right) - 46{,}5\right]\right\} =$$

$$\frac{Q}{t_0 - t_e}\,(100\,y - t_e - 273)\cdot$$

Dezvoltînd expresia din paranteza mare și grupînd termenii acestei expresii după puterile lui z și y, se obține:

$$\pi d L m\left[50\,y + \left(\frac{t_e}{2} - t_s - 136{,}5\right)\right] Xz - Y = 0 \tag{r}$$

în care

$$X = \left\{ 100\,a\,f \frac{w_0^{0,61}}{d^{0,39}} + 50\,S\left[0{,}0513\,(p_l s)^{1/3} + 0{,}107\,p_2^{0,8}\,s^{0,6}\right]\right\} y +$$

$$f \frac{w_0^{0,61}}{d^{0,39}}\,(b - 273\,a) + S\left(\frac{t_e}{2} + t_s - 126{,}5\right)\left[0{,}0513\,(p_1 s)^{1/3} + \right.$$

$$\left. 0{,}107\ p_2^{0,8}\ s^{0,6}\right] - S\left[30{,}25\,(p_l s)^{1/3} - 46{,}5\ p_2^{0,8}\ s^{0,6}\right]$$

$$Y = \pi\,dLmf \frac{w_0^{0,61}}{d^{0,39}}\left[50\,y + \left(\frac{t_e}{2} - t_s - 136{,}5\right)\right]\left[35\,ay + 0{,}35\,(b - 273\,a)\right] +$$

$$\frac{Q}{t_o - t_e}\left[100\,y - (t_e + 273)\right]$$

Dacă se pune:

$$\pi\, dLm = e, \tag{11}$$

$$f\frac{w_{0,}^{0\,61}}{d^{0,39}} = g \tag{12}$$

$$\frac{t_e}{2} - t_s - 136{,}5 = h \tag{13}$$

$$b - 273\,a \equiv j, \tag{14}$$

$$S\left[0{,}0513\,(p_l s)^{1/3} + 0{,}107\,p_2^{0,8}\,s^{0,6}\right] = q \tag{15}$$

$$\frac{t_e}{2} + t_s - 126{,}5 = r, \tag{16}$$

$$S\left[30{,}25\,(p_l s)^{1/3} - 46{,}5\,p_2^{0,8}\,s^{0,6}\right] = i, \tag{17}$$

$$t_e + 273 = T_e,$$

ecuația (r) devine:

$$e(50y+h)\left[(100\,ag+50\,q)\,y + gj + qr - i\right]z - eg\,(50y+h)(35\,ay+0{,}35\,j) -$$

$$\frac{Q}{t_o - t_e}(100y - T_e) = 0$$

sau grupînd termenii în y^2 și y:

$$\left\{50\,e\,(100\,ag + 50\,q)\,y^2 + \left[50\,e\,(gj + qr - i) + eh\,(100\,ag + 50\,q)\right]y + \right.$$

$$\left. + eh\,(gj + qr - i)\right\}z - 1750\,aegy^2 - \left(17{,}5\,egj + 35\,aegb + \frac{1000}{t_o - t_e}\right)y -$$

$$0{,}35\,eghj + \frac{Q}{t_o - t_e}\,T_e = 0 \tag{s}$$

Dacă se pune:

$$100ag + 50q = E, \tag{18}$$

$$gj + gr - i = G, \tag{19}$$

$$50eE = J, \tag{20}$$

$$50eG + ehE = K, \tag{21}$$

$$ehG = M, \tag{22}$$

$$-1750\ aeg = N, \tag{23}$$

$$-\left(17{,}5\ egj + 35\,aegh + \frac{100\,Q}{t_o - t_e}\right) = F, \tag{24}$$

$$-0{,}35\ \text{eghj}+\frac{Q}{t_o-t_e}T_e=U, \tag{25}$$

ecuația (s) devine:

$$(Jy^2+Ky+M)\,z+Ny^2+Py+U=0 \tag{26}$$

c) Dacă se consideră cele două suprafețe de încălzire, aceea a ecranelor, măsurată pe întreaga suprafață exterioară a țevilor:

$$F_e=\pi\,du \tag{27}$$

și aceea a fascicolului fierbător primar:

$$F_f=\pi\,dmzL, \tag{28}$$

valoarea minimă a sumei celor două suprafețe.

$$F=F_e+F_f, \tag{29}$$

este dată de minimul expresiei

$$\pi\,du+\pi\,dmzL \tag{30}$$

Rezolvarea pe cale analitică a acestui minim se poate face în mod teoretic cu ajutorul ecuațiilor (10) și (26), înlocuind în ecuația (30) valorile variabilelor u și z în funcție de y deduse din ecuațiile (10) și (26) și aflînd soluția ecuației:

$$\frac{d\,(\pi\,du+\pi\,dmzL)}{dy}=0 \tag{31}$$

Din cauza gradului înalt al acestei ecuații și a prezenței termenilor conținînd diferitele puteri ale variabilei y, rezolvarea algebrică a ecuației (31) este dificilă și nu poate fi recomandată.

Rezolvarea ecuației (31) se poate face în modul următor: Pentru diferite valori ale variabilei y, se află z, rezolvînd ecuația (26) de gradul întîi în raport cu z, apoi se introduc valorile corespunzătoare ale variabilei z, astfel aflate, în ecuația (10) de gradul întîi în raport cu variabila u și se află valorile corespunzătore u. Din ecuațiile (27), (28) și (29) se află valorile suprafețelor de încălzire F_e, F_f și F corespunzînd la diferite valori ale variabilei y. Făcînd înlociurea

$$t=100y-273,$$

se construiesc prin puncte curbele reprezentînd variația suprafețelor F_e, F_f și F în funcție de temperatura gazelor de ardere la ieșire din focar t și se află valoarea minimă a suprafeței F, ca și temperatura optimă corespunzătoare t_{opt}.

Construind în același mod, pe cale grafcă, curbele reprezentînd variația în raport cu t a mărimilor $Q_r : Q$ și $Q_c : Q$ exprimate de ecuațiile (p) și (q), se obține valoarea optimă a repartizării căldurii de transmis prin radiație și prin convecție în sistemul fierbător al cazanului de abur.

d) Considerarea ecuațiilor (10) și (26) duce la rezultate interesante cu privire la limitele reale, între care poate varia temperatura gazelor la ieșire din focar t.

Dacă în ecuația (10) se face

$$u = O$$

și valoarea variabilei z, în funcție de y, astfel dedusă, se înlocuiește în ecuația (26), rezolvînd această ecuație, se obține o valoare a variabilei y, deci a temperaturei t, pentru care suprafața ecranelor este nulă. Această temperatură este cea mai mare temperatură, pe care o pot atinge pazele la ieșire din focar, t_{max}:

$$(t)_{u=0} = t_{max} < t_o \qquad (t)$$

Cantitatea de căldură $Q_r : Q$ corespunzătoare temperaturei t_{max} este cea mai mică cantitate de căldură, care se transmite prin radiație în focar:

$$\left(\frac{Q_r}{Q}\right)_{u=0} = \left(\frac{Q_r}{Q}\right)_{min} > 0$$

și reprezintă căldura transmisă prin suprafața rece echivalentă R_f a fascicolului de convecție.

Dacă în ecuația (10) se face

$$z=1$$

și valoarea variabilei u, în funcție de y, astfel dedusă, se înlocuiește în ecuația (26), rezolvînd această ecuație, se obține o valoare a variabilei y, deci a temperaturei t, pentru care suprafața fascicolului fierbător primar este nulă (conform celor stabilite la punctul 2). Această temperatură este cea mai mică temperatură, pe care o pot atinge gazele la eșire din focar, t_{min}:

$$(t)_{z=1} = t_{min} > t_e \qquad (u)$$

Cantitatea de căldură $Q_c : Q$ corespunzătoare temperaturei t_{min} este cea mai mică cantitate de căldură, care se transmite prin convecție:

$$\left(\frac{Q_c}{Q}\right)_{z=1} = \left(\frac{Q_c}{Q}\right)_{min} > 0$$

și reprezintă căldura transmisă prin fascicolul avîn un singur rînd de țevi, adică prin țevile ecranului peretelui din fund, prelungite deasupra acestui perete și care sînt atinse de gazele de ardere pe toată suprafața lor exterioară.

5. APLICAREA METODEI PENTRU UN CAZ CONCRET

Se caută suprafața de încălzire minimă pentru următorul caz concret:

Felul de construcție al cazanului: de radiație	
Debit abur	20 t/h
Presiune abur	40 ata
Temperatură abur supraîncălzit	450°C
Combustibil: Cărbune brun Petroșani	
Putere calorifică inferioară	5814 Kcal/kg
Temperatura de înmuiere a cenușii	1320°C
Temperatura apei la intrarea în economizor	105°C
Temperatura aerului la intrarea în preîncălzitor	20°C

Proiectul cazanuui cuprinde datele următoare, notația datelor fiind cea indicată la punctele 2, 3, 4:

$Q = 8.800.000$ kca/h
$t_s = 253°C$
$C = 3{,}5$ kcal/m²h°K⁴
$t_o = 1740°C$
$t_e = 880°C$
$d = 0{,}083$ m
$l_e = 0{,}145$ m
$x_e = 0{,}895$
$l_f = 0{,}166$ m
$m = 17$
$L = 3{,}5$ m
$w_o = 1{,}3$ m/s
$f_g = 1{,}46$
$f_a = 0{,}98$
$f_d = 1$
$f_m = 0{,}85$
$p_1 = 0{,}126$ ata
$p_2 = 0{,}0591$ ata
$s = 0{,}125$ m
$S = 0{,}75$

Cu aceste date, constantele calculate conform metodei propuse au următoarele valori, în paranteză fiind arătat indicativul formulei respective din text, conform punctelor 3 și 4:

$a = 0{,}558 \times 10^{-3}$ (2)
$f = 1{,}216$ (3)
$e = 15{,}507$ (*i*)
$b = 5{,}335$ (11)
$g = 3{,}767$ (12)
$h = 50{,}5$ (13)
$j = 5{,}183$ (14)
$q = 0{,}012$ (15)
$r = 566{,}5$ (16)
$i = 4{,}646$ (17)
$T_e = 1153$

$A = 935{,}14$ (7)
$A' = 76{,}10$ (8)
$A'' = 22528$ (9)
$T_o = 2013$
$E = 0{,}810$ (18)
$G = 21{,}676$ (19)
$J = 628{,}034$ (20)
$K = 16172{,}19$ (21)
$M = 16974{,}48$ (22)
$N = -57{,}05$ (23)
$P = -1028611$ (24)
$U = 11\ 854\ 541$ (25)

În tabloul alăturat s-au calculat pentru diferite valori ale temperaturei gazelor la ieșire din focar t în °C, cuprinse între 1740°C și 880°C următoarele mărimi:

$Q_r : Q$ conform formulei (*p*)
$Q_c : Q$ „ „ (*q*)
u și z „ ecuațiilor (10) și (26)
R_e „ formulei (*b*)
R_f „ „ (*c*)

$$R = R_e + R_f$$

F_e conform formulei (27)
F_f „ „ (28)

$$F = F_e + F_f$$

Variația cantităților de căldură $\frac{Q_r}{Q}$, $\frac{Q_c}{Q}$ și a suprafețelor de încălzire R_e, R_f, R, F_e, F_f, F în m² în funcție de temperatura gazelor la ieșire din focar t, în °C.

t °C	u m	z	F_e m²	F_f m²	$F = F+F_f$ m²	R_e m²	R_f m²	$R = R_e + R_f$ m²	$\frac{Q_r}{Q}$	$\frac{Q_c}{Q}$
1740	—74,60	14,85	—19,45	230,02		—9,70	9,70		0,000	1,000
1700	—68,63	14,58	—17,90	226,00		—8,92	9,69		0,045	0,955
1600	—48,90	13,70	—12,75	212,20		—6,36	9,69		0,167	0,833
1500	—19,25	12,80	—5,03	196,90		—2,50	9,67		0,281	0,719
1400	+24,60	11,60	+6,43	179,80	186,23	+3,20	9,65	12,85	0,400	0,600
1300	+90,00	10,15	+23,50	157,50	181,10	+11,70	9,62	21,32	0,515	0,485
1200	+189,40	8,45	+49,40	131,00	180,40	+24,60	9,55	34,15	0,627	0,373
1100	+355,20	6,42	+92,70	99,50	192,20	+46,20	9,45	55,65	0.743	0.257
1000	+587,30	3,92	+153,10	60,80	213,90	+76,30	9,18	85,48	0,851	0,149
900	+1000,80	0,80	+261,00	12,32	273,32	+130,00	6,40	136,40	0,962	0,038
800									1,000	

$$F_e = \pi\, du = 0261\, u \qquad R_e = x_e\, 1_e\, u = 0{,}13\, u$$

$$F_f = \pi\, dmLz = 15{,}5\, z \qquad R_f = x_f\, 1_f\, mL = 9{,}88\left(1 - \frac{0{,}28}{z}\right)$$

În fig. 4 se arată variația mărimilor F_e, F_f, $F_e + F_f$, $Q_r : Q$ și $Q_c : Q$ din tabloul de mai sus:

Din acest tablou și din fig. 4 se desprind următoarele rezultate:

a) $t_{opt} = 1240\,°C$

$(Q_r : Q)_{opt} = 0{,}581$

$(Q_c : Q)_{opt} = 0{,}419$

$F_{min} = 178\ m^2$

b) $t_{max} = 1455\,°C$

$(Q_r = Q)_{min} = 0{,}331$

c) $t_{min} = 907\,°C$

$(Q_c : Q)_{min} = 0.031$

Dacă se alege, ținînd seama de temperatura de înmuiere a cenușii o temperatură a gazelor la ieșire din focar, $t = 1200°C$, căreia îi corespunde o suprafață $F = 180\ m^2$, se vede că, față de o temperatură t mai mică, de exemplu $t = 1050°C$, căreia îi corespunde o suprafață $F = 202\ m^2$, rezultă o suprafață de încălzire cu 10,9% mai mică.

Pentru combustibili lipsiți de cenușe, la alegerea temperaturei gazelor de ardere la ieșire din focar trebuie avută în vedere durabilitatea în-

zidirei refractare a focarului, care depinde de calitatea materialului refractar întrebuințat.

e) Din alura curbei F se vede că creșterea suprafeței de încălzire F pentru temperaturi ale gazelor la ieșire din focar t mai mici decît t_{opt} este

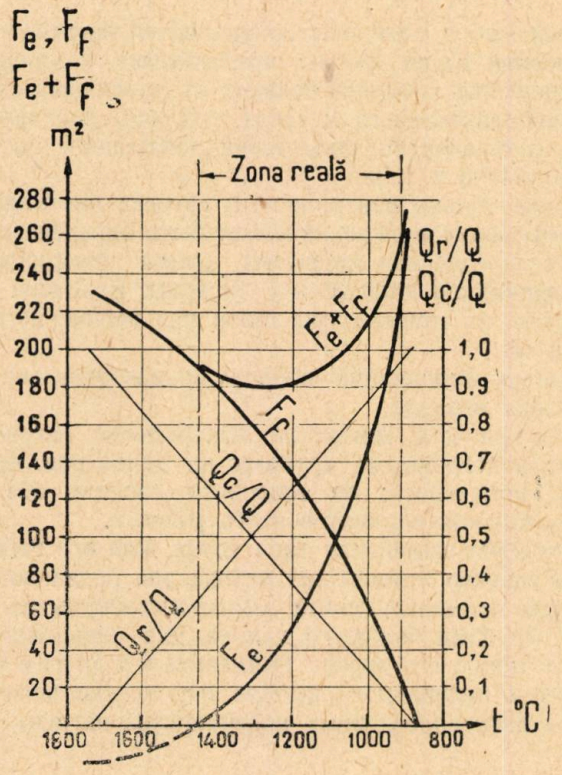


Fig. 4

importantă și mai mare decît creșterea pentru temperaturi mai mari ca t_{opt} Din această cauză alegerea unei temperaturi a gazelor de ardere la ieșire din focar mai mici decît temperatura optimă trebuie admisă numai în cazurile, în care se justifică.

Catedra de Cazane de abur
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. **A. Schack** — Der Industrielle Wärmeübergang. Stahleisen, Düsseldorf (1940), pag. 121.
2. Idem, pag. 182.

НАИЛУЧШЕЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОТЫ, ПЕРЕДАВАЕМОЙ ИЗЛУЧЕНИЕМ И КОНВЕКЦИЕЙ В ПАРОВЫХ КОТЛАХ КИПЯТИЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С ВОДЯНЫМИ ТРУБАМИ.

(Краткое содержание)

Оптимальный выбор величины поверхностей нагрева парового котла, с техноэкономической точки зрения, представляет комплексный и сложный вопрос, разрешение которого зависит от различных следующих условий: стоимость использованного металла, топлива, расходуемой на собственные нужды электроэнергии, количества добавочной питательной воды, стоимость ее обработки и т. д.

Ограничиваясь только поверхностью нагрева кипятильной системы и перегревателя, оптимальное решение может быть определено, с достаточной точностью, путем определения минимума суммы поверхности радиационного нагрева и первичной кипятильной системы. Величина этих поверхостей нагрева зависит от температуры газов при выходе из топки и обратно пророрциональна ей.

Этим решается важнейший вопрос производительности котла при уменьшении расхода металла.

Дается метод расчета минимума поверхности нагрева кипятильной системы котла с водогрейными трубами на основании единого установления размеров, полученных из теплового расчета, без необходимости рассмотрения нескольких вариантов этого расчета.

Метод не требует изменения типа котла, или его габаритов.

Приводится пример применения метода для радиационного котла.

Метод можно применить почти для всех конструктивных типов котла с водогрейными трубами большого уклона, для секционных котлов с одним газоходом, а также его можно применить и к другим конструктивным типам котлов, путем правильного выбора переменных величин, от которых зависит величина вышеприведенных поверхностей нагрева.

DIE BESTE VERTEILUNG DER DURCH STRAHLUNG UND BERÜHRUNG DER VERDAMPFUNGHEIZFLÄCHE ZUGETEILTEN WÄRME FÜR WASSERROHRKESSEL

(Zusammenfassung)

Die Wahl der vom technisch-wirtschaftlichen Standpunkt aus optimalen Heizflachengrösse eines Dampfkessels ist ein vielseitiges und schiwieriges Problem, dessen Lösung von verschiedenen Bedingungen abhängt, u. zw.: Kosten der verwendeten Metalle, des Brennstoffes, der für Eigenbedarf verbrauchten elektrischen Energie, Benützunggsdauer, Menge des Zusatzspeisewasser, Kosten für dessen Aufbereitung, usw.

Bezogen nur auf die Heizfläche des Kesselkörpers und des Überkitzers, kann die beste Lösung mit genügender Genauigkeit mittels der Bestimmung der aus der Strahlung — und Vorheizfläche sich engebende Mindestfläche ermittelt werden. Die Grösse der beiden oben erwähnten Heizflächen hängt von der Fauerraumendtemperatur der Rauchgase ab und weist eine entgegensetzte Veränderung auf.

Hierdurch ist eine der wichtigsten Fragen, nämlich die der Erhöhung der Leistungsfähigkeit der Kessel durch Verminderung des Stahlverbrauches, gelöst.

Der Aufsatz bringt ein Berechnungsverfahren der Mindestheizfläche des Kesselköpers eines Wasserrohrkessels auf Grund einer, sich aus einer thermischen Berechnung ergebender ersten Bemessung, wobei sich die Ausführung der thermischen Berechnung in einer Anzahl von Varianten, erübrigt.

Das Verfahren nimmt eine Umänderung der Bauart und der Kesselhauptabmessungen nicht an.

Ferner wird das Verfahren bei einem Strahlungskessel angewendet.

Das Verfahren kann für fast alle Bauarten von Steilrohrkesseln, für Einzugsektionalkessel, und durch geeignete Wahl der, von den Grössen der zwei erwähnten Heizflächen abhängenden Veränderlichen, auch für andere Kesselbauarten angewendet werden.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

621.527

CU PRIVIRE LA CALCULUL EJECTOARELOR *)

de ALEXANDRU SELEȘTEANU

Deși introdus în tehnică în mijlocul secolului trecut, ejectoarele se găsesc și astăzi într-o stare destul de înapoiată, ceea ce îngreuiază răspîndirea lor în diferitele domenii tehnice.

Domeniile actuale de utilizare — ca pompa de vid la condensatoare sau injectoarele la cazane — sînt prea limitate și, din cauza deficiențelor de concepție duc la randamente scăzute.

Este de mirare că un aparat atît de simplu din punct de vedere constructiv nu este pus la punct sub aspectul teoretic și nu poate fi construit pentru condițiile optime de funcționare.

Determinarea dimensiunilor optime se bazează în fond pe următoarele calcule:

1) Calculele energetice și mecanice pentru deteminarea relațiilor de bază și a randamentului;
2) Determinarea randamentului maxim și a condițiilor optime de funcționare;
3) Dimensionarea pentru condițiile optime;

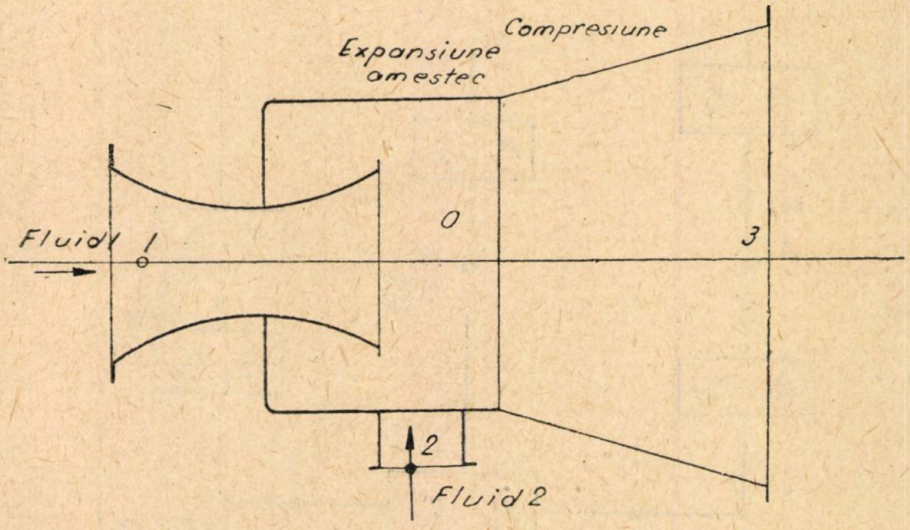


Fig. 1

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

4) Determinarea caracteristicelor, adică a comportării la alte regimuri.

Schematic, efectorul poate fi reprezentat în felul următor (Fig. 1). Putem distinge trei zone funcționale:

— zona de expansiune pentru fluide, 1 și 2;
— zona de amestec a fluidelor destinse 1 și 2;
— zona de compresiune pentru transformarea energiei cinetice în presiune.

Diferitele forme se deosebesc prin fluidele utilizate, după următoarea schemă:

Fluid 1 / Fluid 2	Lichid	Abur	Gaz (Aer)
Lichid (apă)		x	
Abur			
Gaz (aer)		x	

Cele mai răspîndite sînt indicate cu *.

De remarcat că ejectoarele pot tfi uilizate și legate în serie, — așa zisele ejectoare în trepte.

II. CALCULELE ENERGETICE

Schema pentru calculele de bază este redată mai jos:

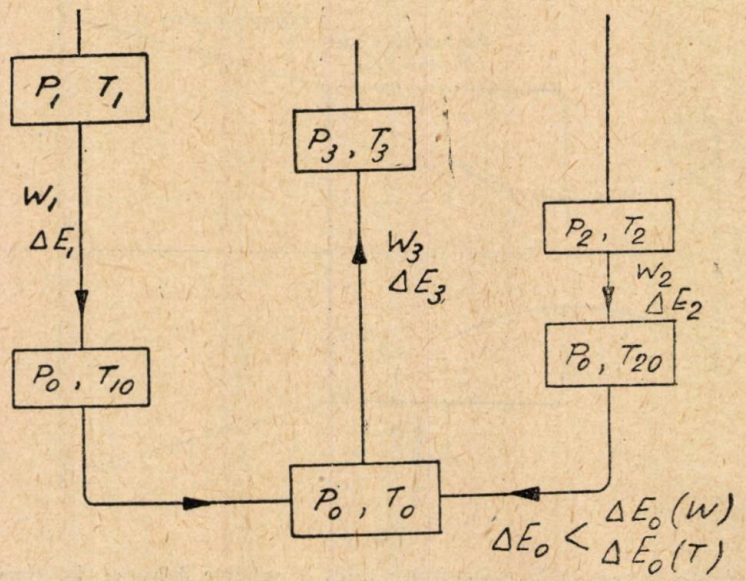


Fig. 2

Indicii din schemă sînt:

1) Variația $P_1,T_1/P_0T_{10}$ și P_2, T^2/P_0, T_{20} reprezintă expansiunile mediilor 1 și 2 de la presiunea inițială spre cea finală. Aceste ex-

Expansiuni duc la vitezele mediilor w_1 și w_2 și fiind legate de pierderile de energie, pentru care putem scrie:

$$\Delta E_1 = \xi_1 G_1 (i_1 - i_{10}) ; \frac{A}{2g} w_1^2 = (1 - \xi_1)(i_1 - i_{10})$$

$$\Delta E_2 = \xi_2 G_2 (i_2 - i_{20}) ; \frac{A}{2g} w_2^2 = (1 - \xi_2)(i_2 - i_{20})$$

Numind raporturile presiunilor

$$\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \varphi_1 ; \left(\frac{P_2}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \varphi_2$$

$$i_{10} = \frac{i_1}{\varphi_1}$$

$$i_{20} = \frac{i_2}{\varphi_2}$$

2) Variația $P_0,T_{10}/P_0,T_0$ și $P_0,T_{20}/P_0,T_0$ reprezintă procesul în camera de ameste a celor două medii active. Acest proces duce la o entalpie rezultantă:

$$i_0 = \frac{G_1 \cdot i_{10} + G_2 \cdot i_{20}}{G_1 + G_2}$$

Totodată însă, în procesul de amestec apare o creștere de entropie, ceea ce reprezintă și o pierdere din punctul de vedere energetic. Pierderea aceasta este cea mai mare în tot procesul termic al unui ejector și ea depinde atît de diferențele de viteză cu care intră cele două medii în camera de amestec

$$\Delta E_0(w) = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} \frac{A}{2g} (w_1 - w_2)^2$$

cît și

de diferența de temperaturi, respectiv de entropie.

$$\Delta E_0 (T)$$

Prima pierdere poate fi calculată pe baza legilor șocului plastic; în ceea ce privește cea de a doua $\Delta E_0(T)$ o vom analiza ulterior.

3) Variația P_0, T_0/P_3, T_3 reprezintă compresiunea amestecului în difuzorul ejectorului. În timpul acestei compresiuni, viteza w_3 se transformă în presiune, ducînd concomitent și la creșterea temperaturii. Și această transformare este legată de pierderi:

$$\Delta E_3 = \xi_3 (G_1 + G_2)(i_3 - i_0)$$

În ceea ce privește procesul de transformare a energiei cinetice, putem scrie:

$$\frac{A}{2g} w_3^2 = (1 + \xi_3)(i_3 - i_0)$$

Numind raportul

$$\left(\frac{P_3}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{n}} = \varphi_3$$

putem scrie:

$$i_3 = \varphi_3 \cdot i_0$$

În procesul energetic, care se desfășoasă într-un ejector avem deci pierderile totale:

$$\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3 + \Delta E_0(w) + \Delta E_0(T)$$

Aceste pierderi determină randamentul ejectorului.

III. AMESTECUL

Pentru a putea calcula pierderile energetice datorite amestecului, pornim de la ideia că aceste pierderi se datoresc micșorării capacității de a produce lucrul mecanic.

Deci:

$$\Delta E_0(T) = G_1 (i_{10} - i^*) \frac{i_{10} - i^*}{i_{10}} + G_2 (i_{20} - i^*) \frac{i_{20} - i^*}{i_{20}}$$

$$- (G_1 + G_2)(i_0 - i^*) \frac{i_0 - i^*}{i_0}$$

unde i^*... entaplia mediului ambiant, iar raporturile

$$\frac{i_{10} - i^*}{i_{10}}, \quad \frac{i_{20} - i^*}{i_{20}}, \quad \frac{i_0 - i^*}{i_0}$$

reprezintă randamentele posibile de transformare a energiei termice în lucru mecanic.

Ținînd seama de bilanțul energetic, obținem prin transformări matematice simple:

$$\Delta_0(T) = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} \frac{i^{*2} (i_{10} - i_{20})^2}{i_0 \cdot i_{10} \cdot i_{20}}$$

Obținem o concluzie plauzibilă a pierderilor de amestec depinzînd în special de diferența de entalpie a celor două medii, prezente.

Interesant de remarcat că pierderile relative:

$$\xi(T) = \frac{\Delta E_0(T)}{G_1 (i_{10} - i^*) + G_2 (i_{20} - i^*)} = \frac{G_1 G_2}{(G_1 + G_2)^2} \frac{[i^* (i_{10} - i_{20})]^2}{i_0 (i_0 - i^*) i_{10} \cdot i_{20}}$$

IV. RANDAMENTUL

Schema de calcul tehnic a ejectorului pornește de la debitul G_2 și entalpiile i_2 și i_3, și se cere determinarea debitului mediului activ G_1 precum și entaljia lui i_1, cu condiția ca randamentul η să fie cît mai mare. Acest randament depinde pe lîngă T_1, i_1 și de antalpia i_0 a amestecului.

Se poate defini o serie întreagă de randamente ale ejectorului, cel mai adecvat însă este:

$$\eta = \frac{(G_1 + G_2)(i_3 - i^*)}{G_1(i_1 - i^*) + G_2(i_2 - i^*)}$$

Bilanțul energetic care permite calcul acestui randament poate fi scris:

$$G_1(i_1 - i^*) + G_2(i_2 - i^*) = (G_1 + G_2)(i_3 - i^*) + \Delta E$$

In consecință ,expresia randamentului poate fi scrisă în felul următor:

$$\eta = 1 - \frac{\Delta E}{G_1(i_1 - i^*) + G_2(i_2 - i^*)}$$

ceea ce, cu introducerea valorilor pentru ΔE ne dă:

$$\eta = 1 - \frac{\Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3 + \Delta E_0(w) + \Delta E_0(T)}{G_1(i_1 - i^*) + G_2(i_2 - i^*)}$$

V. DIMENSIONAREA EJECTORULUI

Baza dimensionării ejectorului este ecuația de continuitate, care permite determinarea secțiunilor din formule:

$$S_1 = \frac{G_1}{\gamma_1 w_1}$$

$$S_2 = \frac{G_2}{\gamma_2 w_2}$$

$$S_3 = \frac{G_1 + G_2}{\gamma_3 w_3}$$

Cea de a doua dimensiune, adică lungimile, se determină din alte considerente, și anume:

— lungimile ajutajelor și difuzorului prin evitarea ruperii fluidului de pe pereți, în special în cazul ajutajului divergent și a difuzorului;

— lungimea camerei de amestec din formarea și dezvoltarea jetului într-un mediu fluid în mișcare.

Pentru a putea dimensiona deci corect ejectorul, este nevoie să studiem aceste două probleme:

— ruperea stratului limită;

— dezvoltarea jetului.

VI. JETUL

Analiza atentă ne va arăta că amîndouă fenomenele sînt legate de forma jetului.

Schema de analiză a jetului poate fi redată în felul următor:

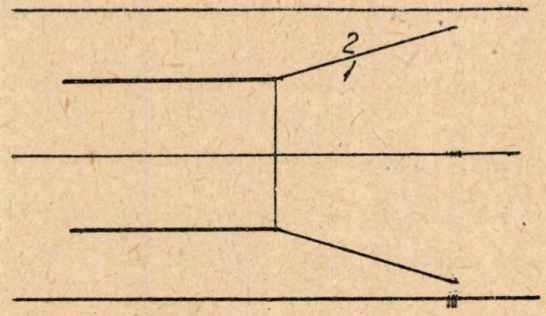


Fig. 3

Ecuaţiile de bază sînt:

— legea continuităţii: $G_1 + G_2 = G =$ *cu*

$$G_1 = \gamma_1 S_1 w_1 ; \; G_2 = \gamma_2 S_2 w_2$$

— legea păstrării impulsului $gI = G_1 w_1 + G_1 w_2$

— acţiunea reciprocă între mediile 1 şi 2 care poate fi redată considerînd mişcarea „picăturilor" de diametrele δ_1 şi δ_2 în felul următor:

$$F_1 = C_f \frac{\gamma_2}{2g} (w_1 - w_2)^2 \frac{\pi \delta_1^2}{4} Z_1$$

$$m_1 = \frac{\gamma_1}{g} \cdot \frac{\pi \delta_1^3}{6} Z_1$$

Pentru a simplifica cît mai mult problema, presupunem $w_2 = 0$, de unde obiţnem:

$$- w_1 \frac{dw_1}{dx} = \frac{F_1}{m_1} = \frac{3 C_f}{4} \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \frac{w_1^2}{\delta_1}$$

În general, diametrul δ_1 depinde de felul fluidului, totuşi fără a micşora valabilitatea calitativă a rezultatelor (cantitativ avem corectura prin coeficientul C_1 putem presupune:

$$\delta_1 = d_1 = \sqrt{\frac{4}{\pi} S_1}$$

ceea ce cu

$$G_1 = \gamma_1 S_1 w_1$$

ne duce la următoarea ecuaţie diferenţială:

$$w_1^{-3/2} dw_1 + \frac{3 C_f}{4} \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \sqrt{\frac{\pi \gamma_1}{4 G_1}} \cdot dx = 0$$

a cărei rezolvare este:

$$w_1^{-\frac{1}{2}} = w_{10}^{-\frac{1}{2}} + \frac{3C_f}{8}\,\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\sqrt{\frac{\pi\gamma_1}{4G_1}}\cdot x$$

Determinarea valorilor importante pentru construcție și anume a secțiunilor din legea continuității, ne dă:

$$\sqrt{S_1} = \sqrt{S_{10}} + \frac{3\sqrt{\pi}}{16}\,C_f\,\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\,x$$

Dacă mai trecem la jetul circular, cel mai răspîndit în construcția ejectoarelor, obținem:

$$\frac{d_1 - d_{10}}{x} = \frac{3C_f}{8}\,\frac{\gamma_2}{\gamma_1}$$

Această relație permite determinarea lungimilor.

1) Astfel, pentru camera de amestec vom avea:

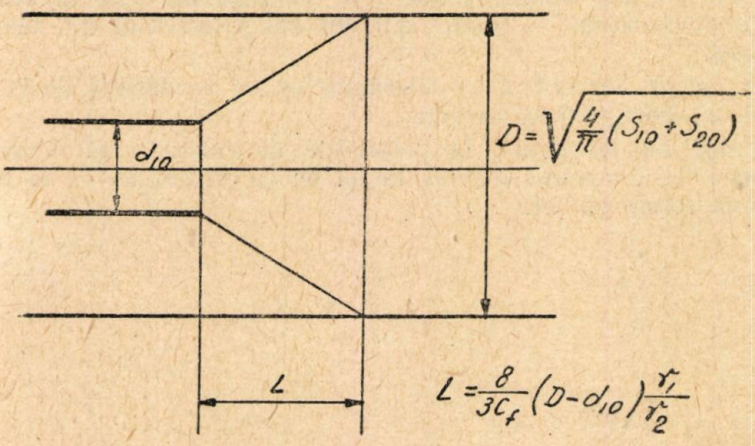


Fig. 4

2) Pentru unghiul de deschidere a difuzorului, evitarea ruperii fluidului este adaptarea difuzorului la forma jetului, cu condiția $\gamma_1 = \gamma_2$, ceea ce ne dă:

$$tg\,2\alpha = \frac{3C_f}{8} \approx 0{,}3 \ldots 0{,}4$$

aceasta duce la

$$\alpha = 8 \text{ --- } 12^*$$

valoarea confirmată de practică.

Cu aceste rezultate poate fi considerată ca rezolvată și problema dimensionării ejectorului, atît ca secțiuni cît și ca lungimi.

Catedra de Mașini termice
Institutul Politehnic București

ЭЖЕКТОРЫ

(Краткое содержание)

Исходя из энергетических соотношений в работе устанавливаются потери в камере смешения двух жидкостей, имеющих различные скорости и температуры. Расчеты позволяют определить коэфицент полезного действия и оптимальные параметры.

Изучение струи позволяет определение размеров эжекторов, поперечных — на основании теоремы сплошности, а продольных — по форме струи.

SUR LE CALCUL DES ÉJECTEURS

(Resumé)

En partant de calculs enérgetiques, ou étude les pertes qui apparaissent à un ejecteur donné, pendant le mélange de deux fluides dans la chambre d'immixtion — fluides qui ont des vitesses et des témperatures differentes.

Les calculs servent, à la détermination du rendement de l'ejécteur et des valeurs énergetiques optima.

L'étude du jet donne la possibilité de calculer les dimensions de l'ejécteur ; les diametres d'après la loi de la continuité —, et la longuer d'après la forme du jet.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

CONSTRUCŢII DE MAŞINI

621.824

ARBORELE ELASTIC *)

de ALEXANDRU SELEŞTEANU

Dimensionarea unei maşini rotative se face prin:
— analiza fluxului energetic, care permite determinarea spaţiilor prin care circulă mediul fluid;
— analiza fluxului mecanic care necesită cercetarea frecvenţei proprii a sistemului, în scopul evitării rezonanţei.
Evitarea rezonanţei poate fi asigurată în două feluri:
— fixarea frecvenţei proprii deasupra turaţiei de regim, ceea ce duce la un arbore rigid, cu dimensiuni mari;
— fixarea frecvenţei proprii sub turaţia de regim, ceea ce determină un arbore elastic cu dimensiuni reduse.

Cea de a doua variantă prezintă un avantaj, deoarece reduce consumul de material pentru arbore şi uşurează realizarea constructivă a maşinii; în schimb, în perioadele de pornire şi oprire, maşina trece prin zona de rezonanţă, cu toate consecinţele care decurg din aceasta.

1. CINETICA MIŞCĂRII

Schema unu arbore este redat în Fig. Nr. 1.

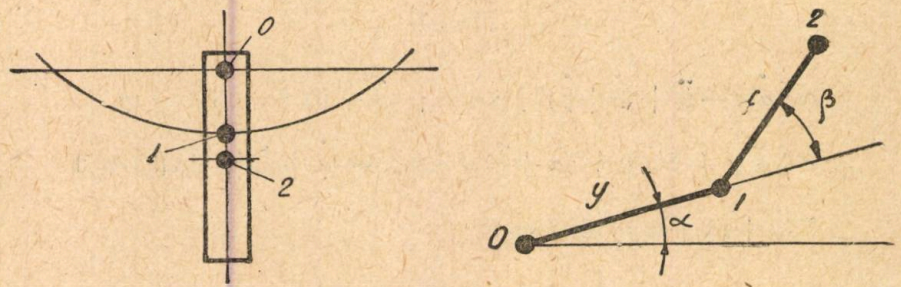


Fig. 1

In această figură:
O ... axul lagărelor;
1 ... centrul arborelui deformat;
2 ... centrul de greutate al discului;

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti şi Institutul de Construcţii Bucureşti din 20—22 iunie 1956.

$O1 = y$... deformaţia arborelui;
$12 = f$... excentricitatea discului.

Determinarea vitezelor (v) şi acceleraţiilor (a) este uşor posibilă, dacă introducem valorile complexe:

$$r(2) = y \cdot e^{i\alpha} + f \cdot e^{i(\alpha+\beta)}$$

$$v(2) = (\dot{y} + i\dot{\alpha}y)e^{i\alpha} + i(\dot{\alpha}+\dot{\beta})e^{i(\alpha+\beta)}$$

$$a(2) = [\ddot{y} - \dot{\alpha}^2 y + i(2\dot{\alpha}\dot{y} + \ddot{\alpha}y)]e^{i\alpha} +$$

$$[-(\dot{\alpha}+\dot{\beta})^2 + i(\ddot{\alpha}+\dot{\beta})]\, f\, e^{i(\alpha+\beta)}$$

În mişcarea arborelui apar forţe elastice:
$F(1) = -cy$, unde c reprezintă coeficientul de elasticitate al arborelui.

Dacă ţinem seama de forţele elastice şi dinamice, neglijînd disipaţia de energie prin frecare şi histerezis, obţinem următoarele condiţii de echilibru (Fig. Nr. 2).

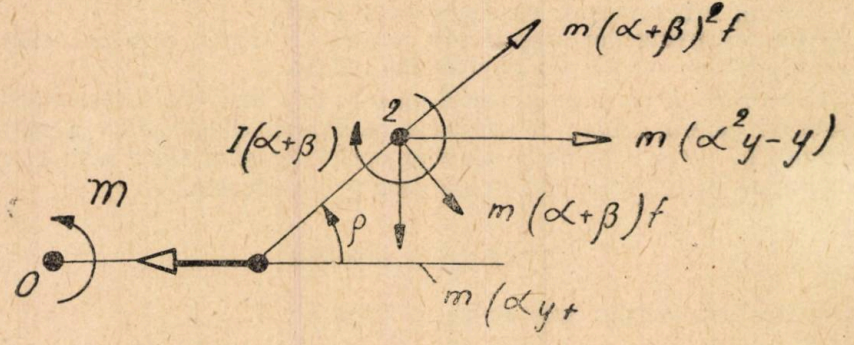


Fig. 2

$$m[\dot{\alpha}^2 y - \ddot{y} + (\dot{\alpha}+\dot{\beta})^2 f\cos\beta + (\ddot{\alpha}+\ddot{\beta})\, f\sin\beta] = cy$$

$$m[\ddot{\alpha}\, y + 2\dot{\alpha}\dot{y} + (\ddot{\alpha}+\ddot{\beta})\, f\cos\beta - (\dot{\alpha}+\dot{\beta})^2 f\sin\beta] = 0$$

$$I(\ddot{\alpha}+\ddot{\beta}) + \alpha\, y\, f\sin\beta = M$$

2. VIBRAŢIILE LINIARE.

În urma progresului realizat în domeniul construcţiei de maşini, teoria vibraţiilor, care forma la început un capitol din dinamică, s-a transformat într-o ştiinţă bine conturată, cu literatură bogată.

Rezolvarea ecuaţiilor diferenţiale ale vibraţiilor cu forţe periodice date, îngreuiază obţinerea rezultatelor simple. Practic nu forţa, ci deplasarea poate fi considerată ca o funcţie periodică dată, astfel că determinarea forţelor care produc o mişcare simplă este mai aproape de realitate

și simplifică rezolvarea problemelor de vibrații, putînd fi generalizată la vibrațiile neliniare.

Ecuația diferențială a unui sistem mecanic cu amortizare (k) este dată de:

$$m\ddot{x} + k\dot{x} + cx = F$$

iar soluția cunoscută.

Putem simplifica însă rezolvarea ecuației prin inversarea metodei, adică în loc de a porni de la o forță cunoscută, pornim de la o deplasare dată, căutînd forța necesară menținerii mișcării.

Cu $x = ae^{i\omega t}$ vom obține
$F \equiv [(c - m\omega^2) + ik\omega]x$, relația care cu prescurtările:

$$\nu^2 = \frac{c}{m} \; ; \; \delta^2 = \frac{k^2}{cm}$$

poate fi scrisă

$$F/cx = 1 - \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^2 + c\delta\frac{\omega}{\nu}$$

Reprezentarea rezultatului, în forma unei diagrame polare adimensionale, este redată în Fig. Nr. 3.

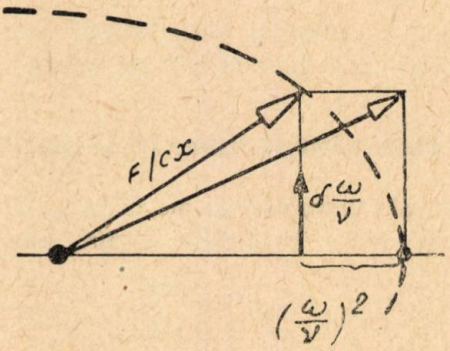


Fig. 3

În aceeași figură este reprezentată și forța ce se transmite fundației:

$$\frac{F_1}{cx} = 1 + i\delta\frac{\omega}{\nu}$$

care, după cum se vede, poate if mai mică sau mai mare decît forța exterioară.

3. METODA ENERGETICĂ

Cu toate că problema vibrațiilor armonice este ușor de rezolvat, vom încerca cercetarea fenomenelor și sub aspectul energetic.

Ecuația de bază permite transformarea în relație energetică, cu

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{cx^2}{2}$$

sau

$$\frac{dE}{dt} = (F - kv)\, v$$

$$dF/dx = F - kv$$

În cazul mișcării armonice $E = \text{const}$ și în consecință $F = kv$ în fiecare moment.

În cazul general, cu:

$$Fdin + Fel + Fdis = Fex$$

obținem

$$d\,(Ecin + Edif) = (Lext - Ldis) - dt$$

De data aceasta $E = Ecin + Edis$ nu mai este constant, dar este o valoare periodică, adică $E(t+T) = E(t)$. Prin integrare pe o perioadă, obținem deci ca rezultat util:

$$\int_t^{t+T} Lext \cdot dt = \int_t^{t+T} L\,dis \cdot dt$$

relație care împreună cu condiția periodicității energiei, ne dă posibilitatea de analizare tehnică a problemelor de vibrații neliniare.

4. ANALOGII ÎNTRE VIBRAȚII ȘI DEFORMAȚII

Bazele de calcul ale vibrațiilor și ale deformațiilor se aseamănă mult. Astfel, curbura liniei neutre, în ambele cazuri, este dată prin:

$$y'' = \frac{M}{EI}$$

în ceea ce privește momentul (M) el este determinat de:

în cazul deformațiilor, prin: $M'' = \gamma s$

în cazul vibrațiilor, prin: $M'' = \gamma s \dfrac{\omega^2 y}{g}$

Deoarece și condițiile de limită sînt identice, în tehnică se folosește cu succes metoda iterațiilor pentru determinarea frecvențelor proprii, pornind de la deformația statică.

Principiul acestei metode poate fi redat prin următoarea schemă:

$$Mst \rightarrow yst\ (diu\ y'') \rightarrow M_1\,din\ (din\ M'') \rightarrow y_1\,din \rightarrow M_2\,din$$

Convergența metodei este bună, un rezultat satisfăcător putînd fi obținut deobicei în a doua fază. De remarcat că rezolvarea practică se face în mod grafic, prin metoda lui Mohr.

5. VIBRAŢII NELINIARE

Cazul general al unei vibraţii oarecare poate fi redat prin relaţia:

$$m\ddot{x} + f(\dot{x}, x) = F(t)$$

Presupunînd că deplasarea (x) este o funcţie armonică putem determina forţa necesară menţinerii acestei vibraţii:

$$x = x_0 \cdot e^{i\omega t}$$

$$F(t) = f(x, i\omega x) - m\omega^2 x$$

Alpicăm principiul abaterii minime, scriind condiţia:

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \int_0^{x_0} F^2 \, dx = 0$$

Din această condiţie putem determina frecvenţa proprie.

Remarcăm că premiza nu este dovedită, priniciul este însă destul de răspîndit în calculele tehnice.

Demonstrăm metoda la două exemple:

a) $f(x, \dot{x}) = cx + a x^3$

În acest caz vom avea : $\omega^2 = \frac{c}{m} + \frac{3}{5}\frac{a}{m} x_0^2$

b) Ecuaţia lui van der Pohl:

$$f(x, \dot{x}) = m[x - \varepsilon(1 - \dot{x}^2)\dot{x}$$

Obţinem următaoarele rezultate pentru faza staţionară:

$$0 = \omega\left[1 - \omega^2 + \frac{3}{2}\varepsilon^2\left(1 - \frac{2}{5}x_0^2 + \frac{1}{7}x_9^4\right) + \frac{3}{2}\varepsilon(1 - 3\omega^2)\left(\frac{1}{3} - \frac{x_0^2}{5}\right)\right]$$

de unde se deduce:

$$x_0^2 = \frac{5}{3} = \frac{5}{3}\,; \quad \omega^2 = 1^2 + \frac{2}{21}\varepsilon^2$$

6. VIBRAŢIILE ARBORELUI

Ecuaţiile de echilibru ale arborelui pot fi scrise în felul următor:

$$\ddot{y} + \left(\frac{c}{m} - \dot{\alpha}^2\right) y = [(\dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 \cos\beta + (\ddot{\alpha} + \beta)\sin\beta] f$$

$$2\dot{\alpha}\dot{y} + \ddot{\alpha}\, y = [(\dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 \sin\beta - (\ddot{\alpha} + \ddot{\beta})\cos f\,]\, f$$

$$I(\ddot{\alpha} + \ddot{\beta}) + c\, y f \sin\beta = M$$

În această formă generală rezolvarea lor este însă destul de dificilă. În plus relațiile nu includ încă efectul amortizării prin histerezis și nici nu sînt analizate — dacă prezintă o mișcare stabilă — deci practic posibilă. În consecință, în forma redată, ele nu dau relațiile asupra comportării în zona de rezonanță.

Din experiență, este cunoscut că cele două poziții stabile sînt date de condiția:

$$\sin \beta = 0 \text{ sau } \beta = 0, \pi$$

În acest caz, relațiile se simplifică și pot fi integrate. Obținem astfel:

$$\omega (y \pm f)^2 = A^2$$

$$\ddot{y} + \left(\frac{c}{m} - \omega^2\right)(y \pm f) = \pm \frac{c}{m} f$$

$$M = I \dot{\omega}$$

deci totuși ceva mai complex decît rezultatele obișnuite.

Presupunerea obișnuită:

ω = const, duce la rezultatul cunoscut:

$$y = \pm \frac{f}{\frac{c}{m\omega^2} - 1}$$

$$M = 0$$

Dacă însă presupunem:

$y = y_0 (1 + \varepsilon \sin pt)$ obținem, considerînd ε valoare mică:

$$\omega^2 \approx \frac{c/m}{1 \pm f/y} - p^2 \frac{\varepsilon \sin pt}{1 \pm f/y}$$

sau cu

$$p = \omega$$

$$\omega^2 \sim \frac{c/m}{1 \pm \frac{f}{y} + \varepsilon \sin \omega t}$$

$$M = \frac{J\omega^2}{2} \varepsilon \cos \omega t$$

Constatăm că în acest caz, pe lîngă vibrații puternice, se produce și o variație destul de mare a momentului transmis, ceea ce poate dăuna funcționării normale a mașinii sau a agregatului. Fenomenul poate să apară în cazul arborelui asimetric, spre exemplu în locașele pentru pene.

7. AMORTIZAREA VIBRAȚIILOR PRIN HISTEREZIS

Ecuația vibrațiilor amortizate, are, în formă energetică, următoarea expresie:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m\dot{y}^2}{2} + \frac{cy^2}{2}\right) = F\dot{y} - L_{dis}$$

Din această relație putem deduce, analizînd factorul din partea stîngă, frecvența proprie $\omega^2 = \frac{c}{m}$, iar integrînd peste o perioadă $o \dots t \dots T$

$$\int_0^T F\dot{y}\, dt = \int_0^T L \,\mathrm{dis}\, dt$$

Numind cu L_1 energia disipată pe ciclu;
$F_0\, y_0$ amplitudinea forței și deplasării, obținem:

$$\pi F_0\, y_0 = \int L_1\, dv$$

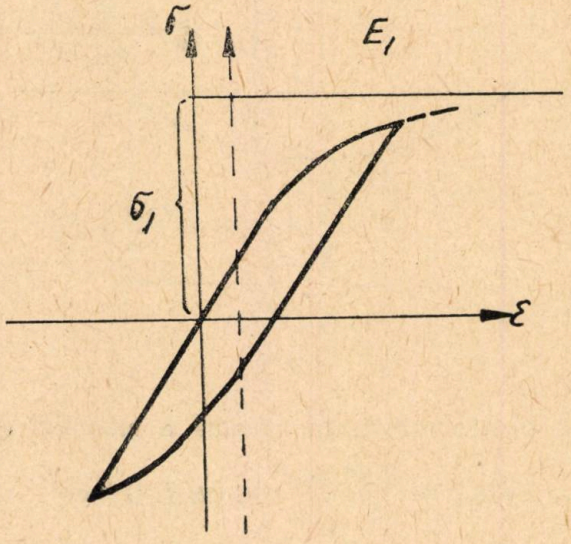


Fig. 4

În ceea ce privește energia disipată pe ciclu, pornim de la diagrama σ/ε, redată în Fig. Nr. 4.

Presupunînd variația modulului în funcție de efortul unitar:

$$E = E_1 (1 - \sigma/\sigma_1)$$

obținem:

$$\sigma = \sigma_1 \left(1 - e^{-\frac{E\,\varepsilon}{\sigma_1}}\right) \approx E_1\, \varepsilon \left(1 - \frac{E_1\, \varepsilon}{2\,\sigma_1}\right)$$

iar pentru energia de disipație:

$$L_1 = 2 \int_0^{\varepsilon} \sigma\, d\varepsilon - \frac{\sigma^2}{E_1} \approx \frac{2}{3}\, \frac{\sigma^3}{E\,\sigma_1}$$

Egalarea energiei introduse cu cea disipată ne dă:

$$\pi F_0 y_0 = \frac{2}{3} \frac{\int \sigma^3 dv}{E_1 \sigma_1}$$

Aplicarea acestei relații în cazul vibrațiilor arborelui după Fig. Nr. 5 duce la următoarele rezultate:

$$\int \sigma^3 \, dv = \frac{2}{15\pi} \sigma^3_{max} \cdot v$$

$$y_0 = \sigma_{max} \frac{L^2}{6 Ed}$$

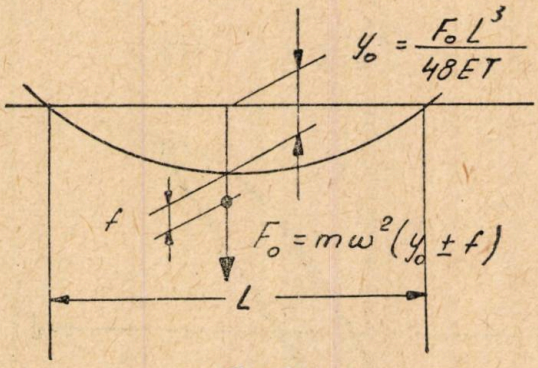


Fig. 5

de unde obținem pentru solicitarea maximă a arborelui relația:

$$\sigma^3_{max} = \frac{45\pi^2}{4} \frac{m\omega^2}{v} y_0 (y_0 \pm f) E \sigma_1$$

sau prin rezolvarea ei:

$$\sigma_{max} = \frac{5\pi}{8} \frac{m\omega^2 L^3}{E\pi d^4} \sigma_1 \left[1 \pm \sqrt{1 \pm \frac{96}{5\pi} f \frac{\left(\frac{d}{L}\right)^5 E^2}{m\omega^2 \sigma_1}} \right]$$

În cazul trecerii prin rezonanță a arborelui elastic vom avea:

$$m\omega^2 = c = \frac{48 EI}{L^3} = \frac{3\pi}{4} \frac{F d^4}{L^3}$$

și

$$\sigma_{max} = \frac{15\pi^2}{32} \sigma_1 \left[1 \pm \sqrt{1 \pm \frac{128}{5\pi^2} f \frac{Ed}{\sigma_1 L^2}} \right]$$

ceea ce, în cazul cînd excentricitatea inițială este mică, duce la rezultatul:

$$\sigma_{max} \sim 6 f \frac{Ed}{L^2}$$

*
* *

In lucrare sînt indicate o serie de idei și metode originale ca:
— deetrminarea vitezelor și accelerațiilor cu ajutorul vectorilor scriși în formă complexă:
— reprezentarea grafică a vibrațiilor liniare;
— metoda energetică și metoda abaterii minime pentru studiul vibrațiilor neliniare.

Aplicațiile metodelor la cazul arborelui elastic duc la anumite rezultate provizorii interesante, urmînd ca în viitor aceste rezultate să fie dezvoltate și aplicate la cîteva cazuri concrete.

Laboratorul de Motoare Termice
Institutul Politehnic București

ГИБКИЕ ВАЛЫ

(Краткое содержание)

В работе изучается возможность применения в машиностроении гибких валов, что дало бы значителную экономию материала. Исходя их представления, что векторы являются комплексными величинами устанавливается кинематика движения гибкого вала, нелинейные колебания его, амортизируемые внутренним трением (гистерезис) и наибольшие напряжения, которые появляются при прохождении системой через резонансную зону в момент пуска и остановки машины.

L'ARBRE ÉLASTIQUE

(Resumé)

Dans cet ouvrage on étudie la possibilité d'utiliser dans les constructions de machines l'arbre élastique, — fait qui mène à une économie sensible de materiaux de construction.

L'étude commence par la représentation vectoriale, ou passe apres par des valeurs complexes et ou détermine la cinématique du mouvement de l'arbre élastique, les vibrations nonlinéaires amorties par l'effet de la friction intérieure (hysteresis) et les tensions maxima qui apparaissent quand le système passe par la zone de résonnance, au moment de la suise en marche et de l'ariet de la machine.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

ORGANE DE MAŞINI

021.821.

STABILITATEA MIŞCĂRII ÎN LAGĂRELE CIRCULARE *)

NICOLAE TIPEI

Fie un sistem fix de coordonate în spațiu $O'\ x'_1\ x'_2\ x'_3$ și altul mobil $O_2\ x_t\ x_n\ x_3$ legat de corpurile în mișcare, respectiv fusul (1) cu cuzinetul său (2), reprezentate în figura 1. Se alege ca axă $O_2\ x_t$ linia centrelor, originea O_2 este situată pe axa cuzinetului, iar $O_2\ x_n$ normală pe ea și cuprinsă în planul secțiunii ; $O_2\ x_3$ este perpendiculară pe acest plan și paralelă cu axele pieselor.

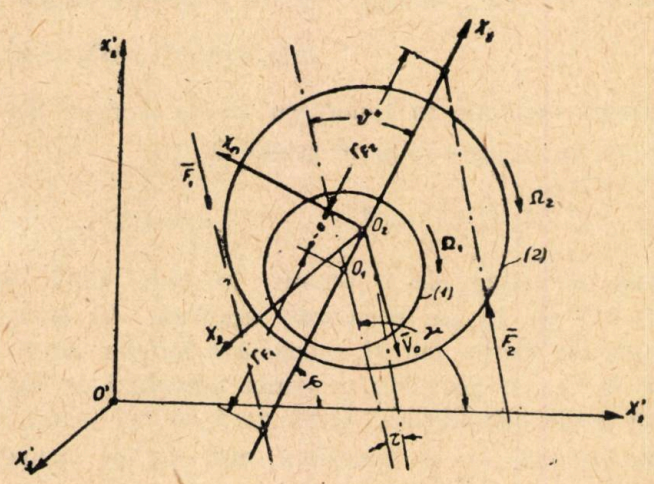


Fig. 1

Se presupune că nu există viteze pe direcția $O_2\ x_3$ și că forțele sînt cuprinse în plane paralele cu acela al secțiunii figurate. O_1 *și* O_2 sînt punctele în care axele fusului și cuzinetului, presupune paralele, înțeapă planul $O_2\ x_t\ x_n$. Fie $\overline{V_0}\ (V_{0t},\ V_{0n})$ viteza punctului O_2, iar $e = O_1O_2$ excentricitatea relativă, φ unghiul liniei centrelor cu $O'x'_1$ γ unghiul aceleiași axe cu direcția forței exterioare F_1, aplicată corpului (1), $\vartheta^* = \gamma - \varphi$, $\overline{P_i}\ (P_{it},\ P_{in},\ i = 1,\ 2)$ rezultanta forțelor exterioare F_i și a presiunilor pe suprafețele i, Δ jocul radial, $\alpha = \dfrac{e}{\Delta}$ excentricitatea relativă. Ecuațiile

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Insttiutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

de mișcare sînt:

$$\left.\begin{aligned} \dot{V}_{0t} - \ddot{e} - \ddot{\varphi}\, V_{0n} + e\,\dot{\varphi}^2 &= \frac{P_{1t}}{m_1} \\ \dot{V}_{0n} + \dot{\varphi}\, V_{0t} - 2\,\dot{\varphi}\,\dot{e} - \ddot{\varphi}\, e &= \frac{P_{1n}}{m_1} \end{aligned}\right| \qquad \left.\begin{aligned} \dot{V}_{0t} - \dot{\varphi}\, V_{0n} &= \frac{P_{2t}}{m_2} \\ \dot{V}_{0n} + \dot{\varphi}\, V_0 t &= \frac{P_{2n}}{m_2} \end{aligned}\right| \qquad (1)$$

În acestea m_i sînt masele fusului, respectiv a cuzinetului ($i=1,2$. Dacă Ω_i sînt vitezele de rotație ale corpurilor (i), se introduc perturbațiile

$$\left.\begin{aligned} \delta V_{0t} = V^*_{0t}\, e^{\nu t};\ \delta V_{0n} = V^*_{0n}\, e^{\nu t};\ \delta\alpha = \alpha^*\, e^{\nu t};\ \delta\vartheta^* = \vartheta^{**}\, e^{\nu t};\ \\ \delta\Omega_1 = \Omega^*_1\, e^{\nu t};\ \delta\Omega_2 = \Omega^*_2\, e^{\nu t} \end{aligned}\right| \qquad (2)$$

și se linearizează ecuațiile în raport cu aceste mărimi, din (1) și din cele două ecuații de mișcare în jurul axelor O_1, O_2

$$I_{i3}\,\dot{\Omega}_i = -M_i \qquad , \quad i = 1,2, \qquad (3)$$

se obține [1] un sistem de 6 ecuații, în care intră necunoscutele V^*_{0t}, V^*_{0n}, α^*, ϑ^{**}, Ω^*_1, Ω^*_2 și derivatele acestora. În ecuațiile (3) I_{i3} sînt momentele de inerție iar M_i momentele forțelor exterioare. Ecuația caracteristică în ν de gradul 2, prezintă dificultăți de calcul care fac necesare încă unele simplificări. Astfel dacă se neglijează variațiile vitezelor unghiulare Ω_i și se consideră axul O_2 al cuzinetului mobil, $V_0=O$, rezultă ecuația în ν

$$\begin{vmatrix} \nu^2\Delta - (\dot{\gamma}-\dot{\vartheta}^*)^2\Delta + \frac{1}{m_1}\frac{\partial P_{1t}}{\partial\alpha}\left[2\alpha\Delta(\dot{\gamma}-\dot{\vartheta}^*) + \frac{1}{m_1}\cdot\frac{\partial P_{1t}}{\partial\dot{\vartheta}^*}\right]\nu + \frac{1}{m_1}\frac{\partial P_{1t}}{\partial\vartheta^*} \\ -\left[2(\dot{\gamma}-\dot{\vartheta}^*)\nu + \ddot{\gamma}-\ddot{\vartheta}^*\right]\Delta - \frac{1}{m_1}\cdot\frac{\partial P_{1n}}{\partial\alpha}\alpha\Delta\nu^2 + \left(2\dot{\alpha}\Delta - \frac{1}{m_1}\cdot\frac{\partial P_{1n}}{\partial\vartheta^*}\right)\nu + \frac{\partial P_{1n}}{\partial\vartheta^*} \end{vmatrix} = 0 \qquad (4)$$

Dacă μ_1 este vîscozitatea uleiului la intrare, r_1 raza fusului, $\lambda = \dfrac{b}{2r_1}$ raportul dintre lărgimea și diametrul acestuia, $\psi = \dfrac{\Delta}{r_1}$, C_t și C_n [2],

coeficienții caracteristici ai rezultantei presiunilor pe direcțiile $O_2 x_t$ și $O_2 x_n$, iar q un parametrul care ține seama de variația vîscozității $(0 \ll q \ll 1)$, derivatele din determinantul (4) sînt

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial P_{1t}}{\partial \alpha} = \frac{12\,\mu_1 \lambda r_1^2}{\psi^2}\left[\Omega_1 + \Omega_2 + 2(\dot\gamma - \dot\vartheta^*)\right]\frac{\partial}{\partial \alpha}\left[\frac{C_t}{(1+\alpha)^2}\right]; \frac{\partial P_{1t}}{\partial \vartheta^*} = F_1 \sin\vartheta^* \\
&\frac{\partial P_{1t}}{\partial \dot\vartheta^*} = -\frac{24\,\mu_1 \lambda r_1^2}{\psi^2}\cdot\frac{C_t}{(1+\alpha)^2}; \frac{\partial P_{1n}}{\partial \alpha} = \frac{12\,\mu_1 \lambda r_1^2}{\psi^2}\left[\Omega_1 + \Omega_2 + 2(\dot\gamma - \dot\vartheta^*)\right]\cdot \\
&\cdot \frac{\partial}{\partial \alpha}\left[\frac{C_n}{(1+\alpha)^q}\right], \quad \frac{\partial P_{1n}}{\partial \vartheta^*} = -F_1 \cos\vartheta^*; \frac{\partial P_{1n}}{\partial \dot\vartheta^*} = -\frac{24\,\mu_1 \lambda r}{\psi^2}\cdot\frac{C_n}{(1+\alpha)^q}
\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Dezvoltînd determinantul (4), se deduce ecuația caarcteristică

$$C_0 \nu^4 + C_1 \nu^3 + \nu^2 C_2 + C_3 \nu + C_4 = 0 \quad (6)$$

în care coeficienții C_i au valori cunoscute dacă se pleacă de la un regim inițial neperturbat dat $(\alpha, \Delta, \gamma(t), \vartheta^* \vartheta(t)$. Condițiile de stabilitate se pot scrie apoi

$$C_j > 0\ (j = 0, 1, 2., 4); \quad C_3\,(C_1 C_2 - C_0 C_3) > C_4 C_1^2 \quad (7)$$

Încărcare centrifugă. Dacă forța exterioară F_1 este constantă și se rotește cu viteza unghiulară $\Omega_1 = \text{const}$, $\dot\gamma = -\Omega_1$, $\ddot\gamma = 0$, rezultă [3]

$$\left.\begin{aligned}
&Ct < 0,\ C_n > 0,\ \frac{\partial}{\partial \alpha}\left[\frac{C_t}{(1+\alpha)^q}\right] < 0, \frac{\partial}{\partial \alpha}\left[\frac{C_n}{(1+\alpha)^q}\right] > 0,\ \alpha = \text{constant} \\
&\vartheta^* = \text{constant}, \frac{\partial P_{1t}}{\partial \alpha} > 0, \frac{\partial P_{1t}}{\partial \vartheta^*} < 0, \frac{\partial P_{1t}}{\partial \dot\vartheta^*} > 0, \\
&\frac{\partial P_{1n}}{\vartheta\,\alpha} < 0, \frac{\partial P_{1n}}{\partial \vartheta^*} < 0, \frac{\partial P_{1n}}{\partial \dot\vartheta^*} < 0,
\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Analizînd apoi condițiile (7), cu valorile coeficienților astfel determinate, se poate deduce că $C_1 > 0$, $C_2 > 0$ și $C_4 > 0$, iar semnul lui C_3 depinde de acela al expresiei $(q = 1)$

$$s_0 = \frac{12\,\mu_1 \lambda r_1^2\,|C_t|}{m_1 \Delta \psi^2}\cdot\frac{\delta}{\partial \alpha}|\operatorname{cotg}\vartheta^*| + 2\,\Omega_1\left[\alpha\frac{\partial}{\partial \alpha}\operatorname{Log}\left(\frac{C_n}{1+\alpha}\right) - 1\right] \quad (9)$$

De oarece primul termen este întotdeauna pozitiv, rezultă că regimul instabil, pentru care $C_3 < 0$, ar putea apare numai dacă

$$\alpha\frac{\partial}{\partial \alpha}\operatorname{Log}\left(\frac{C_n}{1+\alpha}\right) > 1 \quad (10)$$

În adevăr

$$C_3 = \frac{s_0}{\alpha} - \frac{2 F_1 \Omega_1}{m_1 \Delta}\sin\vartheta^* \quad (11)$$

și cum $\vartheta^* < O$ întotdeauna pentru încărcări centrifuge [3], urmează că $C_3 < O$ numai dacă și $s_0 > O$, deci inegalitatea (10) este satisfăcută,

în toate celelalte cazuri regimul de mișcare fiind stabil ; bineînțeles aceste concluzii sînt valabile cînd și ultima inegalitate (7) este deasemenea verificată. În diagrama din fig. 2 s-a trasat curba $\text{Log}\frac{C_n}{1+\alpha}$ pentru $\lambda=0{,}5$. Se deduce ușor din aceasta că relația (10) este satisfăcută pentru toate valorile $\alpha < 0{,}5$, deci se justifică recomandarea practică cunoscută.

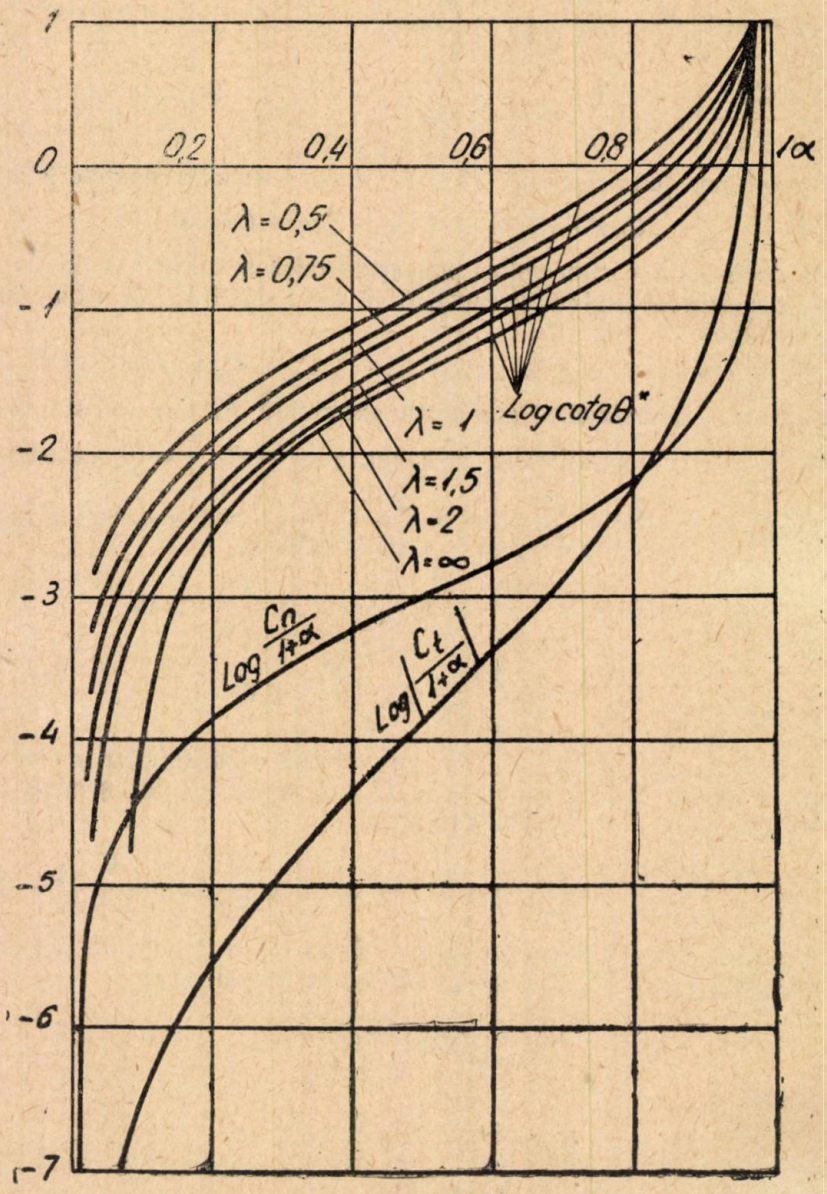


Fig. 2

Totuși aceste concluzii sînt dependente de alungirea λ, domeniul de stabilitate fiind mai extins cînd λ crește, pentru același α.

Ultima condiție (7) se poate scrie, după o serie de transformări:

$$4-\frac{C_n}{1+\alpha}-\alpha\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{C_n}{1+\alpha}\right)+\frac{F_1\cos\vartheta^*}{m_1\Delta\Omega_1^2}\cdot\frac{C_n}{1+\alpha}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha}\operatorname{Log}\left(\frac{C_n}{1+\alpha}\right)-\frac{3}{\alpha}\right]>0 \quad (12)$$

și poate fi astfel ușor verificată de la caz la caz.

Încărcare constantă. În acest caz $\vartheta^* = \text{constant}$ și

$$\left.\begin{aligned}&\vartheta^*>0\,;\ \dot\gamma=0\,;\ C_n>0\,;\ C_t>0,\ \frac{\partial P_{1t}}{\partial\alpha}>0\,;\ \frac{\partial P_{1t}}{\partial\vartheta^*}>0\,;\ \frac{\partial P_{1t}}{\partial\dot\vartheta^*}<0\\&\frac{\partial P_{1n}}{\partial\alpha}>0\,;\ \frac{\partial P_{1n}}{\partial\vartheta^*}<0\,;\ \frac{\partial P_{1n}}{\partial\dot\vartheta^*}<0\end{aligned}\right\} \quad (13)$$

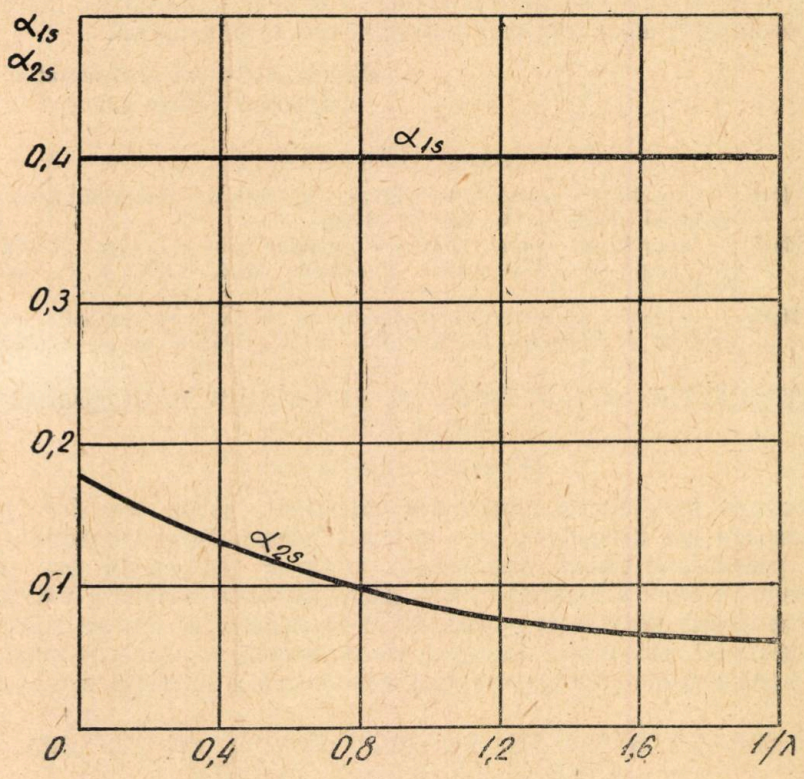


Fig. 3

Se găsește apoi imediat că C_1, C_2, C_3 și C_4 sînt întotdeauna pozitivi. Pentru ca și ultima inegalitate (7) să fie satisfăcută, rezultă condiția

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\operatorname{Log}\cot\vartheta^*-\frac{1}{\alpha}>0 \quad (14)$$

În diagramele din fig. 2 s-au trasat curbele $\operatorname{Log}\operatorname{cotg}\vartheta^* = f(\alpha)$ pentru diferite valori uzuale ale alungirii λ. Din acestea rezultă că pentru

toate alungirile există o stabilitate a mișcării dacă $\alpha > 0{,}4 = \alpha_{1s}$ sau dacă $\alpha < \alpha_{2s}$. În fig. 3 s-a reprezentat variația lui α_{1s}, α_{2s} în funcție de $\frac{1}{\lambda}$, observîndu-se că domeniul de instabilitate crește cînd λ scade. Se obține astfel în mod mai general rezultatul găsit de Stodola pentru $\lambda = \infty$ în care caz se recomandă pentru stabilitate $\alpha > 0{,}5$. Totuși exsitența unui nou regim stabil la excentricități relative foarte mici nu a fost pînă în prezent relevată, deși acest lucru se verifică experimental.

Se remarcă în general că valorile mari ale excentricității relative, corespunzînd unor încărcări mari pe unitatea de suprafață, sînt avantajoase din punctul de vedere al stabilității, deoarece valorile pozitive ale coeficienților C_j cresc odată cu încărcarea și deci cu α, odată cu expresia din membrul din stînga al inegalității (14). În acest sens trebuie interpretată și recomandarea întîlnită uneori de a reduce valoarea lui λ pentru F_1 și r_1 date, deoarece se sporesc astfel încărcările unitare care favorizează un mers liniștit, dacă regimul hidrodinamic este asigurat.

Catedra de Construcții Aeronautice
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. **N. Tipei,** — Stabilitatea mișcării în lagărele cu încărcare dinamică. Comunicările Academiei R.P.R. t. V. no. 12 (1955).
2. **N. Tipei,** — Considerații asupra calculului lagărelor prin alunecare. Buletin Științific, Secția de științe tehnice și chimice, Acad. R.P.R., t. IV, no. 3—4, (1952).
3. **N. Tipei,** — Calculul lagărelor cu alunecare supuse la forțe variabile. Studii și Cercetări de Mecanică și Metalurgie, t. IV, 1953 și no. 1—2 (1954).

К ВОПРОСУ ОВ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ В ПОДШИПНИКАХ СКОЛЬЖЕНИЯ

(Краткое содержание)

Исходя ив общих уравнений движения, автор выводит условия устойчивости для цилиндрических круглых подшипников скольжения. Применяя результаты ранее полученные автором (1), (2), (3) эти условия указываются, имея в виду концевую длину соприкасающихся поверностей.

Указанные результаты применяются во первых в случае центробежных испытаний, затем для посторянных испытаний по величине и направлению и в заключение даюотся критерии для проверки устоичивости движения.

SUR LA STABILITÉ DU MOUVEMENT EN PALIERS CYLINDRIQUES CIRCULAIRES

(Résumé)

En partant des équations générales du mouvement, on établit les conditions de stabilité pour les paliers cylindriques circulaires. A l'aide des résultants antérieurement obtenus par l'auteur [1], [2], [3], on exprime ces conditions en tenant compte de la longueur finie des surfaces en contact.

On appliques ces résultats aux cas des charges centrifuges et des charges constantes en grandeur et direction, et on donne des critères simples pour vérifier la stabilité du mouvement.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

621.9

CONTRIBUŢII LA METODA DE CALCUL A REGIMURILOR OPTIME DE AŞCHIERE *)

de ZOLTAN DUCA

Avînd în vedere extinderea metodelor noui de aşchiere rapidă şi intensivă (cu avansuri mari), şi unele lipsuri ale metodelor actuale de calcul a regimului optim mai ales în acest domeniu, s-a întreprins studiul ce urmează cu dublul scop.

— De a găsi raportul optim dintre avans şi adîncimea de aşchiere, necesar la stabilirea regimului optim de aşchiere.

— De a clarifica influenţa complexă a factorilor regimurilor de lucru avansate asupra principalilor indici tehnico-economici importanţi în producţie ca: productivitatea şi consumul specific de energie.

I. COMPLETAREA METODELOR DE CALCUL ANALITIC AL REGIMULUI DE AŞCHIERE

Pentru a determina analitic valorile optime ale factorilor regimului de aşchiere: t (adîncimea), s (avansul) şi v (viteza), literatura şi unele normative recomandă folosirea următoarelor condiţii şi relaţii ce decurg din ele:

1) Să se asigure menţinerea forţelor de aşchiere în limitele admise de rezistenţa sau rigiditatea sculei, a piesei sau a unui din organele maşinii unelte.

2) Să se asigure o anumită durabilitate a tăişului sculei, fixată ca durabilitate economică.

3) Puterea de aşchiere să nu depăşească puterea maşinii unelte şi pe cît posibil să se folosească întreaga putere disponibilă a acesteia.

Cele de mai sus sînt exprimate prin ecuaţiile:

$$P_{z_{ef}} \geqslant P_{z_{adm}} \cdots\cdots \text{sau} \qquad C_{p_z} \cdot t^{x_p} \cdot s^{y_p} \leq P_{z_{adm}} \tag{1}$$

$$V_{lucru} \leq V_T \cdots\cdots \text{sau} \qquad V_{lucru} = \frac{C_v}{T^m \cdot t^{x_v} \cdot s^{y_r}} \tag{2}$$

$$N_{aş} \leq N_{maş} \cdots\cdots \text{sau} \qquad \frac{C_{p_z} \cdot t^{x_p} \cdot s^{y_p} \cdot v}{61_{20}} \leq \eta \cdot N_{maş} \tag{3}$$

Se mai pot aminti şi ecuaţiile ce rezultă din condiţiile de netezime a suprafeţei prelucrate în funcţie de elementele geometrice ale sculei

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti şi Institutul de Construcţii Bucureşti din 20—22 iunie 1956.

(r = raza la vîrf $\varkappa$ și $\varkappa_1$ = unghiurile de atac principal și secundar) și funcție de înălțimea h admisă a neregularităților suprafeței:

$$s = 8 \cdot r \cdot h_{adm} \tag{4}$$

sau

$$s = h_{adm} (\operatorname{ctg} \varkappa + \operatorname{ctg} \varkappa_1) \tag{5}$$

Însă, deși teoretic trei din cele cinci ecuații scrise ar fi suficiente pentru determinarea celor trei factori ai regimului de așchiere t, s și v, totuși în practică ecuațiile scrise nu sînt suficiente deoarece:

Operația considerată nu permite decît arareori utilizarea întregei puteri a mașinii unelte, deci ecuația (3) nu poate fi utilizată întotdeauna, și deoarece,

— Relațiile (4) și (5) se bazează numai pe considerente geometrice, în timp ce înălțimea neregularităților suprafeței prelucrate este determinată de un complex mai larg de fenomene (de deformații etc.).

Astfel, rămînînd permanent valabile numai două ecuații, una din necunoscute se alege de regulă în mod arbitrar, ceea ce nu poate să ducă decît întîmplător la soluționarea optimă a problemei.

Pentru înlăturarea acestui neajuns, în căutarea unei a treia ecuații permanent valabile, am introdus o condiție nouă: condiția de o deosebită importanță, a realizării productivității maxime a operației sau obținerea debitului maxim de așchie, cu respectarea totodată și a condițiilor (1) și (2) de mai sus, adică:

$$P_T = t \cdot s \cdot v = P_{T_{max}} \quad (\text{în } \text{cm}^3/\text{min}) \tag{6}$$

unde P_T este productivitatea sau debitul de așchie care trebuie să fie maxim, iar restul factorilor sînt factorii căutați ai regimului de așchiere.

Așa dar cele trei ecuații necesare vor fi ecuațiile (1), (2) și (6).

În virtutea condiției ca productivitatea să fie maximă cu respectarea durabilității optime-economice T_{ec} a sculei, înlocuim viteza v din ec. (6) prin expresia (2) a vitezei corespunzătoare durabilității T, care se mai poate scrie și sub forma

$$v_T = \frac{C_{v_T}}{t^{x_v} \cdot s^{y_v}} \tag{7}$$

așa că ecuația (6) devine succesiv:

$$P_{T_{max}} = t \cdot s \cdot v_T \tag{8}$$

$$P_{T_{max}} = C_{v_T} \cdot t^{1-x_v} \cdot s^{1-y_v} \tag{9}$$

unde: C_{v_T} este o constantă ce depinde de materialul așchiat și de o seamă de condiții în care se efectuează așchierea x_v și y_v sînt exponenții variației relative a vitezei de durabilitate constantă în funcție de t și s, avînd valori constante, chiar la o variație în limite destul de largi ale mărimii factorilor t și s.

Conform teoremei cunoscute, că maximul funcțiilor de forma

$$U = X^{\alpha} \cdot Y^{\beta} \cdot Z^{\gamma} \ldots \tag{10}$$

are loc atunci cînd avem

$$\frac{X}{\alpha}=\frac{Y}{\beta}=\frac{Z}{\gamma}=\cdots \tag{11}$$

cu condiția ca

$$X+Y+Z+\cdots=\text{Const.} \tag{12}$$

și întrucît funcția (9) este în totul analoagă cu (10), ea va fi maximă atunci cînd factorii t și s vor fi proporționali cu exponenții lor, adică: cu condiția ca

$$\frac{t}{1-x_v}=\frac{s}{1-y_v} \tag{13}$$

cu condiția ca

$$t+s=\text{Const}=C \tag{14}$$

Pentru rezolvarea sistemului (13), (14) respectiv pentru determinarea constantei C folosim condiția (1) care impune o anumită secțiune de așchie $f=t.\ s$ astfel ca apăsarea de așchiere să nu depășească o anumită limită, admisă de rezistența sculei, piesei sau a mașinei unelte.

Pentru simplificare, condiția (1) se poate pune sub forma

$$P_z=p\cdot t\cdot s\leq P_{z_{adm}} \tag{15}$$

de unde la limită

$$t\cdot s=\frac{P_{z_{adm}}}{p} \tag{16}$$

în care: — $P_{z_{adm}}$ este forța de așchiere maximă admisă, ce se calculează după criterii de rezistență a piesei sau a sculei sau se găsește înscrisă în cartea mașinii,

— p este apăsarea specifică (kg/mm²) variabilă cu avansul s și care se ia din tabele, în *primă aproximație* corespunzător unui avans preliminat oarecare, observînd ca ordinul de mărime al acestuia să fie potrivit cu felul operației, rigiditatea sistemului, puterea mașinii etc.

Punînd ecuația (13) sub forma

$$\frac{t}{s}=\frac{1-x_v}{1-x_y} \tag{17}$$

(în care raportul $\frac{1-x_v}{1-y_v}$ ce se poate nota cu m_{opt}, reprezintă raportul optim căutat dintre adîncime și avans) și rezolvînd sistemul de ecuații liniare obținut:

$$\frac{t}{s}=m_{opt}$$

$$t\cdot s=\frac{P_{z_{adm}}}{p} \tag{18}$$

$$t+s=C$$

rezultă

$$C = (1 + m_{opt}) \cdot \sqrt{\frac{P_{z\,adm}}{p \cdot m_{opt}}} = \text{Const. (conf. ipotezei)} \qquad (19)$$

$$s = \frac{C}{1 + m_{opt}} = \sqrt{\frac{P_{z\,adm}}{p \cdot m_{opt}}} \qquad (20)$$

$$t = \frac{C \cdot m_{opt}}{1 + m_{opt}} = s \cdot m_{opt} \qquad (21)$$

Mai departe, introducînd valorile găsite pentru t și s în ecuația (1) aflăm viteza de așchiere optimă, care asigură tăișului durabilitatea impusă T.

Din cele expuse reese că raportul optim $\frac{t}{s} = m_{opt}$ dintre adîncimea de așchiere și avans, depinde de valorile x_v și y_v a exponenților de variație relativă a vitezei de durabilitate constantă, (din funcția 2), adică de mărimile cari exprimă capacitatea de așchiere ale sculelor.

La materialele de scule uzuale în prezent (aliajele dure) și cu valorile actuale cunoscute, date în literatură, ale exponenților x_v și y_v raportul opitm are valori ce nu diferă mult de unu (1,4 .... 1,45) și chiar valori subunitare (0,7) la strunjirea cu așchie inversă, (v. tab. Nr. 1).

Valoarea apropiată de unu și subunitară a raportului optim dintre t și s motivează deci și din punct de vedere teoretic a aplicarea metodelor de lucru cu avansuri mari în raport cu adîncimea.

Valorile mici ale raportului t/s sînt cu atît mai actuale cu cît, datorită perfecționării procedeelor de turnare și forjare, adaosurile de prelucrare se reduc sistematic, așa că la prelucrarea mai departe prin așchiere, ele indică posibilitatea măririi avansurilor în contul adîncimii de așchiere astfel micșorate.

Soluționarea în modul expus aici, a problemei determinării factorilor de regim, permite precizarea mărmii optime a avansului, la lucrările de finisare, semifinisare și chiar de degroșare cu suprafețe netede, cu cuțite late de tip Colesov, pentru care nu există încă indicații suficiente în literatură.

II. ANALIZA GRADULUI DE INFLUENȚĂ A FACTORILOR DE REGIM ÎN CAZUL AȘCHIERII RAPIDE ȘI INTENSIVE

În lumina constatării de mai sus, a eficacității avansurilor mari în raport cu adîncimea de așchiere, s-au analizat gradul de influență a celor trei factori ai regimului asupra principalilor indici tehnico-economici ai operației.

În această analiză s-a pus de la început condiția menținerii durabilității sculei la valoarea constantă, impusă a durabilității economice, care asigură condițiile cele mai economice de exploatare a sculei și costul minim al operației.

Pentru aceasta, după cum se vede din relația durabilității

$$T = \frac{\text{Const}}{v^z \cdot t^{x_v} \cdot s^{y_v}}$$

dacă se dă o creștere oricăreia din factorii t, s, v din membrul al doilea, trebuie să se micșoreze ceilalți sau cel puțin unul. Cum exponenții z, x și y au valori diferite, influența factorilor este diferită și asupra durabilității și asupra productivității și consumului specific, exprimate în funcție de acești factori. Problema este, care din factori, la variația lor în aceeași proporție, produce o variație mai mare a funcției productivității sau a consumului specific sau, cu alte cuvinte care factor are preponderența.

Analiza gradului de influență asupra productivității

a) *Preponderența dintre t și s.*

Scriind productivitatea sau debitul de așchie pe minut, exprimat prin ecuația (8) în funcție de t și s, din care eliminînd v prin înlocuirea lui cu expresia (7) în funcție de t și s. (care reprezintă tocmai condiția de menținere a durabilității constante T a sculei), s-a obținut expresia (9) pe care o scrim din nou:

$$P_T = C_{vT} \cdot t^{1-v_v} \cdot s^{1-y_y} \tag{9}$$

Se vede că preponderența dintre t și s depinde de raportul dintre exponenții factorilor t și s adică de raportul $\frac{1-x_v}{1-y_v} = m_{opt}$ utilizat și anterior.

În cazurile în care $1-x_v/1-y_v > 1$ mărirea adîncimii de așchiere(t) duce la un spor mai mare de productivitate decît mărirea în aceiași proporție a avansului (s), și invers în cazurile în care $1-x_v/1-y_v < 1$.

Din analiza tabloului I unde se dau valorile raportului $\frac{1-x_v}{1-y_v}$ în diferitele cazuri de așchiere, după datele existente azi în literatură, se vede că în opoziție cu concluziile mai vechi, că în general și mai ales în cazurile de așchiere cu așchie inversă ($t/s < 1$) cu scule din aliaje dure (cazurile 6 și 7). este mai avantajos să se mărească avansul în contul adîncimii.

O situație aproape echivocă se prezintă în cazul 3 al așchierii cu avansuri foarte mici (sub 0,2 mm/rot).

b) *Preponderența dintre avans și viteză.*

Folosind tot expresia (7) din care eliminăm t, în același mod, se obține expresia

$$P_T = C_v^{1/x_v} \cdot \frac{1}{s^{\frac{y_v}{x_v}-1} \cdot v^{\frac{1}{x_v}-1}} \tag{23}$$

din care se vede că: 1) Dacă $\frac{y_v}{x_v} - 1$ și $\frac{1}{x_v} - 1$ sînt pozitivi, mărirea oricăruia din factori s sau v în contul celuilalt, peste valorile ce rezultă din condiția de durabilitate economică T, productivitatea scade. Din tabloul cu valorile constantelor se vede că ambii exponenți sînt pozitivi și că deci numai în cazul 7 cînd se lucrează cu $t/s < 1/2$ (finisare cu

cuțit lat și Colesov) exponentul $\frac{y_v}{x_v} - 1$ fiind negativ, productivitatea crește la mărirea în orice proporții a avansului în contul vitezei de așchiere.

2) Exponentul avansului fiind totdeauna sensibil mai mic decît acela al vitezei, influența negativă a măririi avansului este totdeauna mai mică decît aceea a măririi vitezei (cu excepția cazului 7 menționat).

Aceste constatări pledează în favoarea utilizării așchierii intensive cu avansuri mari și cu așchii inverse ($t/s < 1$).

Analiza gradului de influență asupra consumului specific de energie de așchiere

În acest scop am folosit, pentru exprimarea energiei specifice (pe unitatea de volum de așchie detașată) raportul dintre expresia puterii de așchiere

$$N_{aș} = \frac{P_z \cdot v}{6120} \quad (kw) \tag{24}$$

și expresia (7) a debitului de așchie (în cm³/min).

Ca și în analiza precedentă s-au avut în vedere condiția menținerii durabilității constante economice a tăișului sculei și în plus s-a ținut cont și de faptul că apăsarea de așchiere P_z din relația (24) este și ea variabilă (se micșorează) cu viteza de așchiere după relația

$$P_z \cdot v^u = \text{Const.} \tag{25}$$

(unde u are valori cuprinse între 0,08 .... 0,3, după mărimea avansului și a raportului $\frac{t}{s}$) ceea ce constituie un fapt important în actualele condiții de dezvoltare a așchierii rapide.

Așa dar pornind de la expresia:

$$e = \frac{N_{aș}}{P_T} = \frac{P_z(v) \cdot V_T}{6120 \cdot t \cdot s \cdot v_T} \tag{26}$$

în care: conform condițiilor anunțate, $v_T = \frac{C_v}{t^{x_v} \cdot s} y_v$

iar $P_z\ (v)$ exprimat ca funcție de v devine:

$$P_z\ (v) = \frac{C}{v_T^u} = P_{zo} \cdot \frac{v_o^u}{v_T^u} = \frac{C_{p_z} \cdot t^{x_p} \cdot s^{y_p} \cdot v_o^u}{v_T^u} = \frac{K_1 \cdot t^{x_p} \cdot s^{y_p}}{v_T^u} \cdots \tag{27}$$

P_{zo} și v_o fiind valorile constante a apăsării de așchiere și a vitezei la care începe variația apăsării P_z în funcție de v conform legii (25) și unde prin constanta K_1 a fost notat produsul $C_{pz} \cdot v_o^u$.

După înlocuiri, expresia (26) a consumului specific de energie ajunge la forma:

$$C = \frac{K_1}{t^{1-x_p} \cdot s^{1-y_p} \cdot v_T^u} \tag{28}$$

a) preponderenţa dintre adîncimea de aşchiere (t) şi avansul (s)

Eliminînd v_T cu ajutorul expresiei (7) în funcţie de t şi s se obţine succesiv

$$e = \frac{K_1 \cdot t^{ux_v} \cdot s^{uy_v}}{C_v^u \cdot t^{1-x_p} \cdot s^{1-y_p}}$$

şi

$$e = K_2 \cdot t^{(ux_v + x - 1)} \cdot s^{(uy_v + y_p - 1)}$$

sau cum în general $x_p = 1$ şi $uy_v + y_p < 1$

$$e = K_2 \cdot \frac{t^{ux_v}}{s^{1-(uy_v + y_r)}} \tag{29}$$

de unde se vede că:

1) În general, mărirea adîncimii de aşchiere t duce la mărirea energiei specifice de aşchiere iar mărirea avansului la micşorarea ei.

Face excepţia cazul aşchierii inverse ($t/s < 1/2$) cînd exponenţii schimbă de semn (v. tab. cu valorile calculate); se menţionează însă că dată fiind valoarea foarte mică a exponentului avansului (0,016) creşterea energiei specifice la mărirea avansului în acest din urmă caz, este practic neglijabilă.

b) *Preponderenţa dintre avans şi viteza de aşchiere*

Explicitînd t din ecuaţia (7)

$$t = \frac{C_v^{1/x_v}}{v^{1/x_v} \cdot s^{y_v/x_v}} \tag{30}$$

şi introducîndu-l în ecuaţia (28) obţinem $e = f(s, v)$ în forma finală ca:

$$e = K_3 \cdot \frac{v^{\frac{1-x_p}{x_v} - u}}{s^{1 - y_p - \frac{y_v}{x_v}(1-x_p)}} \tag{31}$$

Care în cazul cel mai general, cînd $x_p = 1$, devine:

$$e = \frac{K_3}{v^u \cdot s^{1-y_v}} \tag{32}$$

şi ambii factori au acelaşi efect, de micşorare a consumului specific de energie, însă avansul în măsură mai mare decît viteza.

La aşchii inverse cu $1 > \frac{t}{s} > \frac{1}{2}$ cînd $^{y}v = x_v$ şi $y_p = x_p \neq 1$ relaţia (31) devine

$$e = K_3 \cdot v^{\frac{1}{x_v} - (1+u)}$$

independentă de s.

La aşchii inverse cu $t/s < 1/2$, cînd $x_v = 0{,}45$; $x = 0{,}83$, $u = 0{,}08$, $y_p = 1{,}0$ şi $y_v = 0{,}2$, e devine:

$$e = K_3 \cdot \frac{v^{0{,}38-0{,}08}}{s^{-0{,}445 \cdot 0{,}17}} = v^{0{,}3} \cdot s^{0{,}075}$$

de unde se vede că consumul specific de energie, creşte la mărirea ambilor factori, însă în măsură mult mai mică (neglijabilă) la mărirea avansului în contul vitezei.

Aplicaţie:

Fie de strunjit pentru rectificare un ax din oţel *Ol.* 70, $\varnothing = 80$ mm/ , $l = 800$ mm, avînd un adaus de prelucrare $\Delta = 5$ mm, cu o sculă din aliaj dur T_{15} K_6 de tip Colesov. Forţa de aşchiere maximă, admisă de rigiditatea piesei, s-a calculat la $P_z = 700$ kg. Durabilitatea economică admisă a sculei $T_{ec} = 30$ min.

În tabela 1 se redau valorile constanţelor C_{vT}, x_v şi y_v conform datelor din literatură pentru diferitele cazuri de aşchiere,

Tab. nr. 1

Cazul nr.	Felul sculei	Felul aşchierii		$C_v X_v$	Y_v	u	x_{p_z}	y_{p_z}	Date calculate		
		t/s	s						$\frac{1-x_v}{1-y_v}$	$\frac{1}{x_v}-1$	$\frac{y_v}{x_v}-1$
1	Oţel rapid cu 18...9% W	aşchiere directă $t/s < 1$	$s < 0{,}2$	0,25	0,33	0,2...0,3	1,0	0,75	1,15	3,0	0,32
2			$s > 0{,}2$	0,25	0,66	0,15	1,0	0,75	2,22	3,0	1,74
3	Plăcuţă aliaj dur	aşchiere directă $t/s > 1$	$s < 0{,}2$	0,18	0,2	0,2...0,3	1,0	0,75	1,025	4,56	0,11
4			$s = 0{,}2..0{,}7$	0,18	0,35	0,15	1,0	0,75	1,26	4,56	0,95
5			$s > 0{,}7$	0,2	0,45	0,1	1,0	0,83	1,445	4,0	1,25
6	T_{15} K_6	aşchiere inversă $t/s > 1$	$s = 0{,}5—1$	0,325	0,325	0,08	1,0	1,0	1,00	2,08	0
7			$s < 1...$	0,45	0,2	0,08	0,83	1,0	0,69	1,22	—0,55

iar în tab. nr. 2 cîteva valori ale apăsării specifice p în funcţie de avans.

Tab. nr. 2

Oţel $\sigma_b = 75$ kg/mm²	s (mm)	0,6	0,8	1,00	1,5	2,0	2,5	3,0
	p (kg/mm²)	255	235	225	200	189	178	170

Preliminăm în prima aproximaţie o valoare a apăsării specifice $p = 225$ kg/mm², corespunzătoare unui avans preliminat de 1 mm, care corespunde cazului 5 din tab. 1, dacă lucrăm cu $\frac{t}{s} > 1$.

În acest caz avem:

$$m_{opt} = \frac{1-x_v}{1-y_v} = \frac{1-0,2}{1-0,45} = 1,45$$

$$s = \frac{C}{1+m_{opt}} = \sqrt{\frac{P_{zadm}}{p \cdot m_{opt}}} = \sqrt{\frac{700}{225 \cdot 1,45}} = 1,47 \text{ (mm/rot)}$$

$$t = m_{opt} \cdot s = 2,13 \text{ (mm)}$$

Recalculînd, în a doua aproximație, cu $p = 200$ corespunzător avansului găsit mai sus, găsim:

$s = 1,55$ (mm/rot); $t = 2,25$ (mm) (se va lua $t = 2,5$ pentru a se executa operația în două treceri, ceea ce practic nu va influența celelalte rezultate).

Viteza economică va fi (conform rel. 1).

$$v = \frac{C_v}{t^{x_v} s^{y_v}} = \frac{175,5}{2,25^{0,2} \cdot 1,55^{0,45}} = 123 \text{ m/min}$$

Cu aceste rezultate:

Productivitatea (debitul de așchie) va fi conf. rel. (8)

$$P_T = 2,50 \cdot 1,55 \cdot 122 = 473 \text{ cm}^3/\text{min}$$

Puterea de așchiere conf. rel. (3) sau (25)

$$N_{aș} = \frac{700 \cdot 122}{6120} = 13,94 \approx 14,0 \text{ kW}$$

Iar timpul de mașină pentru o trecere

$$T_{maș} = \frac{l \cdot \pi \cdot d}{1000 \cdot v \cdot s} = \frac{800 \cdot \pi \cdot 80}{1000 \cdot 122 \cdot 1,55} = 1,06 \text{ min.}$$

respectiv pentru două treceri necesare în cazul de față ($i = 2$) cu $\Delta = 5$ mm

$$T_{maș \cdot tot \cdot} = 2,12 \text{ min.}$$

Iar consumul de energie pe întreaga operație

$$E = \frac{N_{aș} \cdot T_{maș} \cdot i}{60} = \frac{14,00 \cdot 1,063 \cdot 2}{60} = 0,496 \text{ kWh}$$

Să comparăm rezultatele obținute mai sus cu rezultatele în cazul cînd am alege arbitrar adîncimea de așchiere astfel ca întregul adaus de prelucrare să fie luat dintr-o singură trecere.

Deci să luăm $t = 5$ mm, iar avansul să-l calculăm, nu după raportul t/s optim de mai sus (căci ne-ar duce la un avans foarte mare și la forțe inadmisibile) ci, din condiția $P_z = P_{zadm}$ (preliminînd p = 235 kg/min).

Vom avea în primă aproximație

$$s = \frac{P_{zadm}}{p \cdot t} = \frac{700}{235 \cdot 5} = 0,595 \text{ mm/rot.}$$

iar în a doua, cu $p = 255$, $s = 0,55$ mm/rot.

Apoi determinăm celelalte elemente calculate ca anterior, după cum se vede trecut în tabela comparativă nr. 3

Tablou Nr. 3

Cazul	t	s	t/s	m_{opt}	v	P_T cm 3/min	$T_{maș\text{-}tot}$ min	E kWh	e kWh/cm³
I (i=2)	2,25	1,55	1,45	1,45	122	474	2,12	0,5	$1{,}06\times10^{-3}$
II (i=1)	5	0,55	9,26	1,26	162	445	2,26	0,7	$1{,}58\times10^{-3}$
III (i=3)	1,66	2,38	0,7	0,7	118	466	2,15	0,485	$1{,}03\times10^{-3}$

Pentru a găsi raportul optim t/s în cazul aşchierii inverse cu $s > 1$ (cazul 7), preliminînd avansul la 2,5 mm, avem :

$$m_{opt} = \frac{1-0{,}45}{1-0{,}2} = 0{,}7$$

$$s = \sqrt{\frac{700}{178 \cdot 0{,}70}} = 2{,}38 \text{ mm/rot.}$$

$$t = 0{,}7 \cdot 2{,}38 = 1{,}66 \text{ mm.}$$

Astfel strungirea se va face din 3 treceri : $i = 3$.

Rezultatele calculate pentru v, P_T etc. sînt trecute în tab. 3.

Concluzii

Din tablou rezultă că strunjirea axului se face mai avantajos din toate punctele de vedere dacă lucrăm cu raportul optim dintre t şi s determinat prin metoda propusă, adică :

— Productivitatea creşte cu micşorarea raportului t/s, sau cu mărirea avansului,

— Timpul de maşină scade în acelaşi raport cu creşterea productivităţii.

— În ce priveşte timpul total al operaţiei, $T_{op} = T_{maș} + t_0$ (în care t_0 este timpul auxiliar legat de efectuarea unei noui treceri) se poate observa că pentru ca operaţia executată în mai multe treceri (i) (cu adîncimi de aşchiere mici şi cu avansuri mari) să fie mai de scurtă durată, este necesar să fie satisfăcută condiţia :

$$T'_{maș} = (i-1) \cdot t_0 \leq T''_{maș} \text{ sau } t_0 \leq \frac{T''_{maș} - T'_{maș}}{i-1}$$

În cazurile studiate, avantajul scurtării timpului total de lucru, faţă de cazul II al lucrului într-o singură trecere, se menţine numai dacă :

— în cazul metodei I $\quad t_0 \leq \dfrac{2{,}26-2{,}12}{(2-1)} = 0{,}14$ min

— în cazul metodei II $\quad t_0 \leq \dfrac{2{,}26-2{,}15}{3-1} = 0{,}055$ min.

Conform normelor de lucru sovietice, la fabricaţia de serie mare, pentru mînuirile legate de executarea unei faze se acordă în general un timp mai mic ca 0,14 deci metoda I este mai economică şi ca timp total iar metoda III (în 3 treceri) nu ar fi mai productivă decît dacă mînuirile amintite ar fi mecanizate sau automatizate.

Catedra de Maşini Unelte şi Scule
Institutul Politehnic Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. **Granovski G. I. şi alţii.** — Rezanie Metallov-Maşchiz, 1954.
2. **M. I. Cluşin** — Rezanie Metallov-Maşchiz (1953).
3. **V. I. Reznicov** — Ucenie o Rezanie Metallov-Maşchiz (1947).
4. **N. I. B. T. N.** — Regimuri de aşchiere cu scule din oţel rapid. Maşchiz, 1950 (I.D.T.).
5. Idem — Regimuri de aşchiere rapidă-Maşchiz (1951).

О МЕТОДЕ РАСЧЕТА ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ РЕЗАИИЯ

(Короткое содержание)

Описывается новый метод для аналитического определения оптимальных режимов резания и, в особенности, оптимального соотнащения глубины резания и подача; указывается преимущество работы с большими подачами за счет глубины резания и с учетом удельного расхода энергии.

(Résumé)

On présente une nouvelle méthode de calcul analytique du régime optimum de taille et surtout du rapport optimum entre la profondeur de taille et l'avancement, et l'on démontre les avantages du travail avec des grands avancements, au compte de la profondeur, aussi du point de vue de la consommation spécifique d'énergie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

MATERIALE DE CONSTRUCŢII

691

DESPRE INFLUENŢA ADAUSURILOR ACTIVE ŞI INERTE ASUPRA PROPRIETĂŢILOR PASTELOR DE CIMENT ŞI DESPRE INFLUENŢA CALITĂŢII PASTEI ÎNTĂRITE ASUPRA PROPRIETĂŢILOR TEHNICE ALE BETOANELOR *)

de ALEXANDRU STEOPOE

La alcătuirea betoanelor, tendința care preocupă pe cei mai mulți ingineri constructori este realizarea unei anumite rezistențe mecanice. Pentru cele mai multe lucrări inginerești, mai importantă decît rezistența este *durabilitatea,* rezistența fiind aproape în toate cazurile acoperitoare. Prin durabilitate se înțelege rezistența de lungă durată a betonului la acțiunile repetate periodic din mediul exterior, acestea puîtnd fi fizice sau chimice. Dacă se exceptă acțiunile fizice, așa cum sînt sarcinile mecanice repetate sau variațiile periodice de temperatură, care pot produce și în betoane fenomene de oboseală, față de acțiunile destructive de natură chimică, corosive, expansive sau de pierderea rigidității (1), durabilitatea betonului este determinată de compactitatea sa. Aceasta se poate realiza prin reducerea porozității la un minim, sau prin creearea unei astfel de porozități, care să nu permită filtrarea lichidelor și gazelor prin masa liantului întărit. Aceasta este microporozitatea închisă.

Admițînd că într-un beton agregatul are granulozitatea optimă, funcția de a realiza o bună compactitate revine liantului. În stare întărită, liantul reprezintă un sistem complex, format din granulele de clincher încă necomplet hidratate și din granulele părții fine a agregatelor sau a adausurilor din cimenturile amestecate, legate între ele prin produsele de hidratare geliforme, în a căror masă se găsesc prinse și produsele de hidratare cristaline ale componenților mineralogici ai clincherului. Creșterea continuă și de lungă durată a rezistențelor mecanice ale pastelor de ciment se explică prin deshidratarea gelurilor provocate de continuarea hidratării granulelor de clincher încă nehidratate, după care urmează îmbătrînirea progresivă a gelurilor. Din acest mecanism al întăririi se deduc următoarele două concluzii importante:

1. Pentru producerea unei întăriri hidraulice într-un timp scurt și la adăpost de uscare, trebuie să existe un anumit raport între volumul de geluri și acela de granule de clincher încă nehidratate. Orice factor intern sau extern, care favorizează formarea unui volum exagerat de geluri sau le stabilizează față de acțiunea de sugere interioară provocată de hidratarea granulelor de clincher înglobate în masa lor, poate

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

întîrzia foarte mult întărirea cimentului, sau chiar o poate opri cu totul. În acest fel acționează temperaturile pozitive scăzute, care măresc accentuat volumul suspensiilor de ciment în apă, dar îi frînează foarte mult întărirea (2), precum și unele adausuri în cantități mici, cum ar fi acelea de zaharoză, care deși accelerează hidratarea și hidroliza cimentului, totuși îi opresc întărirea (vezi referatul asist. L. Vaicum, care urmează).

2. Atît prin procesul de sugere interioară, cît și prin acela de îmbătrînire, gelurile din paste de ciment întărit își reduc volumul și fiind stînjenite în această mișcare de nucleele de clincher și de produsele cristaline de hidratare, înglobate în masa lor, se microfisurează. De aici se deduce că *pasta de ciment întărit nu reprezintă un sistem compact, ci un sistem cel puțin microfisurat.* Această lipsă de compactitate este și mai accenutată în cazul mortarelor și betoanelor practice, în care se lucrează cu un raport apă; ciment mai mare decît în pastele de consistență normală; în acestea, liantul nu se găsește sub formă de pastă, ci sub formă de suspensie apoasă, în care mai intervin finul din agregat și adausurile folosite la fabricarea cimentului, care toți amplifică și mai mult sistemul de microfisuri.

Din aceste motive cred că studiul suspensiilor apoase de ciment prezintă importanță nu numai pentru cunoașterea mai aprofundată a mortarelor și betoanelor, ci și pentru perfecționarea unor metode de lucru, în care cimentul se folosește sub formă de paste fluide, așa cum sînt consolidarea rocilor prin injecții și betonarea numită *prepacked,* care constă din injectarea suspensiei de ciment în masa de agregate în prealabil compactizate prin vibrare sub apă.

Cimenturile depuse dintr-o suspensie cu raport apă: ciment de ordinul celui din betoanele plastice din practică au o structură caracteristică: granulele de clincher avînd caracter hidrofil, adsorb imediat apă și se înconjoară cu filme de apă pseudosolidă și cu ioni hidratați, proveniți fie de apa de amestecare, fie chiar din hidroliza inițială a componenților mineralogici ai clincherului. Astfel transformate, granulele aderă unele de altele, floculează și dau un sediment voluminos, cu structură de schelet sau de rețea, în ochiurile căreia rămîne prinsă ca în niște celule faza lichidă. În faza inițială, acest sediment se caracterizează prin viscozitate și tixotropie.

Asupra acestui sistem acționează în prima linie pulberile minerale, fie din finul agregatului, fie din adausurile întrebuințate la fabricarea cimenturilor amestecate. Într-o lucrare anterioară (2) am afirmat că partea fină din agregate trebuie considerată ca liant, ea acționînd ca și adausurile minerale ce se fac la ciment și influențînd direct volumul de sediment sau de pastă și proprietățile sale tehnice. Această afirmare își găsește confirmarea și în lucrarea lui I. Lyse (3), care a arătat că mărimea contracției la uscare a betonului depinde de volumul și nu de calitatea pastei de liant. În lucrarea mai sus citată și într-o lucrare următoare (4), am arătat că prezența pulberilor minerale influențează direct volumul de sediment sau de pastă de liant prin finețea de măcinare și prin natura sa chimică, iar aceste influențe depind și de natura mineralogică a cimentului.

Reșetnicov a propus următoarea explicație privitoare la mecanismul acțiunii pulberilor minerale asupra volumului suspensiilor de

ciment în apă (5) : pulberile acţionează diferit, în funcţie de sarcina lor electrică, cimentul, varul şi gipsul dînd suspensii electropozitive, iar argila, marna şi zgura suspensii electronegative. Pulberea cu sarcina electrică opusă acelei a cimentului produce coagularea suspensiei, aducînd-o la punctul izoelectric, ceea ce reprezintă starea cea mai apropiată dintre particule.

Cred că mecanismul acţiunii pulberilor este mult mai complicat, producîndu-se şi o serie de fenomene fizico-chimice de suprafaţă. Spre a demonstra această afirmaţie, voi analiza acţiunea pulberilor minerale, folosite mai des în ţara noastră ca adausuri la ciment.

O primă grupă de materiale o formează adausurile hidraulice, caracterizate printr-un conţinut variabil de bioxid de saliciu reacţionabil, aşa cum sînt : trasul, cenuşa de termocentrală şi steriul ars, cel mai activ fiind trasul. Din cauza caracterului său acid, trasul dă suspensii poase electronegative şi după ipoteza lui Reşetnicov ar trebui să producă o coagulare puternică a suspensiilor apoase de ciment şi deci o micşorare a volumului de sediment. Se ştie însă că trasul acţionează exact contrariu, prezenţa sa producînd sedimente mai voluminoase, care reţin mai multă apă în masa lor decît cimentul curat. Explicarea acestei comportări este următoarea : din cauza caracterului său acid şi a unei activităţi adsorbtive puternice, chiar de cînd se află în rocă, trasul leagă ionii de calciu din apele naturale cu care vine în contact, putînd fixa pînă la 11,5 mg ioni de calciu pe un gram de tras (6). În prezenţa cimentului, activitatea adsorbtivă se manifestă şi mai puternic asupra ionilor de calciu puşi în libertate prin reacţiile de hidroliză. În felul acesta, suspensia de tras devine electropozitivă şi contribuie la amplificarea reţelei celulare a suspensiei de ciment, mărind şi mai mult cantitatea de apă reţinută. Fenomene asemănătoare au fost observate încă de multă vreme la solii liofili cu tendinţă de a da geluri tixotrope şi au fost numite de Wo. Ostwald *viscozitate structurală* [7].

O acţiune asemănătoare este exercitată şi de adausurile de argilă, care deşi au în suspensie apoasă caracter electronegativ, din cauza proprietăţii lor de a lega ionii de calciu din soluţii, în prezenţa cimentului aflat în stare de hidratare îşi schimbă sarcina electrică şi contribuie la amplificarea reţelei afînate a sedimentului. La aceasta mai intervine şi umflarea proprie în apă a argilelor, care în cazul argilelor bentonitice este foarte pronunţată (vezi referatul asist. Ing. V. Moldovan, care urmează).

O acţiune contrară adausurilor de mai sus este exercitată de nisipul fin silicios, care este practic inert din punct de vedere chimic, iar în apă dă suspensii electronegative. Comportarea sa concordă cu ipoteza Reşetnicov, sedimentele amestecurilor de ciment şi nisip silicios fiind mai compacte decît acelea de ciment curat. Totuşi, nici nisipul nu este totdeauna inert din punct de vedere chimic, mai ales la o fineţe foarte ridicată : pe de o parte este hidrofil şi se acoperă cu pelicule de apă adsorbită, iar pe de alta poate adsorbi şi ioni de calciu din soluţie, comportîndu-se ca un adaus hidraulic foarte slab.

În ceea ce priveşte zgurile metalurgice, ele se comportă diferit după natura lor chimică şi structura lor fizică astfel : zgurile acide şi cristalizate se comportă ca nisipul silicios ; zgurile acide şi granulate

(amorfe) se comportă ca adausuri hidraulice slabe, iar zgurile bazice și granulate au caracter cimentoid și participă direct la întărirea hidraulică.

La toate adausurile care au proprietatea de a lega prin adsorbție ionii de calciu puși în libertate prin priza cimentului se constată un fenomen comun: în pastele de consistență normală, prezența lor accelerează priza [8], mai ales dacă se lucrează cu cimenturi sărace în oxid de calciu [9]. O asemenea acțiune am putut-o observa chiar la nisipul silicios, cînd se adaugă în proporție de 50% în ciment [10]. Explicația fenomenului este următoarea: prin adsorbția ionilor de calciu din faza apoasă, echilibrul din sistem este stricat și pentru restabilirea lui, reacțiile de hidratare și de hidroliză ale componenților mineralogici ai clincherului sunt accelerate, ceea ce conduce la scurtarea timpului de priză.

Asemenea accelerări ale prizei cimentului se observă și în cazul adausurilor de săruri minerale, care au acțiune catalitică asupra proceselor de hidratare și hidroliză ale componenților mineeralogici ai cimentului. Odată cu mărirea accentuată a volumului de sediment din cauza formării unei cantități sporite de produse de hidratare, priza se accelerează (vezi referatul asist. X. Rașeev și șef lab. R. Kaiserman, care urmează).

În sfîrșit mai menționăm și acțiunea adausurilor superficial-active care pot fi hidrofobizante sau hidrofilizante. Acțiunea lor depinde de natura mineralogică a cimentului și de cantitatea de adaus. Cînd sînt rațional dozate, influența lor asupra structurii pastelor de ciment este următoarea:

1. Adausurile hidrofobizante provoacă formarea unei paste întărite microporoase cu porozitatea închisă, care se comportă foarte bine din punct de vedere al impermeabilității.

2. Adausurile hidrofilizante acționează în cantități foarte mici ca agenți peptizanți, accelerează reacțiile de hidratare și hidroliză și grăbesc priza. În acintități mai mari se constată o frînare a reacțiilor de mai sus, astfel încît de la un anumit adaus, priza cimentului poate să ajungă la 50-70 ore, așa cum s-a constatat la laboratorul nostru, sau la cîteva sute de zile (comunicarea prof. S. V. Sestopiorov la Conferința Internațională de Hidrobeton, Praga, 1955) [11]. Cred că această acțiune nu se datorește, așa cum se crede, formării de pelicule impermeabile de adaus în jurul granulelor de clincher, ci mai de grabă unei acțiuni stabilizante exercitate de adaus asupra produselor de hdiratare geliforme, care astfel rămîn ca atare și foarte bogate în apă adsorbită, fiind sustrase acțiunii de sugere interioară, exercitată de către granulele de clincher încă nehidratate.

*
* *

Din cele expuse mai sus reiese că, în funcție de natura liantului, de mediul în care se face întărirea și de prezența diverselor substanțe active sau inerte, pot să se formeze diferite tipuri de sedimente și paste întărite de liant, care să imprime mortarelor și mai ales betoanelor anumite caracteristici tehnice. În ipoteza că granulozitatea agregatelor este optimă și constantă, iar cantitatea de liant îndestulătoare spre a umple toate golurile din masa de agregate, tipurile de sedimente și

pastă întărită şi proprietăţile caracteristice date betoanelor sînt următoarele :

1. Un sediment de liant floculat, cu structura reticulară, care după întărire dă un material microfisurat, din cauza deshidratării gelurilor. Asemenea sisteme dau cimenturile curate şi cimenturile metalurgice cu cel mult 30% zgură de furnal bazică şi granulată. Absorbţia de apă a unui asemenea material este redusă, mulţumită caracterului hidrofil al gelurilor şi tendinţei lor de a-şi mări volumul la reumezire. De aceea, betoanele de ciment curat sau de ciment metalurgic se caracterizează prin durabilitate ridicată la acţiunea intemperiilor şi impermeabilitate bună.

2. Un sediment cu o reţea asemănătoare cu aceea a cimentului curat, dar în care s-au introdus în număr mare granule cu caracter hidrofil, avînd pe suprafaţa lor pelicule de apă adsorbită. Asemenea sedimente dau cimenturile cu adausuri de nisip silicios, calcar sau zgură acidă cristalizată. După întărire şi expunere la aer, se va forma un produs întărit, în care microfisurile datorite contracţiei gelurilor vor fi în cantitate mai mică decît în cazul cimentului curat. În schimb vor apare numeroase microfisuri între pasta de liant şi suprafaţa granulelor de adaus mineral. De aceea rezistenţele betoanelor cu asemenea lianţi vor fi mai reduse, permeabilitatea lor la apă mai mare, iar sensibilitatea lor la acţiunea îngheţului repetat mai accentuată decît în cazul betoanelir de ciment curat sau metalurgic.

3. Un sediment cu reţeaua mult amplificată şi cu un conţinut ridicat în apă dispersată, din cauza intercalării în reţea a unor particule de aceeaşi sarcină electrică ca şi aceea a cimentului. Particulele străine au proprietatea de a da în mediu apos şi bazic un volum mare de geluri adiacente, fără proprietatea de a se întări prin sugere interioară, deoarece granulele pe care se formează nu au întărire proprie. Asemenea sedimente dau cimenturile cu adausuri hidraulice sau cu zguri acide granulate. După întărire şi expunere la aer, din cauza volumului mare de geluri existente, pastele cu asemenea lianţi se contractă puternic, ajungîndu-se nu numai la microfisurări, ci chiar la crăpături vizibile. Betoanele vor avea rezistenţe mecanice fără tendinţă de creştere în timp, iar rezistenţa lor la îngheţul repetat va fi minimă. O comportare bună se constată numai la betoanele aflate permanent în mediu umed, deci în condiţii care exclud uscarea.

4. Lianţii cu adausuri superficial-active hidrofobe dau paste întărite cu microporozitate închisă, caracterizată prin impermeabilitate. Betoanele cu asemenea lianţi, în afară de impermeabilitate mare mai au şi proprietatea de a rezista bine la acţiunea îngheţului repetat, precum şi la acţiunile agresive chimice, tot mulţumită impermeabilităţii lor.

5. Lianţii cu adausuri sperficial active hidrofilizante au proprietăţi diferite, în funcţie de cantitatea de adaus : dacă adausul este în cantitate mică, se obţin paste întărite de tipul 1, iar dacă este în cantitate mare, paste întărite sînt de tipul 3.

Concluzii generale

În betoanele cu agregate de granulozitate optimă şi cu dozaj îndestulător de liant, proprietăţile tehnice sînt în strînsă legătură cu structura pastei de liant întărit. Aceasta poate fi influenţată în limite largi

prin adausuri minerale active sau inerte, prin adausuri superficial active sau prin adausuri de electroliți. Cunoscînd aceste influențe, betonistul poate dirija structura lianților întăriți prin adausurile arătate, spre a obține un beton cu anumite proprietăți tehnice.

Catedra de Materiale de Construcții și Chimie
Institutul de Construcții București

BIBLIOGRAFIE

1. **A. Steopoe** — Inst. de Constr. București, Sesiunea științifică (1955), pag. 21.
2. **A. Steopoe** — Zement (1939), nr. 10—11.
3. **I. Lyse** — Zement (1936), pag. 104.
4. **A. Steopoe** — Buletinul I. B. C. D. (1939), pag. 77.
5. **Reșetnicov** — C. (1937), I, 404.
6. **A. Steopoe și G. Timiș** — Bul d echim. pură și apl. (1933), nr. 1—6.
7. **Wo. Ostwald** — Koll. Z. (1925), pp. 99, 157 și 248.
8. **A. Steopoe** — Tonind. Ztg. (1930), nr. 15.
9. **A. Steopoe și H. Teodoru** — Bul. de chim. pură și apl. (1933), nr. 1—6.
10. **A. Steopoe** — Zement (1941), pag. 687.
11. **A. Steopoe** — Ref. ASIT, Hidrotehnica (1956) ,nr. 1, pag. 51.

О ВЛИЯНИИ АКТИВНЫХ И НЕАКТИВНЫХ ДОБАВОК НА СВОЙСТВА ЦЕМЕНТНОГО ТЕСТА, А ТАКЖЕ О ВЛИЯНИИ КАЧЕСТВА ЗАТВЕРДЕВШЕГО ЦЕМЕНТНОГО ТЕСТА НА ТЕХНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА БЕТОНА

(Краткое содержание)

В бетонах с хорошим гранулометрическим составом и с достаточным количеством вяжущего вещества, существует близкое соотношение между техническими свойствами и структурой затвердевщего вяжущего вещества.

На эту структуру влияют в широких пределах активные лли неактивные порошкообразные минеральные добавки, поверхностноактивные вещества и электролиты.

Знаяа эти влияния, специалист по бетонам может повлиять в определенном направлении на структуру затвердевших цементов и получить таким образом бетон с необходимыми качествами.

UEBER DER EINFLUSS DER AKTIVEN UND INAKTIVEN ZUSÄTZE AUF DIE EIGENSCHAFTEN DER ZEMENTPASTEN UND ÜBER DER EINFLUSS DER QUALITÄT DER ERHÄRTETEN ZEMENTPASTEN AUF DIE TECHNISCHEN EIGENSCHAFTEN DER BETONE

(Zusammenfassung)

In den Betonen mit richtiger Kornzusammensetzung und genügendem Bindemittelgehalt, stehen die technischen Eigenschaften in enger Beziehung mit der Struktur des erhärteten Bindemittels. Diese Struktur kann durch mineralische Pulver, aktiver oder inaktiver Art, durch oberflaächigaktive Zusätze und durch Elektrolite in weiten Grenzen beeinflusst werden. Sind diese Einflüsse bekannt, so kann der Betonfachmann die Struktur der erhärteten Zemente in einer bestimmter Richtung lenken, um ein Beton mit den notwenkigen Eigenschaften zu erhalten.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

IPOTEZĂ ASUPRA STRUCTURII BITUMURILOR PARAFINOASE ŞI APLICAŢIILE SALE PRACTICE *)

de IOSIF SUFRIN

Problema calităţilor şi defectelor bitumurilor parafinoase este viu comentată în literatura mondială de specialitate din ultimele decenii.

Duriez şi Arrambide [1] precum şi Cerchez şi Niculescu [2] citează în lucrările lor părerile contradictorii a peste 20 autori consacraţi care

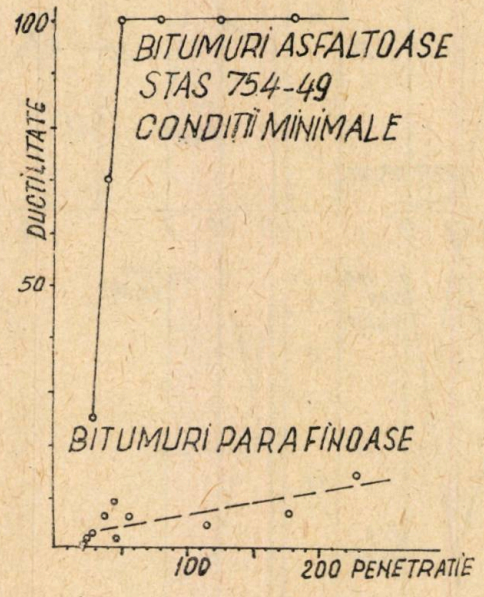


Fig. 1. — Ductilitatea Bitumurilor

atribuie „parafinei" influenţe fie favorabile, fie dăunătoare asupra calităţii bitumurilor, ajungîndu-se în ultimul timp la presupunerea că parafinele microcristaline ar fi avantajoase iar cele macrocristaline dăunătoare în componenţa bitumurilor.

În privinţa fabricaţiei bitumurilor de calitate din păcuri parafinoase literatura citează prelucrarea în instalaţii Alco [3] sau prin extracţie cu propan [4, 5] fără a justifica teoretic aceste metode de prelucrare.

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti şi Institutul de Construcţii Bucureşti din 20—22 iunie 1956.

Prin prelucrarea uzuală de concentrare și oxidare a păcurilor parafinoase necracate sau cracate în R.P.R. nu s-au putut obține bitumuri de calitate. Ca defecte principale s-au constatat aspectul ceros, neomogenitatea vizibilă cu ochiul liber și ductilitatea (la 25°) redusă (fig. 1) în comparație cu cea a bitumurilor asfaltoase de penetrație egală. Analiza pe grupe de solubilitate a acestor bitumuri după metoda Lîsichina [6] și controlul parafinelor extrase din ele a arătat că felul componenților parafinoși determină proprietățile bitumurilor în măsură mai mare decît componenții uzuali, cele mai dăunătoare fiind cerezinele cu punct de fuziune peste 60° (fig. 2).

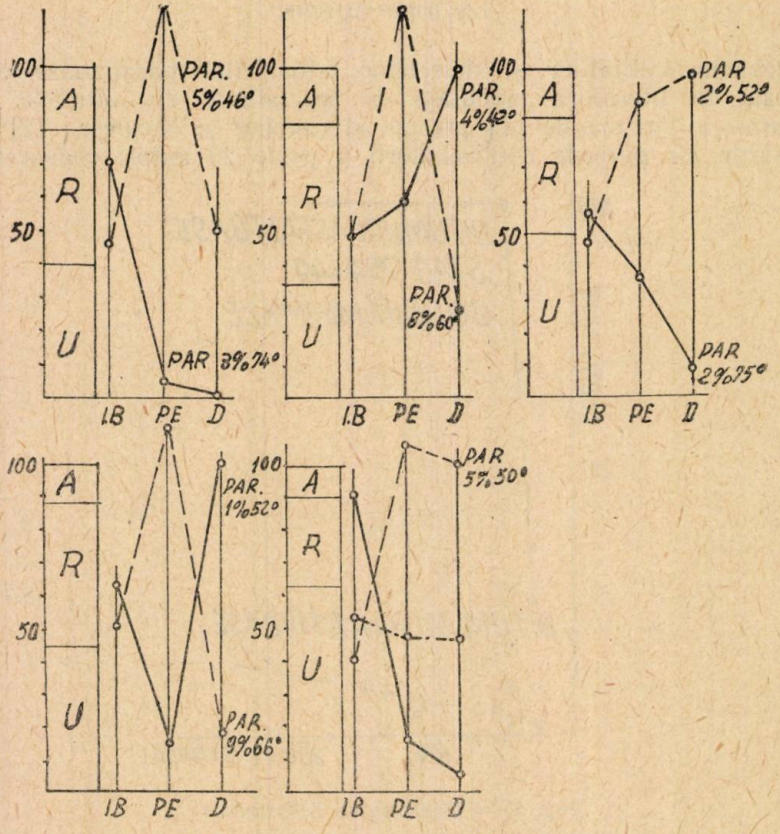


Fig. 2, — Compoziție și Proprietăți
Legendă: *A* — asfaltante, *R* — rășini, *U* — uleiuri, *IB* — punct de înmuiere, *PE* — penetrație la 25°, *D* — ductilitate la 25°, *PpAR* — parafine.

Toate aceste bitumuri au avut însă puncte de rupere la temperaturi mai joase decît corespunzătoare bitumurilor asfaltoase.

Încercările în paralel a amestecurilor artificiale de bitumuri asfaltoase cu cerezine, petrolatum sau amestecurile acestora extrase în prealabil din bitumuri parafinoase, sau cu adaosuri de parafină industrială albă macrocristalină au arătat că cerezinele microcristaline și

respectiv parafina macrocristalină scad penetrația, ductilitatea la 25° și omogeneitatea bitumurilor pe cînd petrolatumul microcristalin cu punct de topire scăzut le plastifiază păstrîndu-le omogeneitatea. Dat că parafinele macrocristaline pot fi îndepărtate ușor din bitum prin antrenare cu abur în condițiile uzuale de fabricație, rezultă că cerezinele, deși microcristaline, sînt componenții parafinoși cei mai dăunători bitumurilor contrar concluziilor autorilor citați [1, 2].

Tabela Nr.

Influența adausurilor parafinoase asupra bitumului asfaltos

	Adaos parafinos			Bitum rezultant			
	Denumire	%	P. T_C	I. B.	Pen. 25° 1/10 mm.	Ductil. 25° cm.	Aspect
	—			47	90	> 100	lucios
1	Amestec de parafine	10	61	45	146	44	mat
2	Cerezine	4	67	49	73	49	„
3	Parafină macrocristalină	5	62	42	91	52	luciu mat
4	Petrolatum	6	49	44	148	66	„ „
		8	40	41	165	95	lucios

Observație: Adaosurile 1, 2, și 4 au fost extrase din bitumuri parafinoase. Adaosul 3 este parafină albă industrială. Nomenclatura conformă literaturii [7]

Indepărtarea cerezinelor prin distilare necesitînd un vid foarte avansat, greu de realizat industrial, autorul prezentei a utilizat, prin analogie, concluziile unui studiu anterior al său [8] privind fabricarea vaselinei omogene filante din orice păcuri parafinoase; și în acel caz a fost necesară eliminarea cerezinelor pentru obținerea omogeneității.

Procesul adaptat pentru obținerea în laborator a bitumurilor parafinoase de calitate bună este următorul:

Păcura parafinoasă se dizolvă la 70-80° în petrol lampant și se răcește lent la —5°. Masa obținută se filtrează iar filtratul se concentrează cu abur și eventual se oxidează pînă la penetrația dorită.

Prin acest procedeu s-au obținut bitumuri parafinoase de calitate foarte bună din toate materiile prime încercate (tabela 2).

In concluzia acestor rezultate autorul prezentei a elaborat o ipoteză a structurii bitumurilor parafinoase luînd ca premiză teoriile moderne privind structura coloidă a bitumurilor [3] și cristalizarea diverselor categorii de componenți parafinoși din produse petroliere [5, 7, 9, 10].

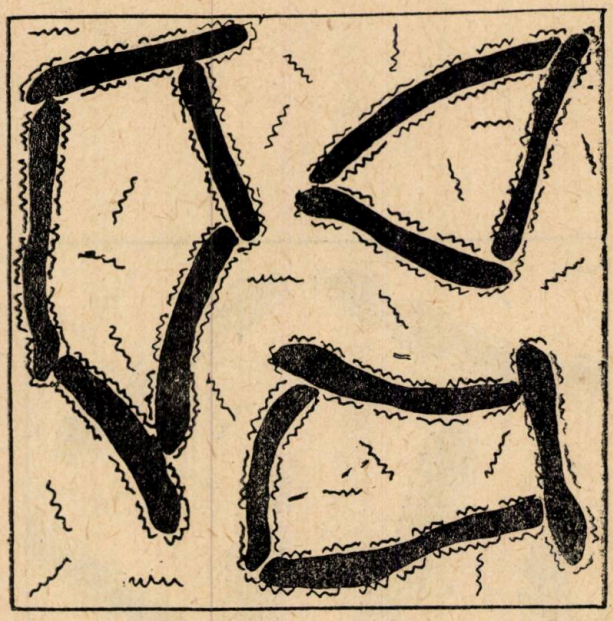
Structura coloidă a bitumurilor asfaltoase vîscoase de tip sol, plastice de tip sol-gel și elastice de tip gel au fost reprezentate schematic (fig. 3, 4, 5) cu micele formate din nuclee de asfaltene protejate de rășini adsorbite, lichidul intermicelar fiind format din soluție moleculară de rășini în uleiuri.

Tabela Nr. 2

Bitumuri omogene obținute din materii prime parafinoase

Materia primă			Caracteristicile bitumului rezultat										
Denumire	Parafine totale inițial		I. B. °C	Pen. 25° 1/10 mm.	Ductilitate		P. rupere °C	Aspect	Parafine totale final		Compoziția pe grupe		
	%	P. T°			25°C cm	0°C cm			%	P.T°	Uleiuri %	Rășini %	Asfaltene %
Păcură parafinoasă Muntenia	16,3	61	47	58	>100	0	—	lucios omogen	3.5	41	35,7	48,8	18
,,	16.3	61	52	63	>100	0	—23	,,	3.9	41	36,8	48,4	17
Păcură parafinoasă Moldova	15,2	52	52	41	>100	0	—	,,	2,5	46	49,9	36,9	14
,,	15,2	52	65	19	12	0	—	,,	3,5	45	42	41	19
Păcură cracată Teleajen	8,5	62	40	105	>100	3	—20	,,	5	50	64	27	10
,,	8,5	62	101	0	0	—	—	,,	2	46	—	—	—
Bitum rezidual Cîmpina I.B. = 47; P 25° = 63, Duct. 25° = 32	12,6	69	43	65	>100	0	—7	,,	5,5	45	28	54	17
Idem I.B. = 51°, P 25°, = 25, Duct. 25° = 21	12	60	46	106	81	0	—	,,	5,5	45	34	52	16,8
,,	12	60	45	77	95	0	—19	,,	5,6	45	33	54	15,8

Fig. 3. — Bitum asfaltos tip sol



Ffg. 4. — Bitum asfaltos tip sol-gel

Fig. 5. — Bitum asfaltos tip gel

Păcura parafinoasă fierbinte (fig. 6) conține asfaltene la grad de dispersie mai avansat din cauza agitației termice sporite, restul componenților fiind dizolvați molecular în uleiuri. Prin concentrarea cu abur a păcurii parafinoase, se elimină parafinele macrocristaline odată cu uleiurile ușoare și medii.

Fig. 6. — Păcură paraiinoasă fierbinte

La răcire bitumul parafinos rezultat va căpăta următoarea structură :

O parte din asfaltene se coagulează din lipsa lor de afinitate față de soluția intermicelară de cerezime și petrolatum în uleiuri. Asfaltenele coagulate funcționează ca germeni de cristalizare față de cerezine, care cristalizează microcristalin formînd însă macroformații (concrețiuni) vizibile chiar cu ochiul liber. Mediul de dispersie este format din soluție moleculară de petrolatum și rășini în uleiuri și se transformă la răcire într-o pastă plastică cu caracter quasi-coloid care formează o rețea con-

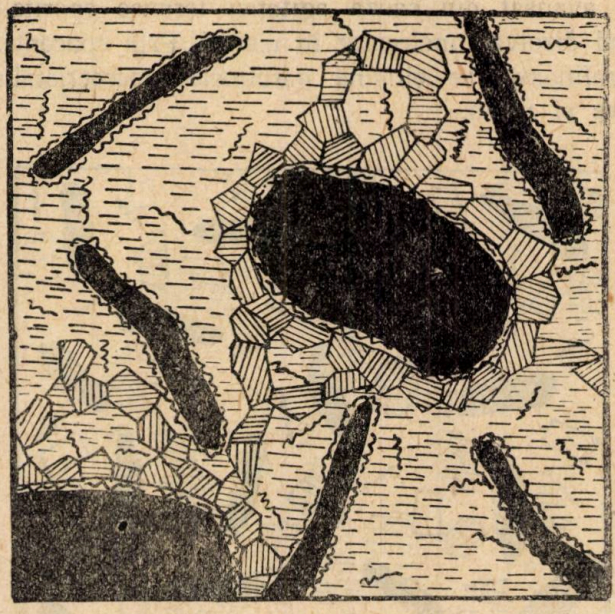


Fig. 7. — Bitum parafinos neomogen

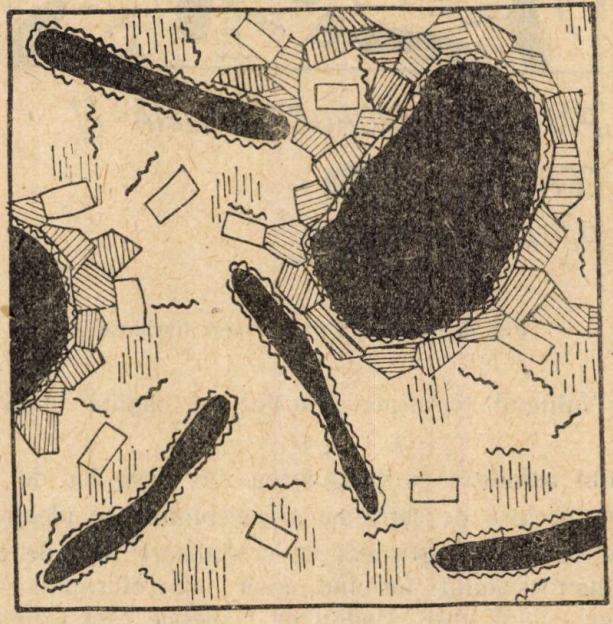


Fig. 8. — Soluție de păcură parafinoasă răcită

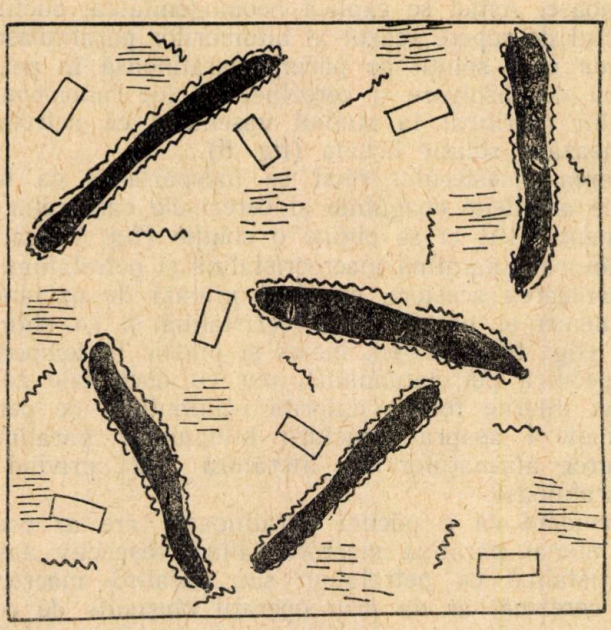


Fig. 9. — Soluție de păcură parafinoasă filtrată

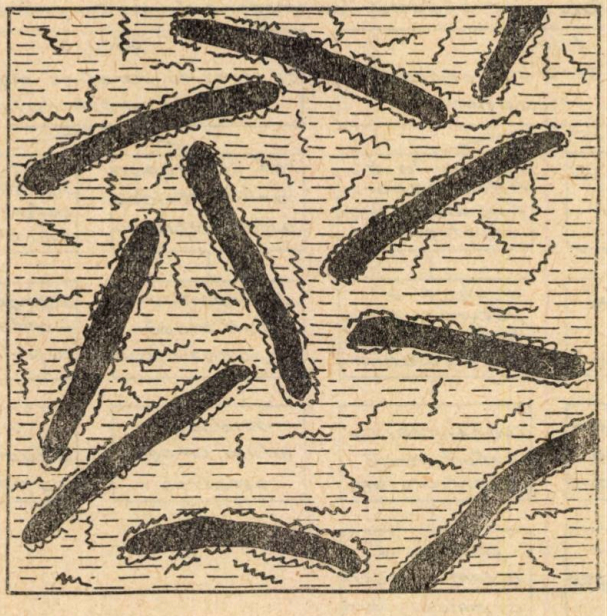


Fig. 10. — Bitum omogen parafinos (cu petrolatum)

tinuă (fig. 7) împiedicînd în mare măsură orientarea și asocierea micelelor bituminoase. Astfel se explică neomogenitatea, ductilitatea la 25° redusă și punctul de rupere scăzut al bitumurilor parafinoase neomogene.

Prin răcirea unei soluții de păcură parafinoasă în petrol sub temperatura critică de disolvare a cerezinei au loc fenomene similare cu excepția faptului (verificat la studiul vaselinei) că petrolatumul diluat cu petrol formează o soluție lichidă (fig. 8).

Prin filtrarea amestecului răcit se îndepărtează ca masă ceroasă concrețiunile de asfaltene coagulate și cerezinele care rețin și parte din ceilalți componenți [10] și se obține o soluție (fig. 9) care conține ca impurități parafinoase parafină macrocristalină și petrolatum.

Prin concentrarea acesteia, eventual urmată de oxidare, se elimină o parte din uleiuri și parafina macrocristalină și se obține un bitum cu petrolatum (fig. 10) omogen, lucios și plastic la temperaturi scăzute (proprietate specifică petrolatumului), dar cu ductilitate zero la 0° din cauza coeziunei interne reduse datorită conținutului de petrolatum.

Această ipoteză asupra structurii bitumurilor parafinoase permite explicarea tuturor afirmațiilor din literatură [1,2] privind proprietățile bitumurilor parafinoase.

Astfel e evident că o păcură parafinoasă care ar conține ipotetic ca impuritate numai parafină macrocristalină, respectiv amestec de parafină macrocristalină cu petrolatum sau parafină macrocristalină, cu petrolatum și cerezină, ar da prin operații obișnuite de concentrare și oxidare un bitum asfaltos omogen în primul, un bitum parafinos omogen în al doilea și un bitum parafinos neomogen în al treilea caz.

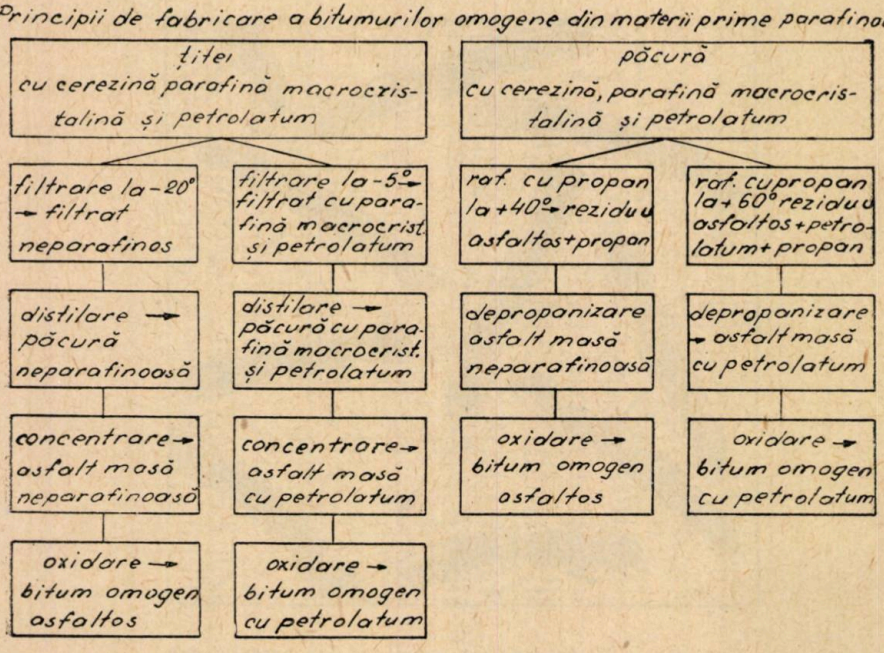


Fig. 11. — Principii de fabricare a bitumurilor omogene din materii prime parafinoase

Ipoteza elaborată explică și indicațiile literaturii privind fabricarea bitumurilor bune dn păcuri parafinoase [3, 4, 5] prin îndepărtarea cerezinei indezirabile în vid avansat (Alco) sau prin extracție cu propan.

În sfîrșit ea permite trasarea principială a procedeelor de fabricare a bitumurilor bune din materii prime parafinoase exemplificată prin schemele de flux tehnologic (fig. 11).

Lucrările de laborator care au permis autorului prezentei elaborarea ipotezei au fost executate în anul 1955, sub conducerea sa, cu un colectiv al Institutului de Cercetări și Încercări de Materiale de Construcții, format din: dr. chimist A. Salzberger, ing. chimist E. Micșunescu și chimiști L. Cotaru și E. Mihail.

Catedra de Materiale de Construcții și Chimie
Institutul de Construcții București

BIBLIOGRAFIE

1. **M. Duriez și J. Arrambide,** — Liants hidrocarbonés: Dunod, Paris (1954).
2. **V. Cerchez și V. Niculescu,** — Influența parafinei asupra caracteristicilor bitumurilor. Comunicare la al X-lea congres de chimie de la Roma (1938).
3. **V. V. Mihailov** — Bitumuri petroliere pentru drumuri. Dorizdat, Moscova (1949).
4. **Kirk Othmer** — Encyclopedia of Chemical Technology, vol. 2, Interscience Publischers Inc., New-York (1948).
5. Ullmanns Encyklopädie der technischen Chemie, vol. 3, Urban u. Schwarzenberg, München-Berlin (1953).
6. **A. T. Lisichina** — Noua metodă pentru determinarea compoziției pe grupe a bitumurilor U.R.S.S., Institutul de Cercetări Științifice ale Drumurilor, Dornii, Moscova (1949).
7. Thorpes Dictionary of applied chemistry, vol. IX, Longmans, Green and Co., London—New-York—Toronto (1949).
8. **I. Sufrin** — Brevet de invenție nr. 29885 1939. Procedeu pentru extragerea cerei de petrol și a vaselinei omogene din amestecuri cu alte hidrocarburi.
9. **N. I. Cernojucov și S. N. Obreadcicov** — Chimia țițeiului și a gazelor din țiței. Editura Tehnică, București (1951).
10. **Ivanovsky** — Encyclopädie der Wachse. Seifen, Öle, Fette, Wachse, R. F. Germană (1952—1953).

ГИПОТЕЗА О СТРУКТУРЕ ПАРАФИНИСТОГО БИТУМА И ЕГО ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ

(Краткое содержание)

На основе исследований, проведенных с целью выяснения состава и характеристики парафинистых битумов в зависимости от метода их приготовления — автор приходит к гипотезе о строении битумов, получаемых из асфальтно — парафинистого мазута, который дает возможность манипулировать процессом фабрикации битумов в целях повышения их качества, независимо от сырья, из которого они получены.

Одновременно автор выясняет причины многих противоречий в этом вопросе, встречающихся в мировой литературе по данной специальности.

HYPOTHÈSE SUR LA STRUCTURE DES BITUMES PARAFFINEUX ET SES APPLICATIONS PRATIQUES

(Résumé)

Par des recherches sur la composition et les caractéristiques des bitumes paraffineux, en fonction de la méthode de fabrication, l'auteur arrive a établir une hypothèse sur la structure des bitumes provenant des mazouts asphalto-paraffiniques qui permet de diriger la fabrication pour obtenir des bitumes de bonne qualité indépendemment de la provenance de la matière première et éclaircit en même temps les causes des nombreuses conclusions contradictoires de la littérature mondiale traitant ce problème.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

STUDII ASUPRA CĂRĂMIZILOR DIN SĂPĂTURI ARHEOLOGICE *)

de CORNEL DRAGHICESCU

Obiectul acestei comunicări îl constituie prezentarea studiilor statistice executate asupra cărămizilor din săpăturile arheologice făcute de Academia R.P.R. în anul 1955 pe șantierul arheologic București sectorul III Mihai Vodă.

Cărămizile examinate provin din săpăturile făcute pe dealul Arhivelor Statului, în partea orașului cunoscută sub numele de dealul Spirei și în curtea bisericei Schitul Maicilor. Prin aceste săpături s-au scos la iveală o serie de construcții importante din secolul 17,18 și începutul secolului 19.

S-au examinat 14 probe din dealul Arhivelor Statului și 3 probe din curtea bisericii Schitul Maicilor, fiecare probă conținînd în medie cîte 10 cărămizi.

Din informațiile primite din partea sectorului arheologic al Academiei R.P.R. prin tov. prof. Gh. Cantacuzino, conducătorul sectorului, pînă în prezent examinări de cărămizi vechi nu s-au mai făcut; așa dar, nu poate exista un criteriu de comparație asupra rezultatelor expuse în comunicarea de față. S-au făcut numai examinări asupra mortarelor provenite din ziduri vechi și anume: tov. prof. Șerban Solacolu, șeful catedrei de Tehnologia Materialelor de Construcții și Ceramică de la Institutul Politehnic din București, a examinat mortarul de la podul lui Traian de la Turnu Severin, tov. prof. Al. Steopoe șeful catedrei de Materiale de Construcții și Chimie de la Institutul de Construcții din București a făcut cercetări asupra mortarelor din săpăturile de la Sarmisegetuza și tov. asistent Lidia Vaicum din cadrul catedrei de Materiale de Construcții și Chimie de la Institutul de Construcții din București, a examinat mortarele din săpăturile făcute la Arhivele Statului.

Toate determinările asupra cărămizilor vechi s-au făcut în laboratorul de Materiale de Construcții de la Institutul de Construcții din București.

Au fost examinate în total 169 de cărămizi, trimise prin grija sectorluui III de săpături arheologice. Pe fiecare cărămidă a fost indicat cu tuș locul de extragere, respectiv locul din care făcea parte.

Criteriul de examinare a fost același după care se face și examinarea cărămizilor manuale, deoarece s-a plecat de la presupunerea că toate cărămizile examinate au fost pe vremea aceea confecționate cu mîna. De asemenea s-a presupus că executarea cărămizilor se făcea și

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

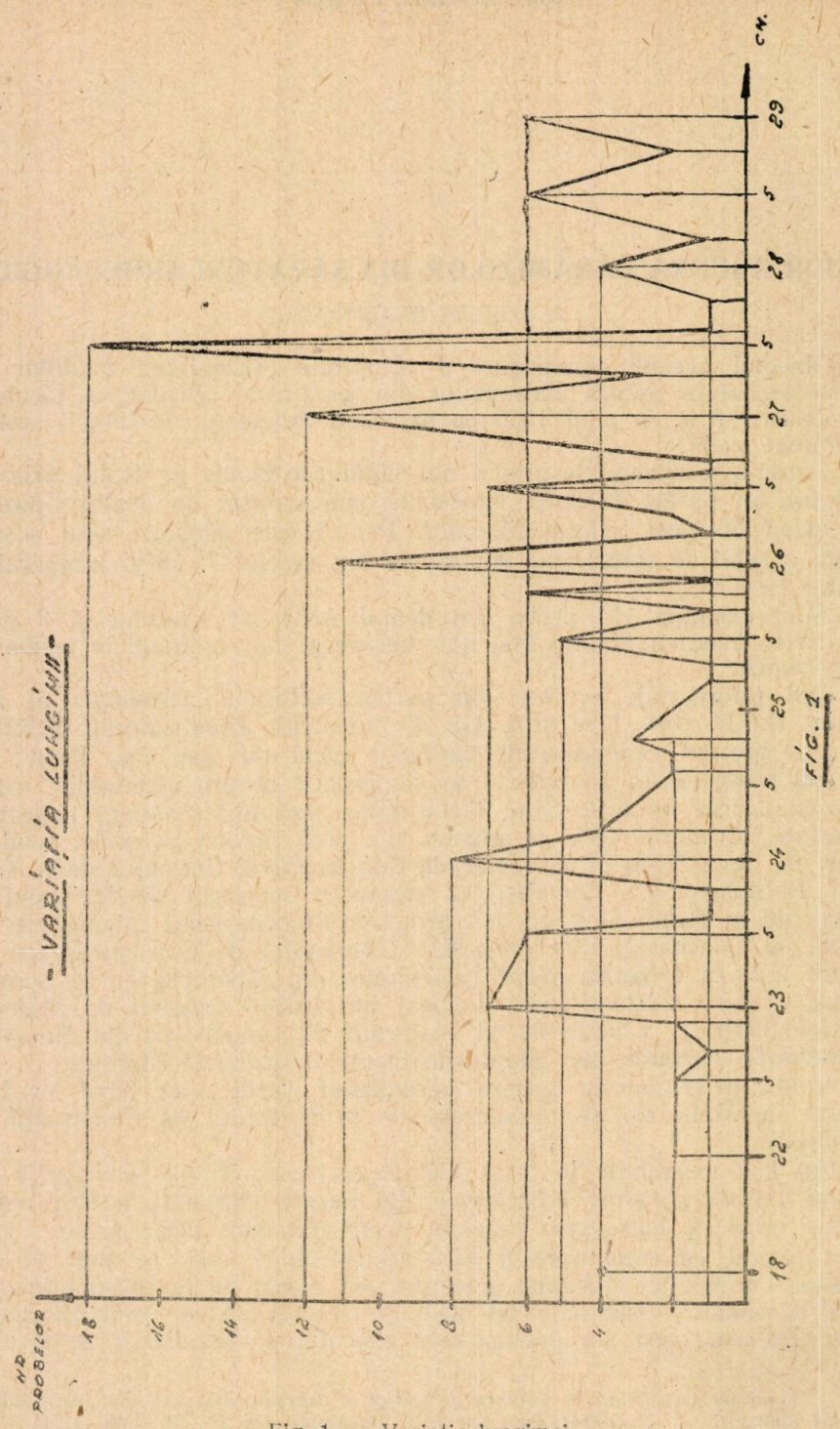


Fig. 1. — Variația lungimei

atunci și astăzi după aceleași procedee ; diferența putînd exista numai în conștiinciozitatea executării.

Din cele 17 probe primite, numai 2 probe respectiv 11,8% din total, au dovedit o executare cu totul neîngrijită. Fețele cărămizilor nu au fost plane iar grosimea lor a variat chiar pentru aceeași cărămidă cu 8-10 mm. Muchiile acestor cărămizi au fost strîmbe și cu foarte multe știrbituri. Din cauza variațiilor mari de grosime, fețele mari opuse nu au fost paralele. De asemenea s-a mai constatat că arderea acestor

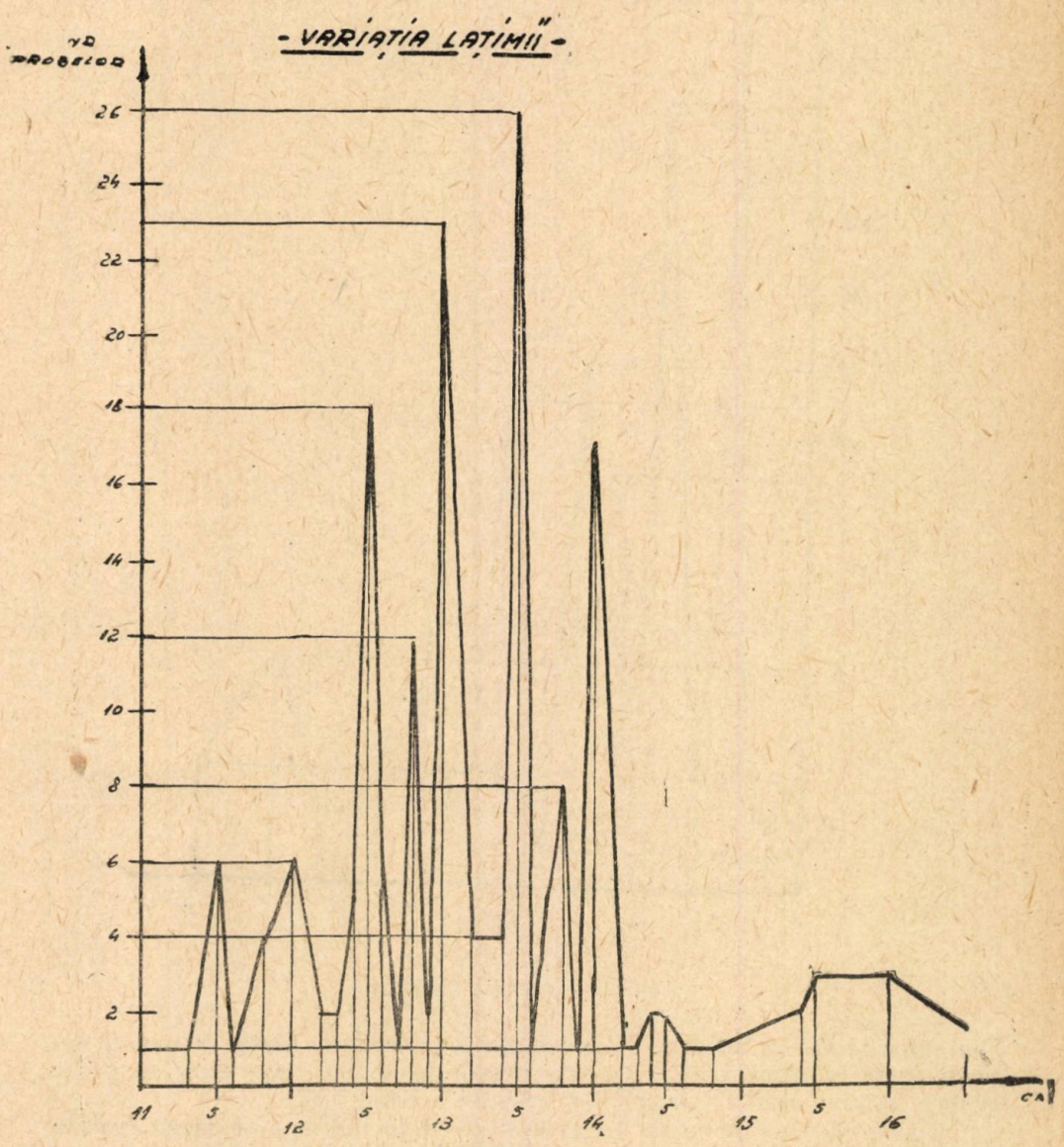


Fig. 2, — Variația lățimei

cărămizi a fost neuniformă, parte din ele fiind insuficient arse și parte din ele fiind ajunse pînă aproape la vitrificare. Aceste cărămizi confecționate așa de neîngrijit și arse așa de diferit apar numai la 2 din cele 17 probe, adică au fost găsite numai în 2 puncte ale săpăturilor.

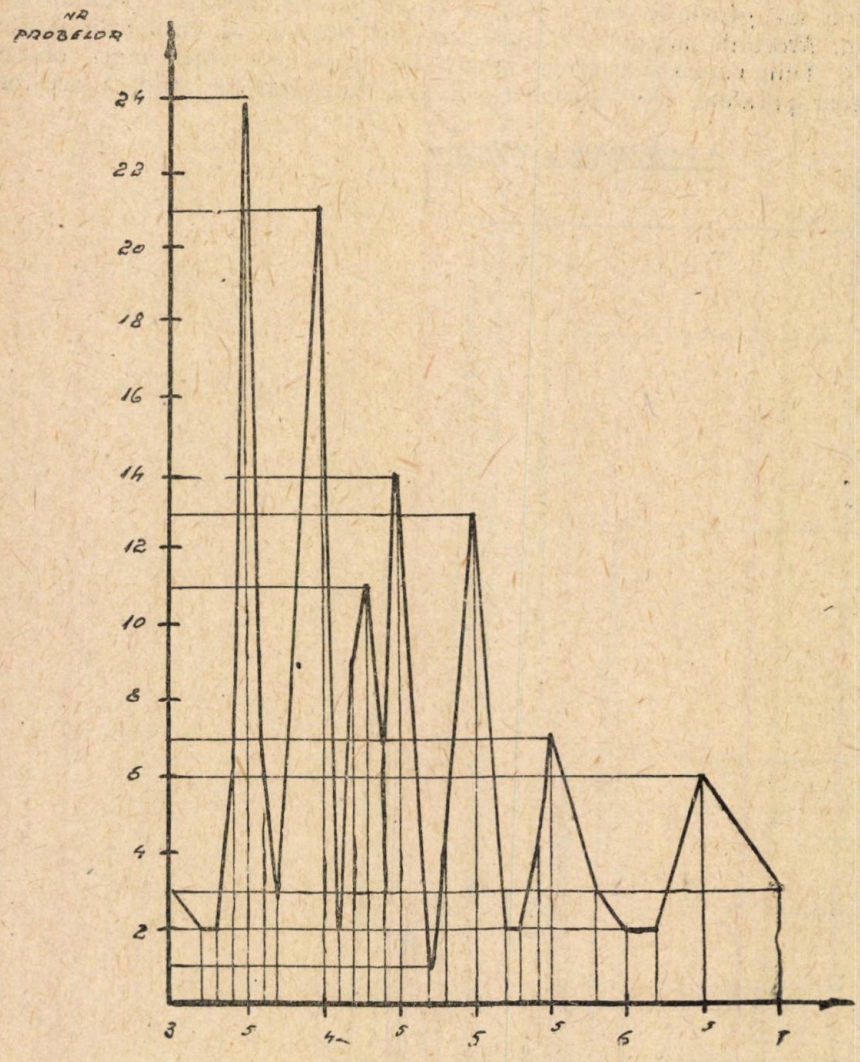


Fig. 3. — Variația grosimei

Din informaiițle primite de la conducerea sectorului, aceste 2 puncte au reprezentat în clădire părți de importanță secundară, așa încît se poate explica întrebuințarea cărămizilor executate neîngrijit.

Concluzia care se poate trage este că și în vechime se făcea înainte de introducerea în construcție, o veriifcare sau cel puțin o sortare a materialului.

Verificarea dimensiunilor, s-a făcut la fiecare cărămidă în parte. Valorile medii la care s-a ajuns reprezintă media aritmetică a dimensiunilor ce au fost măsurate. Rezultatele obținute sînt expuse în graficele din fig. 1, 2, 3, pentru fiecare dimensiune în parte. În abscisă s-au luat valorile extreme pe care le prezintă fiecare dimensiune și în ordonată numărul de probe corespunzătoare fiecărei dimensiuni în parte.

Concluzia care se trage este că lungimea variază pe un interval de 7 cm, lățimea pe 5 cm și grosimea de 4 cm.

Lungimea majorității cărămizilor variază între 24-27,5 cm în care sînt cuprinse 120 cărămizi adică 71% din total; lățimea majorității cărămizilor variază între 12,5-14 cm, în care sînt cuprinse 128 de cărămizi adică 75,2% din total și grosimea variază între 3,5—5 cm, în care sînt cuprinse 116 cărămizi adică 68,5% din total.

Coloarea. Coloarea variază de la roșu cărămiziu deschis la roșu cărămiziu închis, depinzînd atît de compoziția chimică a argilei cît și de gradul de ardere.

Planeitatea fețelor. Cu excepția celor 2 probe necorespunzătoare despre care s-a amintit mai sus, restul cărămizilor au fețele plane și bine netezite. O particularitate a unora din aceste cărămizi este faptul că unele din ele au fețele mari opuse neparalele, cărămizile tinzînd astfel spre forma de pană. În situația aceasta se găsesc 9 cărămizi din totalul celor examinate, adică 5,3% din total. În schimb însă un număr mare de cărămizi au muchiile și colțurile știrbite. Este posibil ca știrbiturile să fie provenite și din lovirea cu ciocanul cînd au fost scoase din zid. De remarcat este însă absența crăpăturilor. Din numărul de 169 cărămizi examinate, numai 2, respectiv 1,2% din total, au prezentat crăpături. Situația generală este dată în tabela nr. 1.

Tabela 1

Felul cărămizilor	bucăți	%
Cărămizi bune	67	39,6
Cărămizi cu ştirbituri la colțuri	42	24,8
Cărămizi cu ştirbituri la muchii	20	11,9
Cărămizi cu colțuri rupte	25	14,8
Cărămizi cu scobituri pe muchii	4	2,4
Carămizi cu fețe neparalele	7	4,1
Cărămizi care n-au fețe plane	2	1,2
Cărămizi cu crăpături	2	1,2

Defecte de structură. Defectele de structură obișnuite, adică incluziunile calcaroase sau silicioase nu apar decît foarte rar la aceste cărămizi. Cele calcaroase nu apar deloc și cele silicioase apar în mod sporadic la 12 bucăți, respectiv la 7,1% din totalul cărămizilor. Dimensiunile acestora variază între 10-15 mm diametru. Explicația acestei situații așa de favorabile, se poate găsi și în faptul că pe acele timpuri se construia mai puțin, deci se și confecționau cărămizi mai puține. Se lucra

întotdeauna cu argilă de calitate bună, putîndu-se ocoli foarte ușor zăcămintele necorespunzătoare.

Porozitatea. Porozitatea cărămizilor variază după cum reese din tabela nr 2. Din valorile indicate se poate constata că limita inferioară este de 10,5% și cea superioară de 20,6%.

Tabela 2.

Valoarea minimă	10,5 %	
Valori medii	12—19 %	la 88,5 % din probe.
Valoarea maximă	20,6 %	

Aceste valori sînt suficient de acoperitoare pentru ca să asigure cărămizii însușirea de material izolant fără însă ca maximum de porozitate să fie dăunător rezistenței.

Greutatea specifică aparentă. Greutatea specifică aparentă variază în limite destul de largi între 1541-1836 kg/m³. Variația este dată în graficul din fig. 4. În abscisă s-au luat valorile greutății specifice aparente și în ordonată numărul de probe corespunzătoare fiecărei dimensiuni în parte.

Se constată că între valorile de 1580-1880 kg/m³ sînt cuprinse 121 cărămizi, adică 71,5% din total.

Determinarea conținutului de cărămizi insuficient arse sau cu defecte interioare. Determinarea s-a făcut prin baterea cărămizii cu ciocanul spre a se constata dacă are un sunet clar aproape metalic. Din totalul cărămizilor examinate, rezultatele au fost:

79 cărămizi adică 46,8% au sunet clar și
90 cărămizi adică 53,2% au sunet neclar.

Concluzii: Însușirea generală ce poate reieși din datele prezentate mai sus este că aceste cărămizi au fost executate uniform și îngrijit. S-a lucrat cu o materie primă aleasă cu atenție și deasemeni arderea a fost bine condusă.

Rezultatele prezentate nu pot fi o imagine fidelă a însușirilor cărămizilor din acele timpuri pentru că au fost extrase nu din construcții de orice fel, ci din locuințe boerești, domnești sau chilii mînăstirești. Este de știut că în dealul Arhivelor se aflau încă din sec. 16 domeniile jupîniței Caplea, fica lui Ghiorma banul. Ulterior, către sfîrșitul secolului 18, Alexandru Ipsilante clădește curtea domnească tot în această parte a orașului și anume pe dealul Spirei. Din cauza unui incendiu izbucnit în 1789, curtea domnească este arsă parțial așa încît domnitorul se mută pe dealul Arhivelor în chiliile mînăstirei Mihai Vodă.

Ar fi prezentat interes și examinarea cărămizilor din alte feluri de clădiri pentru ca să se poată face comparația.

De asemenea ar mai prezenta interes o examinare comparativă cu cărămizi din aceeași epocă găsite în Moldova sau în Ardeal.

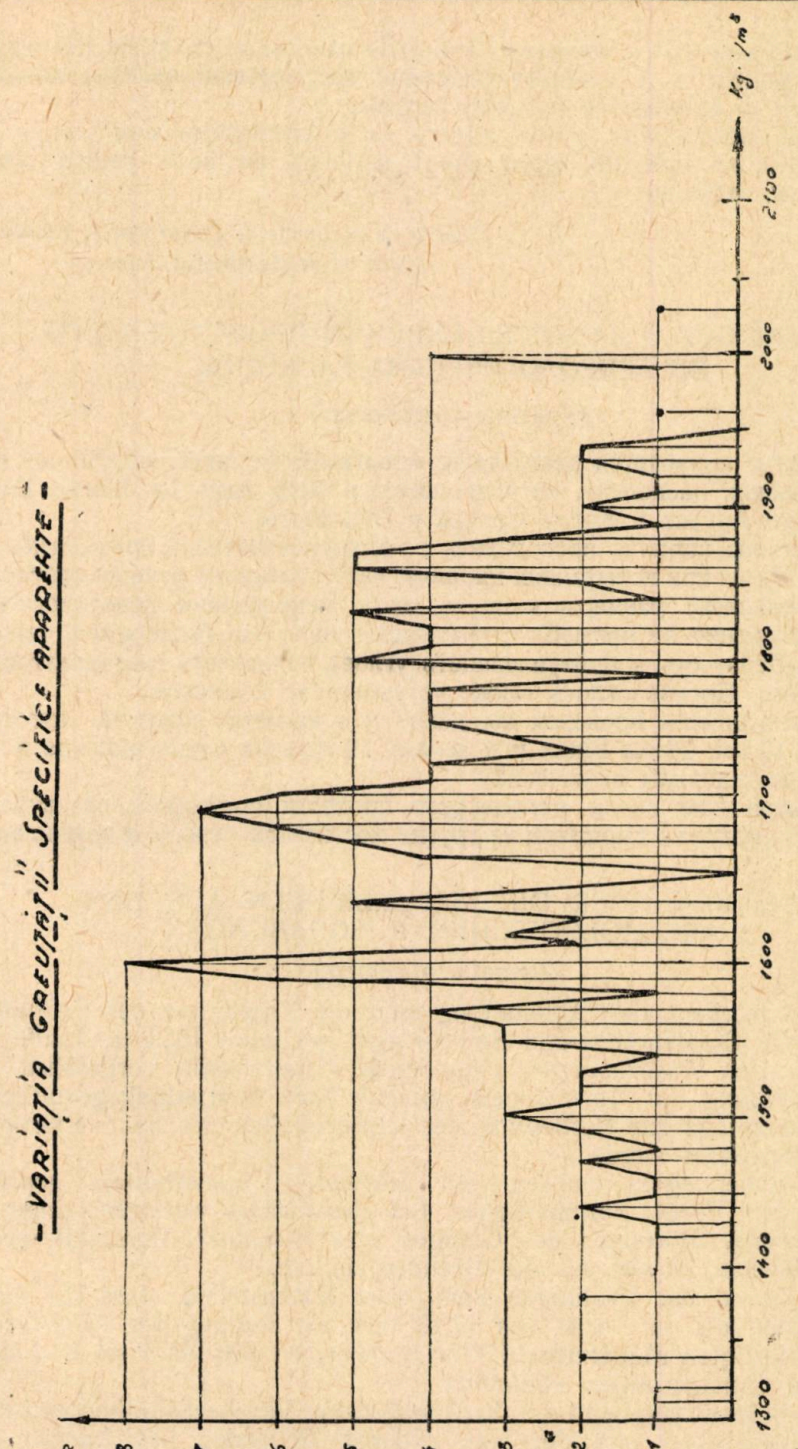


Fig. 4. — Variația greutății specifice aparente

Totodată s-ar putea compara cărămizile examinate cu altele din epoci mai vechi pentru a se constata progresul sau regresul calității acestor materiale cît și eventualele influențe străine.

În felul acesta s-ar putea ajunge la o cunoaștere mai amplă a acestor cărămizi care au servit drept material de bază pentru toate clădirile din vechime.

Catedra de Materiale de Construcții și Chimie
Institutul de Construcții București

К ВОПРОСУ О КАЧЕСТВЕ КИРПИЧА, ПРОИСХОДЯЩЕГО ИЗ АРХЕОЛОГИЧЕСКИХ РАСКОПОК

(Краткое содержание)

В статье приводятся результаты испытаний кирпича, найденного при археологических раскопках, проводившихся в 1955 году на Холме Государственного Архива и Холме Спирей в Бухаресте.

Испытание кирпича проводилось с учетом показателей, применяемых в настоящее время при испытаниях кирпича, изготовленного ручным способом.

Проверялись: размеры кирпича, цвет, искривления поверхностей и ребер (отклонения от прямой), структурные свойства (включения, трещиноватость, отбитость и притупленность углов), пористость (ноздреватость), удельный вес. Производилось также установление недожога.

Из результатов проверок вытекает, что качество кирпича, изготовленного в 17-ом, 18-ом веках и в накале 19-го века очень высокое и что он почти не содержит включений.

В заключение автор рекомендует провести сравнительное изучение найденного кирпича с кирпичом из других местностей страны и других эпох.

STUDIEN ÜBER DIE MAUERZIEGELN AUS DEN ARCHÄOLOGISCHEN AUSGRABUNGEN

(Zusammenfassung)

In der vorliegenden Abhandlung sind die Ergebnisse der Prüfungen der auf dem Staatsarchiw-und Spirei-Hügel im Jahre 1955 im Laufe der archäologischen Ausgrabungen gefundenen Mauerziegeln vorgeführt.

Die Prüfung der Mauerziegeln geschah nach Beurteilungsgrundlagen, welche heutzutage zur Festlegung der Eigenschaften der handverfertigten Ziegeln verwendet werden.

Die Mauerziegeln wurden auf folgende Eigenschaften geprüft: Abmessungen, Farbe, Formhaltigkeit (ob ebenflächig, verzogen, eingesunkene Flächen), Störungen des Gefüges (der Struktur), Porozität, spezifisches Gewicht, sowie auf die Brennergebnisse.

Auf Grund der Prüfungen kann man festzustellen, dass die Güteeigenschaften der im Laufe des 17,18 und am Anfang des 19 Jahrhundertes verfertigten Mauerziegeln sehr hoch stehen und dass sie fast keine schädliche Einlagerungen enthalten.

Zum Schluss empfiehlt der Verfasser einen Vergleichstudium zwischen den ausgegrabenen und den aus anderen Gegenden des Landes und anderem Zeitalter stammenden Ziegeln durchzuführen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

INFLUENȚA ARGILEI ASUPRA PROPRIETĂȚILOR MORTARELOR ȘI BETOANELOR *)

de NICOLAE MIHAIL

Normele în vigoare sînt destul de severe în ceea ce privește conținutul admis de argilă (parte levigabilă) din nisipurile ce se utilizează la confecționarea betoanelor. Acest lucru a făcut deseori să se creadă că argila în sine este o substanță cu acțiuni dăunătoare asupra întăririi cimentului. Cercetările efectuate în ultimii ani în cadrul ICIMC, au dus la o serie de precizări în ceea ce privește influența substanțelor argiloase în amestecurile de mortare și betoane și în cele ce urmează se vor arăta pe scurt concluziile la care s-a ajuns în urma acestor cercetări și importanța lor din punct de vedere practic.

I. ARGILA CA IMPURITATE ÎN AGREGATE

Argila este categoric dăunătoare în amestecurile de mortar sau beton atunci cînd intervine sub forma unor pelicule aderente la suprafața granulelor agregatului și destul de rezistente pentru a nu se distruge în timpul amestecării în betonieră. În acest caz efectul dăunător al argilei se datorește reducerii aderenței pietrei de ciment la suprafața granulelor agregatului ceea ce are în esență următoarele consecințe directe.

— reducerea rezistențelor mecanice
— creșterea permeabilității (în special la apă sub presiune)
— reducerea rezistențelor la gelivitate și la acțiuni chimice agresive.

În consecință s-au căutat metode eficace și economice de înlăturare a efectului dăunător pe care-l prezintă argila peliculară și printre cele experimentate se menționează:

a) *Spălarea cu apă* care este procedeul cel mai eficace însă și mai costisitor deoarece necesită cantități mari de apă și sisteme mecanice de spălare.

În tabela 1 se arată efectul spălării unui agregat impurificat cu argilă peliculară.

b) *Spălarea în betonieră* este un procedeu nou care nu necesită nici utilaj special și nici surplus de apă și constă din următoarele: în beto-

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

nieră se introduce agregatul și apa necesară amestecului de beton și se rotește timp de 2-3 minute. După aceasta se introduce liantul și se continuă amestecarea. În timpul primei perioade de amestecare argila

Tabela 1

Agregat	R. compr. kgf/cm²	Permeabilitate	
		atm.	cm.
agregat natural	170	10	12
agregat spălat	362	20	6

peliculară se desprinde în cea mai mare parte de pe suprafața agregatului rămînînd totuși în amestec sub formă de lapte de argilă. În tabela 2 se arată consecințele unei spălări în betonieră.

Tabela 2

Agregat	Rez. compresiune kgf/cm²
agregat natural	180
agregat spălat în betonieră	350

Metoda prezintă un singur dezavantaj și anume acela că dublează timpul de amestecare, ceea ce duce la dublarea numărului de betoniere pentru aceiași producție de beton.

Rezultatele din tabela 2 arată în mod concludent că argila este dăunătoare numai atunci cînd intervine în amestec sub forma unor pelicule aderente pe suprafața agregatului.

c) Experimentările mai recente au dus la concluzia că *uscarea agregatelor* impurificate cu argila în raizerele de tip industrial (uscătoare rotative) influențează favorabil calitatea acestora, tocmai din cauza desprinderii argilei peliculare de pe suprafața granulelor sub influența temperaturii și frecărilor și trecerii ei sub formă de praf, în parte eliminat definitiv prin coșul raizerului sau în timpul ciuruirii mecanice care urmează. În tabelele 3 și 4 se arată efectul unei tratări în raizer a agregatelor impurificate cu argilă.

Tabela 3

agregat	R. compres. kgf/cm²
natural	180
tratat în raizer	300

Tabela 4

nisip	parte levigabilă %
natural	14 %
tratat în raizer și ciuruit ulterior	7 %

Se vede din tabela 3 că rezistența mecanică a unui beton confecționat cu un balast impurificat cu argilă peliculară, a crescut cu cca 70% în urma tratării acestuia în raizer. De asemenea din tabela 4 se vede că un nisip bogat în argilă a pierdut cca 50% din această impuritate în urma aceluiași tratament. Se menționează că datele din tabela 3 și 4 au fost stabilite în urma tratării în raizere a agregatelor lipsite de substanțe organice. Este necesar să se facă această precizare, deoarece temperatura de lucru a uscătoarelor de acest tip distruge substanțele organice din agregate ceea ce contribuie de asemenei la îmbunătățirea calității lor.

d) S-a observat că *prepararea mortarelor în malaxoare cu amestecare forțată* și în special în malaxoarele prevăzute cu tăfălug duce la obținerea unor rezistențe cu 30-40% mai mari decît în cazul amestecărilor manuale sau în betoniere obișnuite.

De asemenea s-a observat că sporurile de rezistență în funcție de mijlocul de amestecare sînt mai mari în cazul folosirii nisipurilor impurificate cu procente mari de argilă.

Eficacitatea acestor malaxoare se datorește desigur și realizării unei omogenități mai bune însă și desprinderii parțiale a argilei peliculare aderente la suprafața granulelor deoarece numai în felul acesta se pot explica rezultatele mai bune ce se obțin în cazul acestui mijloc de amestecare atunci cînd se lucrează cu agregate cu conținut sporit în parte levigabilă.

II. ARGILA CA PLASTIFIANT PENTRU MORTARE ȘI BETOANE

Cercetările efectuate în cadrul ICIMC au dus la concluzia că argila poate fi considerată ca un plastifiant deosebit de eficace în mortarele și betoanele cu dozaje reduse de ciment atunci cînd este introdusă în amestec sub formă de pastă sau praf fin.

Efectul adausului de argilă în acest caz, asupra proprietăților mortarelor sau betoanelor este în esență următorul:

a) Mărește considerabil mobilitatea amestecului și îi reduce segregarea datorită în primul rînd capacității mari de reținere a apei și plasticității în sine a argilei care se transmite întregului amestec.

Această caracteristică a permis să se treacă la întrebuințarea pe șantiere a mortarelor de ciment argilă care prezintă în general aceleași caracteristici ca și mortarele de ciment-var. După o experimentare de peste un an pe numeroase șantiere de construcții din țară, aceste mortare au fost standardizate și în prezent se utilizează curent, pe scară destul de largă.

b) S-a constatat experimental că adausul de argilă mărește viteza inițială de întărire a mortarelor (vezi tabela 5).

Probabil că acest lucru se datorește în bună parte fixării ionilor de calciu (care se pun în libertate la hidratarea silicatului tricalcic) de către argilă, fapt care accelerează această hidratare.

Tabela 5

Dozaj în ciment kg/m³	Rez. la compre. la 28 zile kgf/cm²	
	Plastifiant-var	Plastifiant-argilă
26	5	9
56	8	15
100	26	31
166	64	80
257	135	140

De asemenea s-a observat că adausul de argilă îmbunătățește apreciabil rezistențele mecanice ale mortarelor cu dozaj mai redus de ciment (vezi fig. 1), ceea ce se datorește desigur lucrabilității și compactizării mai bune a acestor mortare.

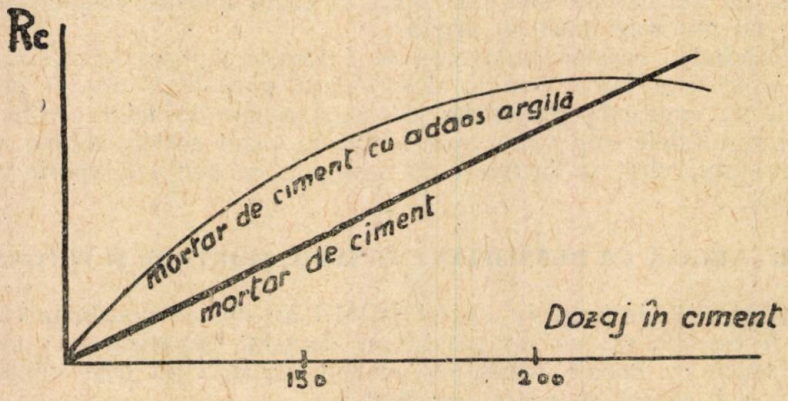


Fig. 1

c) Adausul de argilă mărește impermeabilitatea betoanelor, caracteristică ce se resimte mai evident în amestecurile cu dozaje reduse de ciment sau în cele cu agregate poroase.

Din tabela 6 reiese influența adausului de argilă asupra betoanelor cu agregate ușoare.

d) Mortarele de ciment-argilă, prezintă o adeziune la cărămidă mai bună decît mortarele de ciment-var, cu același conținut de ciment (vezi tabela 7).

În ceea ce privește comportarea la îngheț-repetat încercările de laborator efectuate, au arătat că adausul de argilă ca plastifiant nu reduce rezistența la gelivitate.

Tabela 6

agregat	argilă	A/C	kg/m³	R_c kgf/cm²	R_i kgf/cm²	Ascens capilar	Permeabilitatea		
							pres.	h.	cm.
ceramice	—	1	1850	132	32	25	2	2	12
	30	1	1850	152	33	22	2	8	9
sgură expandată	—	1	1850	70	20	25	1	1	12
	30	1	1850	81	24	20	2	2	12
sgură de locomotivă	—	0,8	1600	55	16	12	2	8	12
	30	0,8	1600	80	22	11	2	8	11

Tabela 7

Mortarul	Compoziția	Adeziunea la cărămidă kgf/cm²
ciment-var	1 : 0,3 : 4	5,9
„	1 : 0,7 : 6,5	5,4
„	1 : 1,5 : 11	2,9
„	1 : 2,3 : 16	1
ciment-argilă	1 : 0,3 : 4	5,9
„	1 : 0,7 : 6,5	6
„	1 : 1 - 8	6,1
„	1 : 1 : 10	6
„	1 : 4 : 12	2,8

Betoanele din agregate ușoare și adaus de argilă au fost recomandate de ICIMC ca material potrivit pentru confecționarea pardoselilor pentru grajduri, care trebuie să fie calde și impermeabile.

Din literatura de specialitate rezultă că s-au făcut experimentări cu rezultate satisfăcătoare asupra betoanelor cu adaus de argilă ca material impermeabil pentru bazine, rezervoare de apă, diguri, etc.

Concluzii

Din cele arătate mai sus rezultă:

a) Adausul de argilă influențează negativ proprietățile mortarelor și betoanelor atunci cînd intervine în amestec sub forma unor pelicule aderente la suprafața granulelor agregatului. Acesta este în general cazul agregatului natural cu conținut important de substanțe argiloase (parte levigabilă).

b) Adausul de argilă dispersat fin și omogen în masa amestecului îmbunătățește lucrabilitatea și în consecință ameliorează calitatea. Avantajele utilizării adausului de argilă ca plastifiant pentru mortare sau betoane, sînt condiționate de cantitatea acestuia și de lipsa de impurități dăunătoare (sulfuri, substanțe organice, etc.).

Catedra de Materiale de Construcții și Chimie
Institutul de Construcții București

ВЛИЯНИЕ ГЛИНИСТЫХ ДОБАВОК НА СВОЙСТВА ЦЕМЕНТНЫХ РАСТВОРОВ И БЕТОНОВ

(Краткое содержание)

В работе указывается на влияние глинистых добавок на свойства цементных растворов и бетонов, подчеркивается значительная зависимость этого влияние от споѳоба диспергирования глинистых веществ в смеси.

Так, когда глинистая добавка имеет форму пленки, сцепляющейся с поверхностью зёрен заполнителя, она влияет неблагоприятно на свойства растворов или бетонов, так как препятствует сцеплению цементного камня с поверхностью вышеупомянутых зерен.

Если глинистое вещество хорошо диспергировано в смеси, оно выполняет эффективную пластифицирующую роль, что ощутительно улучшает качество смеси.

DER EINFLUSS VON TONIGEN ZUSÄTZEN AUF DIE EIGENSHAFTEN VON MÖRTELN UND ZEMENTBETONE

(Zusammenfassung)

Es wird der Einfluss von tonigen Zusätzen auf die Eigenschaften von Mörteln und Zementbetone behandelt und wird festgestellt, dass dieser Einfluss in grossem Masse vom Grade der Verteilung (Dispersion) der tonigen Substantz in der Masse abhängig ist.

So wirkt sich der Zusatz von Ton, wenn er sich in Form einer dünnen Schichte befindet, auf die Haftfähigkeit der Körner des Zuschlagstoffes ungünstig auf die Eigenschaften des Mörtels oder Betons aus, weil diese Schicht die Bindung des Steines an den Zement verhindert.

Wenn die tonige Substanz jedoch in der Masse fein verteilt ist, übt sie einen äusserst wirksamen Einfluss auf die Plastizität derselben aus, die Eigenschaften der Massen auffalend günstig beeinflussen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

INFLUENȚA ARGILEI ASUPRA UNOR PROPRIETĂȚI TEHNICE ALE SUSPENSIILOR, PASTELOR, ȘI MORTARELOR DE CIMENT *)

de VASILE MOLDOVAN

Se știe că argilele în agregate constituie o impuritate care provoacă scăderea rezistenței mortarelor și betoanelor. Comportarea bună a mortarelor de ciment-argilă, folosite în ultimul timp a determinat pe unii ingineri să susțină că argila nu ar mai constitui o impuritate dăunătoare în agregate. În realitate trebuie să se țină seamă că modul de acțiune al argilei este diferit, fiind dăunătoare în cazul că se găsește sub forma unor pelicule aderente pe agregat și acționează favorabil în cazul că este amestecată cu cimentul. Dar și în acest din urmă caz proprietățile mortarelor și betoanelor depind în mare măsură de cantitatea de argilă, de natura argilei, de compoziția sa chimică și mineralogică, de gradul de dispersie al particulelor, etc. De aceia se impun cercetări mai amănunțite ale sistemului ciment-argilă.

MATERII PRIME ȘI MODUL DE LUCRU

S-a folosit ciment portland curat, cimenturi *T* 25, *T* 40, și *M* (cu 30% zgură), pregătite din cimentul portland de sus și tras, respectiv zgură cu compozițiile chimice din tab. 1.

Tabela 1

Comp. chimică	PC	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	CaO	MgO	SO_3	Mn_3O_4	K_2O	Na_2O
Ciment portland	0,10	23,07	4,56	5,92	64,22	1,36	1,08	—	—	—
Tras de Dej	11,42	64,62	12,00	1,39	6,06	0,67	—	—	1,77	2,45
Zgură	3,78	35,27	6,96	2,18	37,56	7,04	2,76	2,53	—	—

Ca adausuri argiloase s-a folosit argila caolinitică spălată (de la Burdujeni) și o argilă bentonitică (din regiunea Ploești). Argilele înainte de folosire au fost fin măcinate și trecute prin sita cu latura ochiului 0,2 mm.

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

S-au amestecat fiecare din cimenturile de sus cu cantități de argilă cuprinse între 3—50% și s-a determinat cinetica de sedimentare și volumul final de sediment, influența argilei asupra prizei cimenturilor precum și asupra proprietăților mortarelor de ciment.

I. DETERMINAREA CINETICII DE SEDIMENTARE ȘI A VOLUMULUI DE SEDIMENT

Ca metodă de lucru mi-a servit aceea din lucrarea prof. Dr. A. Steopoe [1]. Determinările s-au făcut la temperatura de 20°C±1. și s-a urmărit variația volumului de sediment în timp. Temperatura trebuie menținută riguros constantă deoarece s-a arătat [1] și s-a constatat și acum practic, că temperaturile scăzute cuprinse între 0 și + 3°C favorizează formarea unui volum mai mare de geluri (volumul de sediment este cu 15-20% mai mare decît la temperatura de 20°C). De aci observația lui Mironov [2] că betoanele care se întăresc inițial la temperaturi scăzute continuînd apoi întărirea în condiții normale au o rezistență superioară celor întărite tot timpul la temperatura normală, fiindcă reține o cantitate mai mare de apă și hidratarea se face mai complect.

1. *Viteza de sedimentare a suspensiilor*

În ce privește stabilitatea suspensiilor de ciment, argila micșorează stabilitatea acestora după cum se vede din fig. 1 și 2 în care s-a luat în abscisă timpul în minute și în ordonată scăderea meniscului sedimentului în mm.

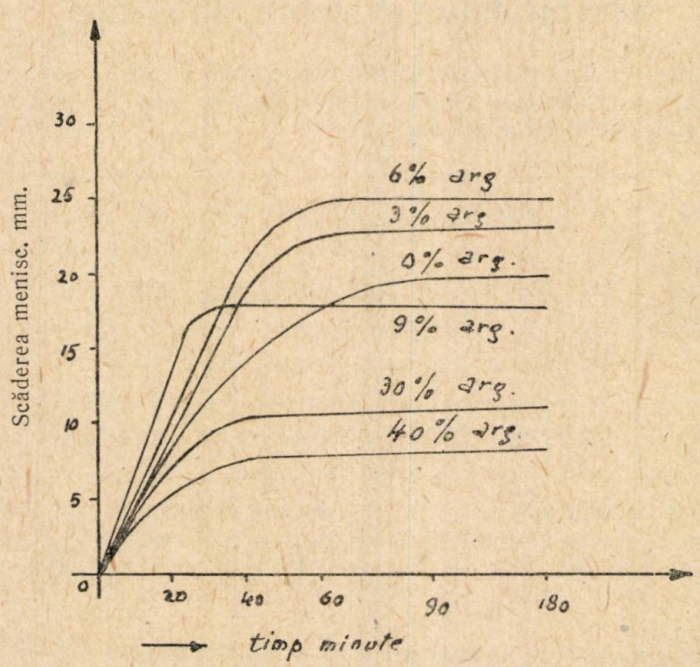


Fig. 1 — Influența argilei asupra volumului de sediment la cimentul T_{25}

Se vede că volumul constant al sedimentului se obține într-un timp mai scurt în cazul adausului de argilă. Micșorarea stabilității suspensiilor de ciment se datorește efectului coagulant al argilei, în special al argilelor saturate cu ioni de calciu asupra părților fine din ciment.

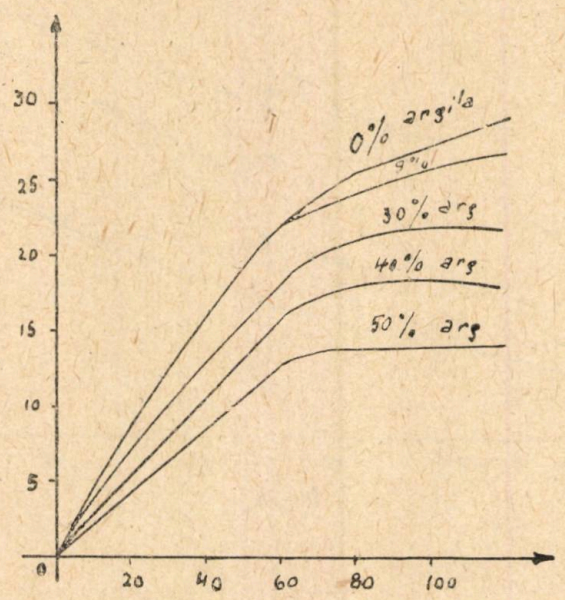


Fig. 2 — Influența argilei asupra volumului de sediment la cimentul Portland

2. *Volumul final al sedimentului*

Comparînd cimenturile de bază (P, T 25, T 40 și M) fără adaus de argilă se observă că volumul de sediment este mai mare la cimenturile amestecate decît la cimentul portland. Adausul de argilă provoacă la cimentul portand o creștere continuă a volumului de sediment (fig. 3) datorită reacțiilor ionice dintre ciment și argilă. Se știe, conform teoriei clasice că argila în suspensie apoasă are un potențial electric negativ; în prezența ionilor de calciu, puși în libertate prin priza cimentului argila îi adsoarbe la suprafață și formează un macroanion argilos, iar ionii adsorbiți pot determina caracterul sarcinii electrice [4]. Argila devenind astfel electric pozitivă și avînd aceeași sarcină electrică cu cimentul (care în soluție apoasă este electro-pozitiv), se vor respinge și volumul sedimentului crește. Se observă că creșterea acestuia este mai accentuată la cantități mici de argilă deci tocmai cînd concentrația ionilor de calciu este mai mare.

În cazul cimenturilor amestecate se obține mai întîi un minim al volumului de sediment după care creșterea este continuă (fig. 3). Înlo-

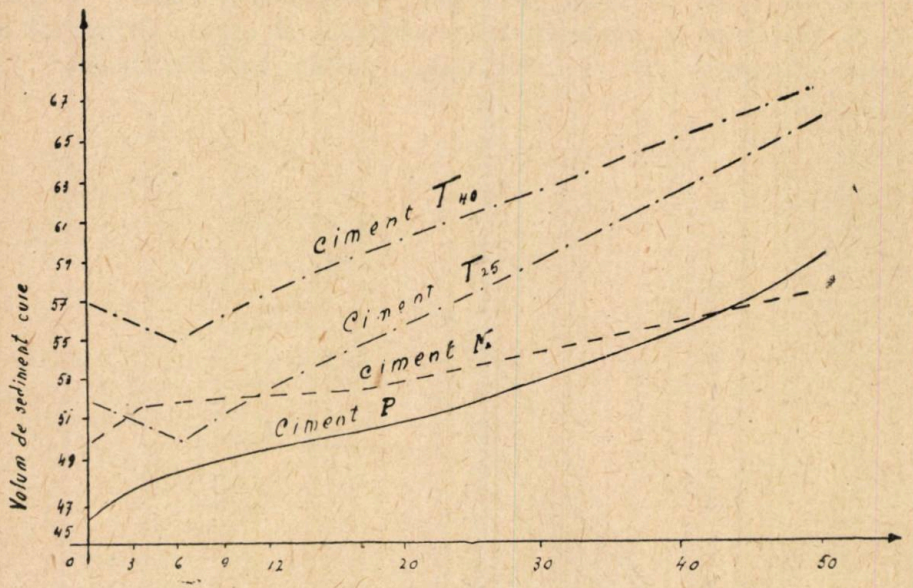

Volum de sediment cure
67
65
63
61
59
57
55
53
51
49
47
45
0
3
6
9
12
20
30
40
50
Ciment T40
Ciment T25
Ciment M
Ciment P

Fig. 3

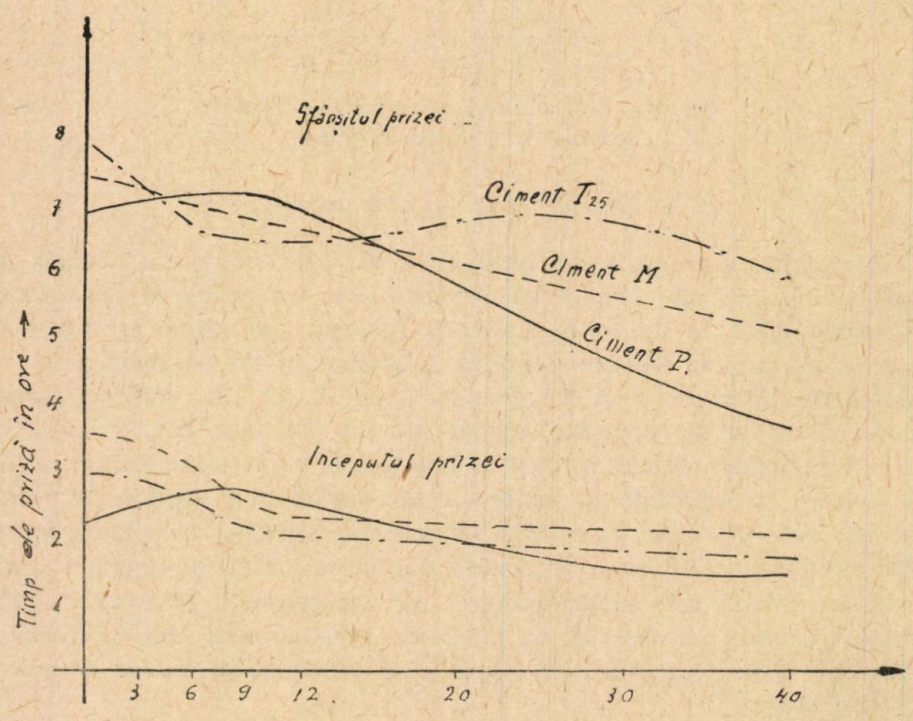

Timpul de priză în ore
8
7
6
5
4
3
2
1
3
6
9
12
20
30
40
Sfârșitul prizei
Ciment T25
Ciment M
Ciment P
Începutul prizei

Fig. 4

cuind argila caolinitică cu cea bentonitică curbele au aceeași înfățișare cu o creștere mai acentuată a volumului de sediment, și cu o mai mare viteză de sentimentare.

II. INFLUENȚA ARGILEI ASUPRA PRIZEI CIMENTURILOR

Necesarul de apă pentru pasta de consistență normală crește simțitor odată cu creșterea cantității de argilă. În fig. 4 sînt reprezentate curbele ce arată influența argilei asupra prizei cimenturilor luîndu-se în abscisă adausul de argilă % și în ordonată timpul în ore.

După cum reiese din fig. 4, chiar cantitățile mici de argilă grăbesc priza cimenturilor *T* și *M* și numai cantități de argilă mai mari de 9% grăbesc priza cimentului *P* dar într-un ritm accentuat.

Efectul de grăbire al prizei cimenturilor se datorește adsorbției ionilor de calciu de către argilă încît nu se mai formează o soluție saturată de $Ca(OH)_2$ și o nouă cantitate de componenți mineralogici ai cimentului se hidrolizează și hidratează, grăbindu-se fenomenul de priză. În cazul adausului de argilă bentonitică grăbirea prizei este mai accentuată. În cazul amestecurilor de ciment argilă se întîlnește fenomenul de „priză falsă" datorit proprietății tixotrope a argilelor.

III. INFLUENȚA ARGILEI ASUPRA PROPRIETĂȚILOR MORTARELOR

Pentru a face o diferențiere în modul de acțiune a argilei cînd se găsește sub forma unor pelicule aderente pe agregate sau cînd este amestecată cu cimentul, s-a plecat de la nisip curat și s-a stropit cu cantități crescînde de suspensii de argilă caolinitică și bentonitică: 2, 4, 6, 8% (raportată la agregat) formînd pelicule pe suprafața agregatelor. În al doilea caz aceeași cantitate de argilă s-a amestecat cu cimentul.

S-a lucrat cu mortare de ciment portland, dozaj 1:3 (în greutate) folosind pentru nisip curba de granulozitate *B*. Mortarele au fost aduse la consistența plastică (scufundarea conului 8 cm). Rezultatele obținute sînt arătate în tabela nr. 2 din examinarea cărora se pot trage următoarele concluzii:

1. Raportul apă/liant crește cu creșterea cantităților de argilă în special în cazul adausului de argilă bentonitică.
2. Greutatea specifică aparentă a mortarelor proaspete scade cu creșterea cantității de argilă.
3. Contracția la uscare crește cu creșterea cantității de argilă.
4. Rezistețele mecanice.

La 28 de zile în cazul argilei coalinitice ca plastifiant rezistența la încovoiere (fig. 5) cît și rezistența la compresiune (fig. 6) rămîn neschimbate pînă la un adaus de 8% argilă. Argila bentonitică provoacă însă o scădere a rezistențelor chiar în acest caz.

În cazul că argilele se găsesc sub forma peliculelor aderente pe agregate ambele argile produc o scădere accentuată a rezistențelor.

La 90 de zile de întărire, după cum rezultă din graficele 7 și 8, unde s-a luat în abscisă adausul de argilă, iar în ordonată rezistența la încovoiere, respectiv compresiunea în kgf/cm^2, în cazul adausului de

Tabela 2

Influența argilei asupra proprietăților mortarelor

Adausul de argilă %			O	2		4		6		8	
				Adaus cu ciment	peliculară	Adaus cu ciment	peliculară	Adaus cu ciment	peliculară	Adaus cu ciment	peliculară
Argilă caolinitică	Amestec proaspăt	a/c	0,54	0,56	9,56	0,59	0,58	0,61	0,60	0,62	0,63
		γ_a kg/m³	2250	2220	2210	2210	2200	2180	2180	2150	2160
	R incov kgf/cm²	28 ziie	65	64	55	64	47	64	44	61	42
		90 zile	70	80	61	78	52	78	50	67	48
	R com kgf/cm²	28 zile	266	262	220	263	197	263	180	260	165
		90 zile	286	318	241	293	233	296	220	279	205
	Δ 1 mm/m	28 zile	0,38	0,54	0,52	0,72	0,67	0,78	0,76	0,79	0,80
		90 zile	0,54	0,79	0,75	0,96	0,92	1,15	1,0	1,25	1,2
Argilă bentonitică	Amestec proaspăt	a/c	0,54	0,58	0,56	0,62	0,60	0,65	0,65	0,67	0,68
		γ_a kg/m³	2250	2190	2200	2130	2140	2060	2070	2010	2005
	R incov kgf/cm²	28 zile	65	60	53	55	47,5	51,5	44,5	50	40,5
		90 zile	70	68	60,5	69	53	66	49	58	46
	R compr. kgf/cm²	28 zile	266	246	230	235	201	220	178	215	165
		90 zile	286	279	250	278	246	276	219	236	201
	Δ 1 mm/m	28 zile	0,38	0,7	0,7	0,82	0,80	0,89	0,87	0,96	0,98
		90 zile	0,54	0,9	0,9	1,1	1,2	1,3	1,28	1,28	1,32

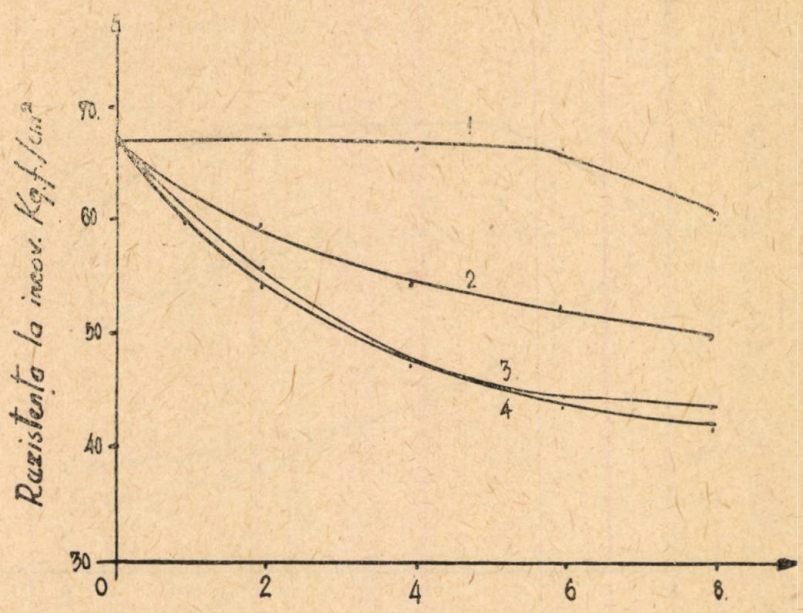

Rezistența la incov. Kg.f/cm²
70
60
50
40
30
0
2
4
6
8
1
2
3
4

Fig. 5

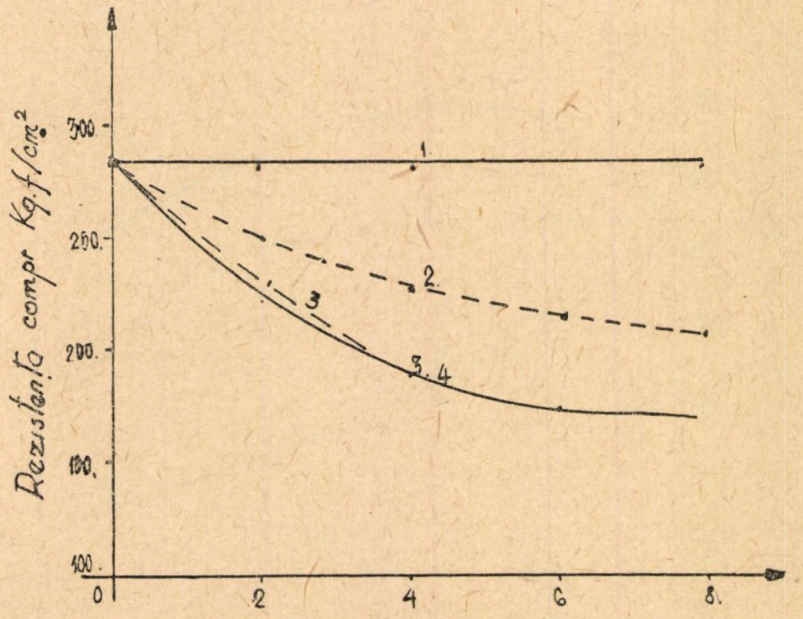

Rezistența compr Kg.f/cm²
300
250
200
150
100
0
2
4
6
8
1
2
3
3.4

Fig. 6

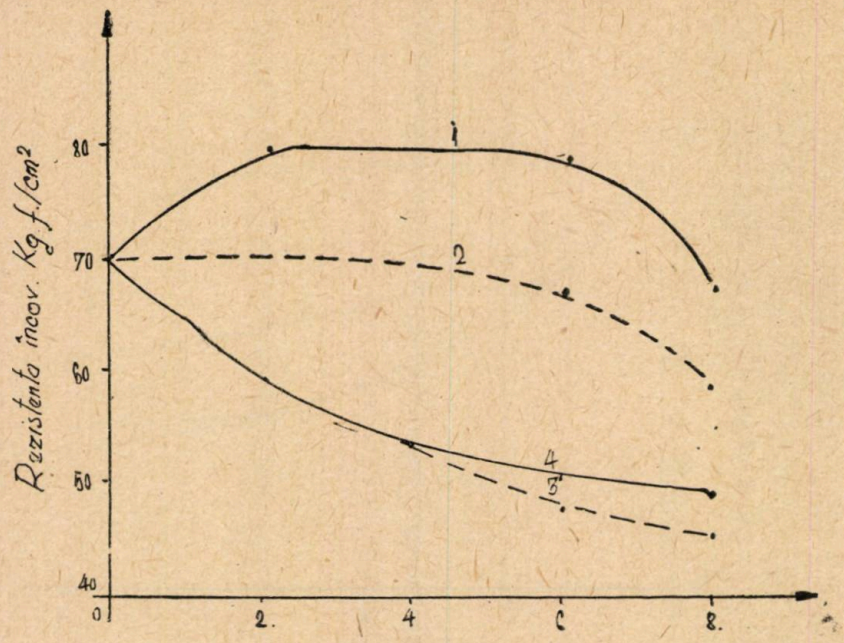

Rezistenta incov. Kg f./cm²
80
70
60
50
40
0
2.
4
6
8.
1
2
4
3

Fig. 7

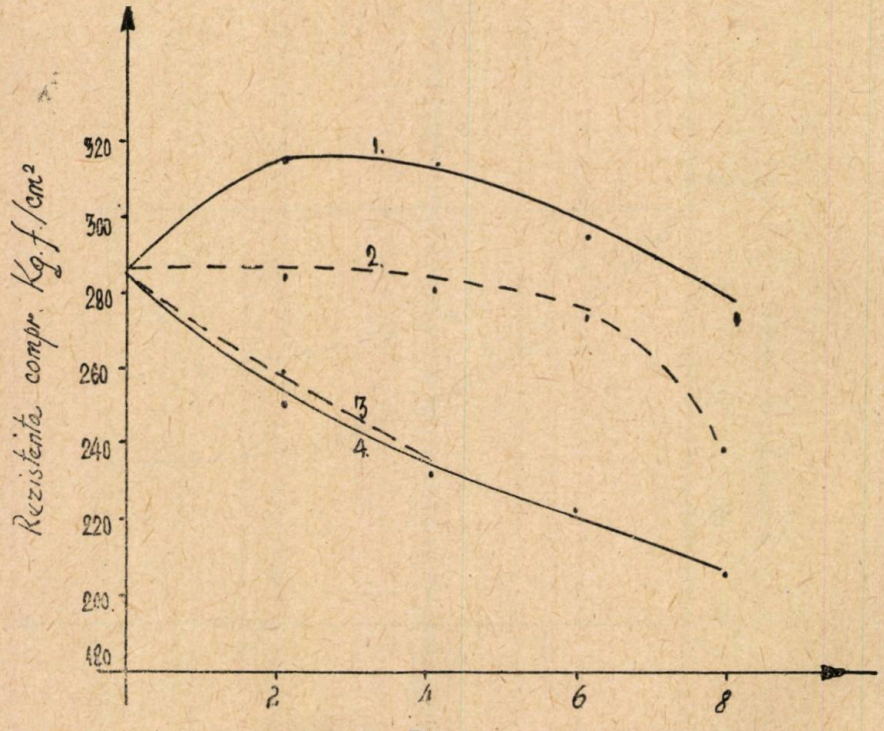

Rezistenta compr. Kg f./cm²
320
300
280
260
240
220
200
180
2
4
6
8
1.
2.
3
4.

Fig. 8

argilă caolinitică în ciment, rezistențele mortarelor cresc cu 20-25% față de mortarele cu ciment curat și numai de la 8% argilă rezistențele încep să scadă. În cazul argilei bentonitice rezistențele mortarelor egalează pe cele ale mortarului de referință. În cazul argilei peliculare rezistențele sînt mult inferioare.

Modul de acțiune diferit al argilei în ipotezele arătate se explică ținînd seama de faptul că peliculele aderente pe nisip, împiedică adeziunea liantului de agregat, factor determinant al rezistenței.

În cazul argilei ca plastifiant se vede că deși raportul apă/liant crește, contracția crește de asemenea, greutatea specifică a mortarelor scade simțitor (au deci o porozitate mai mare) rezistențele sînt totuși mult îmbunătățite, și aceasta datorită unei *omogeneități structurale* pe care o realizează argila. Porozitatea mai mare a pietrei de ciment și a mortarelor este în cazul prezenței argilei mai uniformă (golurile uniform distribuite) și desigur aceasta se resimte pozitiv asupra rezistențelor.

Deosebirea între efectul celor două argile asupra rezistențelor constă în mărirea accentuată a raportului apă/liant în cazul argilei bentonitice. Faptul că la 90 de zile rezistențele sînt mult îmbunătățite cred că este rezultatul reținerii unei cantități mai mari de apă în mortarele de ciment cu argilă, ceea ce duce la o hidratare mai complectă a cimentului.

Concluzii

1. Volumul de sediment depinde de natura cimentului fiind mai mare pentru cimenturile cu adaus de sgură sau tras.

2. Adausul de argilă în general mărește volumul de sediment și micșorează stabilitatea suspensiilor de ciment, grăbind sedimentarea.

3. Volumul de sediment este influențat de temperatură fiind mai mare la temperaturi mai mici.

4. Influența argilei asupra prizei cimenturilor se manifestă printr-o accelerare a acesteia.

5. Asupra rezistențelor, în cazul că argila se găsește pe agregate sub forma unor pelicule aderente, acționează negativ. În cazul argilei ca plastifiant acțiunea favorabilă a acesteia depinde de natura argilei.

Catedra de Materiale de Construcții și Chimie
Institutul de Construcții București

BIBLIOGRAFIE

1. **Dr. A. Steopoe** — Influența pulberilor minerale și a $CaCl_2$ asupra volumului și contracției pastei de ciment, Zement, nr. 10—11 (1939), Berlin.
2. **S. A. Mironov** — Teoria și metodele betonării pe timp friguros, cap. III, traducere din l. rusă, Ed. tehnică (1952).
3. **V. M. Beziuc și K. A. Cuceziuc** — Amenajarea fundațiilor și îmbrăcăminților rutiere din pămînt stabilizat cu ciment, Moscova (1951).
4. **I. G. Melnicerenko** — Despre unele procese chimico-coloidale ce se petrec în sistemul argila apă, Ogneoporî, nr. 2 (1951).

ВЛИЯНИЕ ГЛИНЫ НА НЕКОТОРЫЕ ТЕХНИЧЕСКИ СВОЙСТВА ЦЕМЕНТНЫХ СУСПЕНСИЙ, ПАСТ И РАСТВОРОВ

(Краткое содержание)

В работе было установлено, что глинистые добавки уменьшают стойкость цементной суспенсии, увеличивают обем осадка и ускоряют схватывание цементов.

Было также исследовано влияние глины на цементные растворы в том случае, когда глина находится в виде тонких пленок, сцепляющихся на поверхности песка и когда глина смешана с цементом.

В работе было установлено отрицательное воздействие глины в первом случае и тот факт, что её положительное воздействие в втором случае зависит от её разновидности.

L'INFLUENCE DE L'ARGILE SUR QUELQUES PROPRIETES TECHNIQUES DES SUSPENSIONS, DES PATES ET DES MORTIERS DU CIMENT

(Résumé)

On a établi que l'additioin de l'argile réduit la stabilité des suspensions du ciment, augmente le volume du sédiment et accélère la prise des ciments.

On a étudié aussi l'influence de l'argile sur les proprietés des mortiers en hypothèse que l'argile se trouve en état de pellicules minces et adherentes à la surface du sable et lorsque l'argile est mélangée au ciment. On a constaté l'effet négatif dans la première hypothèse et que l'effet positif dans le deuxième cas est en dépendance de la variété de l'argile.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

ACŢIUNEA ZAHAROZEI ASUPRA PROPRIETAŢILOR PASTELOR ŞI SUSPENSIILOR DE CIMENT *)

de LIDIA VAICUM

Din practică s-a constatat că hidraţii de carbon solubili şi mai ales zahărul au o influenţă nefavorabilă asupra cimentului, deci şi asupra betonului, în ceea ce priveşte întărirea. A. Kleinlogel în „Einflüsse auf Beton" [1] citează cîteva cazuri în care cantităţi foarte mici de zaharoză, impurificînd cimentul, îl fac de neutilizat.

Cazurile semnalate, acela întîlnit de prof. Al. Steopoe la amenajarea unei piste de aeroport, din beton, în care existau zone de beton moale, galben la coloare şi care la analiză au arătat un conţinut ridicat în substanţe organice, pe de o parte, precum şi observaţiile cu totul contradictorii ale acţiunii zahărului, citate de H. Kühl [2], pe de altă parte, au dus la concluzia că ar fi interesant un studiu mai aprofundat al influenţei zaharozei asupra cimentului, în cadrul temei generale a catedrei: „Influenţa diferitelor impurităţi asupra pastelor de ciment".

Literatura citată împarte părerile asupra cauzei acestei acţiuni, manifestată mai ales prin tulburarea fundamentală a fenomenului de priză, în două mari categorii: una, susţinută de H. Burchartz, K. Wurzner, F. Hundshagen [3], care se bazează pe fenomene de natură coloidală; alta, după R. Bogue, I. Basso, dă întîietate fenomenelor pur chimice: formarea zaharaţilor de calciu [3]. Argumente interesante în favoarea primei păreri sînt aduse şi de lucrările citate de Butt-Bercovici [4] prin studiul adsorbţiei substanţelor hidrofile pe granulele de ciment.

În lucrarea de faţă am cercetat influenţa diferitelor cantităţi de zaharoză asupra prizei cimentului, volumului de sediment, CaO solubil şi asupra alcalinităţii extractelor apoase.

Cîteva probe de aspect general: probe de însămînţare a pastei de ciment cu cristale de zaharoză şi probe de pastă de ciment făcută cu soluţie de zaharoză arată că, la probele de însămînţare:

1. În jurul regiunii însămînţate, ca şi în adîncime, apar fisuri circulare.

2. Regiunea însămînţată are altă coloare decît restul pastei.

La probele în care pasta de ciment a fost confecţionată cu soluţie de zahăr:

---

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti şi Institutul de Construcţii Bucureşti din 20—22 iunie 1956.

1. Față de probele normale, probele cu zaharoză au timpul de priză mult mai scurt.

2. După 14 zile de la confecționarea probelor, acestea sînt încă friabile, putîndu-se rupe cu mîna.

3. La lovire, probele emit un sunet surd.

Pentru cercetarea influenței diferitelor cantități de zaharoză asupra prizei cimentului am întrebuințat două cimenturi Portland 400, fără adausuri, cu următoarea compoziție chimică și mineralogică

Cimentul A				Cimentul B			
Compoziție chimică		Compoziție mineralogică, calculată din analiza chimică		Compoziție chimică		Compoziție mineralogică, calculată din analiza chimică	
P.C.	0,10	C_3S	40,00 %	P.C.	1,60	C_3S	63,00 %
SiO_2	23,00 %	C_2S	35,70 „	SiO_2	21,92 %	C_2S	14,10 „
Al_2O_3	4,50 „	C_3A	2,02 „	Al_2O_3	6,14 „	C_3A	11,50 „
Fe_2O_3	5,85 „	C_4AF	17,30 „	Fe_2O_3	3,40 „	C_4AF	10,50 „
CaO	63,50 „			CaO	63,92 „		
MgO	1,34 „			MgO	1,70 „		
SO_3	2,00 „			SO_3	1,06 „		
				Mn_3O_4	0,24 „		

Pentru determinarea timpului de priză, s-au disolvat în apa de amestecare cantități de zaharoză cuprinse între 0,01 și 5,00%, raportate la greutatea cimentului. Pentru cimentul A, rezultatele obținute sînt înscrise în tabela 1 și figura 1 și 2, iar pentru cimentul B în tabela 2, figura 3.

Tabela 1

Variația începutului și sfîrșitului de priză a cimentului A cu cantitățile de zaharoză adăugate

Zaharoză % (raportată la ciment)	Inceputul prizei (minute)	Sfîrșitul prizei (minute)	Zaharoză % (raportată la ciment)	Inceputul prizei (minute)	Sfîrșitul prizei (minute)
0,00	205	410	0,30	19	37
0,01	210	510	0,40	19	35
0,02	240	615	0,50	24	43
0,03	280	735	0,60	24	38
0,04	215	1025	0,70	23	37
0,05	90	1005	0,80	26	39
0,06	49	660	0,90	28	43
0,07	38	653	1,00	25	40
0,08	22	628	1,50	28	40
0,09	21	195	2,00	29	42
0,10	19	215	5,00	50	69
0,20	21	200			

Pasta de consistență normală a cimentului fără adaus cere 25% apă .Temperatura de lucru 20-24°C.

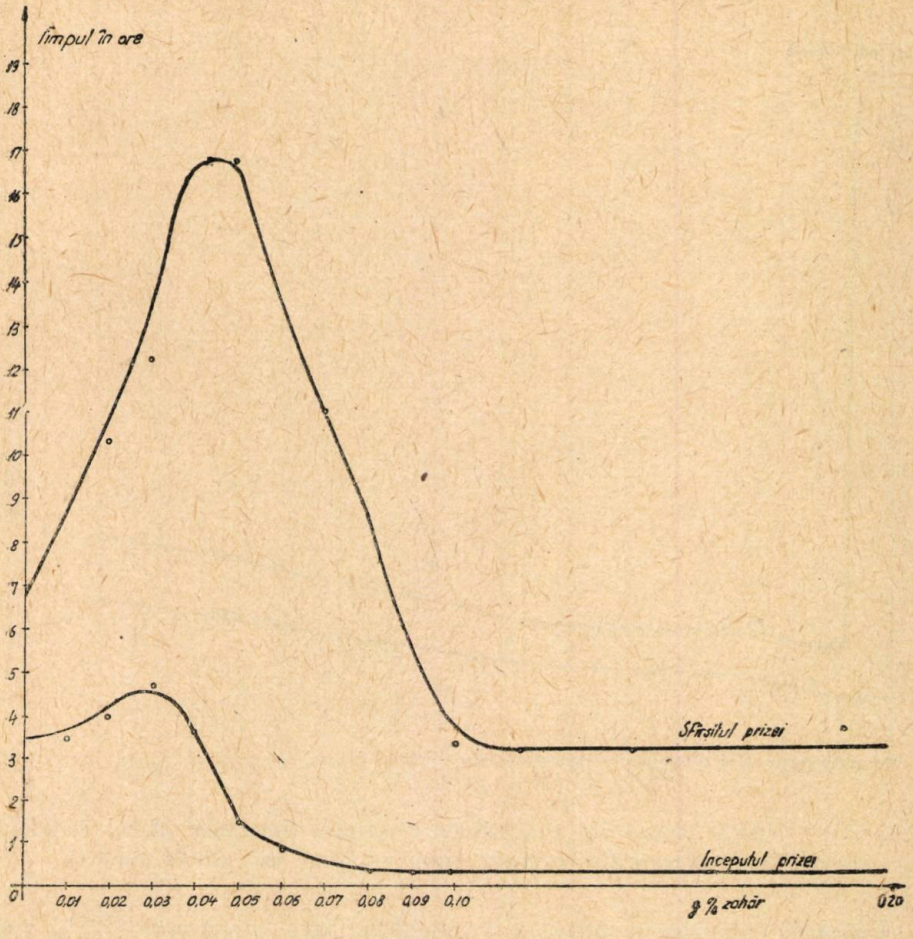


Figura 1. — Variația începutului și sfîrșitului de priză a cimentului A cu cantitățile de zaharoză adăugate (în ordonată timpul de priză este dat în ore).

Tabela 2

Variația începutului și sfîrșitului de priză a cimentului B cu cantitățile de zaharoză adăugate

Zaharoză % (raportată la ciment)	Începutul prizei (minute)	Sfîrșitul prizei (minute)	Zaharoză % (raportată la ciment)	Începutul prizei (minute)	Sfîrșitul prizei (minute)
0,00	189	301	0,08	5	7
0,01	215	343	0,10	8	11
0,02	198	358	0,20	6	12
0,03	236	406	0,30	16	52
0,04	204	540	0,40	20	65
0,06	11	15	1,00	30	70

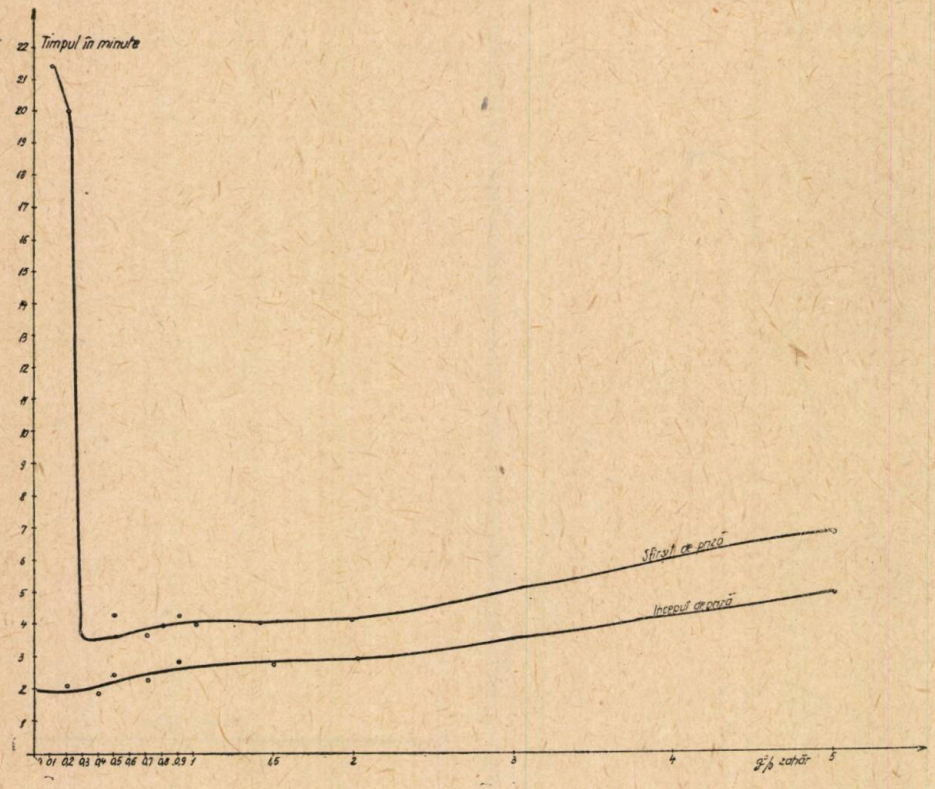


Figura 2. — Variația începutului și sfîrșitului de priză a cimentului A cu cantitățile de zaharoză adăogate (în ordonată timpul de priză este dat în minute).

Pasta de consistență normală a cimentului fără adaus cere 27,3% apă.

În cazul cimentului *A*, zaharoza acționează în modul următor: cantități foarte mici, de sutimi de gram, măresc timpul începutului de priză și mai ales al sfîrșitului de priză, atingînd un maxim de 17 ore la 0,04% zaharoză (de 2,5 ori). Cu creșterea concentrației zaharozei în apa de amestecare, timpul de început și sfîrșit al prizei scade brusc, atingînd pentru concentrația de 0,3% începutul prizei de 19 minute și sfîrșitul prizei de 37 minute. De la această cifră, mărirea concentrației de zaharoză produce o creștere mică și continuă a timpului de priză, care chiar pînă la 5,00% zaharoză nu mai atinge valorile normale. La această concentrație, imediat după terminarea prizei, proba prezintă nenumărate fisuri, foarte adînci, în toate direcțiile. Paralel, cantitatea de apă necesară pastei de consistență normală se reduce de la 25% la 19,3%.

Influența zaharozei asupra cimentului B este analoagă. După cum se vede, alura curbei este aceeași, cu deosebirea că întîrzierea maximă a sfîrșitului prizei este de 1,7 ori (față de 2,5); scăderea timpului de priză este mai bruscă decît în cazul cimentului A și la 0,08% zahăr sfîrșitul prizei atinge 7 minute.

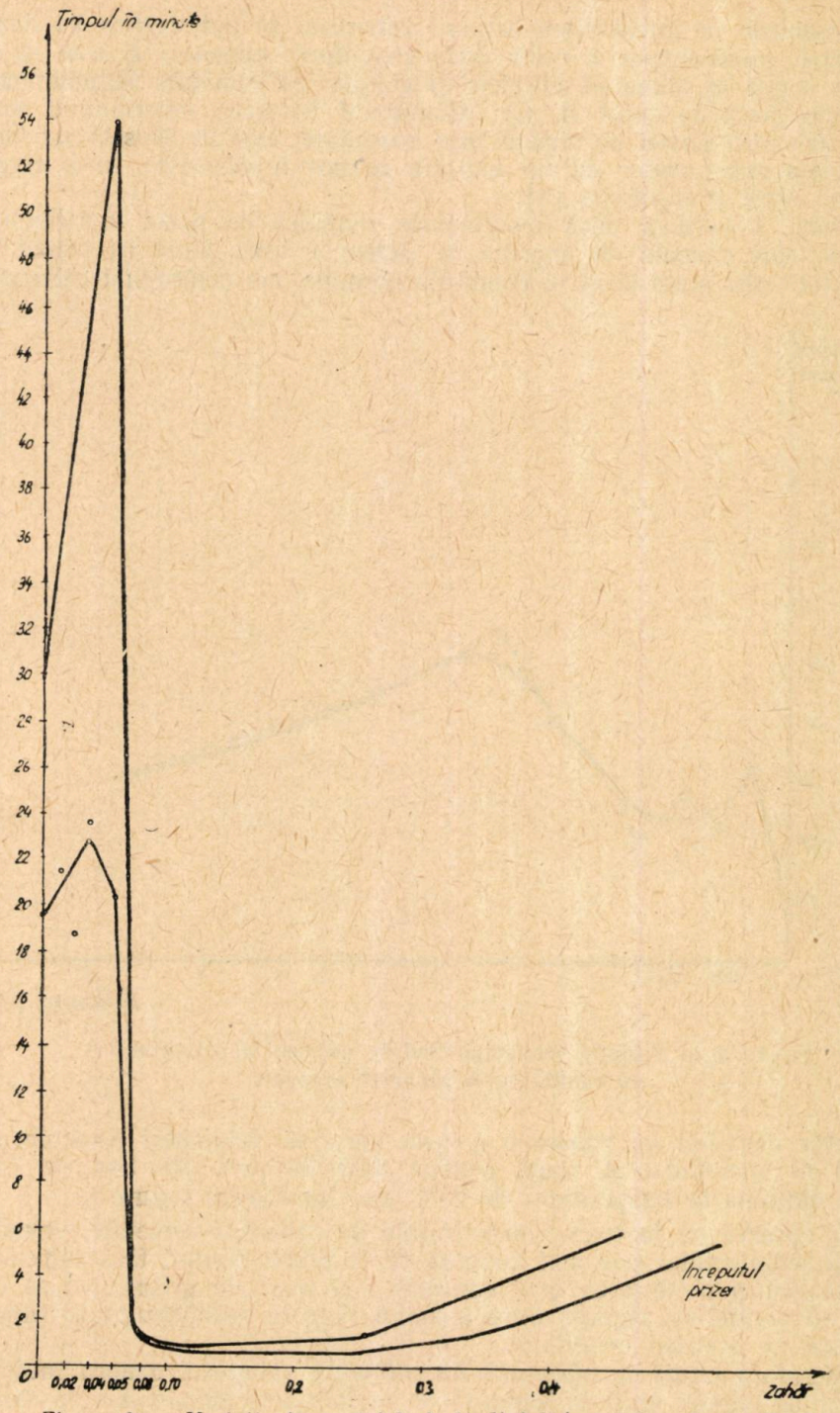


Figura 3. — Variația începutului și sfîrșitului de priză a cimentului B cu cantitățile de zaharoză adăogate.

Deosebirile în intensitatea acțiunii zaharozei se pot explica pe baza compoziției mineralogice a celor două cimenturi: cimentul *B* este de 6 ori mai bogat în aluminat tricalcic și conține pe jumătate feroaluminat tetracalcic decît cimentul *A*. Ori aluminatul tricalcic, determinînd formarea structurii pastei de ciment prin coagulare, este în deosebi sensibil la acțiunea substanțelor de tip hidrofil, ce pot fi adsorbite, în a căror categorie intră și hazaroza [4].

Pentru a verifica dacă modificările timpului de priză, menționate mai sus, sînt cauzate de apariția în sistem a unor structuri coloidale în cantitate mai mare decît în condițiile normale, am determinat influența

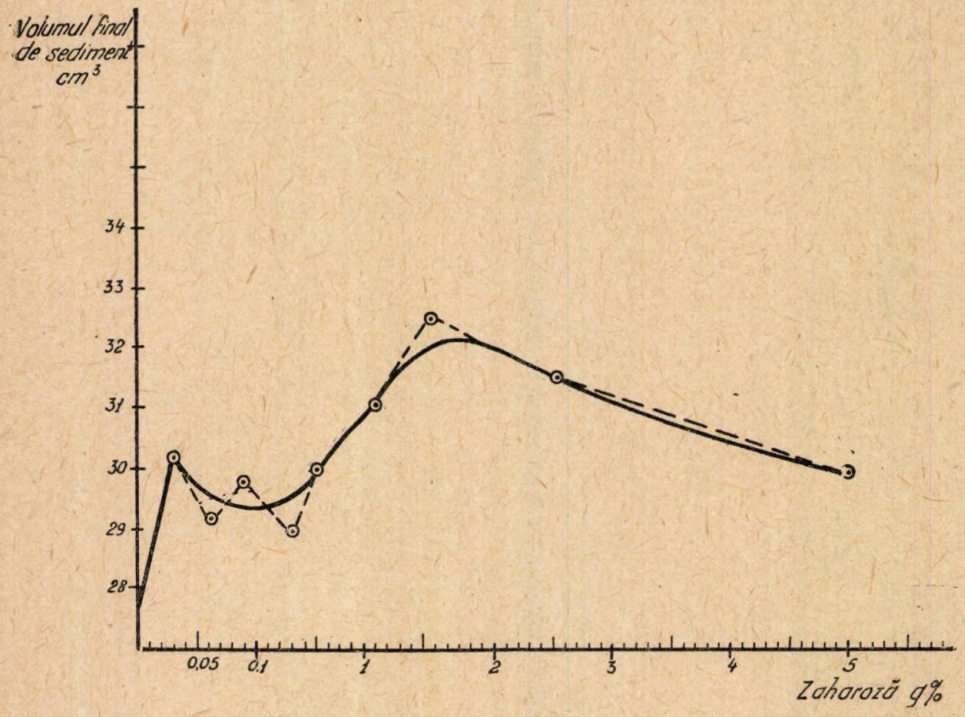


Figura 4. — Variația volumului final de sediment al cimentului A cu cantitățile de zaharoză adăogate.

diferitelor cantități de zaharoză asupra variației volumului final de sediment al cimentului *A*, după metoda dată de prof. Al. Steopoe [5]. Datele obținute la temperatura de 20°C sînt înscrise în figura 4.

Se observă că la toate concentrațiile de zaharoză cercetate, volumul final al sedimentului este mai mare de cît la proba martor, fără zaharoză, ceea ce indică producerea unei cantități mai mari de geluri. Nu se observă un paralelism riguros între volumul final al sedimentului și timpul de priză, în aceleași condițiuni.

Literatura citată menționează că influența zaharozei asupra întăririi pastelor de ciment ar fi în legătură și cu formarea zaharaților de calciu solubili sau insolubili. Din dozările de CaO solubil, din paste de ciment *B*,

întărite, fin mărunțite și extrase cu apă, se observă că, după o scădere a cantității de CaO solubil în zona maximului de întîrziere a timpului de priză, urmează o creștere accentuată a solubilizării acestuia, odată cu creșterea cantității de zaharoză (fig. 5). Aceeași curbă o arată și determinarea alcalinității totale a extractului din pastele întărite, ca și a extractului din pastele proaspete, obținut prin sucțiune după același interval de timp (fig. 6).

Din rezultatele lucrării se poate trage concluzia că acțiunea zaharozei asupra pastei de ciment este în primul rînd de natură coloidală, cu atît mai mult cu cît zahărul, în mediu alcalin, produce fenomenul de peptizare complexă [6].

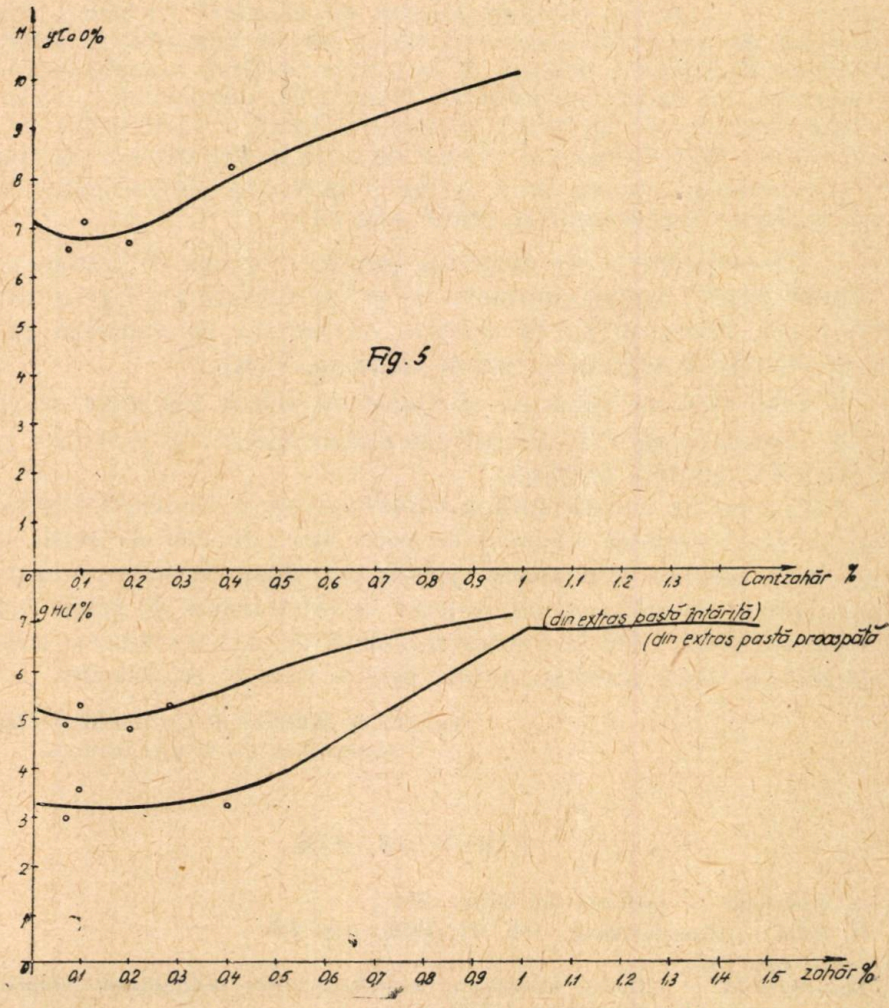


Figura 5. — Variația cantității de CaO solubil din extracte de paste întărite cu cantitățile de zaharoză adăogate.

Figura 6. — Variația alcalinității totale a extractelor din paste proaspete și întărite cu cantitățile de zaharoză adăogate.

Din datele lucrării și pe baza literaturii citate, s-ar putea face următoarea ipoteză asupra mecanismului de acțiune a zaharozei: pe structura fragilă a componenților cimentului în curs de hidratare se adsorb cantități mici de zaharoză, care prin acțiunea peptizantă complexă mărește mult timpul de priză. Ulterior, peptizarea ducînd la divizarea mult mai fină a granulelor de ciment, prin pătrunderea peptizatorului și a moleculelor de apă în microfisurile superficiale, crește intens suprafața cimentului, viteza de hidratare se mărește foarte mult, iar timpul de priză scade brusc. Influența cea mai puternică a acțiunii peptizante se manifestă asupra componenților mineralogici a căror rețele cristaline prezintă o rezistență mecanică relativ scăzută, deci asupra aluminatului tricalcic. (Aceasta ar putea explica deosebirile în comportările celor două cimenturi *A* și *B*, cu cantități diferite de aluminat tricalcic). Mărind cantitatea de zaharoză, aceasta continuă să se adsoarbă la suprafața granulelor de ciment; pelicula de adsorbție învelește complet granulele, se îngroașă, iar ca urmare procesele chimice de interacțiune a cimentului cu apa sînt frînate; în urma difuziei încetinite a moleculelor de apă prin pelicula de adsorbție [4], timpul de priză începe din nou să crească.

Accentuez că aceasta ar fi numai o ipoteză a mecanismului de acțiune. Ceea ce s-a determinat precis este că:

1. Cantități diferite de zaharoză, introduse în apa de amestecare au o acțiune diferită asupra cimentului curat: acesta face priză prea lent sau prea rapid, fisurează, și, la anumite concentrații de zaharoză probele nu se întăresc 2 săptămîni (pot fi rupte cu mîna).

2. Prin acțiunea zaharozei se obține un volum mai mare de geluri.

3. Cantitatea de CaO solubil din pastele întărite și proaspete crește cu creșterea cantității de zahăr.

4. Compoziția mineralogică a cimentului are o deosebită importanță. Deși în cazul variației timpului de priză cu cantitatea de zahăr adăugată alura curbelor este aceeași pentru cele două cimenturi, totuși aceleași cantități de zaharoză influențează deosebit timpul de priză. Această constatare trebuie luată în considerare, deoarece pentru obținerea aceluiași efect trebuie făcute încercări directe nefiind valabile rețetele tip.

Catedra de Materiale de Construcții și Chimie
Institutul de Construcții București

BIBLIOGRAFIE

1. **A. Kleinlogel** — Einflüsse auf Beton (1941).
2. **H. Kühl** — Zement-Chimie, vol. III (1952), pag. 230.
3. Idem, pag. 247.
4. **Butt-Bercovici** — Influența substanțelor superficial active hidrofilizante asupra proprietăților cimentului, (1953).
5. **A. Steopoe** — Influența pulberilor minerale asupra volumului și contracției pastei de ciment, Zement 10—11(1939).
6. **A. V. Dumanschi** — Coloizii, trad., Ed. Stat (1949), pag. 311.

ДЕЙСТВИЕ САХАРОЗЫ НА СВОЙСТВА ПАСТ И КОЛЛОИДАЛЬНЫХ РАСТВОРОВ ЦЕМЕНТА

(Краткое содержание)

Изучалось влияние сахарозы добавленной в воду, использованную для смеси с цементом, на схватывание цемента, объем осадка и количество растворимой окиси кальция извлеченной из цементных растворов.

Замечено, что при схватывании это влияние различно и зависит от количества сахарозы.

Незначительные количества увеличивают время схватывания: несколько большие количества резко его уменьшают.

Конечный объем осадка всегда увеличен.

Количество растворимого CaO увеличивается с увеличением содержания сахарозы.

Предполагаются изменения коллоидального характера в процессе затвердения цемента.

L'ACTION DE LA SACCHAROSE SUR LES PROPRIETÉS DE PATES ET DES SUSPENSIONS DE CIMENT

(R é s u m é)

On a étudié l'action de la saccharose introduite dans l'eau de gâchage sur: la prise du ciment, le volume de sédiment, la quantité de CaO soluble de l'extrait des pâtes du ciment.

On observe que dans le cas de la prise, cette action est différente selon la quantité de la saccharose. Les petites quantités augmentent le temps de prise; les quantités un peu plus grandes l'abaissent brusquement.

Le volume final du sédiment est toujours augmenté.

La quantité de CaO soluble augmente avec l'augmentation de la quantité de la saccharose.

On suppose un dérangement du phénomène de durcissement du ciment de nature colloidale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

ACŢIUNEA CANTITĂŢILOR MICI DE SĂRURI MINERALE SOLUBILE ASUPRA PROPRIETĂŢILOR TEHNICE ALE SUSPENSIILOR ŞI PASTELOR DE CIMENT *)

de XENIA RAŞEEV şi ANA KAIZERMAN

Cunoaşterea efectului influenţei adausurilor de săruri minerale asupra proprietăţilor tehnice ale pastelor de ciment, de exemplu, asupra timpului de priză şi volumului de sediment, are importanţă teoretică şi practică.

În materialul bogat care există în literatură, rezultatele sînt foarte discordante, fiindcă acţiunea sărurilor minerale solubile asupra timpului de priză şi volumului de sediment, cum a fost arătat de Dorsh [1] şi Grün [2] depind de o serie întreagă de cauze: compoziţie mineralogică, felul arderei, fineţe de măcinare şi pe de altă parte de viteză de dizolvare a adausului şi de concentraţia lui.

Din cercetările lui Kühl [3], Lerch [4] şi Bogue [5] se vede că cantităţi mai mari dau turburări. Ceilalţi sulfaţi au fost studiaţi de Grün [6] şi de Kondo şi Suzuki [7] care au arătat influenţa lor nefavorabilă.

Clorurile au fost cercetate de Scramtaiev [8] şi Budilov [9] care s-au ocupat de clorură de calciu şi clorură de var ca accelerator de întărire a mortarelor de ciment. Ionul de clor e socotit de ei ca o substanţă activă însă cea mai mare eficacitate o are clorura de calciu în proporţie pînă la 3%. Saveliev [10] cercetează clorurile de calciu, magneziu, amoniu şi var.

În lucrarea de faţă ne-am propus să urmărim influenţa adausurilor cantităţilor mici de săruri minerale solubile asupra volumului de sediment de ciment în apă, asupra vitezei de sedimentare şi asupra prizei pastei de ciment. Sărurile alese au fost: Cloruri de sodiu, potasiu, calciu, magneziu şi amoniu; azotaţi de sodiu şi potasiu; sulfaţi de sodiu, magneziu şi amoniu şi carbonatul de amoniu, în proporţie de 0,01%-5% din greutatea cimentului, introduse în apa de amestecare.

Metoda folosită de noi a fost:

1. Determinarea prizei cimenturilor introducînd în apa de amestecare cantităţi variabile de săruri minerale solubile.

2. Determinarea volumului de sediment a cimentului, metodă întrebuinţată de prof. Steopoe [11].

---

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti şi Institutul de Construcţii Bucureşti din 20—22 iunie 1956.

S-a lucrat cu două cimenturi *P* care au următoarea compoziție chimică și mineralogică.

Ciment Portland I

		Comp. mineral.	
P.C.	3,54		
SiO_2 + insol.	22,56	C_3S	67%
Fe_2O_3	3,01	C_2S	13,5%
Al_2O_3	5,76	C_3A	10%
CaO	60,91	C_4AF	9,5%
MgO	2,14		
SO_3	1,35		

Ciment Portland II

		Comp. miner.	
P.C.	1,60		
SiO + insol.	21,43	C_3S	63
ins	0,49	C_2S	14
Al_2O_3	6,14	C_3A	11,5
Fe_2O_3	3,40	C_4AF	10,5
Mn_3O_4	0,24		
CaO	63,92		
MgO	1,70		
SO_3	1,06		

Cinetica procesului de sedimentare pentru sărurile enumerate și diferite procente de sare adăugată este dată în graficele fig. 1—4 (s-au luat graficele cele mai caracteristice).

Volumele finale de sediment în funcția de natura sării și procentul de sare adăugat sînt date în graficele nr. 5—6.

Începutul și sfîrșitul prizelor pentru aceiași sare și aceiași sare și aceiași cantitate de adaus sînt date în graficele nr. 7—10.

Din graficele respective se vede că: clorurile de sodiu și potasiu azotații de sodiu și potasiu și sulfatul de sodiu adăugate în cantități mici de la 0,5%-5% față de greutatea cimentului prezintă o creștere de volum de sediment neînsemnată. În ceea ce privește prizele se vede

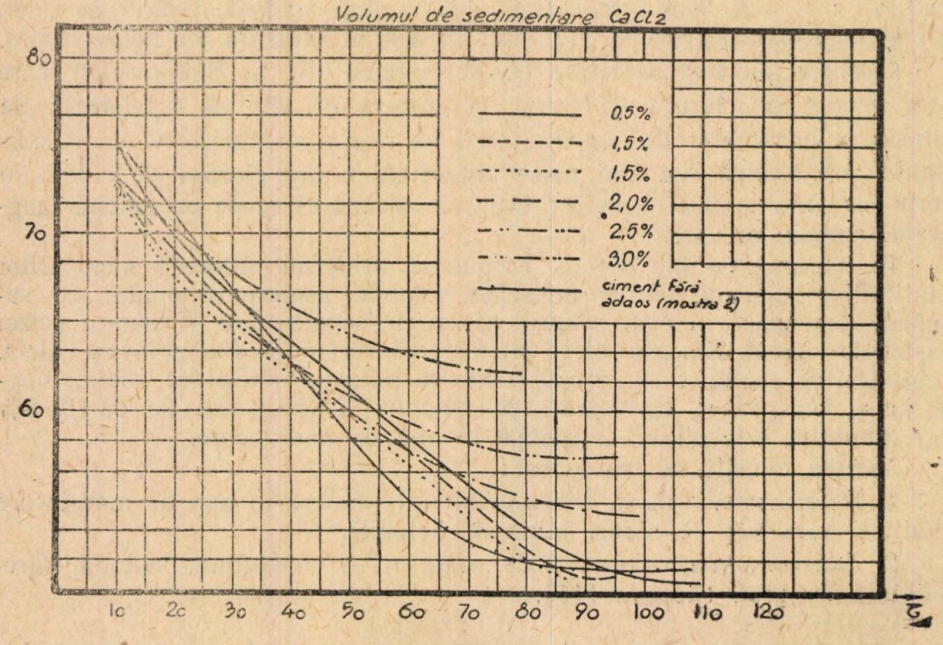


Fig. 1 — Variația volumului de sediment în timp pentru diferite adausuri de $CaCl_2$

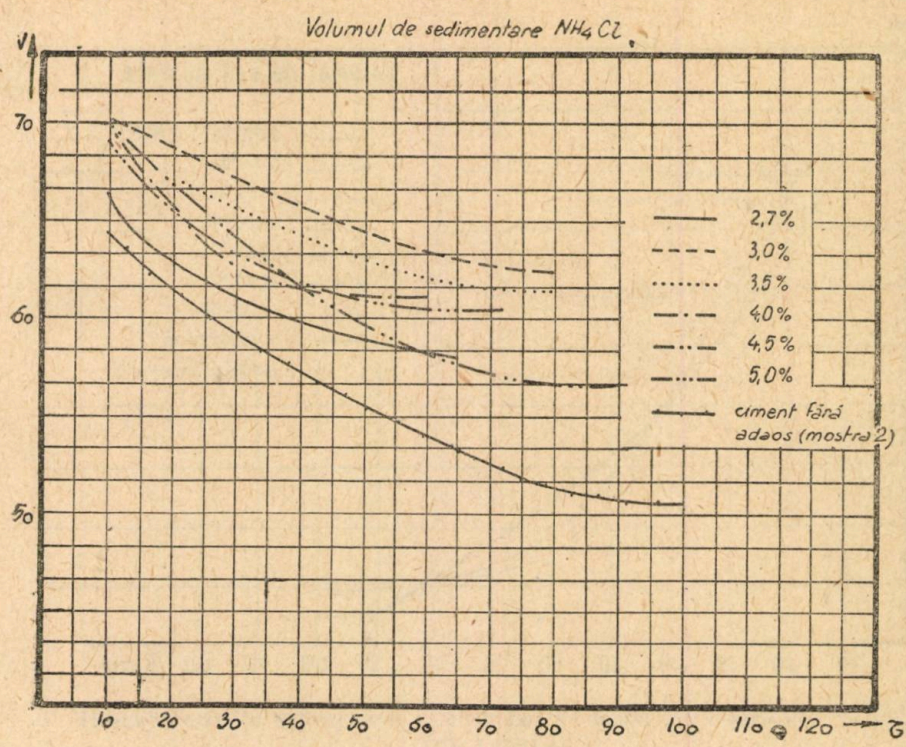


Fig. 2 — Variația volumului de sediment în timp pentru diferite adausuri de NH_4Cl.

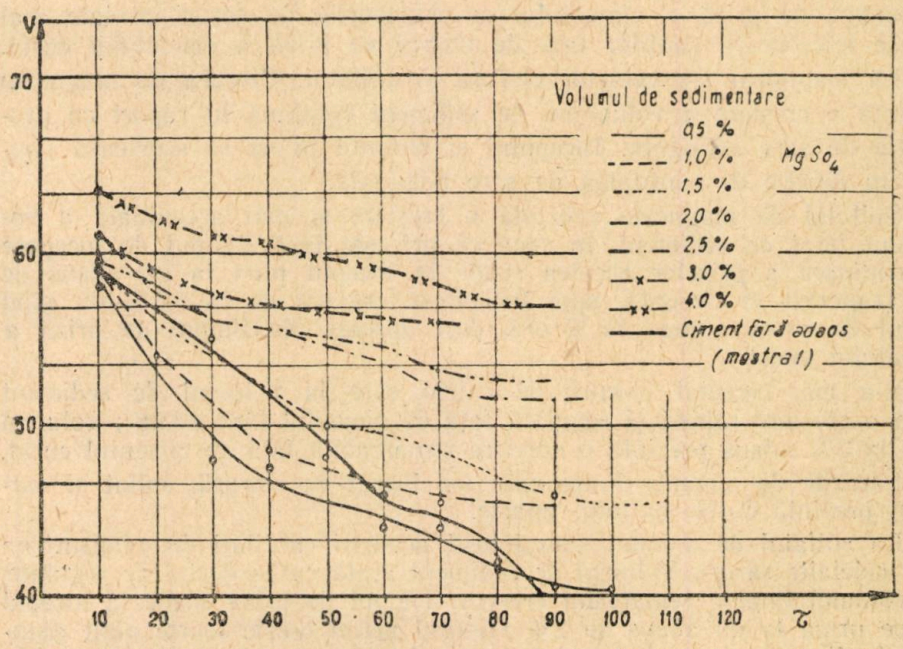


Fig. 3 — Variația volumului de sediment în timp pentru diferite adausuri de Na_2SO_4.

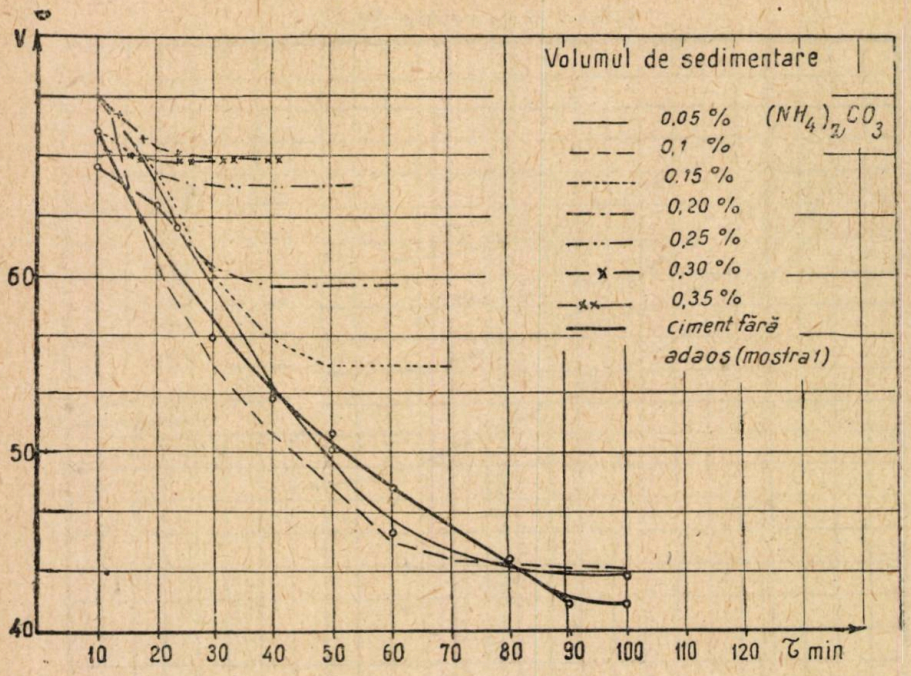


Fig. 4 — Variaţia volumului de sediment în timp pentru diferite adausuri de $(NH_4)_2 CO_3$

că timpul de priză a cimentului cu adausurile de săruri arătate mai sus se micşorează simţitor faţă de timpul de priză a cimentului curat.

La magneziu s-a cercetat clorură şi sulfatul. Clorura de magneziu prezintă o creştere a volumului de sediment continuă în raport cu procentele de sare adăugată. Începutul şi sfîrşitul prizei se scurtează simţitor în funcţie de cantitatea de sare adăugată.

Sulfatul de magneziu prezintă o creştere şi mai accentuată a volumului final de sediment, în ceea ce priveşte însă, timpul de începere şi terminare a prizelor acestea scade la început pînă la un adaus de 3% (raportat la ciment), apoi începe să crească de la 3,5%-5% cînd timpul de priză ajunge la 5 ore, deci aproape de timpul de priză a cimentului curat.

S-a mai cercetat clorură de calciu care la volumul de sediment arată o creştere rapidă şi regulată faţă de cimentul fără adaus; volumul final la 3% adaus prezintă o creştere remarcabilă faţă de cimentul curat.

Sărurile de amoniu dintre care s-a lucrat cu clorură, sulfat şi carbonat prezintă curbe cu totul aparte.

La sulfatul de amoniu s-au folosit aceleaşi cantităţi de adausuri ca şi la celelalte săruri. Volumul de sediment arată curbe destul de regulate, iar volumul final e remarcabil crescut. Timpul de priză scade la început iar pe urmă la un adaus de 2% sfîrşitul prizei creşte foarte mult ajungînd la 7 ore.

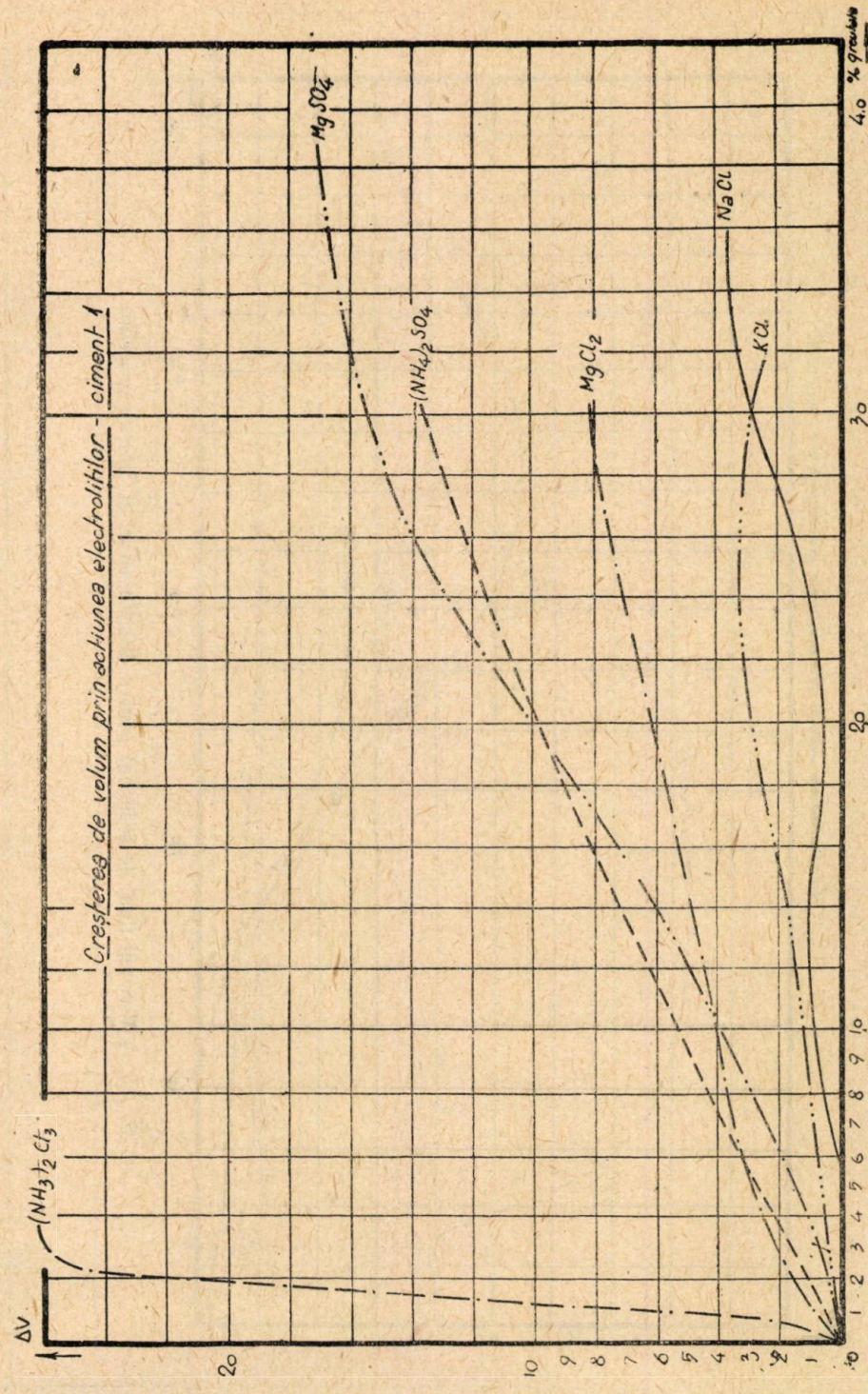


Fig. 5 — Volumul final de sediment pentru diferite săruri și diferite procente de sare adăugat.

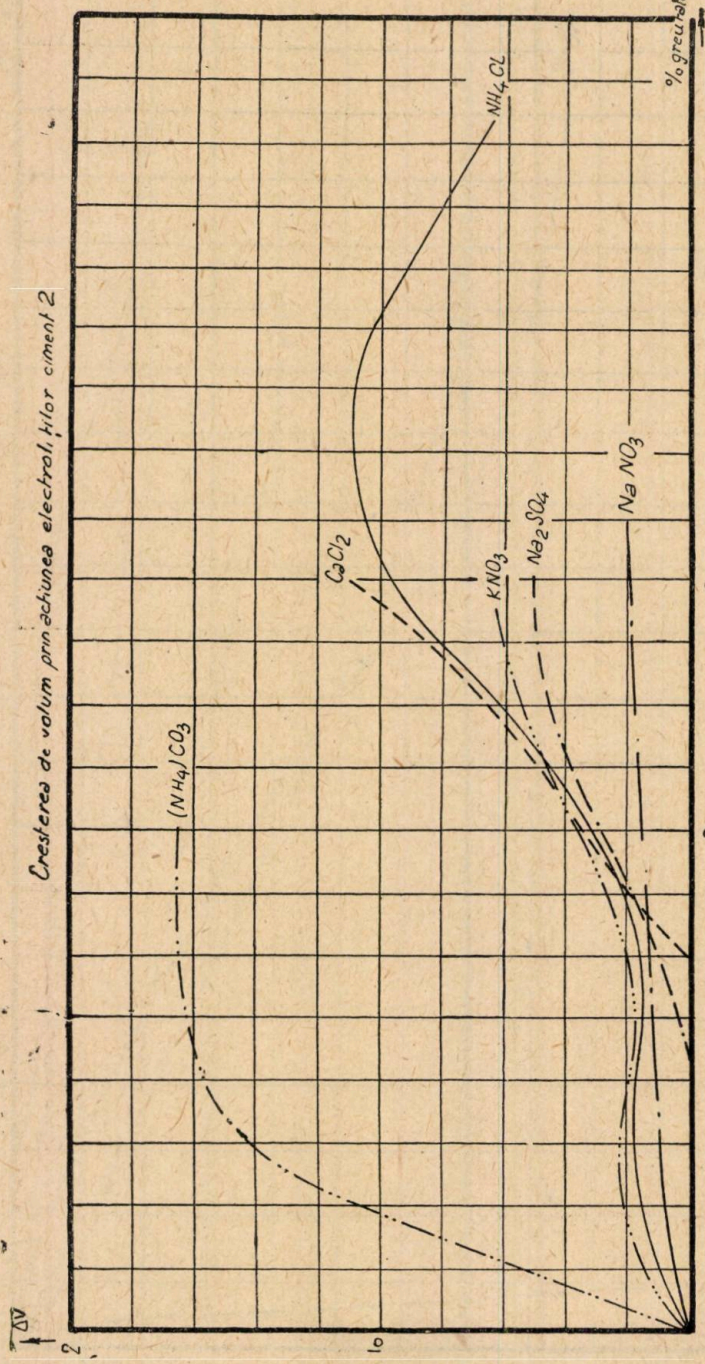


Fig. 6 — Volumul final de sediment pentru diferite săruri şi diferite procente.

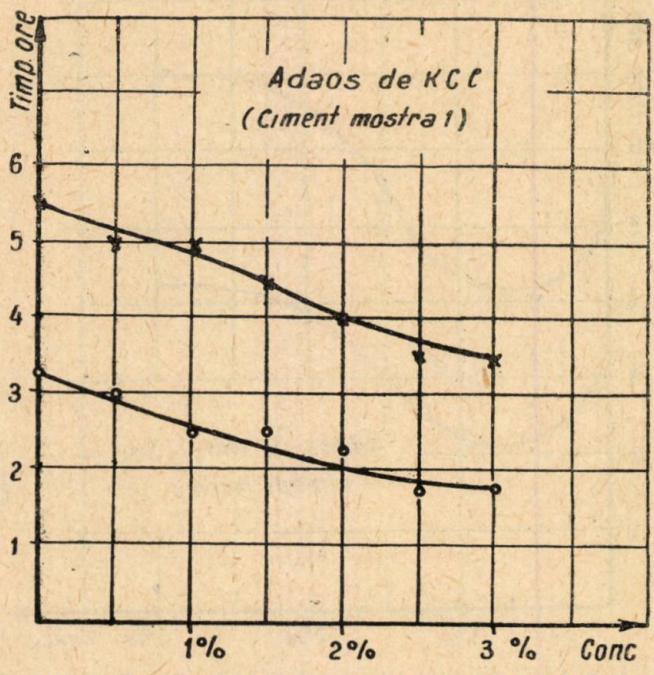


Fig. 7 — Inceputul şi sfîrşitul prizelor pentru diferite adausuri de KCl.

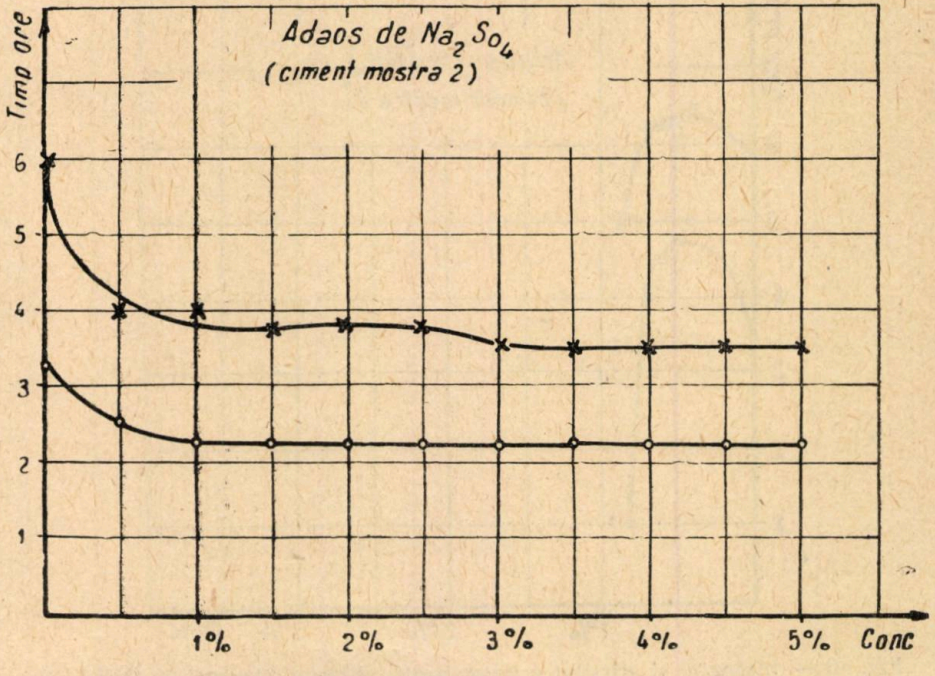


Fig. 8 — Inceputul i sfîrşitul prizelor pentru diferite adausuri de Na_2SO_4.

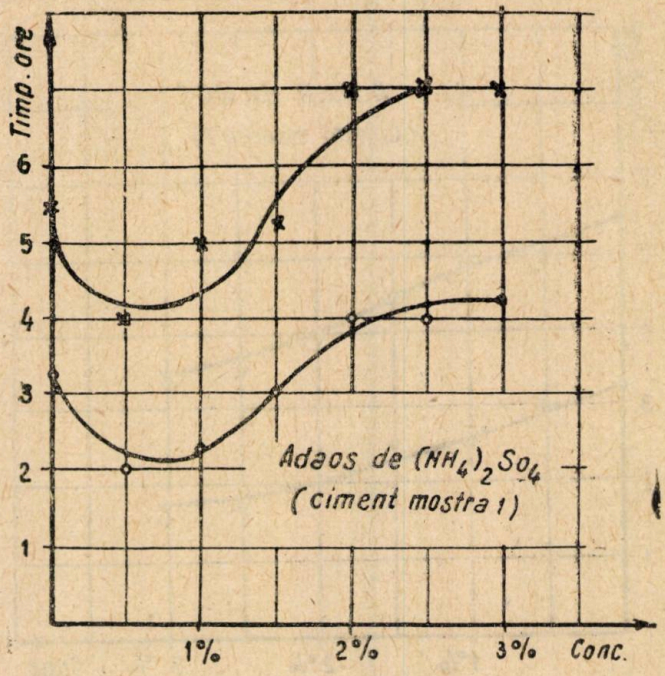


Fig. 9 — Inceputul şi sfîrşitul prizelor pentru diferite adausuri de $(NH_4)_2SO_4$.

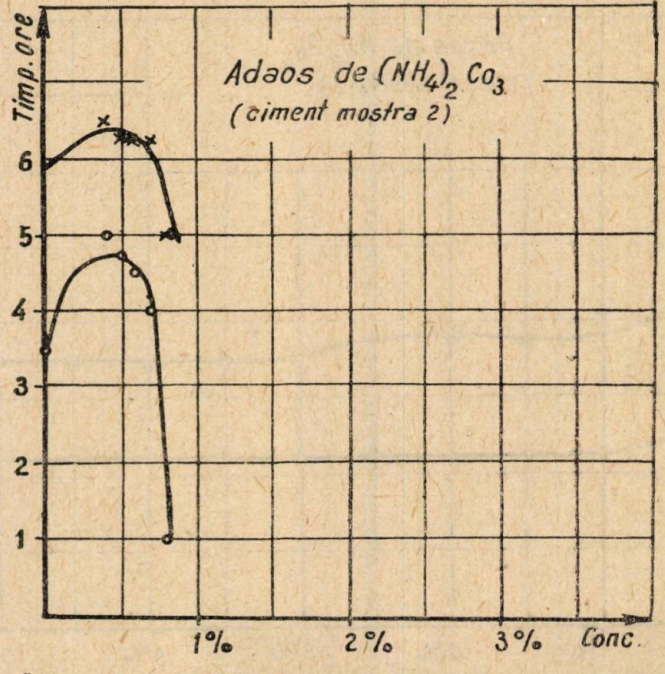


Fig. 10 — Inceputul şi sfîrşitul prizelor pentru diferite adausuri de $(NH_4)_2CO_3$.

La clorură de amoniu, la un adaus de 2,6% curbele de sediment prezintă o asemănare cu curba cimentului curat. Timpul de priză scade accentuat și la un adaus de 3% ajunge la 3 ore. În cazul clorurii de amoniu concordanța dintre volumul final de sediment și timpul de începere și terminare a prizei se vede clar.

Carbonatul de amoniu adăugat deasemenea în cantități foarte mici de la 0,05%-1,5% arată începînd cu un adaus de 0,15% o deviație mare față de cimentul curat, iar la volumul final, o creștere cum nu s-a mai observat la nici unul dintre adausuri. În ceea ce privește timpul prizei, adausuri foarte mici grăbesc acest timp regulat pînă la un adaus de 0,8%. La acest adaus începutul prizei scade la 1 oră, sfîrșitul la 5 ore. Iar la un adaus de 0,9% începutul prizei crește pînă la 3 ore și jumătate, iar sfîrșitul la 6 ore.

Concluzii

Adausuri mici de săruri minerale solubile grăbesc priza cimentului și produc o creștere a volumului final de sediment, exceptînd prizele la carbonatul de amoniu și sulfatul de amoniu. Această legătură dintre volumul final de sediment și timpul de începere și terminare a prizei se vede clar la majoritatea acestor săruri afară de mici excepții.

Sărurile care produc o grăbire a timpului de priză adăugate fiind în cantități destul de mici, sînt: clorură de calciu, clorură de magneziu și clorură de amoniu. Sărurile de potasiu și sodiu, cloruri și azotați în cantități pînă la 5% față de cantitatea cimentului nu au o influență vizibilă asupra volumului de sediment, excepție o face azotatul de potasiu al cărui volum final de sediment are o creștere remarcabilă față de cimentul curat și față de celelalte săruri de potasiu și sodiu.

Sărurile de amoniu în general, exceptînd clorura de amoniu, exercită o influență deosebită.

Grăbirea procesului de întărire a pastelor de ciment precum și creșterea volumului de sediment cu adausuri de cantități mici de săruri minerale solubile s-ar putea explica prin acțiunea catalitică de hidratare a ionilor acestor săruri pe suprafața particolelor de ciment. Cataliza e cu atît mai intensă cu cît concentrația în săruri este mai mare și probabil că mai depinde și de gradul de hidratare a ionilor. De asemenea, sărurile adăugate mai pot forma și complexi insolubil cu produsele de hidratare ale componenților mineralogici ai clincherului și prin aceasta să turbure echilibrul din sistem și să favorizeze reacțiile de hidroliză și hidratare așa cum este cazul sărurilor de calciu.

Catedra de Materiale de Construcții și Chimie
Institutul de Construcții București

BIBLIOGRAFIE

1, 2, 3, 4, 5, 6 și 7, **Kühl,** Zement Chemie, pag. 258—59 (1932).
8. **Scramtaiev — Budilov,** Industria de construcții nr. 10, pag 21 (1952).
9. **Scramtaiev — Budilov,** Industria de construcții nr. 8, pag 21 (1951).
10. **Saveliev** — Industria de construcții nr. 9, pag. 22 (1953).
11. **Steopoe** — Zement nr. 10 și 11 (1939).

ДЕЙСТВИЕ НЕЗНАЧИТЕЛЬНЫХ ДОБАВОК РАСТВОРИТЫХ МИНЕРАЛЬНЫХ СОЛЕЙ НА ВРЕМЯ СХВАТЫВАНИЯ И ОАЧЁМ ОСАДКА ПОРТЛАНД — ЦЕМЕНТА

(Краткое содержание)

Было исследовано влияние незначительных добавок растворимых минеральных солей на время схватывания и обьем осадка портланд-цемента.

Было изучено влияние следующих солей: хлориды натрия, калия, кальция, магнезия и амония, азотиты, натрия и калия, сульфаты натрия, магнезия и амония и карбоната амониая, введенных в пропорции 0,01% — 5% веса цемента в воду, использованную для смеси цемента.

Основные заключения следующие: небольшие количества растворимых солей ускоряют схватывание цемента и подымают рост конечного обьема осадка, исключение составляет карбонат и сульфат амония.

L'ACTION DES PETITES QUANTITÉES DES SELS MINÉRAUX SOLUBLES SUR LES PROPRIETÉSs DES

(Résumé)

On a étudé l'action des petites quantités des sels mineralles solubles sur la prise et sur le volume de sédiment du ciment de Portland.

On a étudé l'influence des sels suivants: chlorures de sodium, potassium, calcium, magnésium et amonium, azotates de sodiu et potassium, sulfates de sodiu magnésium et ammonium et carbonate d'ammonium en proportion de 0,01%-5%, rapportés à la quantité de ciment introduite dans la solution de sel.

Les conclusions générales sont les suivantes: les petites quantités de sels solubles accélèrent la prise du ciment et augmentent le volume final du sédiment, excepté le carbonate et le sulfate d'ammonium.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

MECANICA CONSTRUCŢIILOR

531.2

ASUPRA FORŢELOR DE INERŢIE ŞI PRINCIPIULUI LUI D'ALEMBERT *)

de ŞTEFAN BĂLAN

De mai bine de 100 de ani se poartă nenumărate discuţii — încă neterminate pînă în prezent — dacă forţele de inerţie sînt reale sau nu. Fiindcă este o problemă mereu ridicată, într-un fel sau într-altul, vom examina în cele ce urmează — din istoricul acestei probleme — cîteva aspecte mai importante.

I.

Condiţiile de echilibru, în statică, se exprimă prin binecunoscutele 3 ecuaţii de proiecţii şi 3 ecuaţii de momente. Cele 3 ecuaţii de proiecţii sînt:

$$\Sigma X_e = 0\,,\ \Sigma Y_e = 0\,,\ \Sigma Z_e = 0 \qquad (1)$$

atunci cînd corpul considerat este liber şi supus la acţiunea forţelor externe ΣX_e, ΣY_e şi ΣZ_e. Iar cînd corpul are legături cu mediul înconjurător, ecuaţiile (1) devin:

$$\Sigma X_e + \Sigma X_l = 0\,,\ \Sigma Y_e + \Sigma Y_l = 0\,,\ \Sigma Z_e + \Sigma Z_l = 0\,, \qquad (2)$$

în care ΣX_l, ΣY_l şi ΣZ_l sînt componentele forţelor de legătură.

Corespunzător acestor ecuaţii de proiecţii sînt ecuaţiile de momente.

Aceste ecuaţii au fost stabilite de multă vreme şi, pe baza lor, s-a putut rezolva majoritatea problemelor de statică.

Pentru problemele de dinamică, însă, nu s-a descoperit o metodă practică asemănătoare şi, de aceea, fiecare problemă care comporta mişcare necesita un studiu deosebit cu o metodă aparte de rezolvare.

Aceasta a şi făcut ca, pînă la sfîrşitul secolului al XVIII-lea, să fie destul de puţine probleme de dinamică rezolvate; iar cît despre metode generale de rezolvarea problemelor de mişcarea corpurilor materiale, — se poate spune că aproape nu existau.

Primul care descoperă o metodă generală de rezolvare a problemelor de dinamică este *Jean Le Rond D'Alembert* (1717-1783). Interpretînd lucrările lui se poate spune că se porneşte de la observaţia că, dacă forţele care acţionează asupra corpului nu-şi fac echilibru, atunci corpul se mişcă sub acţiunea forţei $m\,\overline{w}$, cu acceleraţia $\overline{w} = \overline{\ddot{x}} + \overline{\ddot{y}} + \overline{\ddot{z}}$. Dacă, deci, *am pune noi* o „forţă fictivă" egală cu $-m\,\overline{w}$, care să echilibreze,

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti şi Institutul de Construcţii Bucureşti din 20—22 iunie 1956.

în fiecare moment al mișcării, acele forțe care produc mișcarea, atunci s-ar putea scrie, pentru sistemul nou format, ecuații asemănătoare cu cele din statică. De exemplu, pentru corpul liber, în cazul ecuațiilor de proiecții, s-ar obține:

$$\begin{aligned} \Sigma X_e - m\ddot{x} &= 0 \\ \Sigma Y_e - m\ddot{y} &= 0 \\ \Sigma Z_e - m\ddot{z} &= 0 \end{aligned} \qquad (1')$$

iar pentru corpul cu legături, ecuațiile:

$$\Sigma X_e + \Sigma X_l - m\ddot{x} = 0 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \text{etc.} \qquad (2')$$

Această observație, pusă în ecuație ca mai sus, constituie esența principiului lui D'Alebert.

D'Alembert, aplicînd această metodă la studiul problemelor complicate de dinamică, a redus rezolvarea acestora la examinarea unor simple probleme de echilibru, ca în statică. De unde și numele ce i se dă uneori de metoda cinetostatică.

*

* *

Faimosul principiu a fost publicat pentru prima dată de D'Alembert în *„Traité de dynamique"*, apărut în 1743. Principiul era intitulat *„Principiu general pentru a găsi mișcarea mai multor corpuri care acționează unele asupra altora într-un fel oarecare, cu mai multe aplicații ale acestui principiu"*.

Pentru înțelegerea mai justă a metodei, dăm în cele ce urmează cîteva extrase din formulările lui D'Alembert:

> ...*„Definiție.* — Voi numi în cele ce urmează mișcarea unui corp, viteza chiar a acestui corp, considerată ținînd seama de direcția sa; și, prin cantitate de mișcare, voi înțelege deobicei produsul masei cu viteza.
>
> *„Problema generală.* — Fie dat un sistem de corpuri dispuse unele față de altele într-un fel oarecare și să presupunem că se imprimă fiecăruia din aceste corpuri o mișcare particulară pe care el nu o poate urmări din cauza acțiunii celorlalte corpuri; să se găsească mișcarea pe care trebuie s-o ia fiecare din aceste corpuri.
>
> *„Soluția.* — Fie A, B, C etc. corpurile care compun sistemul și să presupunem că li s-au imprimat mișcările $\overline{a}$, $\overline{b}$, $\overline{c}$ etc., pe care corpurile sînt obligate, din cauza acțiunii lor reciproce, să le schimbe în mișcările a, b, c etc. Este clar că mișcarea $\overline{a}$ imprimată corpului A poate fi privită ca fiind compusă din mișcarea a, pe care a luat-o corpul, și dintr-o altă mișcare α; că se pot privi de asemenea mișcările $\overline{b}$, $\overline{c}$ etc. ca fiind compuse din mișcările b, β; c, γ etc.; de unde urmează că mișcarea corpurilor A, B, C între ele, ar fi aceiași ca și cînd, în loc de a li se fi dat impulsurile $\overline{a}$, $\overline{b}$, $\overline{c}$, li s-ar fi dat deodată impulsurile duble a, α; b, β; c, γ etc. Ori, prin ipoteză, corpurile A, B, C etc. au luat de la ele înșile miș-

cările *a, b, c* etc. Deci mișcările α, β, γ etc. trebuie să fie astfel încît ele să nu deranjeze cu nimic mișcările *a, b, c* etc., adică dacă aceste corpuri n-ar fi primit decît mișcările α, β, γ etc., aceste mișcări s-ar fi distrus reciproc și sistemul ar fi rămas în repaos.

Din aceasta rezultă principiul următor pentru a găsi mișcarea mai multor corpuri care se acționează reciproc. Descompuneți mișcările *a, b, c* etc. imprimate fiecărui corp, fiecare în altele două $\overline{a}$, $\overline{\alpha}$; $\overline{b}$, β; c, γ; etc., care să fie astfel că, dacă nu li s-ar fi imprimat corpurilor decît mișcările *a, b, c* etc., ele ar fi putut să-și conserve mișcările fără a se distruge reciproc și că, dacă nu li s-ar fi imprimat decît mișcările α, β, γ etc., sistemul ar fi rămas în repaos; este clar că *a, b, c* vor fi mișcările pe care aceste corpuri le vor lua în virtutea acțiunii lor. Ceea ce trebuia găsit'".

O aplicație a principiului face D'Alembert, în tratatul său, la studiul centrului de oscilație.

Hermann, academician la Academia Rusă de Științe din Petersburg, aplicase o metodă similară, în „Phoronomia" (1716), la stabilirea ecuațiilor pendulului; iar *Euler,* în volumul VII al *„Comentariilor din Petersburg"* (1740), la stabilirea oscilațiilor corpurilor elastice. Nici unul, nici altul însă nu reușiseră să obțină o generalizare a problemei.

Lagrange, reluînd acest studiu, dă o formulare principiului lui D'Alembert, spunînd:

„Dacă se voiește evitarea descompunerilor mișcărilor pe care le cere principiul lui D'Alembert, atunci ar trebui stabilit imediat echilibrul între forțele și mișcările produse, dar luate în direcții contrarii. Căci, dacă ne închipuim, că se imprimă fiecărui corp, în sens contrariu, mișcarea pe care el trebuie s-o ia, este clar că sistemul va fi redus la repaos; în consecință, va trebui ca aceste mișcări să distrugă pe acelea pe care corpurile le primiseră și pe care corpurile le-ar fi urmat dacă nu ar fi fost acțiunea lor reciprocă; astfel, trebuie să fie echilibru între toate aceste mișcări sau între forțele care pot să le producă. Acest fel de a apropia legile dinamicii de ale staticii este de fapt mai puțin direct decît acela care rezultă din principiul lui D'Alembert, dar el oferă mai multă simplicitate în aplicații; el revine la metodele folosite de Hermann și Euler în rezolvarea multor probleme de mecanică și se găsește în unele tratate de mecanică sub numele de Principiul lui D'Alembert".

Iar mai departe, *Lagrange* vorbește astfel despre principiul lui D'Alembert:

...„Ar fi multe de spus asupra problemelor de dinamică, care au pus la încercare sîngele rece al geometrilor, — în afara problemei centrului de oscilații, — pînă cînd arta de a le rezolva a fost redusă la regule fixe...".

...„Tratatul de dinamică al lui D'Alembert, care a apărut în 1743, a pus capăt acestui fel de „provocări", oferind o metodă directă și generală pentru a rezolva sau cel puțin pentru a

pune în ecuații toate problemele de dinamică ce se pot închipui. Această metodă reduce toate legile mișcării corpurilor la acelea ale echilibrului lor și reduce astfel dinamica la statică. Noi am remarcat și mai înainte că principiul folosit de Jacques Bernoulli în cercetarea centrului de oscilație avea avantajul de a face să depindă această cercetare de condițiile de echilibru ale pîrghiei; dar îi era rezervat lui D'Alembert de a privi acest principiu sub o formă generală și de a-i da toată simplicitatea și fecunditatea de care el putea să fie susceptibil".

Sub această formă, principiul lui D'Alembert s-a aplicat și se aplică și în prezent la rezolvarea problemelor de dinamică.

II

Este important, acum, să ne oprim puțin și să facem unele observații asupra *inerției* și *forțelor de inerție*.

a) Astfel, este cunoscut că *inerția* este acea însușire a particulei materiale, — care, găsindu-se sub acțiunea unui sistem de forțe în echilibru, — realizează o mișcare determinată numai prin condițiile inițiale și sistemul de referință ales.

Din interpretarea acestei proprietăți se fac adeseori unele greșeli. Astfel, se face uneori greșeala că se definește inerția, ca o proprietate a corpurilor de a-și păstra starea lor pînă cînd o cauză exterioară le schimbă această stare. Adică, se neglijează faptul că principiul inerției se referă *nu la orice stare, ci numai la starea de repaos sau de mișcare rectilinie și uniformă*. Și trebuie să fie foarte clar că un corp nu este scos din starea sa de repaos sau de mișcare rectilinie și uniformă decît dacă intervine acțiunea unor forțe exterioare.

De asemenea, în definițiile din multe cărți se spune că, din cauza inerției, corpurile „*tind*" să rămînă, respectiv, în repaos sau mișcare. Trebuie să înțelegem că: corpurile nu *tind*, ci *rămîn* în repaos sau mișcare rectilinie uniformă.

Alteori, se spune, că trebuie învinsă inerția. Această expresie nu reprezintă altceva decît faptul că trebuie un timp pentru ca forța să transmită corpului (întregii lui mase) mișcarea sau pentru ca corpul să intre în regim normal (de exemplu la piesele cu unsoare între ele); de aceea, trebuie să se dea acestei *expresii* mare atenție, atunci cînd se întrebuințează.

b) Forța de inerție va măsura tocmai această reacțiune a corpului considerat față de corpurile care acționează asupra lui pentru a-i schimba starea de repaos sau de mișcare rectilinie și uniformă. Forța de inerție va fi egală cu produsul dintre masa corpului și accelerația lui și va fi îndreptată în sens opus cu accelerația mișcării.

De forțele de inerție ne dăm seama cînd sîntem într-un vehicul și acesta pornește sau se oprește, le luăm în considerare la calculul unui volant (la forța centrifugă) etc.

Problema forțelor de inerție și a evaluării lor a preocupat pe oamenii de știință încă din secolul al XVIII-lea.

Astfel Euler a spus despre forțele de inerție: „*Forța de inerție a unui corp oarecare este proporțională cu cantitatea de materie din care*

corpul este format... Forța de inerție este acea proprietate pe care o au corpurile de a persevera în starea de repaos sau de a continua să se miște uniform în linie dreaptă".

Iar Mac Laurin (1698-1746), în *„Exposé des découvertes philosophiques de Newton"*, spune următoarele: *„Un corp nu-și schimbă niciodată starea lui prin el însuși, ci rezistă prin inerția sa la orice acțiune care tinde să producă vreo alterare în mișcarea lui... Astfel, această lege de egalitate între acțiune și reacțiune servește a face legea inerției mai generală și a o extinde la un număr oarecare de corpuri".*

Bineînțeles, în aceste definiții trebuie ținut seamă de cele ce s-au spus la punctul (a).

În „Terminologia Mecanicii Generale" (proiect), *Academia de Științe U.R.S.S.* propune următoarele definiții:

Inerție: — Însușirea inerentă a particulei materiale, pe baza căreia, ea, găsindu-se sub acțiunea unor forțe echilibrate, realizează în orice sistem de referințe o mișcare care se determină numai prin datele inițiale și sistemul de referință. Inerția este manifestarea indestructibilității mișcării materiei. Inerția corpurilor își are măsura ei diferită, la mișcări diferite.

Masa particulei materiale: Măsura inerției particulei materiale. (Observație: masa este o mărime scalară, care se determină pe cale experimentală).

Masa corpului: Suma maselor particulelor materiale care compun corpul. (Observație: masa corpului este măsura inerției corpului în timpul mișcării de translație).

Forțele de inerție, la variații importante ale vitezelor și la viteze ridicate de rotație, pot avea valori foarte mari, de care trebuie neapărat să se țină seama. Astfel, *V. L. Kirpicev* arată că într-o bielă de locomotivă, care face 400 rot/min, forța de inerție este de 55 ori mai mare decît greutatea bielei. De asemenea, la o axă de turbină care face 10.000-30.000 ture pe minut, forța centrifugă poate să fie de cîteva mii de ori mai mare decît greutatea axei.

O roată de locomotivă prost centrată sau defectuos executată poate să dea cîteva sute de lovituri pe minut în șine, fiecare lovitură echivalînd cu o lovitură de ciocan de cîteva tone.

Mașinile neechilibrate dau zgomote ritmice din cauza loviturilor în lagăre. Echilibrarea se face prin execuție riguroasă a pieselor, contragreutăți și decalare a sistemelor etc., astfel încît să se atingă, pe ansamblu, scopul urmărit.

III

După ce am arătat unele probleme legate de principiul lui D'Alembert și de forțele de inerție, este interesant să punem problema care a dat naștere la atîtea discuții. Problema este aceasta:

— Forțele $-m\bar{w}$ care intervin în ecuațiile scrise pe baza principiului lui D'Alembert sînt forțe reale sau forțe fictive? Sînt ele unul și același lucru cu forțele de inerție?

Problema se pune ca mai sus, deoarece unii cercetători afirmă că forțele $-m\bar{w}$ care intervin în ecuațiile lui D'Alembert sînt fictive, — pentrucă dacă ar fi reale, atunci corpul n-ar mai putea avea mișcare; el ar fi în repaos. Acești cercetători se împart în două grupe: unii, care spun că aceste forțe sînt forțele de inerție și deci forțele de inerție sînt fictive și alții, care spun că aceste forțe sînt fictive, dar nu sînt forțe de inerție, ci „forțe convenționale". Acești din urmă cercetători sînt de părere că forțele de inerție sînt forțe reale.

Sînt cercetători care consideră că forțele din ecuațiile lui D'Alembert sînt forțe reale și sînt același lucru cu forțele de inerție.

Să examinăm cîteva din aceste păreri.

Astfel, *A. I. Nekrasov*, în al său „Curs de Mecanică teoretică" (traducere romînă 1955, vol. II, pag. 296), spune: „Este ușor să ne convingem că forța de inerție $-m\bar{a}$ este o *forță fictivă*. Într-adevăr, dacă forța de inerție ar fi o forță reală, atunci din cauza relației 34,1 (relația de echilibru n. n.) punctul material ar fi putut fi, în virtutea legii inerției, fie în repaos absolut, fie în mișcare rectilinie și uniformă, în timp ce în realitate, în cazul valabilității relației 34,1, punctul material se poate găsi în orice mișcare curbilinie neuniformă, determinată de forțele $\bar{F}$ și $\bar{R}$. Nu este greu de înțeles proveniența denumirii de forță de inerție pentru forța $-m\bar{a}$. Să ne imaginăm, de exemplu, un punct material A de masă m care se mișcă rectiliniu și uniform cu o viteză oarecare v_0. Să presupunem că oprim punctul în mișcare, micșorînd viteza fără a-i modifica însă direcția. Pentru aceasta, trebuie să imprimăm punctului material o accelerație $\bar{a}$, dirijată în sens opus mișcării punctului A, adică trebuie să dezvoltăm forța $m\bar{a}$, aplicînd-o punctului A. În virtutea egalității acțiunii și reacțiunii, punctul material A va reacționa asupra noastră cu o forță egală cu $-m\bar{a}$, adică cu o forță egală cu forța de inerție și aceasta este forța pe care o vom sesiza din punctul de vedere fizic, adică această forță poate fi măsurată cu un dinmometru. De aci rezultă că forța $-m\bar{a}$ există în realitate, dar nu ca o forță aplicată punctului material în mișcare A, ci ca o forță aplicată corpurilor exterioare, care imprimă accelerația punctului A, forța $-m\bar{a}$ însă aplicată punctului A, este o forță fictivă".

I. N. Veselovski spune: „Noi trebuie să distingem două forțe: o forță de inerție fictivă, aplicată corpului mișcat și o forță reală, aplicată corpului care produce mișcarea, reprezentînd reacțiunea corpului mișcat. Să analizăm un exemplu. Dorim să punem în mișcare un corp imobil. Noi îl împingem pentru a-i transmite o accelerație. În acest caz, simțim în mînă rezistența acestui corp (cum se spune „simțim inerția acestui corp", de unde a venit și denumirea de „forță de inerție"). Această forță reală este acțiunea corpului împins. Ea este aplicată la mîna noastră, adică la corpul care produce mișcarea. Corpului mișcat, împins de noi, i s-a aplicat unica forță reală: forța mîinii. Dacă aplicăm corpului forța de inerție, atunci ea ar putea să echilibreze în aceasta forța de împingere a mîinii. Acest echilibru nu există însă în realitate, deoarece totuși corpul se mișcă cu accelerație".

Se pot da și exemple: pulberea care fuge de pe roata unui polizor în funcțiune; pulberea nu fuge radial, ci după tangentă, continuîndu-și mișcarea pe care o avea în momentul desprinderii.

Sau la mișcarea unei pietre legate la capătul unei frînghii: forța centrifugă este o forță reală pentru corpul care produce mișcarea (frînghia) și este o forță fictivă pentru corpul mișcat (piatra).

În *Ia. L. Gheronimus „Studii asupra lucrărilor corifeilor mecanicii ruse"*, se fac unele considerațiuni asupra poziției lui *A. N. Krîlov* în această problemă, după cum urmează:

„A. N. Krîlov, cu limba lui expresivă și colorată, expune punctul de vedere al unui inginer practician în modul următor:

Oricare inginer va spune: „Așa dar, după învățăturile mecanicii, forța de inerție în realitate nu există; există o forță fictivă; se poate să ne dispensăm de a o examina; cum se explică atunci că la uzina „Imea rek" s-a rupt un volant de 3000 puduri, iar schijele au trecut prin pereții de piatră ca prin hîrtie?...".

Un inginer naval va adăuga:

„La lansarea navei „Izmail", au ridicat prea repede ancorele, astfel că amîndouă lanțurile cu verigi în grosime de 80 mm s-au rupt ca niște fire de ață. Bună forță fictivă!"

„Astfel de exemple se pot da cu sutele. Nu, orice ar spune mecanica rațională, că forța inerției în realitate nu există, că aceasta este numai manifestare a inerției materiei, pentru noi practicienii aceasta se manifestă sub forma unei forțe, și încă ce forță! Nouă ni se spune că mecanica rațională servește ca bază mecanicei aplicate, astfel încît ea ne este nouă necesară, nu pentru a ne încurca cu contrazicerile ei, ci pentru a contribui la clarificarea esenței fenomenelor".

„Experiența lui Newton cu bile.

A. N. Krîlov a studiat la perfecțiune lucrările lui Newton, a tradus o serie din lucrările lui din limba latină în limba rusă, adăugînd comentarii care le-au făcut accesibile cercului larg de cititori. El examinează

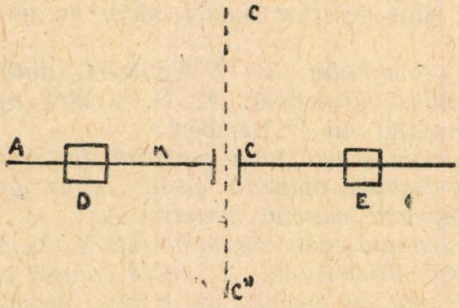


Fig. *a*

în amănunt experiența lui Newton cu bile. Bara *AB* se învîrtește în jurul axei verticale *C' C''* (fig. a); dealungul barei pot aluneca cu o frecare mică bilele cu masele *M* și *m*, ale căror centre se găsesc în punctele *D* și *E*, care sînt legate cu un fir imponderabil de lungime 1; centrul greutății se găsește în punctul *C*; teoria, bine confirmată de

experiență, arată că, în timpul rotației sistemului, centrele bilelor rămîn pe loc.

Insemnînd prin R și r distanțele de la centrele bilelor pînă la axa de rotație, vedem că, la rotația cu viteza unghiulară ω, bila D are accelerația $R\omega^2$; forța care o provoacă — forța centripetă — este reacția T a firului, aplicată în punctul D și anume $T = MR\omega^2$; însem-

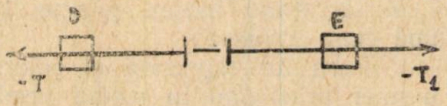


Fig. *b*

nînd prin T_1 reacția firului în punctul E, avem pentru a doua bilă $T_1 = mr\omega^2$. Examinăm acum separat firul DE (fig. b); după legea egalității acțiunii și reacțiunii, bilele D și E acționează asupra firului cu forțele $-T$, $-T_1$ de sens contrar; fiindcă firul este imponderabil, ca el să nu se miște față de bară, această forță trebuie să fie egală în ceea ce privește modulul, adică:

$$T = MR\omega^2 = T_1 = mr\omega^2, \frac{R}{r} = \frac{m}{M}, R + r = l$$

adică pentru echilibrul relativ al bilelor, axa de rotație trebuie să treacă prin centrul de greutate al sistemului.

Forțele $-T$, $-T_1$ sînt forțele de inerție centrifuge ale bilelor, punctele lor de aplicare sînt punctele D și E — capetele firului; aceste forțe acționează asupra firului, iar nu asupra bilelor, asupra legăturii, nu asupra maselor; după cum spune *A. N. Krilov: „pînă în prezent totul este real și nu e nimic fictiv și atît de real că ajunge numai să mărești viteza unghiulară* ω *de rotație a barei și firul se rupe"*.

El atrage atenția în mod deosebit asupra duplicității punctelor D, E: pe de o parte ele sînt centrele bilelor M și m, pe de alta — capetele firului".

„Formularea principiului lui D'Alembert, dată de A. N. Krîlov. Generalizînd rezultatul precedent, A. N. Krîlov ajunge la următoarea formulare a principiului lui D'Alembert:

1. *Forța de inerție a punctului material dat* A *nu acționează asupra acestui punct, ea trebuie aplicată acelui punct geometric* B, *cu care coincide în acel moment punctul material* A;

2. *În locul sistemului punctelor materiale* $A_1, A_2 \ldots A_n$ *vom examina sistemul punctelor geometrice* $B_1, B_2 \ldots B_n$, *care coincid cu* $A_1, A_2 \ldots A_n$ *și vom stabili între aceste puncte geometrice aceleași legături care au loc între punctele materiale;*

3. *Aplicăm punctelor geometrice forțele de inerție ale punctelor materiale corespunzătoare și de asemenea toate forțele date și de legătură aplicate punctelor materiale; atunci sistemul forțelor obținute se va găsi în echilibru.*

În Mecanica aplicată, în care legăturile sînt realizate material sub forma unor corpuri care împiedică libertatea deplasării acestui sistem,

punctele geometrice B_1, B_2... B_n coincid cu punctele materiale A_1, A_2... A_n dar, spre deosebire de ele, aparțin corpurilor care realizează legăturile; în Mecanica analitică, în care legătura se dă printr-o ecuație, luarea în considerare a punctelor geometrice B_1, B_2... B_n este de asemenea necesară pentru ca să fie posibilă indicarea nu numai a mărimii și direcției, dar și a punctului de aplicare a forțelor de inerție. Introducerea acestor puncte este importantă încă și prin faptul că reducem problema dinamică la o problemă statică; dar în statică, echilibrul ansamblului de forțe se determină independent de masele acelor corpuri asupra cărora aceste forțe acționează și punctele de aplicare ale forțelor se consideră geometrice, iar nu materiale.

La întocmirea desenului trebuie să trecem pe el punctele B_1 B_2... B_n *și* la ele să aplicăm forțele de inerție; dar pentrucă aceste puncte coincid cu punctele materiale A_1, A_2... A_n poate să ne pară că forțele de inerție acționează asupra acestor puncte materiale, iar în realitate forțele de inerție acționează nu asupra acestor puncte materiale, ci asupra legăturilor cărora le sînt supuse; adesea se spune nejust: *„Forțele de inerție acționează asupra punctelor materiale după cum spune A. N. Krîlov: „cu această presupunere se face calculul care va da rezultate pe deplin juste, astfel că neexactitatea expresiei se manifestă în cuvinte, iar nu în fapte"*.

A. Föppl în *„Vorlesungen über technische Mechanik"* spune următoarele:

„...Forțele H sînt deobicei denumite „forțe de inerție" și acest termen fiind scurt îl voi folosi și eu. Este adevărat că s-au adus obiecțiuni contra folosirii acestui termen deoarece duce la interpretări greșite sau la imagini false prin faptul că o mărime este indicată ca o forță care din punct de vedere fizic nici nu există și care a fost numai arbitrar adăugată la forțele existente pentru simplificarea expunerii. Nu trebuie însă pierdut din vedere că forțele de inerție trebuie numai din acest punct de vedere înțelese ca mărimi ajutătoare și nu ca forțe motoare care acționează efectiv asupra masei de puncte pe care vrem să o analizăm.

Atîta timp cît această condiție este îndeplinită, se va putea trece peste cele arătate mai sus și tocmai pentru a elimina orice îndoială în această direcție eu am ținut să vorbesc distinct de două mase de puncte și de un corp solid, din care, la prima masă de puncte care face obiectul analizei noastre forțele *H* lipsesc, în timp ce la a doua masă de puncte și la corpul solid forțele *H* acționează și au fost luate astfel spre deosebire de prima.

Personal am cu atît mai puține scrupule în ceea ce privește folosirea termenului ales întrucît și forța centrifugă „fictivă" de care s-a vorbit în volumul *I* se încadrează în noțiunea de forțe de inerție și, ținînd seamă de termenul uzual înrădăcinat în acest caz, este necesar a se face o distincție foarte atentă între forțele fictive sau arbitrar adăugate de noi și de acele care sînt fizical dovedite sau precum spunem noi sînt efectiv existente".

*

* *

Tovarășul *prof. V. Vilcovici* spune că forța de inerție reprezintă opunerea (reacțiunea) corpului („inerția") față de obligația (acțiunea) de a-și schimba viteza. Este un caz particular al principiului acțiunii și reacțiunii. Se spune:

— *Forța de inerție este reală, ca și forța care o produce* F.

— *Forța de inerție nu lucrează asupra corpului* M *considerat, ci asupra agentului care produce pe* F. *Asupra lui* M *nu lucrează deci decît* F.

— *Forța de inerție ia naștere odată cu accelerația.*

— *Forța din ecuația lui D'Alembert este fictivă („forța lui D'Alembert") și este imaginată ca lucrînd asupra corpului.*

Prof. D. Pompei spune: *„Se vede, așa dar, că ideea lui D'Alembert este următoarea: forțele de diferență sînt contrabalansate, anihilate în efectul lor, de forțele ce se nasc din legături, aceste legături împotrivindu-se la schimbarea structurii și sistemului material".*

Răposatul profesor *D. Ghermani* s-a ocupat de asemenea de forțele de inerție, arătînd: *„Călătorul cu un vehicul simte nevoia ca, la intrarea într-o curbă, să se opună forței centrifuge care vrea să-l svîrle spre exteriorul curbei, ținîndu-se, de exemplu, de partea vehiculului dinspre interiorul curbei. Un observator de pe stradă vede însă altfel faptul; el consideră că, după ce a intrat în curbă, — conform postulantului inerției, — călătorul din vehicul are tendința să-și mențină drumul rectiliniu și cu aceiași viteză cu care a intrat în curbă. Neputînd să-și mențină drumul și direcția vitezei de pe partea rectilinie, apare ceea ce numim forța de inerție.*

Pentru observatorul fix de pe stradă, forța de inerție este fictivă (față de realitatea obiectivă); forțele cerute de principiul lui D'Alembert sînt fictive.

„Dacă se aplică particulelor corpului anumite forțe, atunci acestora le corespund reacțiuni reale care apar în aceleași particule, ca forțe de inerție reale".

Tovarășul *prof. C. Budeanu* este pentru realitatea forțelor de inerție, arătînd de exemplu, că: *„Roțile locomotivelor, căile ferate în curbă, volantul turbinelor etc., se calculează ținînd seamă de forțele de inerție; iar cine le-ar neglija ar avea de suferit consecințe grave, chiar dezastruoase...*

...„Nu e vorba de stabilit existența „în sine" a acestor forțe, ci de stabilit faptul că manifestarea forțelor de inerție este reală.

...„În prezent se calculează cu aceste forțe de inerție și se constată că calculele corespund realității obiective".

IV

Se constată, astfel, că dacă, conform principiului lui D'Alembert, aplicăm sistemului material, în afara forțelor date (exterioare) și reacțiunilor (exterioare) și forțele de inerție, atunci se obține forma ecuațiilor staticei (sistem nul-echilibru). Forțele de inerție nu se aplică însă corpului acționat (în acest caz forța de inerție este o forță fictivă, deoarece, dacă ar fi reală, ar produce echilibrul), ci legăturilor corpului acționat cu corpul care acționează (acum forța de inerție este reală).

De exemplu, cînd împingem un cărucior, forța de inerție este fictivă cînd se consideră aplicată căruciorului, dar este reală cînd se consideră aplicată la contactul dintre mîinile omului și marginea căruciorului. Tot așa, cînd rotim o piatră la capătul unui fir, forța este fictivă dacă se consideră aplicată pietrei și reală dacă este aplicată legăturii (la fir).

Forța de echilibrare a lui D'Alembert este fictivă, deoarece a fost aplicată corpului, în mod convențional, *de noi*. Dacă această forță ar fi fost aplicată *real* corpului, atunci sistemul s-ar fi oprit sau ar fi continuat să se miște cu $\overline{w} = o$ (rectiliniu și uniform).

Forțele de inerție sînt reale, dar nu puse la întîmplare, ci în legăturile dintre corpul acționat și corpul care acționează, ca o reacțiune a corpului acționat asupra corpului care acționează. Forțele de inerție se produc ca urmare a acestei interacțiuni (în anumite condițiuni) între cele două corpuri. Bine înțeles, corpul acționat ajunge de influențează cu întreaga lui masă în legăturile în care apar forțele de inerție. Aceste lucruri se văd la degajarea pulberii de pe piatra de polizor, la ruperea coșurilor de fum la cutremure, se simt în mișcarea ascensorului etc.

Forțele lui D'Alembert, introduse convențional în schema de calcul, dau o mare simplificare calculelor; dar construcția calculată trebuie să reziste atît la forțele active și din legături, cît și la forțele de inerție. Forțele de inerție sînt cît se poate de reale și dacă cineva s-ar încumeta să le nesocotească — la calculul construcțiilor, al mașinilor etc. — din diferite considerente teoretice — și-ar asuma o grea răspundere.

Catedra de Mecanică
Institutul de Construcții București

BIBLIOGRAFIE

1. **J. D'Alembert** — „Traité de Dynamique" (2 vol.) Gauthier-Villars; Paris, (1921).
2. **J. Lagrange** — „La Mécanique analytique" (2 vol.).
3. **V. L. Kirpicev** — „Convorbiri despre Mecanică", Editura de Stat pentru literatură tehnico-teoretică, Moscova-Leningrad, (1950).
   Traducere I.D.T. 70/9 (231) — anul (1952).
4. **Academia de Științe URSS** — „Terminologia Mecanicei generale" (proiect), Editura Academiei de Științe URSS.
5. **Ia. L. Gheronimus** — „Studii asupra lucrărilor corifeilor mecanicii ruse", Gostehizdat; Moscova (1952).
6. **I. N. Veselovski** — „Mecanica și rezistența materialelor", Editura Tehnică, București (1952).
7. **A. I. Nekrasov** — „Curs de Mecanică teoretică".
8. **A. Föppl** — „Vorlesungen über technische Mechanik".
9. **D. Pompei** — „D'Alembert și principiile Mecanicei", București, (1943).
10. **V. Vîlcovici, C. Budeanu, D. Ghermani** — „Forța de inerție", București, (1946).

О СИЛАХ ИНЕРЦИИ И О ПРИНЦИПЕ Д'АЛАМБЕРА

(Краткое содержание)

Статья рассматривает вопрос об инерции и силах инерции. Изложение основано на выдержках из подлинников работ Д'Аламбера: „Traité de Dynamique 1743". Лагранжа и Ейлера.

Делается вывод, что в расчете сооружений нужно учитывать не только активные силы, а тачже сиды связи и инерции, которые представляют собой реальные силы.

SUR LES FORCES D'INERTIE ET LE PRINCIPE DE d'ALEMBERT

(Résumé)

L'article contient un aperçu du problème de l'inertie et des forces d'inertie. L'exposé est basé sur des extraits des travaux originaux de d'Alembert „Traité de Dynamique" 1743, Lagrange, Euler.

On conclut qu'il faut tenir compte au calcul des constructions, des forces actives, de liaison et d'inertie qui sont toutes réélles.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

DETERMINAREA GRADULUI DE ÎNCASTRARE AL GRINZILOR CU AJUTORUL VIBRAȚIILOR ÎNTREȚINUTE *)

de RADU VOINEA

În tehnica construcțiilor interesează uneori, în lucrări de consolidări, renovări, etc., să se cunoască modul cum este realizată legătura între o grindă nou introdusă și construcția existentă. Practic această legătură se realizează prin încastrări imperfecte, adică rezemări la care se dezvoltă momente mai mici decît în cazul încastrării și la care sînt posibile rotiri, dar într-o măsură mai redusă decît în cazul reazemului simplu. Se convine de obicei să se considere aceste încastrări imperfecte ca fiind *elastice,* adică se presupune că, în valoare absolută, momentul încovoietor este proporțional cu unghiul de rotație, adică:

$$| M |_{x=0} = \varrho \, | \theta |_{x=0} \tag{1}$$

(S-a presupus că este vorba de extremitatea $x = 0$ a grinzii).

Factorul de proporționalitate ϱ poartă numele de *grad de încastrare* și caracterizează legătura dintre grindă și restul construcției la extremitatea considerată. El este nul în cazul unei simple rezemări și este infinit de mare în cazul încastrării perfecte.

Dacă s-ar cunoaște ecuația fibrei medii deformate, gradul de încastrare ϱ ar putea fi ușor determinat. Într-adevăr sînt cunoscute relațiile: $M = -EI\, y''_{st}$ și $\theta = y'_{st}$ (1) deci, folosind relația

$$\varrho = EI \frac{y''_{st}(0)}{y'_{st}(0)} \tag{2}$$

Săgeata statică y_{st} nu este în general ușor de determinat, căci ea există deja în momentul în care dorim să facem determinarea (cel puțin cea datorită încărcării permanente).

Se impune deci găsirea unui alt procedeu de determinare a gradului de încastrare ϱ. Vom arăta că dacă pe grindă se așează o sursă de oscilații mecanice armonice, de masă neglijabilă în raport cu masa grinzii și dacă se măsoară amplitudinea η a diferitelor puncte ale grinzii *în imediata vecinătate a reazemului considerat* atunci formula (2) se poate aplica pentru funcțiunea $\eta(x)$ în loc de $y_{st}(x)$.

Într-adevăr să scriem ecuația diferențială cu derivate parțiale care se obține în cazul unei grinzi de secțiune variabilă acționată de o sarcină transversală oarecare $q(x)$ și de o forță perturbatoare de am-

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

plitudine foarte mică ε, aplicată în punctul de abscisă $x = a$. Vom ține seamă și de efectul de amortizare. Se obține:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI\frac{\partial^2 y_d}{\partial x^2}\right) = -\frac{q(x)}{g}\cdot\frac{\partial^2 y_d}{\partial t^2} - h\cdot\frac{\partial y_d}{\partial t} + \varepsilon\cdot\delta(x-a)\cos(\omega t - \varphi) \quad (3)$$

în care y_d este săgeata dinamică, h este factorul de amortizare, ω este pulsația forței perturbatoare, φ este faza la $t = 0$ iar $\delta(x-a)$ este funcția lui Dirac *).

Caracterul staționar al mișcării, impune o soluție a ecuației diferențiale (1) sub forma:

$$y_d = X_1 \cos\omega t + X_2 \sin\omega t \quad (4)$$

unde X_1 și X_2 sînt funcțiuni exclusiv de variabila x.

Înlocuind această expresie în (3) și egalînd cu zero coeficienții termenilor în $\cos\omega t$ și $\sin\omega t$, găsim ecuațiile diferențiale:

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(EI\frac{d^2X_1}{dx^2}\right) = \frac{\omega^2 q(x)}{g}X_1 - hX_2 + \varepsilon\cos\varphi\cdot\delta(x-a)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(EI\frac{d^2X_2}{dx^2}\right) = \frac{\omega^2 q(x)}{g}X_2 + hX_1 + \varepsilon\sin\varphi\cdot\delta(x-a)$$

Determinarea funcțiunilor X_1 și X_2, cu ajutorul cărora se poate afla apoi amplitudinea $\eta = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$ se poate face prin integrarea sistemului de ecuații diferențiale (5). Căutînd să ajungem la ecuații diferențiale care să conțină o singură funcțiune necunoscută, se ajunge la problema integrării a două ecuații diferențiale liniare, de ordinul al 8-lea, cu coeficienți variabili (sînt constanți numai în cazul cînd grinda are secțiunea constantă și este încărcată cu o sarcină uniform distribuită).

În ceea ce privește condițiile limită, se observă că ele sînt aceleași pentru funcțiunile X_1 și X_2 ca și pentru săgeata statică y_{st} **).

Ținînd seama de expresia momentului încovoietor și a unghiului de rotire, aceste condiții se vor scrie:

$$\begin{aligned} X_1(0) &= 0 & EI\cdot X_1''(0) &= \varrho X_1'(0) \\ X_2(0) &= 0 & EI\cdot X_2''(0) &= \varrho X_2'(0) \end{aligned} \quad (6)$$

*) Se știe că funcția lui Dirac $\delta(x-a)$ este definită astfel:
pentru $-\infty < x < a$ și $a < x < +\infty$, $\delta(x-a) = 0$
pentru $x = a$, $\delta(x-a) = \infty$ (singularitate)
cu condiția ca $\int_{a-\varepsilon'}^{a+\varepsilon''} \delta(x-a)\,dx = 1$ unde ε' și ε'' sînt pozitivi și arbitrari de mici.
Funcția lui Dirac servește pentru reprezentarea sarcinilor concentrate, într-o formă comodă de calcul.

**) Într-adevăr săgeata dinamică y_d trebue să îndeplinească, evident, aceleași condiții limită ca și săgeata statică y_{st}. Cum însă aceste condiții trebuiesc îndeplinite de y_d *în orice moment t*, rezultă din examinarea expresiei (4) că ele trebuiesc îndeplinite de fiecare dintre funcțiile X_1 și X_2 în parte.

Ținînd seama de aceste condiții și desvoltînd în serie de puteri funcțiunile $X_1(x)$ și $X_2(x)$ în jurul punctului $x=0$ se obține:

$$X_1(x) = X_1'(0)\left[x + \frac{\varrho}{2EI}x^2\right] + X_1'''(0)\frac{x^3}{3!} + \cdots$$

$$X_2(x) = X_2'(0)\left[x + \frac{\varrho}{2EI}x^2\right] + X_2'''(0)\frac{x^3}{3!} + \cdots \qquad (7)$$

Vom considera ca „imediată vecinătate" a reazemului $x=0$, acea regiune din grindă pentru care termenii conținînd puterea a treia, a patra, etc... din seriile (7) pot fi neglijați. În acest caz se poate scrie

$$X_1(x) \cong X_1'(0)\left[x + \frac{\varrho}{2EI}x^2\right]$$

$$X_2(x) \cong X_2'(0)\left[x + \frac{\varrho}{2EI}x^2\right] \qquad (8)$$

Rezultă imediat

$$\eta = \sqrt{X_1^2 + X_2^2} = \sqrt{X_1'^2(0) + X_2'^2(0)}\left[x + \frac{\varrho}{2EI}x^2\right] \qquad (9)$$

Se poate verifica ușor, folosind expresia (9) a amplitudinei că:

$$\varrho = EI\frac{\eta''(0)}{\eta'(0)} \qquad (10)$$

Comparînd acest rezultat cu cel dat de (2) rezultă clar că *măsurarea săgeților statice poate fi înlocuită cu măsurarea amplitudinilor* η *în imediata vecinătate a reazimului considerat.*

Evident, în regiunea centrală a grinzii, ne mai fiind valabile aproximațiile (8), formula (10) își pierde deasemenea valabilitatea.

*
* *

Din cele de mai sus se desprinde următorul procedeu practic: Se așează pe grindă o sursă de oscilații armonice, de masă neglijabilă în raport cu masa grinzii, de preferință în regiunea ei centrală. După ce regimul de oscilație al grinzii a devenit staționar, se măsoară amplitudinile într-o serie de puncte suficient de apropiate situate în imediata vecinătatea a reazimului, al căruia grad de încastrare dorim să-l determinăm. Se aproximează (folosind de exemplu metoda celor mai mici patrate) curba obținută printr-o cubică de forma $y = Ax + 2Bx^2 + 3Cx^3 + \ldots$. Se verifică dacă termenul $3Cx^3$ este neglijabil față de suma primilor doi. În caz negativ rezultă că regiunea din grindă considerată este prea

mare şi trebuie restrînsă. În caz afirmativ gradul de încastrare ϱ rezultă (vezi formula 10)

$$\varrho = EI \frac{B}{A} \tag{11}$$

Toate elementele din membrul al doilea rezultă din măsurători sau se pot evalua.

Catedra de Mecanică
Institutul Politehnic Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. **Radu P. Voinea** — Contribuţii la determinarea stării de tensiune şi a stabilităţii elastice a construcţiilor cu ajutorul vibraţiilor proprii (Studii şi Cercetări de Mecanică şi Metalurgie, vol. V, nr. 1—2, 1954).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ ЗАДЕЛКИ БАЛОК ПРИ ПОМОЩИ НЕЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

(Краткое содержание)

Автор излагает способ определения степени одноконцевой заделки балки при помощи незатухающих вибраций. Измеряется амплитуды вибраций η конца балки, уподобив кривую кривой третьего порядка $\eta \equiv Ax + 2\,Bx^2 + 3\,Cx^3$.

Если пренебречь слагаемым $3\,Cx^3$ по сравнению с первыми двумя, то степень жесткой заделки определиться выражением (11).

LA DÉTERMINATION DU DEGRÉ D'ENCASTREMENT DES POUTRES À L'AIDE DES VIBRATIONS FORCÉES

(Résumé)

L'auteur expose un procédé de déterminer le degré d'encastrement d'une poutre à l'une de ses extrémités, à l'aide des vibrations forcées. On mesure les amplitudes des oscillations η au voisinage de l'extrémité de la poutre, on détermine l'expression $\eta = \eta\ (x)$ en assimilant la courbe à une cubique $\eta \cong Ax + 2\,Bx^2 + 3\,Cx^3$ Si le terme $3\,Cx^3$ est négligeable par rapport aux premiers, le degré d'encastrement sera donné par l'expression (11).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

539.4

DESPRE UNIFICAREA CONVENŢIILOR DE SEMNE ALE TENSIUNILOR TANGENŢIALE ÎN REZISTENŢA MATERIALELOR ŞI TEORIA ELASTICITĂŢII *)

de MIRCEA ARCAN

1. Desvoltarea metodelor Elasticității experimentale ridică problema folosirii unei convenții de semne unice și precise pentru tensiunile tangențiale, ca și pentru lunecările specifice.

Datele pe care le furnizează tensometria (alungirile pe trei direcții măsurate cu ajutorul rozetei) ca și cele obținute prin fotoelasticimetrie (direcțiile principale și diferențele tensiunilor principale) duc, atunci cînd se stabilesc tensiunile în jurul unui punct, pe o direcție oarecare, la obținerea de valori de un anumit semn (pozitiv sau negativ). Interpretarea acestui semn poate da loc la confuzii, dacă nu există o convenție precisă stabilită de la început.

2. În literatura de specialitate întîlnim două tipuri de convenții de semne, ale tensiunilor tangențiale:

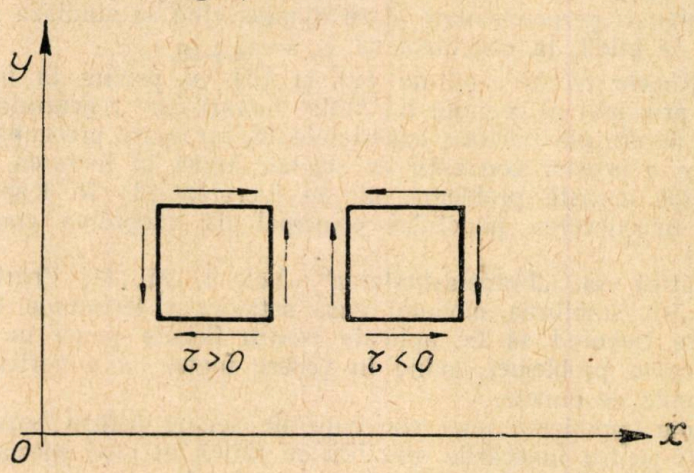


Fig. 1

a) În Rezistența Materialelor se utilizează în general, convenții care stabilesc că τ este pozitiv dacă rotește corpul asupra căruia acționează, în sensul acelor ceasornicului (sau în sens trigonometric);

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

b) În Teoria Elesticității se utilizează convenția din fig. 1. Dacă axele sînt altfel dirijate, aceeași convenție de semne se reprezintă ca în figura 2.

De cele mai multe ori, studiind variația eforturilor în jurul unui punct, se folosește convenția din Teoria Elasticității pentru planurile pa-

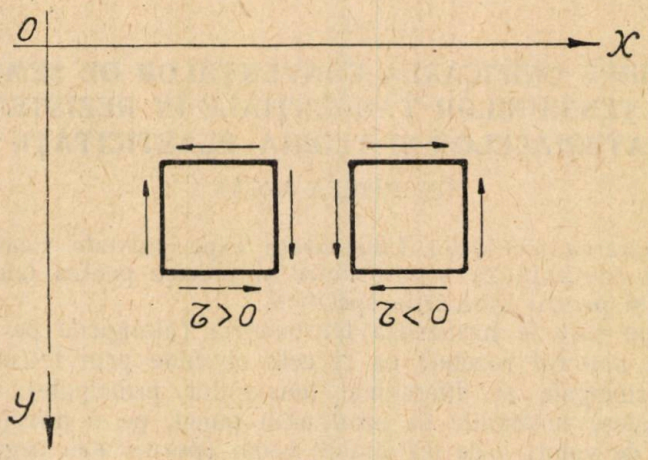


Fig. 2

ralele cu axele de coordonate inițiale și se introduce convenția (a) pentru un plan înclinat. În acest fel se pornește de la tensiuni tangențiale egale, pe două planuri perpendiculare și se ajunge, cînd se studiază prin cercul lui Mohr de pildă, la concluzia că $\tau_\alpha = \tau_\alpha + 90$.

În ultimele lucrări apărute (2) și (3) cu privire la introducerea punctului principal al cercului lui Mohr, lucrări care reprezintă un ajutor important pentru elasticitatea experimentală, nu apare preocuparea pentru o unificare a acestor convenții de semne. Astfel în lucrarea (2) nu se atinge deloc această problemă, iar în lucrarea (3) R. Kappus condiționează introducerea punctului principal de adoptarea convenției de semne (a).

În cartea sa, „Fotoelasticitatea", Vol. I, M. M. Frocht (4) dă reguli pentru stabilirea modului cum acționează tensiunile tangențiale, reguli care trebuind să fie aplicate pentru fiecare punct în parte, duc la complicarea problemei, avînd în vedere faptul că e vorba de măsurători în sute de puncte.

Așa dar, problema unei convenții de semne pentru tensiunile tangențiale și pentru lunecările specifice se ridică în mod special odată cu desvoltarea metodelor Elasticității experimentale.

În cele ce urmează, se tinde a se dovedi că este necesar și posibil a se utiliza și în Rezistența Materialelor convenția de semne din Teoria Elasticității, atît pentru direcțiile paralele cu axele de coordonate, cît și pentru direcții înclinate ; se va vedea că putem ulitiza construcția cercului lui Mohr și deci putem folosi construcția prezentată de Rubinin (1), (2) și ulterior, de R. Kappus (3) pentru prelucrarea rezultatelor unor măsurători de tensometrie sau Fotoelasticimetrie.

3. Necesitatea adoptării unei singure convenții de semne în Rezistența Materialelor și Teoria Elasticității rezultă din faptul că, în fond, ele formează o singură disciplină.

Posibilitatea adoptării unei asemenea convenții rezultă din posibilitatea stabilirii unor relații consecvente, între mărimile studiate.

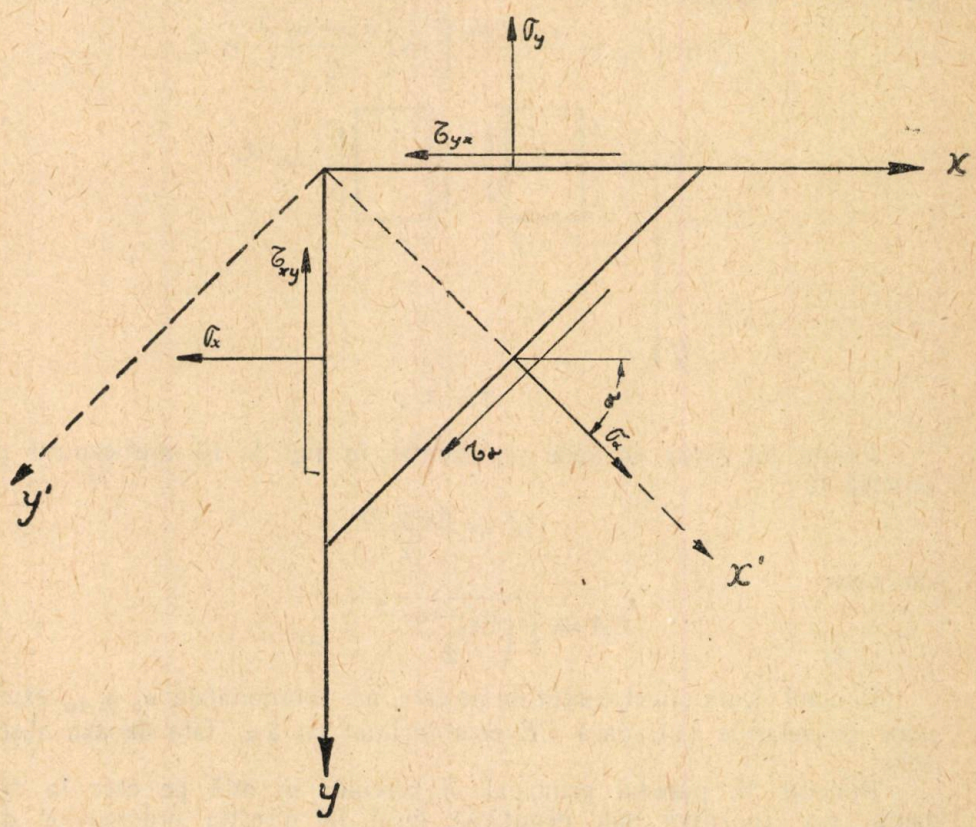


Fig. 3

Ecuațiile tensiunilor normale și tangențiale pe un plan înclinat, se vor scrie pornind de la echilibrul unei plăci triunghiulare ca în schema din fig. 3.

Sensul lui τ_α a fost ales astfel, ca el să fie pozitiv conform convențiilor de semne din Teoria Elasticității în raport cu axele mobile x' y'.

Alegînd axele așa cum se arată în fig. 3, convenția de semne a eforturilor unitare tangențiale corespunde și convenției de semne a forțelor tăietoare (fig. 4) din Rezistența Materialelor, care trebuie întotdeauna stabilită ținînd seama de sistemul de axe de coordonate.

Obținem, proectînd pe cele două axe:

$$(1)\quad \begin{cases} \sigma_\alpha = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha \\ \tau_\alpha = -\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha \end{cases}$$

unde, ținînd seama de ecuația de momente, am introdus

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

Ecuația cercului lui Mohr se va obține prin eliminarea lui α din sistemul de ec. (1) : obținem :

$$\tau_\alpha^2 + \left(\sigma_\alpha - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$

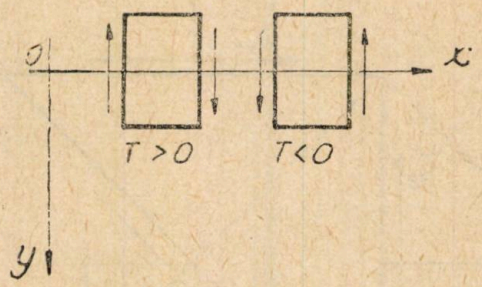


Fig. 4

Cercul lui Mohr se vede reprezentat în fig. 5. El are centrul pe abscisă la

$$OC = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

iar raza

$$CA = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}}$$

Punctul *A*, un punct curent de pe cerc, are coordonatele σ_α și τ_α exprimate de relațiile (1), dacă *CE* este înclinat cu 2α față de axa absciselor.

Punctul *M*, punctul principal al cercului se află pe cerc la distanța τ_{xy} (pozitivă sau negativă) dusă în direcția ordonatelor din extremitatea lui σ_y (tensiunea de nume contrar celei paralele cu axa absciselor). Din figură se vede că :

$$\sphericalangle DCE = \sphericalangle BCA \text{ și că } \sphericalangle BMA = \frac{1}{2} \sphericalangle BCA$$

Așa dar, dacă din punctul *M*, ducem o paralelă la σ_α, se obține punctul *A* de coordonate σ_α și τ_α. Direcțiile *MD* și *MF* sînt tocmai direcțiile principale, întrucît punctele *F* și *D* au ordonatele nule și deci τ pentru aceste direcții este nul.

Trebuie subliniat faptul că toate relațiile au fost obținute prin rotirea cu α a sistemului de axe de coordonate *x*, *y*. Pentru o valoare oarecare a lui α am notat noul sistem de axe rotit *x' y'*. Cînd $\alpha = 90^0$, *x'* se suprapune peste *y* și *y'* peste *x* însă în sens invers (vezi fig. 6). Evident că elementul considerat este la fel solicitat atît în fig. 6a cît și în 6c, independent de poziția axelor. Totuși, întrucît axele *x' y'* au ajuns în poziția (c) pentru $\alpha = 90^0$, tensiunea tangențială $\tau_{\alpha=90^0} = \tau_{yx}$

și-a schimbat semnul deoarece în raport cu noile axe, același τ_{yx} are alt semn.

Așa dar, deși se pornește de la ipoteza că tensiunile tangențiale sînt egale și de același semn pe 2 plane perpendiculare, din formule

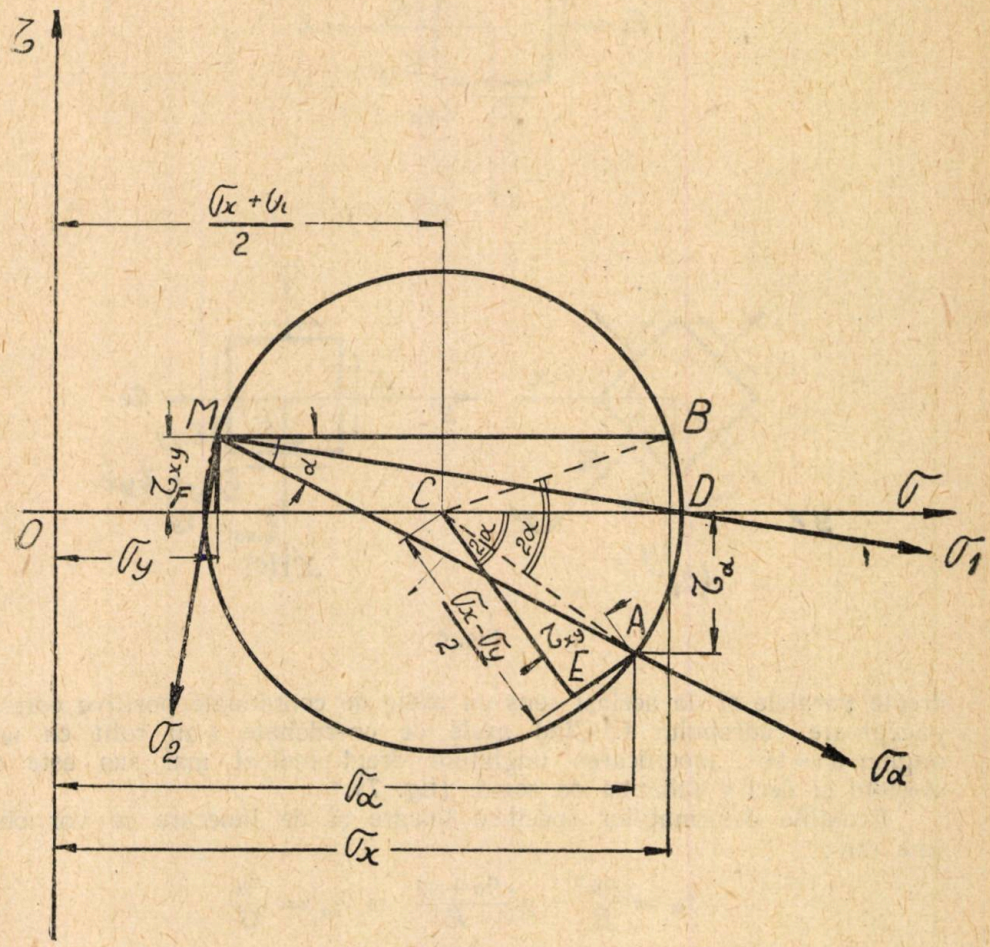


Fig. 5

ca și din cercul Mohr, rezultă că ele sînt egale și de semn contrar, deoarece axele rotindu-se cu 90^0, tensiunile tangențiale apar cu semn schimbat.

*
* *

La fel de simplă este interpretarea expresiilor care reprezintă variația alungirilor și lunecărilor specifice în jurul unui punct precum și utilizarea convențiilor de semne corespunzătoare din Teoria Elasticității.

Vom considera, conform convențiilor din Teoria Elasticității că γ_{xy} este pozitiv dacă el reprezintă micșorarea unghiului drept format de două

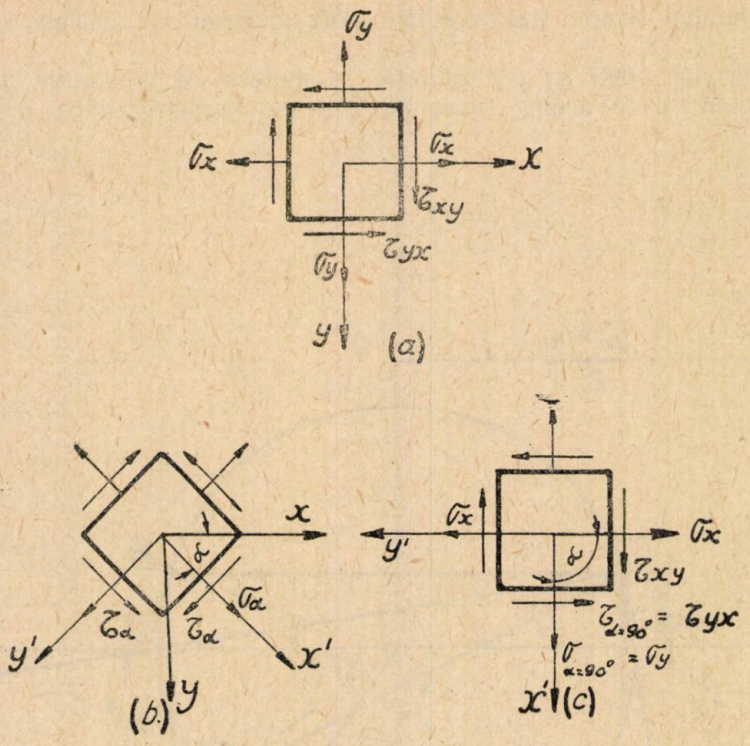


Fig. 6

drepte paralele și de același sens cu axele de coordonate pozitive corespunzătoare cadranului I. Cînd axele de coordonate s-au rotit cu un unghiu $\alpha = 90^0$, modificarea unghiului drept indicat mai sus este o creștere și deci γ schimbă de semn. (fig. 7).

Ecuațiile deformațiilor specifice lineare și de lunecare se vor obține din :

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sigma_\alpha}{E} - \mu \frac{\sigma_{\alpha+90}}{E} \quad \text{și} \quad \gamma_\alpha = \frac{\tau_\alpha}{G}$$

dacă σ_α și τ_α sînt date de (1) iar :

$$\sigma_{\alpha+90} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha \text{ și } G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

Obținem

$$(2) \begin{cases} \varepsilon_\alpha = \dfrac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \dfrac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\alpha + \dfrac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\alpha \\ \dfrac{\gamma_\alpha}{2} = -\dfrac{1}{2}(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \sin 2\alpha + \dfrac{1}{2}\gamma_{xy} \cos 2\alpha \end{cases}$$

Ecuațiile (2) se vor reprezenta grafic printr-un cerc al lui Mohr, absolut similar cu cel al tensiunilor, axele de coordonate fiind ε și $\alpha/_2$. Re-

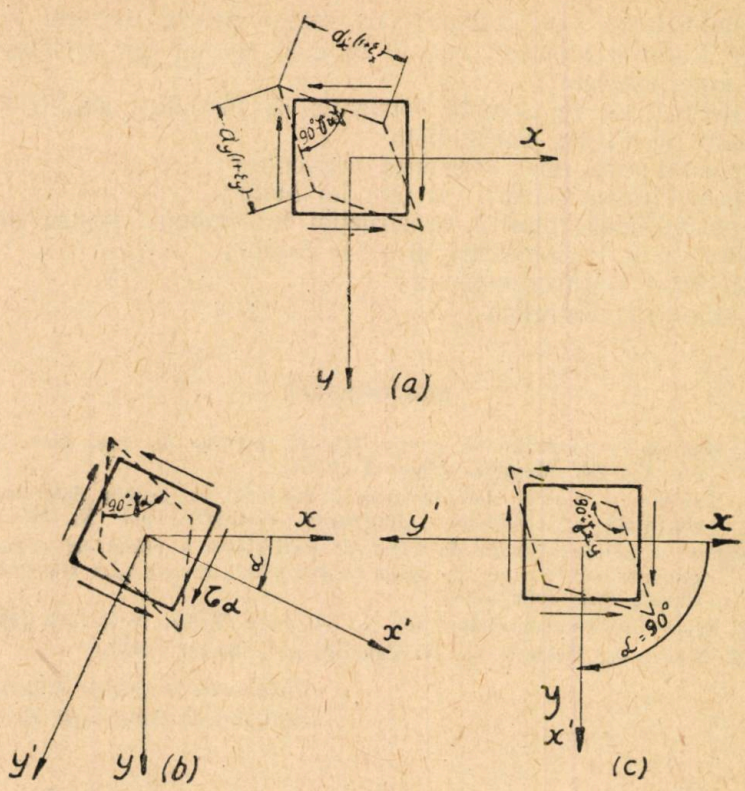


Fig. 7

laţiile dintre cele două cercuri sînt date de faptul că centrul cercului tensiunilor se află la $\frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$ iar centrul cercului deformaţiilor la $\frac{\varepsilon_{max} + \varepsilon_{min}}{2}$

şi cum:

$$\varepsilon_{max} = \frac{\sigma_{max}}{E} - \mu \frac{\sigma_{min}}{E} \quad \text{iar} \quad \varepsilon_{min} = \frac{\sigma_{min}}{E} - \mu \frac{\sigma_{max}}{E}$$

rezultă:

$$\frac{\varepsilon_{max} + \varepsilon_{min}}{2} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \frac{1-\mu}{E}$$

La fel, raza cercului deformaţiilor va fi:

$$r = \frac{\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}}{2} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \frac{1+\mu}{E}$$

Ţinînd seama de aceste relaţii, se poate trece uşor de la cercul tensiunilor la cercul deformaţiilor şi invers.

4. Din punerea problemei în modul arătat mai sus rezultă:

a) necesitatea unei convenții de semne pentru tensiuni tangențiale și pentru lunecări specifice rezultă în mod special din problemele Elasticității experimentale;

b) necesitatea ca această convenție să fie unică pentru Rezistența Materialelor și Teoria Elasticității;

c) posibilitatea unei asemenea convenții;

d) posibilitatea folosirii cercului lui Mohr;

e) posibilitatea folosirii construcției lui Rubinin pentru prelucrarea rezultatelor unei tensometrări printr-o rozetă;

f) evitarea oricăror confuzii;

g) avantagii didactice.

BIBLIOGRAFIE

1. **M. V. Rubinin** — Îndrumător pentru lucrări practice de Rez. Mat., partea I-a, Ed. II, Ed. Maşghiz, Moscova (1951).
2. **M. V. Rubinin** — Cercul deformațiilor și folosirea sa pentru determinarea experimentală a tensiunilor. „Ingenernîi sbornic", Tom. X, Moscova (1951).
3. **R. Kappus** — „Determination de l'état de contraintes à partir de mesures d'allongements par le cercle de Mohr et son pole", revista „La recherche aéronautique", mai—iulie (1953).
4. **M. M. Frocht** — Photoelasticity, vol. I, Ed. John Wiley, New-York (1949).
5J. **G. M. Swain—A. Mehmel** — „Festigkeitslehre", Berlin (1928).

Catedra de Rezistența Materialelor
Institutul de Construcții București

ПО ПОВОДУ УНИФИКАЦИИ ПРАВИЛ ЗНАКОВ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СОПРОТИВЛЕНИИ МАТЕРИАЛОВ И ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

(Краткое содержание)

В этой статье предлагается унификация правил знаков касательных напряжений и сдвигов в „Сопротивлении материалов" и Теории упругости", а также доказывается необходимость обьединенного правила, в вопросах зкспериментальной упругости.

SUR L'UNIFICATION DES CONVENTIONS DE SIGNES DES TENSIONS TANGENTIELLES DANS LA RÉSISTENCE DES MATÉRIAUX ET DANS LA THÉORIE DE L'ELASTICITÉ

(Résumé)

Dans cet article on propose l'unification des conventions de signes des tensions tangentielles et des glissements dans la Résistence des Matériaux et dans la Théorie de l'Elasticité, et on montre la nécessité d'une telle convention unifiée, spécialement pour les problemes de l'Elasticité expérimentale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

539.4

ASUPRA UNOR PROBLEME ALE ELASTODINAMICII PLANE *)

de PETRE P. TEODORESCU

1. Problemele de elastodinamică au făcut obiectul studiilor multor cercetători, încă de la mijlocul secolului trecut. Primul care a dat o rezolvare în deplasări a acestei probleme, în cazul spațial, a fost A. Clebsch [5]; el a folosit patru funcții de eforturi, care trebuiau să verifice anumite condiții de tip hiperbolic. Recent, M. Iacovache [7] a găsit un analog al vectorului lui Galerkin pentru această problemă, metodă de rezolvare aplicabilă în caz general. De asemenea W. Noll [10] a reluat problema pentru cazul micilor mișcări staționare, rezultatele sale putîndu-se obține din cele date de M. Iacovache.

Ulterior s-a pus și problema amortizării acestor mișcări, problemă care a căpătat o deosebită importanță în cazul propagării undelor seismice. B. Galițîn [6] a stabilit ecuațiile corespunzătoare acestui caz, introducînd forțe de amortizare proporționale cu vitezele. O soluție în deplasări a problemei, folosind vectorul lui Galerkin, a fost dată de M. Iacovache [7] în 1949.

Toate soluțiile indicate mai sus pentru problemele spațiale ale elastodinamicii sînt soluții în deplasări. Nu cunoaștem nicio rezolvare în eforturi a acestor probleme.

2. În particular se definește o problemă plană a elastodinamicii (stare de tensiune plană sau stare de deformație plană), absolut analogă cu problema plană a elastostaticii. Aceasta corespunde la integrarea, cu anumite condiții pe contur date, a sistemului de ecuații al micilor mișcări

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X &= \varrho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y &= \varrho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \end{aligned} \tag{1}$$

unde X, Y sînt componentele forței masice a unității de volum, iar ϱ este masa specifică; σ_x, σ_y, sînt eforturile unitare normale iar τ_{xy} este efortul unitar tangențial; u și v sînt componentele deplasării.

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

Acestui sistem i se asociază legea lui Hooke, scrisă pentru cazul unei stări de tensiune plană sub forma

$$E\frac{\partial u}{\partial x}=\sigma_x-\mu\,\sigma_y\,,$$

$$E\frac{\partial v}{\partial y}=\sigma_y-\mu\,\sigma_x\,, \tag{2}$$

$$E\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)=2\,(1+\mu)\,\tau_{xy}\,,$$

unde E este modulul de elasticitate longitudinală iar μ este coeficientul lui Poisson. În cazul unei stări de deformație plană se folosesc constantele elastice generalizate

$$E_0=\frac{E}{1-\mu^2}\,;\quad \mu_0=\frac{\mu}{1-\mu}\,. \tag{3}$$

3. În 1935, L. Sobrero [12] a dat o soluție în deplasări a acestei probleme, în cazul unei stări de deformație plană, cu ajutorul unei singure funcții de deformații. R. E. D. Bishop a reluat problema în 1935, dînd și soluția corespunzătoare pentru cazul unei stări de tensiune plană. De asemenea Gr. C. Moisil [9] s-a ocupat de această problemă, dînd o soluție în deplasări cu ajutorul a două funcții de deformații și o soluție în eforturi cu ajutorul a trei funcții de eforturi.

În 1956, noi am dat [16] o soluție în eforturi a acestei probleme, folosind o singură funcție de eforturi; această soluție are avantajul că generalizează metoda clasică de rezolvare dată de G.-B. Airy [1], [2] pentru cazul elastostaticii plane. Ulterior J. R. M. Radok [11] a regăsit în mod independent această soluție, pe care a folosit-o în formularea problemei cu ajutorul funcțiilor de variabilă complexă.

Am arătat de asemenea cum se poate rezolva problema în cazul unor forțe masice oarecare [18], folosind o soluție dată anterior pentru cazul static [14]. Noi am prezentat și o soluție analogă pentru micile mișcări plane amortizate ale unui corp elastic [17], problemă care nu fusese încă atacată pînă în momentul respectiv.

4. Vom arăta întîi cum se poate rezolva problema în deplasări cu ajutorul unei singure funcții de deformații, de forma celei dată de K. Marguerre [8] pentru cazul static.

Eliminînd eforturile unitare între ecuațiile (1) și (2), găsim ecuațiile pe care trebuie să le verifice componentele vectorului deplasare

$$\Delta u+\frac{1+\mu}{1-\mu}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\frac{X}{G}=\frac{\varrho}{G}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\,,$$

$$\Delta v+\frac{1+\mu}{1-\mu}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\frac{Y}{G}=\frac{\varrho}{G}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\,, \tag{4}$$

unde $G=E/2\,(1+\mu)$ este modulul de elasticitate transversală.

În lipsa forțelor masice, ecuațiile de mai sus sînt verificate dacă luăm

$$u = \frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial x^2} + \frac{2}{1-\mu}\frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial y^2} - 2(1+\mu)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial t^2},$$
$$v = \frac{1+\mu}{1-\mu}\frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial x \partial y}, \tag{5}$$

sau

$$u = -\frac{1+\mu}{1-\mu}\frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial x \partial y},$$
$$v = \frac{2}{1-\mu}\frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial y^2} - 2(1+\mu)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial t^2}, \tag{5'}$$

unde funcția de deformații $\mathcal{F}(x, y; t)$ trebuie să verifice ecuația de tip hiperbolic

$$\Delta\Delta\Omega - (1+\mu)(3-\mu)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Delta\Omega + 2(1+\mu)^2(1-\mu)\frac{\varrho^2}{E^2}\frac{\partial^4 \Omega}{\partial t^4} =$$
$$= \square_1 \square_2 \Omega = \left[\Delta - (1-\mu^2)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\left[\Delta - 2(1+\mu)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\Omega = 0, \tag{6}$$

$\square$ fiind operatorul lui d'Alembert; operatorul Δ al lui Laplace se aplică numai variabilelor spațiale.

Dacă $X = X(x, y)$ și $Y = 0$ putem reprezenta deplasările prin relațiile (5) iar funcția de deformații verifică ecuația

$$\square_1 \square_2 \mathcal{F} + \frac{1-\mu^2}{E^2} X = 0. \tag{7}$$

De asemenea dacă $X = 0$ și $Y = Y(x, y)$ reprezentăm deplasările prin relațiile (5') iar funcția de deformații verifică ecuația

$$\square_1 \square_2 \mathcal{F} + \frac{1-\mu^2}{E^2} Y = 0. \tag{7'}$$

Pentru cazul general de încărcare cu forțe masice oarecare se poate folosi principiul suprapunerii efectelor. Folosind relațiile (2), putem calcula de asemenea expresiile eforturilor unitare.

5. Vom indica și soluția în eforturi, găsită de noi, mărginindu-ne la cazul particular cînd $X = Y = 0$. Integralele particulare pe care le introduce cazul unor forțe masice oarecare se pot găsi în [18].

Ecuația de continuitate se scrie sub forma

$$\Delta(\sigma_x + \sigma_y) = (1+\mu)\varrho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right), \tag{8}$$

sau numai în eforturi, ținînd seama de (2)

$$\square_1(\sigma_x + \sigma_y) = \left[\Delta - (1-\mu^2)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right](\sigma_x + \sigma_y) = 0. \tag{9}$$

Putem exprima eforturile unitare sub forma

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - (1+\mu)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2},$$
$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - (1+\mu)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}, \tag{10}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x\,\partial y} + \frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\iint\left[\Delta - (1-\mu^2)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]F\,dx\,dy + \tag{10'}$$
$$+\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[f_1(y;t) + f_2(x;t)\right].$$

De asemenea primele două relații (2) ne vor da componentele deplasării

$$Eu = \int\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}dx - \mu\frac{\partial F}{\partial x} - (1-\mu^2)\frac{\varrho}{E}\int\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}dx + \frac{\partial f_1(y;t)}{\partial y},$$
$$Ev = \int\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}dy - \mu\frac{\partial F}{\partial y} - (1-\mu^2)\frac{\varrho}{E}\int\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}dy + \frac{\partial f_2(x;t)}{\partial x}. \tag{11}$$

Ținînd seama de ecuația de continuitate (9), putem afirma că funcția $F = F(x, y; t)$ a eforturilor trebuie să satisfacă ecuația (6). A treia relație (2) ne va determina funcțiile $f_1(y;t)$ și $f_2(x;t)$ sub forma

$$\int\frac{\partial^3 F}{\partial y^3}dx + \int\frac{\partial^3 F}{\partial x^3}dy + 2\frac{\partial^2 F}{\partial x\,\partial y} - (1-\mu^2)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\int\frac{\partial F}{\partial y}dx + \right.$$
$$\left. + \int\frac{\partial F}{\partial x}dy\right) - 2(1-\mu)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\iint\left[\Delta - \left(1-\mu^2\right)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]F\,dx\,dy + \tag{12}$$
$$+\frac{\partial^2 f_1(y;t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_2(x;t)}{\partial x^2} - 2(1+\mu)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[f_1(y;t) + f_2(x;t)\right] = 0.$$

Dacă introducem peste tot în (12) integrale duble în raport cu x și y, găsim sub semnul integral expresia din ecuația (6). Ecuația (12) este deci cu variabile separate și se poate descompune în două ecuații de forma

$$\frac{\partial^2 f_1(y;t)}{\partial y^2} - \frac{1}{\alpha^2}\frac{\partial^2 f_1(y;t)}{\partial t^2} + F_1(y;t) + E\,\omega_0(t) = 0,$$
$$\frac{\partial^2 f_2(x;t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha^2}\frac{\partial^2 f_2(x;t)}{\partial t^2} + F_2(x;t) - E\,\omega_0(t) = 0, \tag{13}$$

funcția $\omega_0(t)$ fiind arbitrară, iar α fiind o viteză de propagare a undelor de forfecare dată de

$$2(1+\mu)\frac{\varrho}{E} = \frac{1}{\alpha^2}. \tag{14}$$

Prin integrare obținem

$$f_1(y;t) = \varphi_1(y-at) + \psi_1(y+at) + \bar{f}_1(y;t) + \\ + E\left[-\omega_0(t)\frac{y^2}{2} + u_0(t)\,y\right],$$

$$f_2(x;t) = \varphi_2(x-at) + \psi_2(x+at) + \bar{f}_2(x;t) + \\ + E\left[\omega_0(t)\frac{x^2}{2} + v_0(t)\,x\right], \tag{15}$$

unde φ_1, φ_2; ψ_1, ψ_2 sînt funcții arbitrare; $\bar{f}_1(y;t)$ și $\bar{f}_2(x;t)$ sînt integrale particulare ale ecuațiilor (13), iar $u_0(t)$, $v_0(t)$; $\omega_0(t)$ sînt deplasările, respectiv rotirea corpului, considerat ca un rigid.

6. T. Boggio [4] a arătat că o ecuație cu derivate parțiale de forma

$$D_1 D_2 \cdots D_p\,\Omega = 0, \tag{16}$$

unde D_i sînt operatori diferențiali primi între ei, are o integrală generală de forma

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 + \cdots + \Omega_p, \tag{17}$$

unde Ω_i este integrala generală a ecuației

$$D_i\,\Omega_i = 0, \qquad (i = 1, 2, \cdots, p). \tag{18}$$

7. În cazul soluției în deplasări a problemei vom putea scrie funcția $\mathcal{F}$ sub forma

$$\mathcal{F}(x, y; t) = \chi(x, y; t) + \varkappa(x, y; t), \tag{19}$$

unde noile funcții sînt integrale generale ale ecuațiilor

$$\square_1 \chi = \left[\Delta - (1-\mu^2)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\chi = 0,$$

$$\square_1 \varkappa = \left[\Delta - 2(1+\mu)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\varkappa = 0. \tag{20}$$

În acest caz observăm că putem scrie relațiile (5), de exemplu, și sub forma

$$u = \frac{1+\mu}{1-\mu}\frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial y^2} + \square_2 \chi,$$

$$v = -\frac{1+\mu}{1-\mu}\frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial x\,\partial y}. \tag{21}$$

Observăm că deplasările verifică ecuația de ordinul patru

$$\square_1 \square_2\,\Omega = 0. \tag{22}$$

Prin urmare putem reprezenta funcția Ω sub forma

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2, \tag{23}$$

unde funcțiile Ω_i trebuie să verifice ecuația de ordinul al doilea

$$\square_i \Omega_i = 0 \qquad (i = 1,2)\cdot \tag{24}$$

Componentele deplasării se vor putea descompune deci sub forma

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 , \\ v &= v_1 + v_2 \cdot \end{aligned} \tag{25}$$

Ținînd seama de (21), vom putea scrie deplasările

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{\partial_2 \chi}{\partial x^2} + \frac{2}{1-\mu}\frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} - 2(1+\mu)\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2}, \\ v_1 &= -\frac{1+\mu}{1-\mu}\frac{\partial^2 \chi}{\partial x \partial y}, \\ u_2 &= \frac{1+\mu}{1-\mu}\frac{\partial^2 \varkappa}{\partial y^2}, \\ v_2 &= -\frac{1+\mu}{1-\mu}\frac{\partial^2 \varkappa}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \tag{26}$$

Folosind delațiile (2), putem calcula și eforturile unitare corespunzătoare.

8. În cazul soluției în eforturi a problemei, scrim funcția F sub forma

$$F(x, y; t) = \Phi(x, y; t) + \Psi(x, y; t), \tag{27}$$

noile funcții fiind integrale geenrale ale ecuațiilor

$$\begin{aligned} \square_1 \Phi &= 0 , \\ \square_2 \Psi &= 0 . \end{aligned} \tag{28}$$

In acest caz observăm că eforturile unitare (10) și (10′) se pot scrie și sub forma

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{1}{2}\square_2 \Phi - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)F, \\ \sigma_y &= \frac{1}{2}\square_2 \Phi + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)F, \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + \frac{1}{2(1+\mu)}\iint \Delta \square_1 \Psi \, dx\, dy + \\ &\quad + \frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2}{\partial t^2}[f_1(y; t) + f_2(x; t)], \end{aligned} \tag{29}$$

iar componentele deplasării vor deveni

$$Eu = \frac{1-\mu}{2}\int \square_2 \Phi\, dx - \frac{1+\mu}{2}\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1+\mu}{2}\int \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\, dx + \frac{\partial f_1(y;t)}{\partial y},$$
$$Ev = \frac{1-\mu}{2}\int \square_2 \Phi\, dy - \frac{1+\mu}{2}\frac{\partial F}{\partial y} + \frac{1+\mu}{2}\int \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\, dy + \frac{\partial f_2(x;t)}{\partial x}. \tag{30}$$

Observăm că și eforturile unitare verifică ecuația (22) și se pot descompune sub forma

$$\sigma_x = \sigma_x^1 + \sigma_x^2,$$
$$\sigma_y = \sigma_y^1 + \sigma_y^2, \tag{31}$$
$$\tau_{xy} = \tau_{xy}^1 + \tau_{xy}^2.$$

Ținînd seama de ecuațiile (28), (29) și (29′), rezultă că eforturile unitare (31) devin

$$\sigma_x^1 = \frac{1}{2}\square_2 \Phi - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Phi,$$
$$\sigma_x^2 = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Psi, \tag{32}$$
$$\sigma_y^1 = \frac{1}{2}\square_2 \Phi + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Phi,$$
$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Psi,$$
$$\tau_{xy}^1 = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x\, \partial y},$$
$$\tau_{xy}^2 = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x\, \partial y} + \frac{1}{2(1+\mu)}\iint \Delta \square_1 \Psi\, dx\, dy + \tag{32′}$$
$$+ \frac{\varrho}{E}\frac{\partial}{\partial t^2}\left[f_1(y;t) + f_2(x;t)\right].$$

De asemenea, deplasările (25) se vor putea scrie, ținînd seama de (28) și (30), sub forma

$$Eu_1 = -(1+\mu)\frac{\partial \Phi}{\partial x} + g_1(y;t),$$
$$Eu_2 = -\frac{1+\mu}{2}\frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{1+\mu}{2}\int \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}\, dx + \frac{\partial f_1(y;t)}{\partial y}, \tag{33}$$
$$Ev_2 = -(1+\mu)\frac{\partial \Phi}{\partial y} + g_2(x;t),$$
$$Ev_2 = -\frac{1+\mu}{2}\frac{\partial \Psi}{\partial y} + \frac{1+\mu}{2}\int \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}\, dy + \frac{\partial f_2(x;t)}{\partial x}.$$

Funcțiile $f_1(y;t)$ și $f_2(x;t)$ vor fi determinate de ecuația cu variabile separate

$$\frac{1+\mu}{2}\left(\int\frac{\partial^3\Psi}{\partial y^3}dx+\int\frac{\partial^3\Psi}{\partial x^3}dy+2\frac{\partial^2\Psi}{\partial x\,\partial y}\right)-\iint\Delta\square_1\Psi\,dx\,dy+$$

$$+\frac{\partial^2 f_1(y;t)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 f_2(x;t)}{\partial x^2}-\frac{2(1+\mu)\varrho}{E}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[f_1(y;t)+f_2(x;t)\right]=0. \tag{34}$$

Această ecuație este de aceiași formă cu ecuația (12) și se poate integra analog.

Funcțiile $g_1(y;t)$ și $g_2(x;t)$ trebuie să verifice ecuația cu variabile separate

$$\frac{\partial g_1(y;t)}{\partial y}+\frac{\partial g_2(x;t)}{dx}=0. \tag{35}$$

De aici obținem sub formă generală

$$\begin{aligned} g_1(y;t) &= E\left[-\bar{w}_0(t)\,y+\bar{u}_0(t)\right], \\ g_2(x;t) &= E\left[\bar{w}_0(t)\,x+\bar{v}_0(t)\right]. \end{aligned} \tag{36}$$

Funcțiile $\bar{u}_0(t)$, $\bar{v}_0(t)$ și $\bar{w}_0(t)$ corespund la o mișcare a corpului ca un rigid, mișcare care nu produce eforturi suplimentare. Ele pot fi înglobate în integrala generală a ecuației (34), care ne dă expresii de forma (15).

9. Fie că folosim soluția în eforturi a problemei, fie că folosim soluția în deplasări, observăm că putem scrie

$$\frac{\partial u_1}{\partial y}-\frac{\partial v_1}{\partial x}=0. \tag{37}$$

Deci undele elastice date de prima ecuație (20) sau (28), la care corespunde indicele 1, sînt unde irotaționale; aceste unde longitudinale sînt de natura unor unde de dilatare-condensare.

Din primele două relații (2) putem scrie

$$E\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)=(1-\mu)(\sigma_x+\sigma_y)\cdot \tag{38}$$

Observăm că suma eforturilor unitare normale este dată de relația

$$\sigma_x+\sigma_y=\sigma_x^1+\sigma_y^1=\square_2\Phi, \tag{39}$$

iar suma celorlalte două componente este nulă

$$\sigma_x^2+\sigma_y^2=0. \tag{40}$$

Relația (40) atrage după sine

$$\frac{\partial u_2}{\partial x}+\frac{\partial v_2}{\partial y}=0. \tag{41}$$

Deci undele elastice date de a doua ecuație (20) sau (28), la care corespunde indicele 2, sînt unde de forfecare (distorsiune); aceste unde transversale corespund la o deformare sub volum constant.

10. Prin considerațiile de mai sus, noi am descompus tensorul tensiune în doi tensori componenți

$$\mathcal{T} = \mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_2 . \tag{42}$$

Dacă $\mathcal{T}_2$ este tensorul deviator, tensorul $\mathcal{T}_1$ va fi tensorul sferic. În acest caz, ținînd seama și de (39), va trebui să avem îndeplinită relația

$$\sigma_x^1 = \sigma_y^1 = \frac{1}{2} \square_2 \Phi . \tag{43}$$

Din expresiile (32) rezultă că

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Phi = 0 . \tag{44}$$

Deci tensorul sferic, respectiv deviator, reprezintă stări de tensiune independente numai dacă funcția eforturilor este dată de prima ecuație (28), unde operatorul Δ se referă la o singură variabilă spațială, respectiv de a doua ecuație (28).

Într-o lucrare anterioară [21] am arătat cum se poate face un asemenea studiu. Se pot generaliza metodele folosite și pentru cazul de mai sus.

11. Dacă alegem o funcție Ω de forma

$$\Omega (x, y ; t) = \Omega (x, y) \, T (t) , \tag{44}$$

ecuația (6) ne arată că funcția temporală trebuie să verifice o ecuație diferențială de forma

$$\frac{d^2 T}{dt^2} \pm \gamma^2 T = 0 . \tag{46}$$

Dacă luăm semnul minus, rezultă o mișcare aperiodică; dacă lnăm $\gamma = 0$, rezultă o mișcare aperiodică critică. Aceste cazuri sînt mai puțin interesante în practică. Luînd semnul plus, obținem vibrații periodice.

Funcția temporală va fi în acest caz de forma

$$T (t) = A \cos \gamma t + B \sin \gamma t. \tag{47}$$

În general funcția eforturilor se va obține printr-o suprapunere de vibrații armonice

$$\Omega (x, y ; t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Omega_n (x, y) \cos (\theta_n + \gamma_n t) , \qquad \left(\gamma_n = \frac{2 n \pi}{T} \right) , \tag{48}$$

unde θ_n este diferența de fază iar T este perioada.

Ecuația (6) va deveni o ecuație bimetaarmonică

$$(\Delta + k_{1n}^2) (\Delta + k_{2n}^2) \, \Omega_n (x, y) = 0 , \tag{49}$$

unde am notat

$$k_{1n}^2 = (1 - \mu^2)\frac{\varrho}{E}\gamma_n^2, \qquad k_{2n}^2 = (1 + \mu)\frac{\varrho}{E}\gamma_n^2, \tag{50}$$

iar funcțiile metaarmonice $\chi_n(x, y)$, $\varkappa_n(x, y)$ și $\Phi_n(x, y)$, $\Psi_n(x, y)$ corespunzătoare vor fi date de

$$(\Delta + k_{1n}^2)\chi_n = (\Delta + k_{1n}^2)\Phi_n = 0, \qquad (\Delta + k_{2n}^2)\varkappa_n = (\Delta + k_{2n}^2)\Psi_n = 0. \tag{51}$$

Aceste ecuații ne dau starea de tensiune și starea de deformație corespunzătoare unor vibrații staționare.

Ecuațiile (51) admit integrale sub forma de dezvoltări în serie Fourier în raport cu una din variabile, ceea ce ușurează rezolvarea problemelor practice.

12. Din punct de vedere al condițiilor pe contur vom distinge două cazuri particulare importante:

a) Corpul este solicitat de sarcini periodice. În acest caz putem folosi dezvoltările în serie Fourier pentru funcțiile metaarmonice și vom folosi o funcție $\Omega(x, y, ; t)$ de forma (48). Vom reprezenta sarcinile periodice sub aceiași formă, ceea ce ne va permite să scrim cu ușurință condițiile pe contur.

b) Corpul este supus unui șoc. În acest caz vom înlocui dezvoltarea în serie Fourier (48) printr-o integrală Fourier în raport cu timpul. Vom exprima sarcinile exterioare sub aceiași formă, ceea ce ne va permite să punem condițiile pe contur. Va interveni în calcul limita

$$\lim_{\substack{P \to \infty \\ \Delta \to 0}} P \Delta t, \tag{52}$$

folosind astfel noțiunea de impuls mecanic.

Pentru punerea condițiilor pe contur sub forma sugerată mai sus putem folosi metodele expuse în [13], [19] și [20].

De asemenea putem utiliza o metodă aproximativă de a pune condițiile la limită numai în unele puncte ale conturului, ca în lucrarea [15].

13. Este interesantă extinderea rezultatelor de mai sus la corpurile anizotrope, unde relațiile (2) sînt înlocuite printr-o relație liniară mai generală, sub forma dată în [22] de exemplu. Analog este interesant să se studieze tipurile de unde care apar în acest caz.

Catedra de Rezistența Materialelor
Institutul de Construcții București

BIBLIOGRAFIE

1. **G.-B. Airy** — British Assoc. Adv. Sci. Rept., 1862.
2. — — On the Strains in the interior of Beams, Phil.-Trans., 1863, vol. 153, p. 49.
3. **R. E. D. Bishop** — Dynamical Problems of Plane Stress and Plane Strain, Q.J.M.A.M., 1953, vol. VI, part. 2, p. 250.
4. **T. Boggio** — Sull'integrazione di alcune equazioni lineari alle derivati parziali, Annali di Matematica pura ed applicata, 1903, s. III, t. VIII, p. 181.
5. **A. Clebsch** — Ueber die Reflexion an einer Kugelfläche, Journal für die reine und angewandte Mathematik, 1863, vol. 61, p. 195.
6. **B. Galiţin** — Ueber die Dispersion und Dämpfung der seismischen Oberflächwellen, Bull. de l'Acad. Imp. des Sc. de St. Pétersbourg, 1912, seria a 6-a, p. 219.
7. **M. Iacovache** — O extindere a metodei lui Galerkin pentru sistemul ecuaţiilor elasticităţii, Bul. ştiinţ. Acad. R. P. R., seria A, t. I., nr. 6, mai 1949, p. 593.
8. **K. Marguerre** — Ansätze zur Lösung der Grundgleichungen der Elastizitätstheorie, Z.A.M.M., vol. 35, nr. 6/7, 1955, p. 242.
9. **Gr. C. Moisil** — Teoria preliminară a sistemelor de ecuaţii cu derivate parţiale liniare cu coeficienţi constanţi, Bul. ştiinţ. Acad. R.P.R., Secţia de ştiinţe matematice şi fizice, t. IV, nr. 2, 1952, p. 319.
10. **W. Noll** — Verschiebungsfunktionen für elastische Schwingungsprobleme, Z.A.M.M., vol. 37, nr. 3/4, 1957, p. 81.
11. **J. R. M. Radok** — On the Solution of Problems of Dynamic Plane Elasticity, Q.A.M., vol. XIV, nr. 3, Oct. 1956, p. 289.
12. **L. Sobrero** — Delle funzioni analoghe al potenziale intervenienti nella fisica-matematica, Rendiconti della R. Accademia Nazionale dei Lincei, 1935, vol. XXI, s. 6, sem. I, p. 448.
13. **P. P. Teodorescu** — Calculul grinzilor pereţi cu o singură deschidere în caz general de rezemare şi de încărcare, Edit. Min. Inv., Bucureşti, 1955.
14. — — O metodă de rezolvare a problemei plane a teoriei elasticităţii în cazul unor forţe masice oarecare, Com. Acad. R.P.R., t. VI, nr. 2, 1956, p. 285.
15. — — O metodă de aproximare a condiţiilor pe contur în cazul problemei plane a elasticităţii, St. şi cerc. de mec. apl., t. VII, nr. 3, 1956, p. 655.
16. — — Asupra unei metode generale de rezolvare a problemei plane a elastodinamicii, Com. Acad. R.P.R., t. VI, nr. 6, iunie 1956, p. 795.
17. — — O metodă de rezolvare în eforturi a problemei plane a micilor mişcări amortizate, Bul. ştiinţ. Acad. R.P.R., Secţia de şt. mat. şi fizice, t. VIII, nr. 4, 1956, p. 723.
18. — — On the Plane Problem of the Elastodynamics, Rev. de Méc. Appl., t. I, nr. 2, 1956, p. 179 (şi ediţia în limba rusă „O ploskoi zadace elastodinamiki", Jurn. Prikl. meh., t. I, nr. 2, 1956, p. 181).
19. — — Asupra calculului grinzilor pereţi cu o singură deschidere, partea I, St. şi cerc. de mec. apl., t. VIII, nr. 1, 1957, p. 115.
20. — — Asupra calculului grinzilor pereţi cu o singură deschidere, partea II, St. şi cerc. de mec. apl., t. VIII, nr. 2, 1957, p. 451
21. — — Quelques considòrations concernant le problème plan de la théorie de l'élasticité, Bull. Math. 1957, nr. 3, p.
22. — — Asupra problemei plane a elasticităţii unor corpuri anizotrope, I. Relaţii între eforturi unitare şi deformaţii specifice, Com. Acad. R.P.R., t. VII. nr. 4, 1957, p. 395.

ПО ПОВОДУ НЕКПТОРЫХ ВОПРОСОВ ЭЛАСТОДИНАМИКИ

(Краткое со́держание)

После краткого обзора автор указывает как можно решать задачи как в отношении напряжения, так и в отношении перемещения.

Применяя тиарему Божжио, автор исследует зозникающие упругие волны. Даются также указания, касающиеся интегрирования дифференциальных уравнений задачи и предельных условий.

SUR QUELQUES PROBLEMES DE L'ELASTODYNAMIQUE PLANE

(Résumé)

Après avoir fait un court historique, l'auteur démontre comment on peut résoudre ces problèmes tant en efforts quant aux déplacements.

En utilisant un théorème du à T. Boggio, on étudie les ondes élastiques qui surgissent. On donne aussi des indications concernant l'intégration des équations différentielles dû problème et les conditions aux limites.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

624.9

CONTRIBUȚIUNI LA STUDIUL VIBRAȚIILOR ȘI STABILITĂȚII CONSTRUCȚIILOR ÎN CADRE SUPRAPUSE *)

de SANDA HANGAN

La construcțiile înalte, cu dimensiuni transversale reduse, problema vibrațiilor posibile proprii sau întreținute este determinantă în studiul stabilității și rezistenței lor.

Datorită aplicării sau suprimării brusce ale unor forțe, construcțiile efectuează vibrații proprii care obișnuit se amortizează ușor dar prezintă interes atît prin amplitudinile lor cît și prin eventualele cazuri de nestabilitate la care pot da naștere. Datorită acestora, apar în construcții eforturi și deformații care în multe cazuri nu pot fi neglijate.

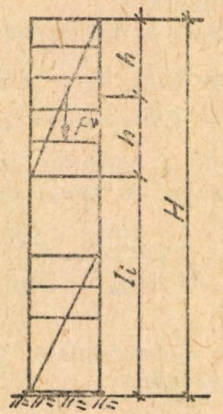


Fig. 1

Să considerăm o structură plană, realizată dintr-un cadru cu etaje și astfel încît datorită lipsei de ziduri despărțitoare, unul din nivele să prezinte stîlpi cu elasticitate mai mare (fig. 1). Sub această formă structura apare ca fiind realizată dintr-un bloc rigid rezemat pe stîlpi elastici. Presupunem că datorită unei forțe exterioare, construcția a fost scoasă din poziția sa de echilibru și după îndepărtarea forței execută o mișcare vibratorie în planul său.

Dacă notăm cu u, v, θ respectiv deplasările centrului de masă O pe axele O_x și O_y și θ rotirea construcției rigide în jurul acestui centru, un punct din planul capetelor superioare ale stîlpilor elastici de coordonate $(x_i, y_i - h)$ va suferi o deplasare dată de

$$(2) \quad \begin{cases} u_i = u + h\theta \\ v_i = v + x_i\theta \end{cases}$$

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

(rotirile θ sînt foarte mici se pot deci face aproximațiile

$$\sin\theta \cong \theta,\ \cos\theta \cong 1) \cdot$$

In capetele stîlpilor vor apărea atunci forțe elastice, proporționale cu deplasările, factorii de proporționalitate fiind:

— pentru deplasările transversale pe axa unui stîlp curent i

$$k_i' = \frac{P_{fi} - P_i}{l_{fi}}$$

— pentru deplasările axiale ale unui stîlp curent i $k_i = \frac{E_i A_i}{li}$

unde s-a notat

P_{fi} — sarcina de flambaj a stîlpului i
P_i — sarcina stîlpului i
l_i — lungimea stîlpului i
l_{fi} — lungimea de flambaj a stîlpului i
E — modulul de elasticitate al materialului din care este realizat stîlpul i
A_i — secțiunea stîlpului i

Rezultantele forțelor elastice din capetele stîlpilor sînt date de

$$(2)\quad \begin{cases} F_x = \Sigma F_{ix} = -u \Sigma k_i' - h\theta \Sigma k_i' \\ F_y = \Sigma F_{iy} = -v \Sigma k_i - \theta \Sigma k_i x_i \end{cases}$$

Mișcarea porțiunii rigide a cadrului, în planul său, se poate studia folosind ecuațiile lui Lagrange de speța doua

$$(3)\quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial E}{\partial q_k} = Q_k$$

unde

q_k, Q_k sînt respectiv coordonatele generalizate și componentele forței generalizate

$$E = \frac{1}{2} M (\dot{u}^2 + \dot{v}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2$$

este energia cinetică a sistemului

M — masa porțiunii rigide din construcție
I — momentul de inerție al porțiunii rigide din construcție în raport cu axul de rotație.

Considerînd că există o simetrie de alcătuire și încărcare, scrierea ecuațiilor lui Lagrange conduce la un sistem de ecuații diferențiale de forma:

$$(4)\quad \begin{cases} M\ddot{v} + v \Sigma k_i = 0 \\ M\ddot{u} + u \Sigma k_i' = -h\theta \Sigma k_i' \\ I\ddot{\theta} + \theta (h^2 \Sigma k_i' + \Sigma \frac{E_i \ddot{A}_i}{l_i} x_i^2 - Ph) = -hu \Sigma k_i' \end{cases}$$

căruia îi corespunde ecuația pentru pulsații

$$(5)\quad \begin{vmatrix} -M\omega^2+\Sigma\frac{E_iA_i}{l_i} & O & O \\ O & -M\omega^2+\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}} & h\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}} \\ O & h\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}} & -I\omega^2+h^2\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}}+\Sigma\frac{E_iA_i}{l_i}x_i^2-Ph \end{vmatrix}=0$$

ale cărei soluții au următoarele valori:

$$(6)\quad \omega_1^2=\frac{1}{M}\Sigma\frac{E_iA_i}{l_i}$$

$$\omega_2^2=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{M}\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}}+\frac{h^2\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}}+\Sigma\frac{E_iA_i}{l_i}x_i^2-Ph}{I}\right]+$$

$$+\frac{1}{2}\sqrt{\left[\frac{1}{M}\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}}-\frac{h^2\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}}+\Sigma\frac{E_iA_i}{l_i}x_i^2-Ph}{I}\right]^2+4\frac{h^2}{MI}\Sigma\left[\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}}\right]^2}$$

$$\omega_3^2=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{M}\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}}+\frac{h^2\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}}+\Sigma\frac{E_iA_i}{l_i}x_i^2-Ph}{I}\right]-$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{\left[\frac{1}{M}\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}}-\frac{h^2\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}}+\Sigma\frac{E_iA_i}{l_i}x_i^2-Ph}{I}\right]^2+4\frac{h^2}{MI}\left[\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}}\right]^2}$$

Pentru ca construcția să nu treacă prin stări critice, trebuie ca pătratul pulsațiilor să fie pozitiv, adică:

$$(7)\quad \frac{4}{MI}\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}}\left[h^2\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}}+\Sigma\frac{E_iA_i}{l_i}x_i^2-Ph\right]>\frac{4}{MI}h^2\left[\Sigma\frac{P_{fi}-P_i}{l_{fi}}\right]^2$$

Pentru pierderea stabilității rezultă o valoare critică pentru P, dată de

$$(8)\quad P_{cr}=\frac{1}{h}\Sigma\frac{E_iA_i}{l_i}x_i^2$$

și condiția de pierdere a stabilității prin deplasări orizontale

$$\Sigma \frac{P_{fi} - P_i}{l_{fi}} = 0 \tag{9}$$

Presupunînd că stîlpii construcției sînt realizați din același material (respectiv au același modul de elasticitate E) și au aceiași lungime l, sarcina critică (8) se poate scrie și sub forma

$$P_{cr} = \frac{E \Sigma A_i x_i^2}{lh} = \frac{E J_y}{lh} = \zeta \frac{E J_y}{l^2} \tag{10}$$

unde s-a notat

$$J_y = \Sigma A_i x_i^2$$

$$\zeta = \frac{l}{h}$$

De observat că P_{cr} reprezintă încărcarea critică a întregii construcții masive de deasupra stîlpilor elastici.

Din formula (10) rezultă valoarea minimă a sarcinii critice pentru $1 = \frac{H}{2} h = \frac{H}{4}$ (deoarece $lh = \max.$, pentru $2h = H$), adică încărcarea minimă corespunzătoare fenomenului de pierdere a stabilității prin rotație, se prezintă atunci cînd construcția are stîlpi elastici de lungime egală cu jumătate din cota centrului de masă, măsurată de la fundație.

★

Efectul tasării fundațiilor pentru încărcarea critică la pierderea stabilității prin rotație a unei astfel de construcții, se poate introduce în calcule prin definirea unei lungimi echivalente de stîlp (fig. 2).

$$l_1 = l + \frac{EA}{c A_f} \tag{11}$$

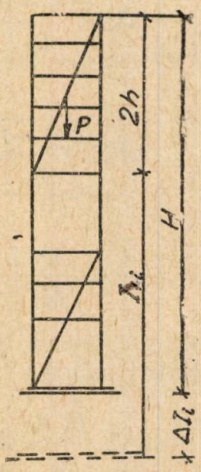


Fig. 2

unde s-a notat

c — coeficientul de tasare al terenului (kg/cm³)

A_f — suprafața fundației stîlpului i

Formula (10) devine

$$P_{cr} = \frac{E J_y}{l_1 h} = \frac{2 E J_y}{l_1 (2h)} \tag{12}$$

și valoarea minimă a sarcinii se va obține pentru

$$l + \frac{E J_y}{c J_{fy}} = H - l \qquad \text{(deoarece } 2h + l = H\text{)} \tag{13}$$

am notat $\frac{1}{\Sigma A_{fl} x^2} = \frac{1}{J_{fy}}$

sau

$$l = \frac{1}{2}\left(H - \frac{E J_y}{c J_{fy}}\right) \tag{14}$$

adică nivelul cel mai periclitat la nestabilitate datorită rotației, corespunzător încărcărilor critice minime, se găsește sub jumătate din înălțimea construcției $l < \frac{H}{2}$, ceea ce rezultă și din observațiile făcute la cutremurul din 1940, cînd la blocurile înalte, regiunea cea mai solicitată a fost cuprinsă între 1/4 și 1/2 din înălțimea construcției măsurată de la fundație.

★

Coeficientul de siguranță al unei construcții avînd posibilitatea de a pierde stabilitatea prin rotație este dat

$$s = \frac{P_{cr}}{P} = \frac{\Sigma \frac{E J_y}{lh}}{\sigma \Sigma A_i} = \frac{E}{\sigma l h} \frac{\Sigma A_i x_i^2}{\Sigma A_i} \tag{15}$$

Acest coeficient de siguranță are același ordin de mărime cu coeficientul de siguranță la pierderea de stabilitate prin flambaj general, pentru construcțiile foarte înalte și foarte înguste, în unele cazuri putînd fi determinant.

★

Rezultă următoarele concluzii privitoare la pierderea stabilității unei construcții rigide rezemate pe stîlpi elastici:

1. Deformațiile axiale ale stîlpilor unei construcții înalte datorite încărcărilor axiale sau deformării ansamblului sub forțe orizontale, pot provoca vibrații suplimentare importante în construcții.

2. Deformările axiale ale stîlpilor, în urma unor solicitări produse prin forțe orizontale care dau o încovoiere generală ansamblului unei construcții, pot provoca o stare de nestabilitate căreia îi corespunde o sarcină critică dată de

$$P_{cr} = \varsigma \frac{E J_y}{l^2}$$

3. Deformările terenului sporesc efectul sarcinilor axiale din stîlpi în cazul de nestabilitate. Aceste deformări pot fi asimilate unei suprainălțări a construcției, relația de echivalență fiind:

$$l_1 = l + \frac{E J_y}{c J_{fy}}$$

4. Coeficientul de siguranță la stabilitatea prin rotație depinde de dimensiunile geometrice ale construcției, de caracteristicile elastice ale materialelor și de natura terenului de fundație. Expresia lui este dată de

$$s = \frac{E}{\sigma l h} \frac{\Sigma A_i x_i^2}{\Sigma A_i}$$

Catedra de Mecanică
Institutul de Construcții București

BIBLIOGRAFIE

1. **Smirnov A. F.** — Stabilitatea statică și dinamică a construcțiilor.
2. **Timoșhenko S.** — Théorie des vibrations. Paris (1947).
3. **Voinea R.** — Contribuțiuni la studiul stabilității elastice a construcțiilor static nedeterminate. (Teză de doctorat).

К ВОПРОСУ ИЗУЧЕНИЯ ВИБРАЦИИ И УСТОЙЧИВОСТИ СООРУЖЕНИЙ В МХОГОЭТАЖНЫХ РАМАХ

(Краткое содержание)

Исходиа из общих уравнений движения плоского тела, движущегося в своей плоскости под действием собственного веса и некоторого числа впругих сил, автор устанавливает случай потери устойчивости, имеющий место при повороте сооружения вокруг прямой, находящейся в плоскости упругих сил.

Автор устанавливает соотве ствующую критическую нагрузку с учетом осадки опор. Он доказывает, что числовой порядок коэффициента запаса устойчивости высокого здания в случае потери устойчивости при повороте является одним и тем же, что и у коэффициента запаса на потерю устойчивости при всеобщем продольном изгибе. Автор приходит к выводу о необходимости учета продольных деформаций стоек вибрирующих сооружений.

CONTRIBUTIONS A L'ÉTUDE DES VIBRATIONS ET DE LA STABILITÉ DES CONSTRUCTIONS RÉALISÉES EN CADRES SUPERPOSÉS

(Résumé)

De l'étude des equations générales du mouvement d'un corps plan, se mouvant dans son plan sous l'action de sa pesanteur et d'un certain nombre de forces élastiques, l'auteur établit l'existance d'un cas d'instabilité provenant de la rotation de la construction autour d'un axe situé dans la plan des appuis élastiques. On établit de même la charge critique correspondante, en tenant compte aussi du tassement du terrain. On démontre que l'ordre de grandeur du coefficient de sûreté d'une haute construction au cas de stabilité par rotation est le même que l'ordre de grandeur à la perte de stabilité par flambage général de la construction.

Il s'ensuit l'importance des déformations axiales des pillons des constructions qui effectuent des vibrations libres.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

ASUPRA STATICEI ŞI DINAMICEI SOLIDULUI REZEMAT *)

de ERNESTIN FISCHER

Comunicarea prezentă își propune drept scop ca, făcînd anumite observații asupra cazului solidului rezemat, să dovedească că prin scrierea și rezolvarea condițiilor de echilibru se obțin condiții necesare dar nu totdeauna suficiente pentru păstrarea repausului. Va reeși că suficiența nu este asigurată în cazurile în cari tratarea problemei mișcării solidului cu metodele uzuale ale Mecanicei nu are soluție unică.

Pentru obținerea de condiții atît necesare cît și suficiente — acolo unde aceasta este posibil în cadrul Mecanicei raționale — se va da în comunicare o metodă analitică și se va anunța existența uneia geometrice pentru cazul plan.

In continuare, pentru a decide care din cele două soluții — în cazul soluțiilor duble — are loc în realitate, se va face un studiu asupra unui exemplu tratat pe cale analitică, iar în încheiere se va da un exemplu tratat geometric pe scurt, în care ca și în precedentul, deși condițiile de echilibru sînt satisfăcute, totuși legile Mecanicei admit pe lîngă repaus și o mișcare bine determinată cu aceleași condiții inițiale.

1) Cazul colidului rigid rezemat prezintă particularitatea că reducerea efectuată de legătură în numărul gradelor sale de libertate depinde și de condițiile inițiale și forțele aplicate. *Un solid poate avea, în prezența unei anumite legături, mai multe tipuri de mișcare* în felul acesta, și, după cum se va vedea mai jos, această împrejurare se cere a fi luată în considerație și în metoda de studiu a mișcării.

Astfel, la o placă rigidă rezemată într-un punct, mișcarea de rostogolire pură, care corespunde unei funcționări depline a legăturii aspre, poate fi înlocuită la un moment dat cu o mișcare de rostogolire cu alunecare în punctul de contact sau chiar cu desprindere urmată de o mișcare plană oarecare, în caz că reacțiunea normală și tangențială „cerută" de mișcare în poziția, viteza și sub acțiunea forțelor active din acel moment nu poate fi „dată" de legătură. Placa va avea în cele trei cazuri, una, două, respectiv trei grade de libertate.

2) Atunci cînd mișcarea solidului supus la legături nu este cunoscută, datele problemei sînt forțele active precum și pozițiile și vitezele inițiale ale punctelor sale. Considerăm problema determinării acelor valori ale datelor de mai sus pentru cari solidul rezemat are un anumit tip de mișcare. Pentru fixarea ideilor și numai pentru aceasta *vom considera că tipul*

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

studiat este repausul. În această situație, ecuațiile exprimînd teoremele cantității de mișcare și momentului cinetic vor deveni ecuațiile de echilibru.

Metoda de lucru uzuală este aceea de a scrie și rezolva ecuațiile de echilibru, însoțite de relațiile exprimînd legea lui Coulomb. Trebue observat însă că prin rezolvarea sistemului, pe lîngă valorile datelor problemei, se obțin și reacțiunile legăturilor, ansamblul lor contituind condiții necesare și suficiente de echilibru. Dacă datele problemei sînt cunoscute și se poate verifica imediat dacă au valori ce constitue soluții ale ecuațiilor, nimic însă nu justifică afirmația că întotdeauna reacțiunile legăturilor capătă efectiv valorile ce convin echilibrului. Singura informație certă obținută este că pentru valorile găsite ale datelor, și numai pentru acestea, repausul constitue una din soluțiile legilor Mecanicei.

Prin rezolvarea ecuațiilor de echilibru se obțin deci pentru datele problemei relații a căror satisfacere este necesară pentru echilibru.

3) Pentru ca relațiile găsite se constitue în acelaș timp și condiții suficiente, ar trebui, și ar fi de ajuns, să existe o teoremă care să garanteze unicitatea soluției. În felul acesta, repausul, care constitue una din soluții, ar deveni unica comportare admisă de legile Mecanicei — deci cea reală.

În cazul reazimelor cu frecare însă, există — după cum s-a văzut mai sus — mai multe tipuri de mișcare diferind prin numărul gradelor de libertate și, prin urmare, descrise fiind de sisteme de ecuații diferite. În această situație e posibil ca pentru un moment oarecare și anumite valori pentru datele problemei să fie compatibile mai multe sisteme, corespunzînd mai multor tipuri de mișcare, și dînd pentru accelerații expresii diferite. Prin integrare vor rezulta deci ecuații de mișcare diferite, deși forțele active, legăturile, poziția și viteza sînt aceleași.

Se știe deasemeni că chiar o anumită expresie a accelerației în funcție de datele problemei, deci o anumită ecuație diferențială a mișcării, poate avea în anumite situații mai multe soluții cu aceleași condiții inițiale.

Este deci posibilă la problemele de acest fel existența a două tipuri de soluție multiplă, apărînd în mod explicit:

I) la scrierea ecuațiilor ce dau accelerațiile în funcție de datele problemei, sau

II) la integrarea ecuațiilor.

Studiul și exemplele ce urmează vor arăta existența unor cazuri frecvente cu soluție multiplă de tipul I. Va rezulta astfel că *prin rezolvarea ecuațiilor de echilibru se obțin pentru datele problemei relații a căror satisfacere este necesară, dar nu este — în cazul general — suficientă pentru păstrarea repausului.*

4) Pentru a găsi într-o problemă dată condiții a căror satisfacere de către datele problemei să fie necesară și suficientă pentru un anumit tip de mișcare — cel puțin acolo unde legile Mecanicii împreună cu ipotezele uzuale permit aceasta — se poate proceda în modul următor:

Se scriu ecuațiile de mișcare (sau de echilibru), condițiile geometrice exprimînd legăturile precum și relațiile date de legile frecării cu ipotezele corespunzătoare în privința vitezei sau accelerației punctului de contact pentru una din mișcările admise de legături. În continuare se rezolvă

sistemul de ecuaţii şi inecuaţii scrise şi se obţin în felul acesta toate valorile datelor pentru cari mişcarea respectivă rămîne posibilă.

Pentru mişcările cari presupun alte viteze decît cele date în momentul iniţial — de exemplu pentru rostogolirea pură atunci cînd viteza de alunecare iniţială a punctului de contact e diferită de zero — se scriu în prealabil teoremele generale în cazul percuţiilor pentru variaţiile vitezelor cerute de mişcare, percuţiile provenind din partea reazimelor, iar componentele lor după normală şi tangentă satisfăcînd aceloraşi condiţii în privinţa sensului şi mărimii ca şi forţele de legătură corespunzătoare. Vitezele finale rezultînd din percuţie vor servi drept viteze iniţiale în mişcarea studiată.

Continuînd în felul acesta pentru toate tipurile de mişcare compatibile cu legăturile, se verifică dacă în situaţia studiată rămîn posibile una, mai multe sau niciuna din mişcări. Dacă este posibilă o mişcare şi numai una se va trage concluzia că ea este cea efectivă. Celelalte cazuri necesită un studiu special cu renunţarea la unele ipoteze simplificatoare făcute. Se pare că toate problemele capătă o soluţie satisfăcătoare prin renunţarea într-o măsură mai mică sau mai mare la ipoteza rigidităţii.

5) În ceeace priveşte modul de calcul trebuesc făcute două observaţii:

I) *Rezolvarea problemelor de repaus „la limită" conduce deseori la rezultate eronate.* Acest mod de calcul presupune că un parametru studiat, oricare ar fi el, îşi atinge frontierele domeniului de variaţie corespunzător echilibrului odată cu atingerea de către forţele de frecare a valorilor lor limită. Ipoteza făcută nu este însă justificată pentru cazul general şi se pot da numeroase exemple care o infirmă.

II) Deseori, atunci cînd se caută poziţiile de repaus se consideră problema rezolvată în momentul găsirii acestora cu ajutorul ecuaţiilor de echilibru. Presupunînd chiar că problema nu admite soluţie multiplă tot nu se poate considera rezultatul drept real atîta timp cît nu se verifică *dacă sensurile reacţiunilor pentru echilibru în poziţia găsită sînt sau nu cele ce pot fi date de reazim.*

În culegerea de probleme de Bucholtz, de exemplu, sînt date rezultate greşite cari ilustrează atît prima cît şi a doua observaţie.

Una din metodele de a evita neajunsurile semnalate este de a scrie legea lui Coulomb cu ajutorul inegalităţilor cunoscute şi de a scrie deasemeni inecuaţii precizînd sensurile reacţiunilor.

6) Placa omogenă din figură, rezemată în punctele 1 şi 2 este acţionată de forţa F şi are viteza iniţială nulă. Se dau:

Mărirea forţei F

Coeficienţii de frecare f_1 şi f_2

Dimensunile a, b, e.

Se cere determinarea mişcării.

Mişcările admise de legături sînt: translaţie în sensul lui F, mişcare plană cu desprindere într-unul din puncte cu sau fără lunecare în punctul ce rămîne de contact, desprindere în ambele puncte de contact urmată de o mişcare plană şi în sfîrşit repausul.

Dela început se verifică imposibilitatea păstrării contactului într-un singur punct. Scriind ecuaţiile de mişcare, legea lui Coulomb şi relaţiile cinematice se obţine:

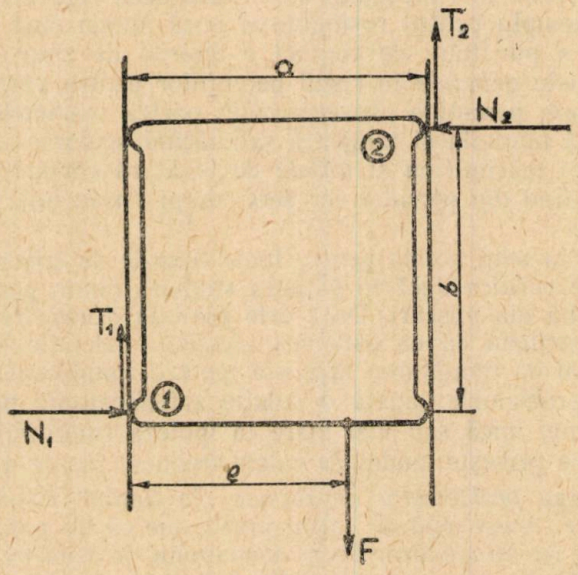


Fig. 1

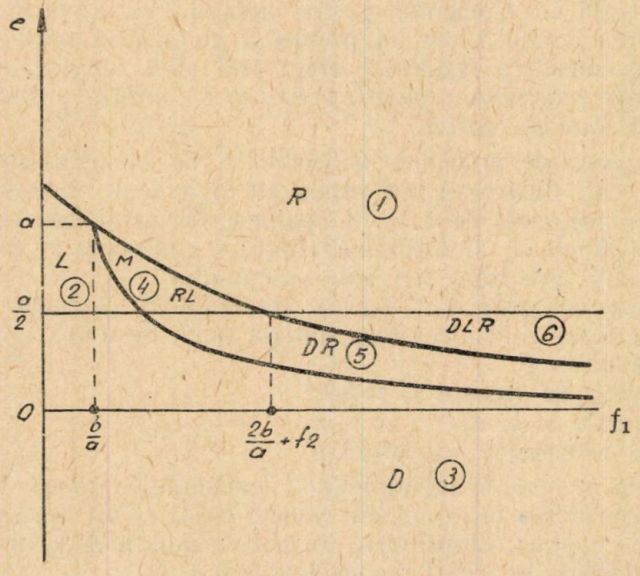


Fig. 2

Repausul e posibil dacă datele problemei satisfac una din următoarele trei sisteme:

$$f_1 < \frac{b}{a} \qquad f_1 = \frac{b}{a} \qquad \frac{b}{a} < {}_1f$$

$$\frac{b + af_2}{f_1 + f_2} \leq e \qquad \frac{b}{f_1} \leq e \qquad \frac{b}{f_1} \leq e$$

Lunecarea e posibilă dacă datele satisfac unul din sistemele:

$$f_1 < \frac{2b}{a} + f_2 \qquad f_1 = \frac{2b}{a} + f_2 \qquad \frac{2b}{a} + f_2 < f_1$$

$$\frac{a}{2} \leq e \leq \frac{b + f_2 a}{f_1 + f_2} \qquad e = \frac{a}{2} \qquad \frac{b + f_2 a}{f_1 + f_2} < e \leq \frac{a}{2}$$

Desprinderea e posibilă dacă

$$e < \frac{a}{2}$$

Reprezentarea rezultatelor este făcută în diagrama din fig. 2. În afară de drepte ea conţine două hiperbole echilatere. (R = repaus. L = alunecare. D = desprindere).

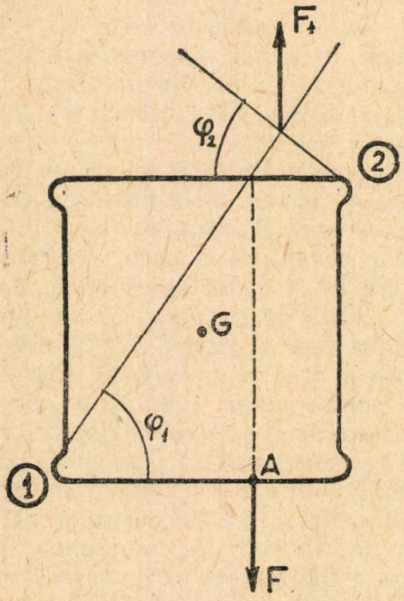


Fig. 3

Se observă că rezultă o mişcare unică şi deci determinată numai în domeniile 1, 2 şi 3, în celelalte având soluţie multiplă de tipul descris mai sus.

Se pune întrebarea dacă soluția multiplă corespunde unei realități fizice, sau provine dintr-o deficiență a metodelor de studiu. Pentru a găsi un răspuns vom presupune că forța F are punctul de aplicație în A, unghiurile de frecare fiind cele figurate. Situația aleasă este reprezentată de punctul M ce se găsește la frontiera dintre domeniile 2 și 4, frontieră ce aparține lui 2.

Dacă reazimul 2 ar fi perfect luciu atunci cu forța de frecare limită în 1, echilibrul ar fi asigurat după cum se vede geometric, cu ușurință. Totodată cu ajutorul rezultatelor de mai sus se constată că repausul rămîne singura soluție posibilă deci cea realizată efectiv. Dacă reazimul, la început luciu, ar deveni după un timp aspru, s-ar putea să nu se schimbe nimic în ceeace privește reacțiunile și deci corpul să continue să stea în repaus. Dacă însă dintr-un motiv oarecare în 2 apare forța de frecare limită, cele două reacțiuni totale pot da rezultanta F_1 figurată, care, cu o mărime convenabilă, poate da împreună cu F o rezultantă trecînd prin centrul de greutate al plăcii. Este evident că sub acțiunea ei placa va căpăta o mișcare de translație în sensul lui F. Prin urmare repausul a putut fi rupt datorită apariției forței de frecare în punctul 2.

Răspunsul la întrebarea pusă depinde deci de rezolvarea altei probleme și anume dacă în reazimul 2 apare sau nu forța de frecare limită.

Vom admite că în momentul inițial corpul nu atinge nici unul din reazime fiind însă foarte puțin depărtat de acestea. Din momentul aplicării forței, această distanță va descrește, sfîrșind prin a se anula. Dacă stabilirea contactului se va face mai întîi în 1, se poate întîmpla ca mișcarea să se transforme într-o rotație în jurul lui 1 sau o mișcare asemănătoare, în așa fel încît în momentul realizării contactului în 2 să nu existe cauze de apariție a forței de frecare. Dacă însă contactul se stabilește întîi în 2 un timp foarte scurt corpul va aluneca în sensul lui F, forța de frecare va căpăta valoarea sa limită și se va realiza situația contrară celei precedente. Considerațiile făcute rămîn valabile pentru distanțe oricît de mici între corp și reazim. Apariția forței de frecare este deci condiționată de date în mod normal necunoscute. Mai mult, chiar în ipoteza stabilirii repausului, este posibil ca în urma deformațiilor datorită forței F și reacțiunilor, să apară în 2 o deplasare mică, dar suficientă pentru a provoca apariția forței limită de frecare cauzînd ruperea echilibrului. Discuții asemănătoare se pot face și pentru celelalte domenii cu soluție multiplă. În concluzie, datele problemei care au fost enunțate și folosite în calcul nu determină o soluție unică. *Practic, se pot realiza ambele soluții, realizarea uneia sau a alteia depinzînd de factori ce nu au fost luați în considerație.* Neglijarea acestor factori, cum ar fi micile abateri dela rigiditate, sau dela condițiile inițiale considerate în calcul se fac în ipoteza că erorile asupra rezultatelor au același ordin de mărime cu abaterile datelor problemei, sau, în alți termeni, că *rezultatele sînt funcții continui de datele problemei.* Această ipoteză *nu este conformă cu realitatea în cazul studiat. Renunțînd la ipoteza rigidității* și ținînd seama de deformații, legea de apariție instantanee a reacțiunilor la stabilirea contactelor sau la apariția unei lunecări va fi înlocuită cu o lege în care acestea vor deveni funcții de poziția corpului, variația lor dela 0 la o valoare oarecare făcîndu-se pentru deplasări ale punctelor corpului, deși foarte mici, totuși finite. În felul acesta reazimul încetează de a mai fi legătură în sensul definiției

acesteia, devenind o sursă de forță poziționlală și odată cu aceasta dispare și posibilitatea apariției soluțiilor multiple de tipul I.

Calculul cu considerarea deformațiilor fiind însă foarte dificil, soluția practică este de a evita domeniile cu mai mult decît o soluție.

7) În afară de metoda analitică de lucru, care a fost expusă, problema dinamicei corpului rezemat a căpătat în cazul vitezei inițiale nule și o soluție complectă geometrică. Din aplicare rezultă că existența soluțiilor multiple este un fenomen foarte frecvent, în așa fel încît la fiecare problemă plană cu reazime aspre se pot indica pentru centrul de masă poziții ce dau naștere la soluții multiple.

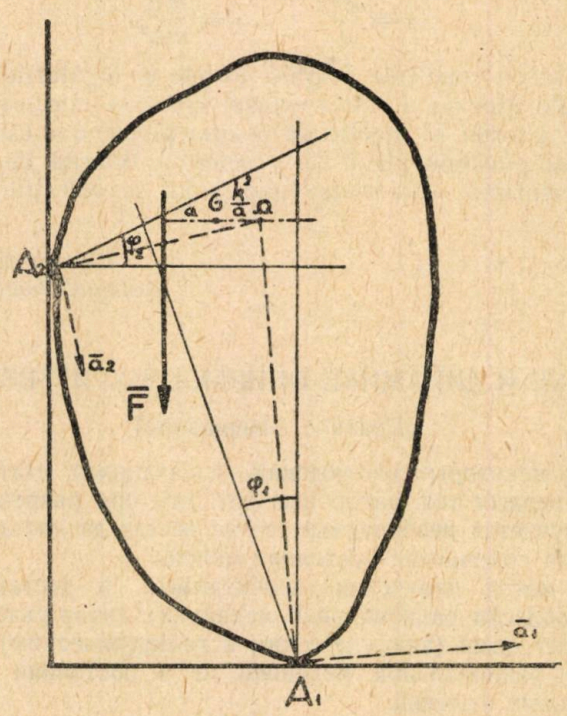


Fig. 4

În încheiere urmează un exemplu de acest fel tratat geometric pe scurt.

8) Placa neomogenă din figură este rezemată cu frecare în punctele A_1 și A_2 și este acționată de un sistem de forțe active echivalent cu o forță unică $\bar{F}$. În momentul inițial, viteza plăcii este nulă. Unghiurile de frecare sînt φ_1 și φ_2, centrul de masă al plăcii se află în G, raza de inerție corespunzătoare lui G este k, iar distanța de la G la suportul lui $\bar{F}$ este a. Se verifică cu ușurință că :

1. — Suportul lui $\bar{F}$ traversează patrulaterul de frecare, satisfăcînd în felul acesta condiția de echilibru, iar sensurile reacțiunilor sînt deasemenea cele necesare echilibrării tuturor forțelor.

2. — Aplicînd teoremele cantității de mișcare și momentului cinetic față de G, cu reacțiunile nule rezultă că în momentul inițial placa va căpăta o mișcare astfel încît Ω va fi polul accelerațiilor iar punctele A_1 și A_2 vor avea accelerațiile $\bar{a}_1$ și $\bar{a}_2$, amîndouă permise de legătură.

Într-adevăr, notînd cu ε accelerația de rotație în momentul inițial, și cu r distanța $G\Omega$, teorema cantității de mișcare va da

$$F = mr\varepsilon$$

iar teorema momentului cinetic aplicată față de G

$$Fa = mk^2\varepsilon$$

de unde:

$$r = \frac{k^2}{a} \qquad \varepsilon = \frac{Fa}{mk^2}$$

În concluzie, cu condițiile inițiale, forțele și legăturile date, sînt compatibile cu legile Mecanicii atît repausul cît și o mișcare plană. Ea depinde de variația forței în funcție de poziția plăcii, dar este astfel încît în momentul inițial punctele plăcii au accelerații diferite de zero ce se pot determina cu ușurință, cunoscute fiind polul accelerațiilor Ω și valoarea lui ε.

Catedra de Mecanică
Institutul Politehnic București

О СТАТИКЕ И ДИНАМИКЕ ОПИРАЮЩИХСЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

(Краткое содержание)

На основе некоторых наблюдений, касающихся статики и динамики опирающихся твердых тел, автор выводит, кто при разрещении уравнения равновесия получается необходимые, но не всегда да достаточные условия, необходимые для сохранения состояния покоя.

Изложив метод получения необходимых и достаточных условий (разумеется в области рациональной механики), автор указывает и иллюстрирует двумя методами (аналитическим и геометрическим) случаи, в которых положение рациональиой механики не в состояиии дать достаточно удовлетворительных условий.

SUR LA STATIQUE ET LA DYNAMIQUE D'UN CORPS SOLIDE APPUYÉ

(Résumé)

À la suite de certaines observations concernant le cas du corps solide appuyé, il résulte qu'on obtient en résolvant les équations d'équilibre des conditions nécessaires mais pas toujours suffisantes pour le maintien du repos.

Après avoir indiqué une méthode afin d'obtenir des conditions à la fois nécessaires et suffisantes — bien entendu dans le cadre de la Mécanique rationnelle — on indique et l'on illustre par deux méthodes, l'une analytique et l'autre géométrique, les situations dans lesquelles la Mécanique rationnelle n'est pas à même d'obtenir des conditions suffisantes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 1—2

624.9

CONSOLIDAREA SANATORIULUI OCNA SIBIULUI *)

de AUREL BELEŞ şi ION STĂNCULESCU

Staţiunea Ocna Sibiului, localitate situată la cca. 12 km. de Sibiu, pe linia ferată Sibiu—Copşa Mică, este amplasată într-o regiune cuprinzînd masive puternice de sare, care au fost exploatate încă de pe vremea Romanilor şi unde se află şi acum vechi saline părăsite.

În vechile exploatări s-au adunat ape alcătuind lacuri sărate, care din timpuri străvechi au fost folosite cu scopuri curative.

La începutul acestui secol, în jurul celor trei lacuri principale s-au executat unele clădiri şi instalaţii cu caracter definitiv.

În jurul unuia din lacuri s-au construit, în perioada 1905—1906, 3 clădiri: una cuprinzînd băile calde şi o piscină, precum şi birourile administrative, o a doua pentru cazinou şi restaurant şi o a treia destinată hotelului băilor azi transformat în sanatoriu. Aceasta din urmă este cea mai importantă clădire, avînd o suprafaţă de 720 mp şi cuprinzînd parter, 3 etaje şi o mansardă. Toate cele 3 clădiri sînt legate între ele printr-o galerie închisă.

În decursul timpului, cele 3 clădiri au suferit tasări care s-au marcat prin unele fisuri şi crăpături. Cea mai importantă tasare a suferit-o sanatoriul băilor, dar construcţia fiind aşezată pe un radier, fisurile au fost de mică importanţă. Crăpături mai accentuate au apărut în decursul timpului la racordarea sanatoriului cu galeria ce unea sanatoriul cu cazinoul, dar ele neafectînd clădirea sanatoriului, se făceau din cînd în cînd reparaţiile necesare.

În anul 1948, accentuîndu-se crăpăturile din interiorul sanatoriului, Ministerul Sănătăţii prin Direcţiunea Generală Balneoclimatică forul tutelar al băilor, s-a sesizat şi a delegat pe prof. dr. geolog Horia Grozescu şi prof. ing. A. Beleş să examineze situaţia şi să indice posibilităţile de remediere.

În toamna anului 1948, cînd comisia numită a început cercetările situaţia se prezenta astfel:

Staţiunea balneară Ocna Sibiului şi, în particular, grupul de clădiri alcătuind centrul medical al staţiunii este situat pe un teren avînd aspectul general al unei depresiuni de formă alungită, înconjurat de dealuri nu prea înalte.

În cuprinsul acestei depresiuni se află un număr destul de mare de lacuri, de suprafaţă relativ redusă dar de adîncimi remarcabile, unele depăşind chiar 100 metri. Aceste lacuri, în majoritate sînt formate prin acumularea apelor în salinele deschise în trecut în regiune, exploatarea sali-

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti şi Institutul de Construcţii Bucureşti din 20—22 iunie 1956.

nelor, cum am menționat, fiind de dată foarte veche, chiar de pe timpul Romanilor.

Depresiunea este străbătută de pîrîul Vișa care colectează apele de suprafață.

Trei dintre lacuri, denumite Horia, Cloșca și Crișan, sînt alăturate și sînt amenajate cu cabine pentru băi.

Lîngă marginea lacului Horia, la o distanță de 20—30 m, se află complexul celor trei clădiri ce alcătuiesc centrul balnear.

La sud de aceste lacuri se întinde un platou înalt racordat cu platforma construcțiilor printr-un taluz destul de repede. La o distanță de cca 10—15 m de la piciorul acestui taluz se găsește clădirea principală, actualul sanatoriu.

Spre nord, la o distanță mai mare, dincolo de șoseaua principală, se găsește pîrîul Vișa, avînd însă nivelul mult mai scăzut decît al lacurilor Horia, Cloșca și Crișan. Poziția în plan a întregului grup de construcții din care face parte și sanatoriul se poate vedea pe fig. 1.

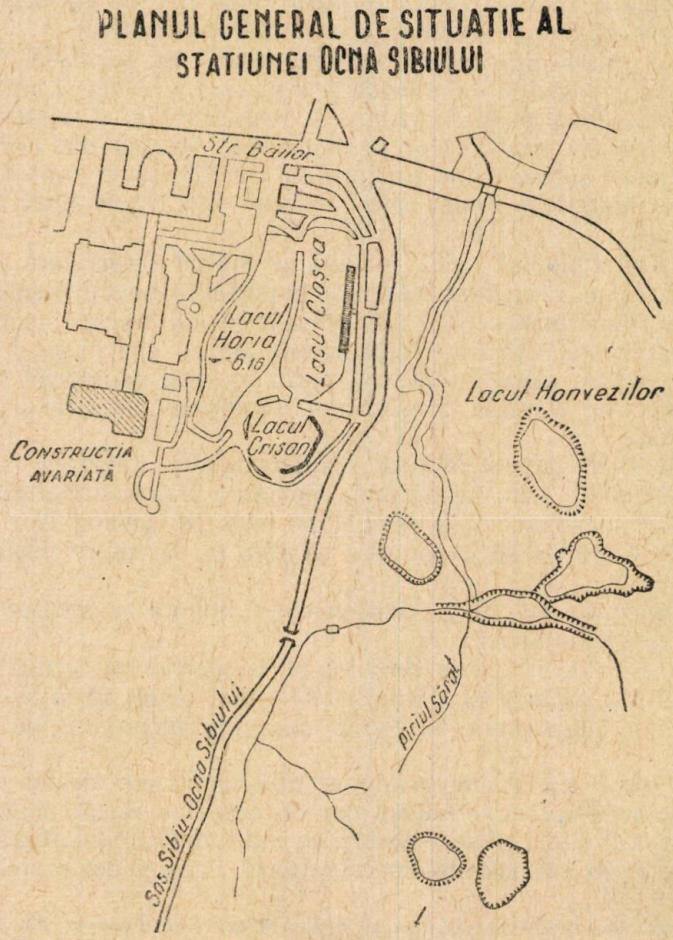


Fig. 1

Din punct de vedere geologic, regiunea pe care se află localitatea Ocna Sibiului, face parte dintr-un anticlinal cu o structură diapiră, în al cărui ax apare un masiv puternic de sare. Peste depozitele mai vechi ce acoperă masivul de sare, se întinde o pătură de argile prăfoase și nisipoase, care în multe părți deasupra masivului de sare a dispărut, și aci se observă frecvente zone mai reduse sau mai întinse de alunecări și surpări, care sînt datorate acțiunii neîntrerupte de dizolvare a masivului de sare, dizolvare provocată în special de apele subterane.

Cele 3 lacuri au fost formate în 3 saline exploatate pe vremuri și în care s-au adunat atît apele de suprafață cît și apele pînzei freatice ale platoului care se află la sud de aceste lacuri. În unele locuri, aceste din urmă ape apar sub formă de izvoare de apă dulce sau slab salină.

Din forajele executate în iarna 1948—49, a rezultat că masivul de sare în care se găsește lacul Horia se întinde sub întregul complex de clădiri și sanatoriul se găsește pe o muchie a masivului de sare. Din cercetarea făcută prin foraje a rezultat că terenul pe care sînt așezate clădirile este format la suprafață dintr-un material de umplutură și dintr-o serie de strate de mîluri, nisipuri, pietrișuri, argile nisipoase sau prăfoase, prezentînd o structură net lenticulară, încrucișată. Acest teren pare a fi format în parte pe cale naturală prin erodarea platoului de la sud, prin depuneri în micile bălți formate pe spinarea sării și, în parte, prin nivelările făcute în decursul timpului de oameni pentru amenajarea parcului din jurul lacului. Masivul de sare a fost întîlnit la adîncimi variind între 5 și 12 m. de la fața terenului, formînd o creastă cu coama aproape de lac astfel că fațada sanatoriului dinspre lac are la colțul de nord-est masivul de sare la cca. 3 m. sub fundații pe cînd colțul opus spre sud-vest se găsește cu fundația la cca 9 m. deasupra sării.

Pînza de apă subterană, a fost întîlnită în dreptul sanatoriului la cca 2 m de la fața terenului și forajele indicau prezența apei pînă la masivul de sare. La partea superioară apa era dulce dar pe măsura apropierii de masivul de sare, salinitatea apei creștea ajungînd la o concentrație de 26%.

Circulația apei în teren este foarte neregulată și s-a putut determina direcția de curgere și viteza numai în linii generale. Curgerea apei subterane are un caracter divagant din cauza structurii încrucișate a stratificației și a permeabilității foarte variabile a stratelor. În general s-a putut stabili că pătura de apă coboară dinspre platoul aflat la sud și se scurge parte spre lacul Horia și parte spre pîrîul Vișa. Creasta masivului de sare de la cota — 5 m de la fața terenului separă apele ce se scurg spre lac de cele ce se îndreaptă spre pîrîul Vișa.

În toamna anului 1948 investigațiile făcute au permis să se evalueze la 78 cm. tasarea maximă a clădirii în porțiunea dinspre lac cu o înclinare generală apreciată la 38 cm. pentru întreaga lungime a clădirii. Coridorul central a indicat o diferență de nivel de 25 cm între extremitățile lui iar la fațada dinspre lac s-a constatat o înclinare spre exterior de 40 cm. în raport cu verticala.

Aceste tasări se remarcau prin înclinarea vizibilă a galeriei acoperite și prin dispariția celor 3 trepte cu care înainte se făcea accesul în clădire. Tasarea a avut ca urmare crăpături și dislocări la legătura între sanatoriu

și galerie, iar în interiorul clădirii s-au produs unele fisuri nu prea accentuate.

Planurile de execuție ale fundațiilor nu au putut fi găsite, dar investigațiile ulterioare au stabilit că această clădire era fundată pe un radier de beton armat, alcătuit din grinzi casetate și avînd o grosime de 2 m.

Clădirea avînd planșee din grinzi metalice și din beton armat și fiind așezată pe un radier puternic și foarte rigid, este explicabil că a putut rezista la tasarea și înclinarea menționată fără prea multe stricăciuni.

Față de cele constatate și de pericolul pe care-l prezenta continuarea tasărilor, s-a pus problema unor măsuri de consolidare.

Era evident că tasarea era datorată acțiunii de dizolvare a sării de către apa din pînza subterană, însă interceptarea acestei pînze era practic imposibilă. De asemenea, lucrări de susținere a fundației prin subzidiri sau piloți introduși sub fundație erau practic imposibil de realizat și nu ar fi prezentat nici o siguranță întrucît rezemau tot pe masivul de sare.

Soluția preconizată a fost crearea unei perdele impermeabile în jurul clădirii, care să împiedice circulația activă a apelor subterane în zona clădirii și astfel să înceteze sau să se reducă dizolvarea masivului de sare, dizolvare care provoacă tasarea clădirii.

Ținînd seama de mijloacele existente s-a propus executarea unei perdele impermeabile de beton în jurul clădirii, realizate prin forarea a 2 rînduri de găuri distanțate cu 1 m între ele, duse pînă în masivul de sare și injectate cu beton sub presiune.

Soluțiunea recomandată nu a fost pusă în aplicare și în primăvara anului 1949 o nouă comisie a reexaminat soluția, dar nu s-a ajuns la o realizare.

Tasările construcției au continuat însă într-un ritm accentuat ceea ce a făcut necesară o nouă examinare a situației în vara anului 1953 și concluziile au fost formulate într-un raport prezentat la 30 august 1953 de prof. A. Beleș, în care reamintind studiile anterioare se sublinia că singura soluție practică posibilă pentru o reducere a ritmului tasărilor rezidă în micșorarea acțiunii de dizolvare a masivului de sare de sub construcție prin crearea în pămînt a unei incinte cît mai etanșe așezată în jurul clădirii și care să împiedice circulația activă a apei deasupra masivului de sare în această porțiune.

Problema creării acestei incinte ne-a preocupat însă în mod foarte intens, întrucît soluția cu executarea de piloți forați și impluți cu beton sub presiune putea da loc la dificultăți în execuția unei injectări eficace.

Folosind o observație făcută la Fabrica de Celuloză din Zărnești, de Prof. Ing. A. Beleș, unde s-a constatat că anumite straturi îmbibate cu apele sulfitice provenite din fabricarea celulozei, prezentau o etanșeitate pronunțată, împreună cu tov. conf. ing. Ion Stănculescu s-au făcut o serie de experiențe pentru realizarea unui material impermeabil care să se preteze la o punere în operă ușoară și eficace.

Studiile și încercările menționate au permis obținerea unui material de etanșare cu calități de impermeabilizare și de stabilitate remarcabile, prin folosirea argilei de Teișani, material ieftin și relativ ușor de obținut și a leșiilor bisulfitice reziduale, deșeu al fabricilor de celuloză. Pe această bază s-a propus Ministerului Sănătății executarea perdelei de etanșare.

Materialul realizat are și calitatea remarcabilă de a pătrunde ușor prin cele mai fine interstiții pretîndu-se astfel cît se poate de bine la operațiuni de colmatare și etanșare.

Tasarea din ce în ce mai accentuată a clădirii, care ajunsese la 1 metru în total a determinat Direcțiunea Generală Balneoclimatică să caute soluționarea problemei.

În această chestiune în luna dec. 1953 s-a încheiat la CSAC o minută cuprinzînd programul de cercetări geotehnice și hidrogeologice în vederea soluționării problemei consolidării sanatoriului de la Ocna Sibiului, recomandîndu-se totodată executarea acestei lucrări prin întreprinderi specializate cunoscute.

La începutul anului 1954, Dir. Gen. Belneoclimatică a cerut Institutului de Proiectări Căi Ferate să facă studiile și să proiecteze măsurile necesare reducerii ritmului tasărilor sanatoriului, ritm sensibil sporit și care avusese ca urmare degradarea construcției prin apariția de crăpături mari în ziduri și planșee.

În această împrejurare se punea problema nu numai a dezvoltării și adîncirii studiilor, ci și a conexării lor cu unele măsuri menite să aducă o îmbunătățire în timp scurt a situației.

★

Materialul de bază pentru elaborarea proiectului lucrărilor de consolidare a constat, la începutul anului 1954, din profilele celor 9 foraje executate în iarna 1948—1949 de unitatea de studii geotehnice condusă de tov. conf. E. Botea și profilele a 20 foraje de studii exexcutate de echipele Dir. Gen. Balneoclimatice. Pe planul de situație din fig. 2 sînt figurate pozițiile acestor foraje. În majoritatea forajelor s-a determinat prezența masivului de sare la adîncimi variabile. Pe întreaga întindere examinată, masivul de sare, cu o suprafață neregulată, este acoperit, așa cum s-a arătat mai sus, de un pachet de strate de argile nisipoase și prăfoase, cu caracter lenticular, alternate cu nisipuri și pietrișuri. S-au putut distinge două tipuri de profile, indicate pe fig. 3 și anume: un tip de profil în care masivul de sare este în contact direct cu strate de grosimi variabile de nisipuri cu pietrișuri permeabile și un al doilea tip de profil în care masivul de sare este într-o măsură oarecare protejat împotriva dizolvării prin acoperirea cu un strat de argilă vînătă de grosimi variabile între 1 și 3 m. Pe planul de situație din fig. 2 forajele cu profil de primul tip, cu strat permeabil pe sare, sînt figurate cu cercuri pline, iar cele cu profil de al doilea tip, cu albe. Din examinarea distribuției lor în jurul construcției sanatoriului, rezultă că masivul de sare este neprotejat, stratele permeabile de nisipuri și pietrișuri fiind în contact cu sarea, în special pe latura estică a construcției spre lacul Horia.

În primăvara anului 1954 măsurătorile de tasări, executate cu regularitate, în mod riguros de tov. ing. E. Witzel de la Institutul de Balneologie al Ministerului Sănătății, au pus în evidență o nouă sporire a ritmului lor, construcția fiind afectată și de apariția unor fisuri în pereți și planșee pe latura lungă, la mijloc. Ca și în trecut punctul de tasare maximă se afla în colțul nord-estic al clădirii.

PLANUL ZONEI CLADITE

FORAJE DE STUDIU

SCHEMA SOLUTIEI DE PRINCIPIU ADOPTATA

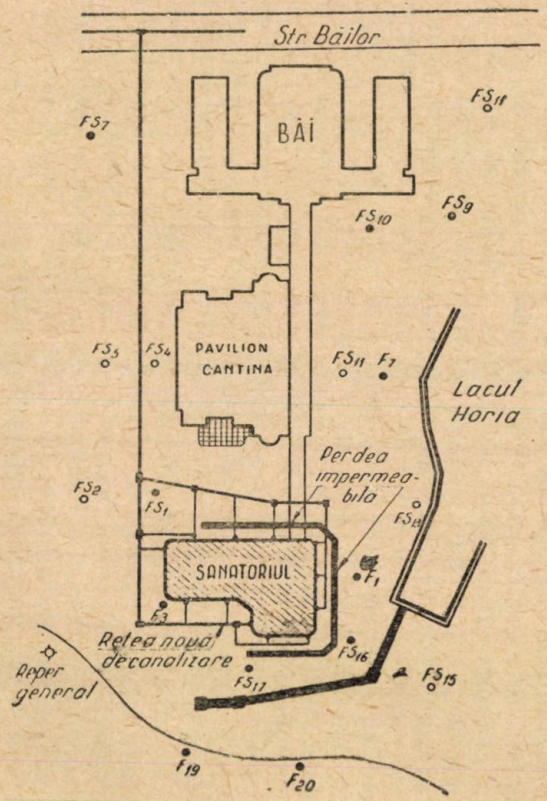
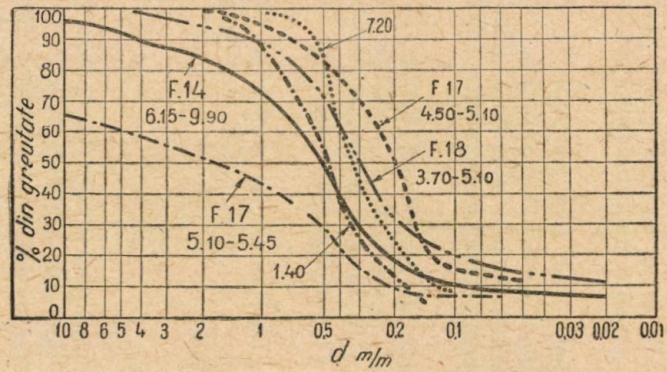


Fig. 2

CURBELE GRALUNOMETRICE ALE NISIPURILOR SI PIETRISURILOR DIN FORAJE



a FORAJ CU STRAT PERMEABIL PE SARE

b. FORAJ CU MASIVUL DE SARE PROTEJAT

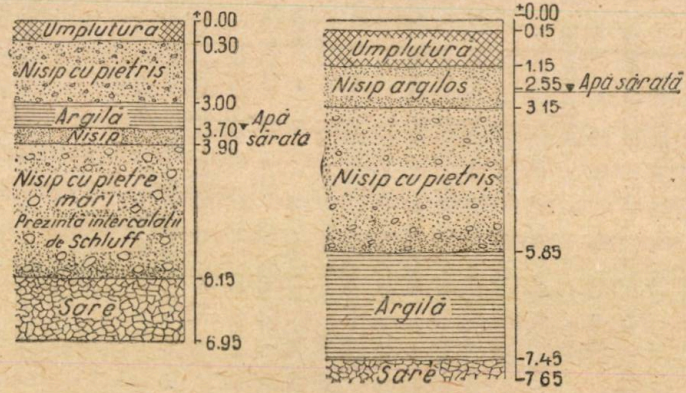


Fig. 3

Cu privire la construcție, s-a stabilit pe baza unei schițe obținute de la un participant la executarea ei, că este fundată pe un radier de beton armat casetat, rigid, balcoanele și pereții exteriori pe laturile estică și nordică fiind susținute pe o consolă a radierului. Vederea laterală a construcției pe latura ei nordică și secțiunea nord-sud sînt redate pe fig. 4. Pe aceeași figură, sînt indicate pozițiile și distribuția cră-

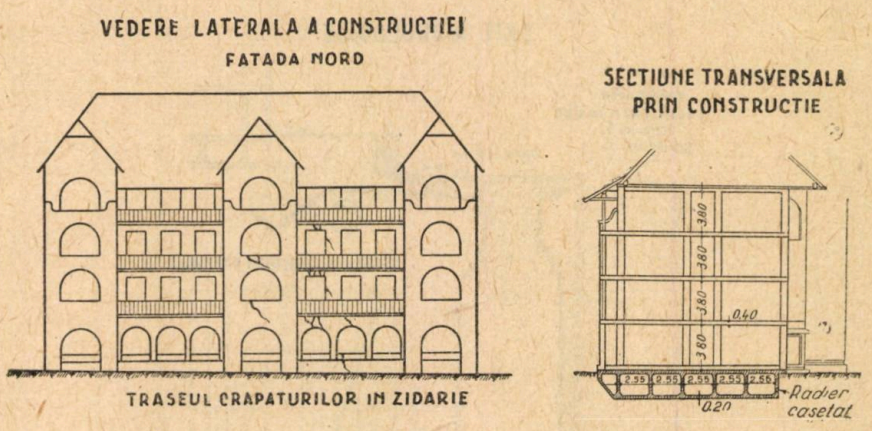


Fig. 4

păturilor apărute și dezvoltate pe măsura progresării tasărilor, în cursul anului 1954 și 1955. Sondaje deschise executate ulterior pentru verificarea fundațiilor clădirii au confirmat întru totul imaginea alcătuirii lor conform cu schițele menționate.

O problemă însemnată pentru orientarea măsurilor în vederea consolidării construcției prin reducerea tasărilor, o constituia cunoașterea modului de circulație a apelor în jurul și sub construcție prin sistemul lenticular de strate permeabile și prin golurile create prin dizolvarea pe suprafața masivului de sare.

Încercări de a determina prin măsurători direcția de curgere și viteza apelor subterane în zona construcției, nu au dat rezultate. S-a putut numai stabili că, în anumite puncte lîngă construcție, pe latura nordică și estică, circulația apelor era mai intensă, revenirea apei în foraje după epuizare fiind mult mai activă decît în celelalte puncte.

În sondajele deschise executate anterior s-a putut determina existența unei însemnate acumulări de apă în casetele radierului și în golurile de sub consolele lui, la un nivel apropiat de suprafața terenului în jurul clădirii.

Prezența lacurilor apropiate și în special a lacului Horia aflat la cca 20 m de construcție, punea problema influenței posibile a acestei acumulări de ape asupra regimului hidrologic în zona clădirii sanatoriului. După cum s-a arătat, aceste lacuri sînt amenajate pe locul unor vechi saline. Excavația în sare făcută pentru salină a fost umplută cu apă reținută pînă la nivelul unui preaplin aflat la limita terenului spre strada Băilor. S-a stabilit prin sondare adîncimea locului Horiei și prin cercetare cu scafandrul s-a determinat la partea superioară, forma în plan și

în elevație a gurii vechei saline. A rezultat că, cel puțin în ce privește lacul Horia, apa este cuprinsă ca într-un pahar cu marginile în masivul de sare la cotă mai ridicată decît nivelele aceluiași masiv sub construcție. Prin prelevarea unor probe de apă de la adîncimi determinate în porțiunea adîncă a lacului Horia și stabilirea salinității, s-a precizat că de la cca 2 m sub suprafața lacului salinitatea este constantă pe întreaga

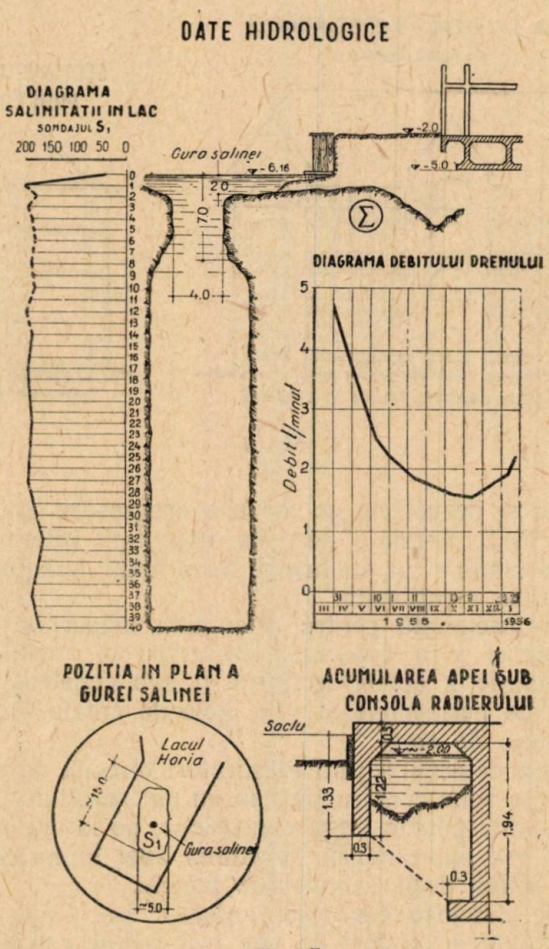


Fig. 5

adîncime de cca 40 m a lacului, ceea ce dovedește odată mai mult existența unui curent de apă dulce numai la suprafața lacului.

Elementele hidrologice obținute sînt prezentate pe fig. 5.

★

Măsurile ,preconizate în vederea consolidării clădirii sanatoriului ținînd seama de situația terenului și de datele obținute cu privire la apele subterane, au fost orientate pentru a realiza:

a) Reducerea vitezei de circulație a apei subterane la nivelul masivului de sare prin bararea punctelor cu cota cea mai joasă a suprafeței sării.
b) Degajarea apelor acumulate la cote ridicate în jurul construcției și a celor provenite din pînze freatice spre sud de construcție.

Pentru reducerea vitezei de circulație a apelor s-a proiectat și în prezent este complet realizată, o perdea impermeabilă executată prin foraje apropiate matate cu argilă tratată cu leșie bisulfutică cum s-a indicat mai sus.

Degajarea apelor provenite din pînza freatică spre sud de construcție, s-a făcut printr-un dren avînd debușeul în lacul Horia la nivelul obligat al apelor acestuia.

Înlăturarea apelor din jurul clădirii s-a realizat printr-un sistem de canalizare racordat cu clădirea încă în mișcare, așa fel încît să se evite pierderile de apă în punctele de legătură.

Pe fig. 2 sînt reprezentate ca poziție și traseu lucrările menționate.

În prezent drenul este realizat, canalizarea terminată cu excepția racordurilor burlanelor de ploaie și perdeaua de argilă este în întregime realizată.

★

Deși relativ simple, lucrările preconizate au ridicat în cursul realizării lor o serie de probleme de ordin tehnic de a căror rezolvare a depins în mare măsură reușita întregului ansamblu.

În cele ce urmează sînt prezentate unele aspecte caracteristice ale realizării lucrărilor, cu un accent deosebit pe executarea perdelei argilizate.

La deschiderea șantierului s-a început cu executarea drenului amonte pentru a se degaja apele acumulate pe latura de sud a construcției. Lucrarea nu a prezentat particularități deosebite nici ca formulă constructivă și nici ca mod de execuție. Săpătura a fost atacată dinspre lac. Începînd de la primul cămin s-a pătruns cu săpătura într-un strat de nisip mobil cu pietriș, acvifer, care a provocat multe dificultăți tocmai în porțiunea în care adîncimea drenului a rezultat mai mare, de cca 7 m de la fața terenului. De asemenea executarea săpăturilor la piciorul taluzului a produs în anumite porțiuni un dezechilibru al taluzului amonte, cu împingeri mari, ceea ce a făcut necesară executarea unor reprofilări și construirea drenului pe tronsoane scurte.

Aproximativ la jumătatea lungimii drenului s-au găsit în săpătură dulapi groși de stejar cu marginile netăiate și lemnărie de sprijinire ce părea a aparține unor vechi galerii în prezent îngropate. Din cauza dificultăților de săpare nu s-a putut urmări traseul acestor galerii, probabil în mare parte surpate și care par a fi aparținut vechilor exploatări de saline din acest loc. Pe măsura executării, drenul a colectat apele pînă la nivelul radierului, conducîndu-le pînă la gura situată pe marginea lacului Horia. Debitele evacuate după terminarea drenului au fost măsurate la diferite intervale de timp și rezultatele acestor măsurători sînt prezentate pe fig. 5. Se remarcă o variație a debitelor apei evacuate în timp, fapt care se atribuie influenței regimului precipitațiilor în zona construcției.

După cum s-a arătat. realizarea perdelei argilizate constituia în concepția proiectului condiția de bază pentru reducerea circulației active a apei pe masivul de sare sub construcție și ca urmare pentru reducerea tasărilor rezultate din dizolvarea masivului de sare.

Avînd în vedere faptul că procedeul de argilizare în foraje nu a mai fost aplicat nicăieri în asemenea condiții, după cele ce cunoaștem și ținînd seama de faptul că informațiile din forajele de studii indicau nivelul masivului de sare la adîncimi de 5-12 m. și prezența unor strate permeabile pe latura sudică a construcției s-a preconizat la început un procedeu de argilizare atît prin matarea forajelor cu argilă cît și prin colmatarea straturilor permeabile deasupra masivului de sare cu suspensii peptizate și injectate în aceste strate și coagulate prin introducerea de electroliți coagulatori.

De la primele foraje s-a constatat că la nivelul masivului de sare existau goluri cu circulație activă de apă, așa fel încît noroiul de foraj folosit în forarea hidraulică rotativă se pierdea în mari cantități. Spre exemplu într-un singur foraj executat pe mijlocul laturii sudice s-au pierdut în cursul forării cca 15 mc de noroi fluid.

În această situație injectarea de noroi fluid pentru colmatare nu putea da rezultate și s-a trecut imediat la procedeul de matare care oferea posibilitatea unei închideri sigure a circulației apei la nivelul masivului de sare. Odată cu începerea forajelor executate cu un dispozitiv mecanic de forare, s-a stabilit că masivul de sare este puternic denivelat pe perimetrul construcției prezentînd talveguri adînci de-a lungul cărora circulația apei și pierderile de noroi sînt mai intense. Tocmai aceste văi de dizolvare trebuiau prinse și colmatate așa fel încît să nu se mai permită reînnoirea apei în perimetrul construcției.

Pentru a înlesni operațiile de colmatare s-au încercat diferite procedee de matare dintre care cele mai reprezentative sînt arătate pe fig. 6.

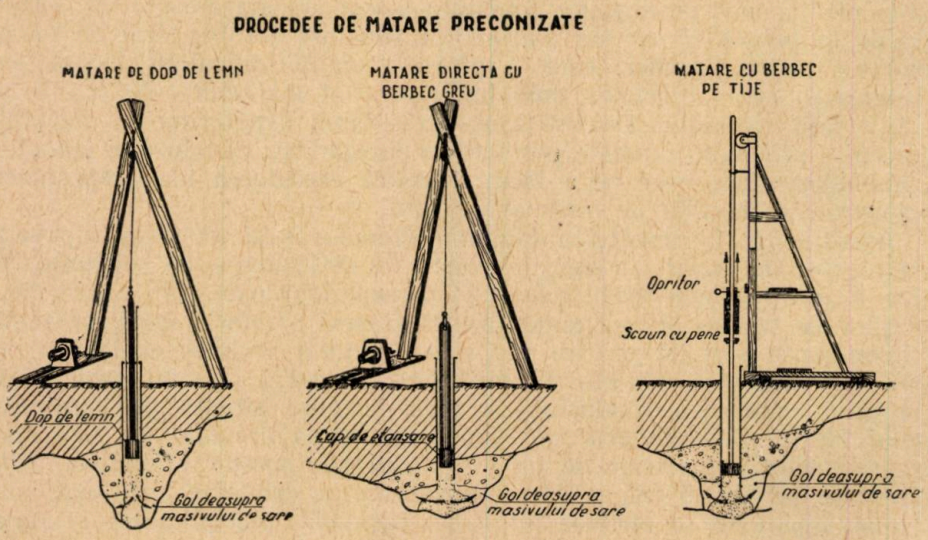


Fig. 6

SITUATIA PERDELEI ARGILIZATE
LA 1 MAI 1956

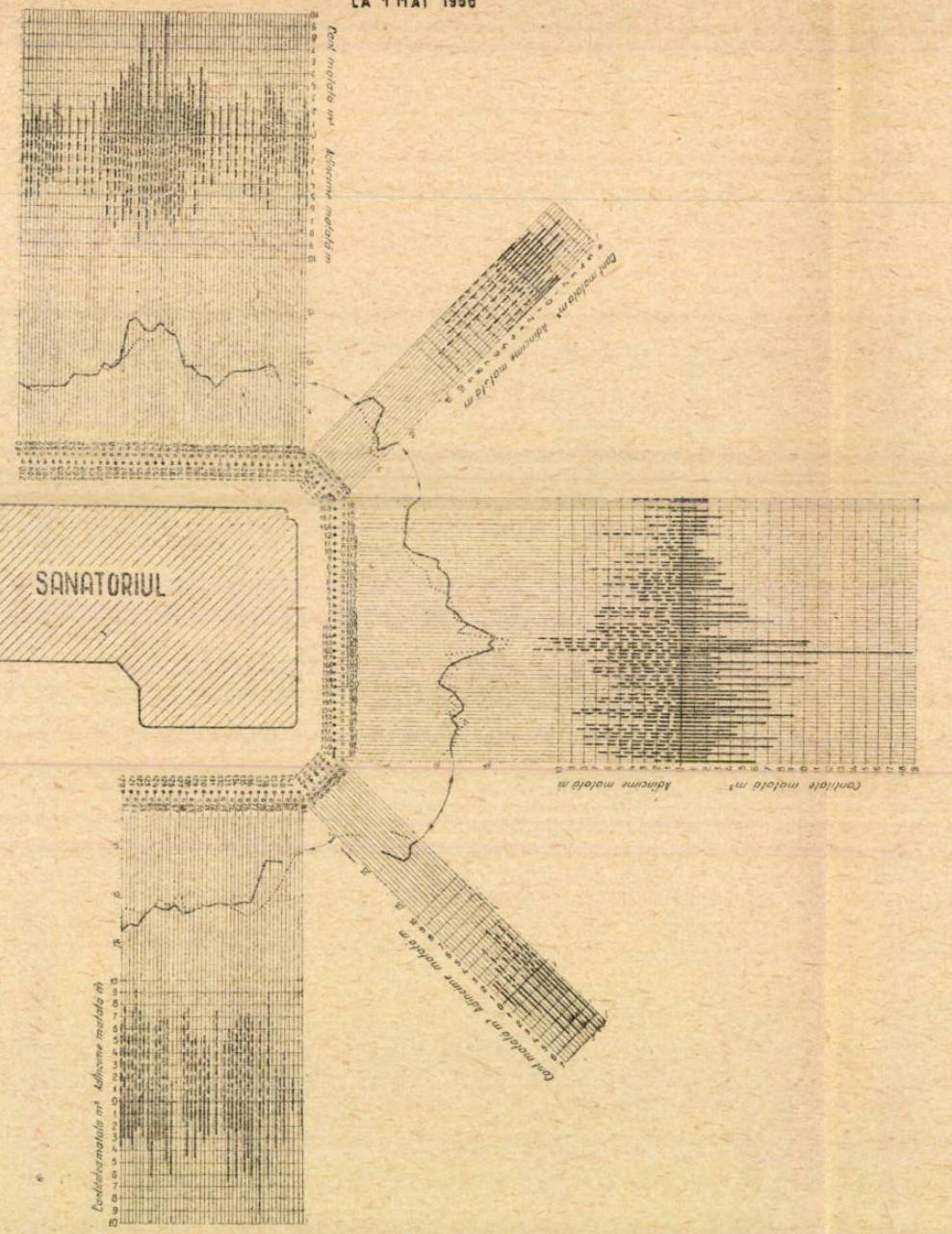
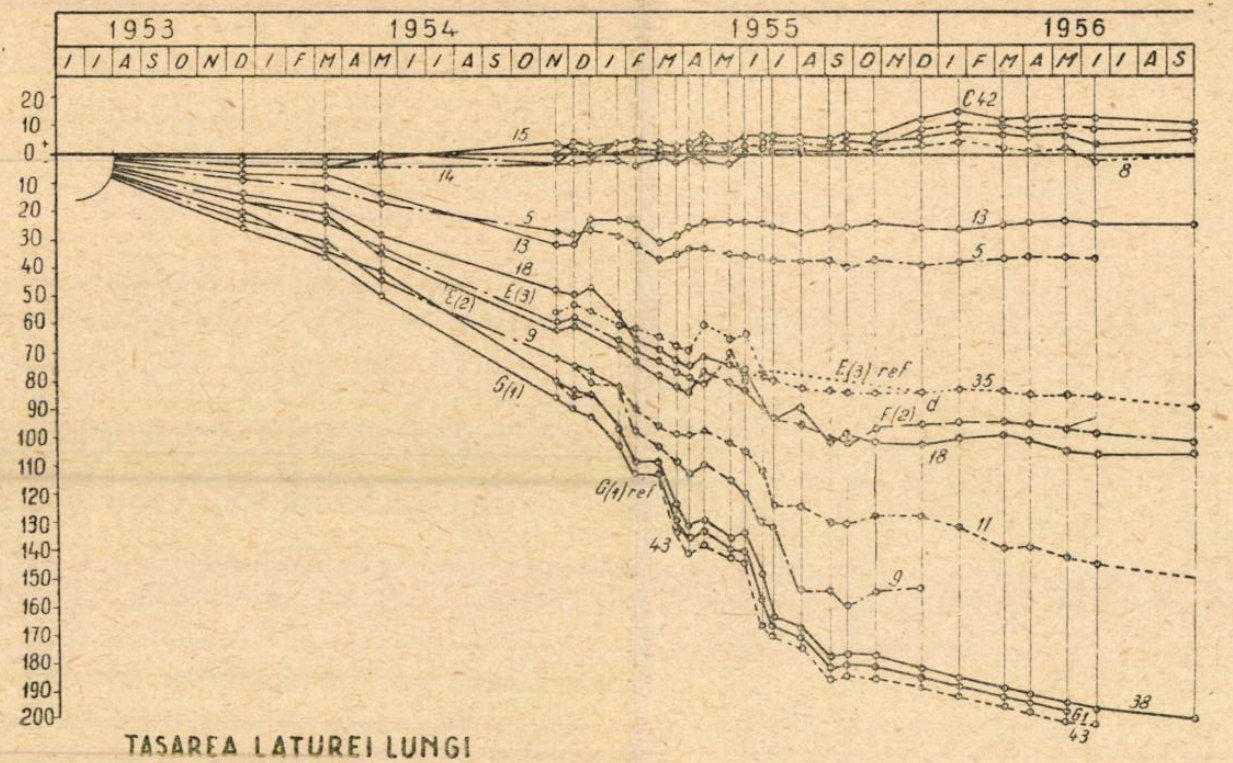
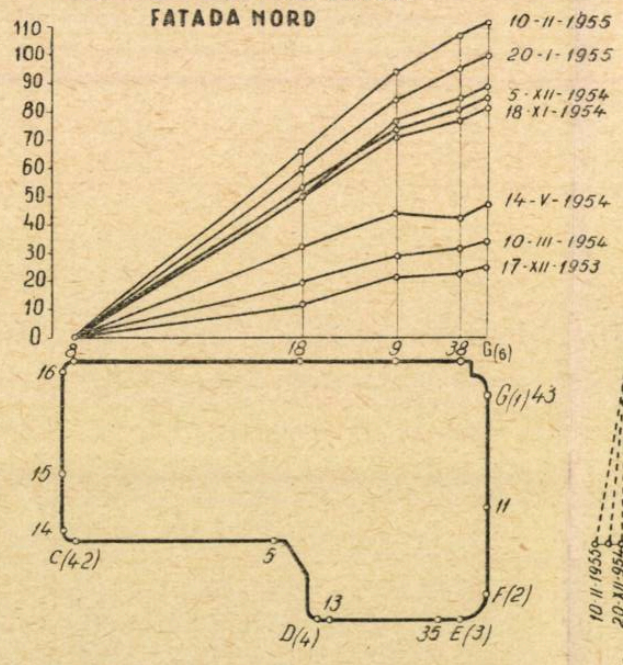


Fig. 7

GRAFICUL TASARII REPERILOR FIXATII IN CONSTRUCTIE



TASAREA LATUREI LUNGI
FATADA NORD



TASAREA LATUREI SCURTE
FATADA EST

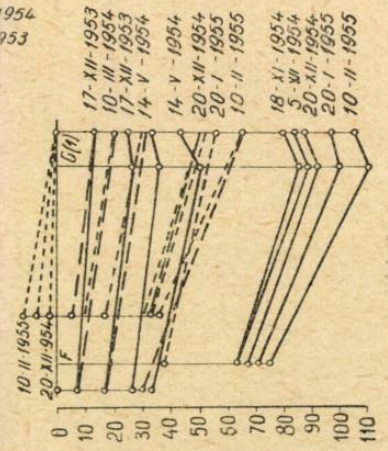


Fig. 8

Procedeul cu berbec greu a dat cele mai bune rezultate și a fost utilizat pînă la terminarea lucrărilor. În tot timpul executării perdelei argilizate s-a ținut o evidență minuțioasă a cotei masivului de sare stabilită prin carotare, a cantităților matate, a pierderilor de noroi la forare, etc. Aceste date au servit pentru conducerea operațiunilor de colmatare așa fel încît să se întărească perdeaua argiloasă în punctele de circulație maximă probabil. Pe fig. 7 este arătat profilul masivului de sare pe perimetrul tratat, cantitatea de argilă matată și adîncime pe care s-a făcut matarea. Sînt de remarcat cantitățile însemnate de argilă matate în forajele de pe mijlocul laturii sudice și în special estică unde un singur foraj de $8^1/_2''$ a primit aproape 19 mc de argilă pastă. La executarea celui de al doilea rînd cantitatea matată a scăzut în medie la 1/2-1/3 din cantitatea introdusă pentru primul rînd.

La scurt timp după închiderea prin argilizare a talvegurilor adînci de pe laturile sudică și estică s-a remarcat o reducere sensibilă a ritmului tasărilor, cu caracter de durată.

După încheierea primului rînd de foraje s-a trecut la executarea canalizării noi și la degajarea apelor de sub construcție. Prin conectarea spațiului gol de sub consolele radierului cu canalizarea s-au degajat cîteva sute de mc de apă ce stagnau, cu nivelul hidrostatic la circa 4 m. peste nivelul lacului, lîngă clădire.

Canalizarea s-a racordat flexibil de construcție pentru a nu fi dedată prin continuarea cu ritm lent a tasărilor.

Măsura efectelor obținute prin tratarea arătată este dată de reducsensibilă și cu caracter de durată a ritmului tasărilor. Această re rezultă din graficul tasărilor reperilor din construcție de pe .

★

Concluzii. Consolidarea sanatoriului Ocna Sibiului prin problemele studii și proiectare puse și prin condițiile de executare pe teren a mis să se realizeze o experiență deosebită în domeniul unor lucrări ciale încă neefectuate în alte țări. Datorită caracterului deosebit al ărilor, fazele de desfășurare au trebuit să fie minuțios urmărite și ptate la situațiile noi puse în evidență de însăși înaintarea lucrării. est caracter experimental al lucrărilor a ridicat unele dificultăți de din organizatoric și financiar, care însă, dată fiind importanța obiecului au putut fi rezolvate și depășite. A fost necesară formarea echipelor eciale de lucru, adaptarea utilajului, crearea lanțurilor tehnologice conuui etc., operațiuni ce au necesitat un efort continuu și susținut din partea executantului.

În prezent construcția tratată este redată utilizării normale, însă trebuie subliniat faptul că ea trebuie tratată ca un bolnav grav, ajuns prin tratament într-o convalescență ce trebuie cu grije supravegheată. Această supraveghere se referă în special la întreținerea acelor lucrări făcute în scopul degajării acumulării apelor în jurul clădirii în cauză, pentru ca procesul de dizolvare să nu mai poată fi reactivat.

Catedra de Rezistența Materialelor
Institutul de Construcții București

УКРЕПЛБНИЕ САНАТОРИЯ В ОКНА СИБИУЛУЙ

(Краткое содержвние)

На берегу главного соленого озера курортной местности Окна Сибиулуй, 50 лет тому назад была построена гостиница, состоящая из 4-х этажей и мансарды. В течение лет осадка, достигающая 1,00 м и сдвит от вертикали в 40 чм, сопровождаемые появлением трещих в здании, (приподели) к исследованиям, на основании которых было установлено наличие соляного массива на глубине, колеблющейся от 5-ти до 12-ти м. от поверхности земли, а также наличие водоносного горизодта. Растворение солярного массива грунтовой водой повлекло за собой неравномерную осадку грунта и затем здания. С целью приостановить осадку и учитывая невозможность устранения водоносного горизонта было создана водонепроницаемая диафрагма для того что бы иммобилизировать воду под зданием и приостановить растворение солярного массива. Водонепрнницаемая диафрагма была оделано) путем бурения скважин, проникающих в самый соляной массив и которые, были затем заполнены глиняной масой и щелоком бисульфита, (сведенным) под давлением. Достигнутые результаты (были) окень удовлетворительны, так как после создания диафрагмы, осадка здания практически прекратилась.

CONSOLIDATION DU SANATORIUM D'OCNA SIBIULUI

(Résumé)

Sur le bord du lac salé principal de la station balnéaire Ocna biului, on a construit, il y a 50 ans, un hôtel comprenant rez de chauss 3 étages et mansarde. Au cours des années, un tassement qui a att l'Omètre et une déviation de la verticale de 40 cm. accompagnée d' fissuration de l'immeuble a conduit à des investigations qui ont mon l'existence d'un massif de sel à une profondeur variant de 5 à 12 mèt sous le niveau du sol et la présence d'une nappe d'eau phréatique par la dissolution du sel a entrainé le tassement inégal du sol et l'affa sement de l'immeuble. Afin d'enrayer le tassement et dans l'impossibil de supprimer la nappe d'eau souterraine on a crée un rideau imperméable pour immobiliser l'eau sous la construction et arrèter ainsi la dissolutions du massif de sel. Le rideau a été réalisé au moyen de forage pénétrant dans le massif de sel et qui ont été remplis avec une pât d'argile et de lessive de bisulfite introduite sous pression. Les résultats ont été très satisfaisants car depuis la création du rideau imperméable, les tassements d l'immeuble ont pratiquemente cessé.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 1—2

CONSTRUCŢII DE BETON ARMAT

ASUPRA CALCULULUI LUNGIMII DE FLAMBAJ A STÎLPILOR ÎNCASTRAŢI ELASTIC LA EXTREMITĂŢI *)

de MIHAIL HANGAN

În construcţii în general şi în special în construcţiile de beton armat, stîlpii sînt încastraţi elastic la extremităţi iar determinarea lungimii lor de flambaj se poate face, fără dificultăţi, prin aproximaţii succesive sau prin tabele cari să uşureze calculul, ţinînd seama de gradele de încastrare de la capetele acestor stîlpi, sau de rigiditatea barelor cu care sînt legaţi la noduri.

Cadre cu noduri deplasabile

La cadre plane sau spaţiale, cînd toţi stîlpii unui etaj sau unei construcţii au rigidităţi şi legături elastice de rigidităţi egale la extremităţi, se poate neglija existenţa unei solicitări orizontale la capete, deplasarea capetelor stîlpilor unui etaj întreg putîndu-se face liber.

Dacă pentru un asemenea stîlp, se va ţine seama numai de sarcina axială P şi momentul de încastrare elastică M_0, se va avea (fig. 1).

$$E\,I\,y'' + P.y = M_0 \qquad (1)$$

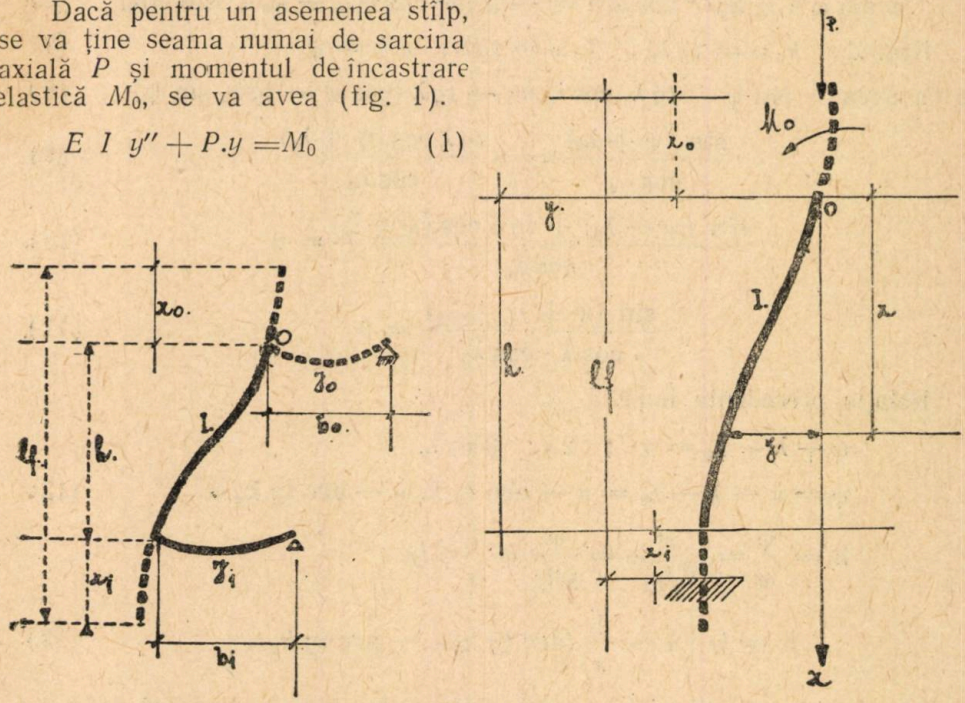


Fig. 1

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti şi Institutul de Construcţii Bucureşti din 20—22 iunie 1956.

iar ecuația generală care dă valorile săgeților într-un punct va fi:

$$y = A \cos \omega x + B \sin \omega x + \frac{M_o}{P}$$

$$\omega^2 = \frac{P}{EI} \tag{2}$$

Se determină constantele de integrare A și B punînd condițiile marginale în punctul $x = 0$

$$x = 0 \; ; \; y = 0 \; ; \; A = -\frac{M_o}{P}$$

$$x = 0 \; ; \; y' = k_0 \cdot y'' \quad B = k_0 \frac{M_o}{P} \cdot \omega \tag{3}$$

iar ecuația fibrei medii deformate devine

$$y = \frac{M_o}{P} (1 - \cos \omega x + k_0 \omega \sin \omega x) \tag{4}$$

Sarcina critică de flambaj se obține din condiția marginală pusă în capătul $x = h$

$$x = h \; ; \; y' = -k \; y'' \tag{5}$$

$$\omega \sin \omega h + k_0 \omega^2 \cos \omega h = -k \; (\omega^2 \cos \omega h - k_0 \omega^3 \sin \omega h) \tag{6}$$

Notînd: $k_0 \omega = tg \lambda_0 \; ; \quad k_1 \omega = tg \lambda \; ; \quad \omega h = \psi$ (7)

Se va avea: $\sin \psi + tg \lambda_0 \cos \psi = -tg \lambda \; (\cos \psi - tg \lambda_0 \sin \psi)$ (8)

$$\frac{\sin (\psi + \lambda_0)}{\cos \lambda_0} = -\frac{tg \lambda \cos (\psi + \lambda_0)}{\cos \lambda_0} \tag{9}$$

$$\frac{\sin (\psi + \lambda_0) + tg \lambda \cos (\psi + \lambda_0)}{\cos \lambda_0} = 0 \tag{10}$$

$$\frac{\sin (\psi + \lambda_0 + \lambda_0)}{\cos \lambda \cdot \cos \lambda_0} = 0 \tag{11}$$

Relația precedentă implică

$$\psi + \lambda + \lambda_0 = \pi \; ; \; 2\pi ; \; 3\pi ; \ldots$$

$$\psi = \pi - \lambda - \lambda_0 = \pi - \text{arc } tg \; k_0 \omega - \text{arc } tg \; k_1 \omega \tag{12}$$

$$h = \frac{\psi}{\omega} = \frac{\psi}{\sqrt{P/EI}} = \frac{\psi}{\pi / l_f} = \frac{1}{\pi} \psi \, l_f$$

$$h = l_f \left[1 - \frac{1}{\pi} (\text{arc } tg \; k_0 \omega + \text{arc } tg \; k_1 \omega \right] \tag{13}$$

Să admitem că stîlpul face parte dintr-o structură cu legături nedeformabile la rotirea nodurilor. Unghiul făcut de fibra medie deformată a stîlpului cu poziția ei inițială va fi egal în punctul de întîlnire cu o

bară orizontală sau înclinată, cu unghiul de rotire al capătului acestei bare.

Fie M_0 momentul încovoietor în stîlp în nodul din punctul $x = 0$, b_0 și J_0 caracteristicile barei ce leagă capul stîlpului cu un nod în care bara e articulată. Dacă capătul barei studiate, în loc de a fi legat cu o singură bară de caracteristicile J și b ar fi legat cu un grup de bare, se va lua în locul rigidității grupului de bare rigiditatea $\frac{J}{b} = \Sigma \frac{I}{\alpha \cdot l}$ unde suma se referă la toate barele amintite iar α e coeficientul ce caracterizează modul de legături al capătului fiecărei bare.

Se va avea (fig. 1):

$$y_o' = \theta_0 = \frac{b_0}{3EI_0} M_0 \tag{14}$$

și ținînd seama de relația 4 rezultă:

$$k_0 y_o'' = \frac{b}{3EI_0} M_0 \; ; \quad k_0 = \frac{b}{3EI_0} \cdot \frac{M_0}{y_0''}$$

$$y_o'' = \frac{M_0}{P} (\omega^2 \cos \omega x - k_0 \omega^3 \sin \omega x) = \frac{b_0}{3EI_0} \cdot \frac{P}{\omega} \tag{15}$$

$$k_0 = \frac{b^0}{3EI_0} \cdot \frac{P}{\omega^2} \; ; \qquad tg\, \lambda_0 = k_0 \omega = \frac{b_0}{3EI_0} \cdot \frac{P}{\omega}$$

și cu notațiile:

$$\omega^2 = \frac{P}{EI} ; \quad P = \frac{\pi^2 EI}{l_f^2} ; \quad \omega = \frac{\pi}{l_f}$$

$$tg\, \lambda_0 = \frac{b_0}{3EI_0} \cdot \frac{\pi EI}{l_f} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{b_0}{I_0} \cdot \frac{I}{l_f} \tag{16}$$

$$\lambda_0 = \text{arc } tg \frac{\pi}{3} \cdot \frac{b_0}{I_0} \cdot \frac{I}{l_f} \tag{16'}$$

Pentru rigla de la celălalt capăt al stîlpului se va găsi valoarea similară

$$\lambda_1 = \text{arc } tg \frac{\pi}{3} \frac{b_1}{I_1} \frac{I}{l_f} \tag{16''}$$

unde b_1 și I_1 sînt caracteristicile geometrice ale barei ce face legătura stîlpului în punctul 1 cu structura de rezistență a cadrului.

Lungimea totală de flambaj a stîlpului încastrat elastic la cele două capete va fi dată de relația 13 și cu înlocuirile 16'; 16'' se obține:

$$l_f = \frac{h}{1 - \frac{1}{\pi}\left[\text{arc } tg \frac{\pi}{3} \frac{b_0}{I_0} \frac{I}{l_f} + \text{arc } tg \frac{\pi}{3} \frac{b_1}{I_1} \frac{I}{l_f} \right]} \tag{17}$$

Introducem notațiile

$$x_0 = \frac{\lambda_0 l_f}{\pi} ; \quad x_1 = \frac{\lambda_1 l_f}{\pi}$$

care împreună cu relațiile 16 și 17 dau legătura dintre lungimea barei h și lungimea ei de flambaj l_f sub forma

$$l_f = h + x_0 + x_1 \qquad (17')$$

Se observă că x_0 și x_1 sînt distanțele de la capetele barei, pînă la capetele unei unde a fibrei deformate a stîlpului undă care ar corespunde unei bare perfect încastrată la capete (fig. 1).

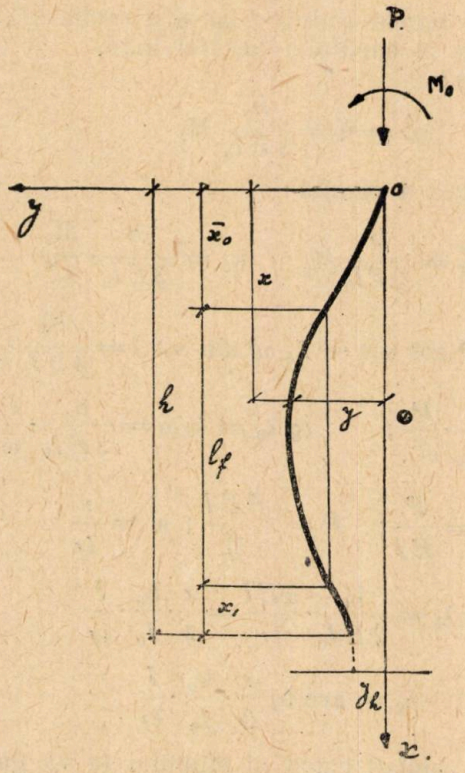


Fig. 2

Exemplu de calcul. Formula 17 se rezolvă cu ușurință prin aproximații succesive. Să admitem că se pleacă de la valorile

$l_f = h$ și $\frac{b_0}{I_0} = \frac{b_1}{I_1} = \frac{I}{h}$ Va rezulta

$\text{arc } tg \frac{\pi}{3} \frac{b_0}{I_0} \frac{I}{l_f} = 46° 30'$ ceea ce duce la $l_f = 2{,}06\, h$

În a doua aproximație se va avea

$\text{arc } tg \frac{\pi}{3} \frac{b_0}{I_0} \frac{I}{2.06\, h} = 27° 10'$ $l_f = 1{,}44\, h$

Următoarele aproximații vor da

$$l_f = 1{,}62\ h\ ;\quad l_f = 1{,}57\ h\ ;\quad l_f = 1{,}60\ h\ ;\quad l_f = 1{,}59\ h$$

Se observă că convergența valorilor obținute este suficient de rapidă și calculul ușor aplicabil în proiectare.

Stîlpi de cadre cu noduri deplasabile, cu două puncte de inflexiune. Acești stîlpi se apropie în comportare de stîlpii cadrelor cu noduri fixe. Pentru acești stîlpi, notînd (fig. 2).

$$tg\,\bar{\lambda}_0 = \frac{3}{\pi}\cdot\frac{I_0}{b_0}\cdot\frac{l_f}{I} = \frac{1}{k_0\,\omega}\quad ;\qquad tg\,\bar{\lambda}_1 = \frac{3}{\pi}\,\frac{I_1}{b_0}\cdot\frac{l_f}{I} = \frac{1}{k_1\,\omega} \tag{19}$$

prin un calcul în totul similar celui din cazul precedent se obține

$$\psi = \pi + \bar{\lambda}_0 + \bar{\lambda}_1 = \pi + \text{arc } tg\,\frac{1}{k_0\,\omega} + \text{arc } tg\,\frac{1}{k_1\,\omega} \tag{20}$$

$$h = l_f\left[1 + \frac{1}{\pi}\left(\text{arc } tg\,\frac{1}{k_0\,\omega} + \text{arc } tg\,\frac{1}{k_1\,\omega}\right)\right] \tag{21}$$

și cu notații similare celor precedente se va avea (fig. 3).

$$l_f = h - \bar{x}_0 - \bar{x}_1$$

unde

$$x_0 = \frac{\bar{\lambda}_0\cdot l_f}{\pi}\quad ;\qquad x_1 = \frac{\lambda_1 l_f}{\pi} \tag{22}$$

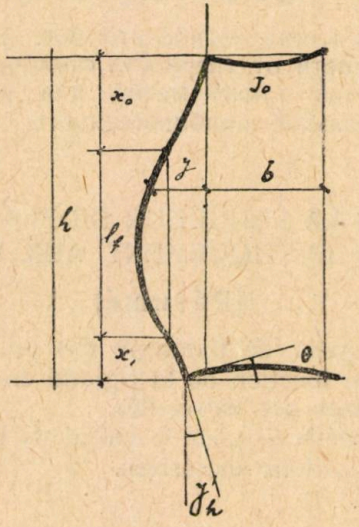


Fig. 3

Cazul acesta nu diferă de cazul stîlpului de cadre cu noduri fixe decît prin aceia că în deformare se consideră că rămîn fixe punctele de inflexiune ale barelor ce flambează iar nodurile cadrelor au mici deplasări din poziția inițială.

Stîlpi de cadre cu noduri fixe

La cadre cu noduri fixe, e necesară introducerea unei forțe orizontale H la capetele stîlpilor astfel că ecuația diferențială a fibrei medii deformate se scrie:

$$E I y'' + P y = M_0 + H x \tag{23}$$

și dacă păstrăm notațiile precedente, se ajunge la condiția de flambaj

$$\psi \sin(\psi_0 + \lambda_0 + \lambda_1) = \sin\psi \sin(\lambda_0 + \lambda_1) + 2(1 - \cos\psi)\cos\lambda_0 \cos\lambda_1 \tag{24}$$

care în mod general este dificil de rezolvat. Această relație prin particularizări, permite a se deduce toate condițiile de flambaj ale barelor încastrate sau articulate și cu noturi fixe, studiate în cazurile precedente.

Diferența între lungimea de flambaj obținute din această condiție și cea dată de relația 22 este de ordinul a 5—10% astfel că pentru toate cazurile practice se pot utiliza formulele 21-22 care sînt deosebit de simplu de aplicat. Există de altfel și metode simple de găsire a soluțiilor ecuațiilor 24 prin aproximații succesive, utilizînd anumite abace.

Catedra de Beton Armat
Institutul de Construcții București

О РАСЧЕТЕ ДЛИНЫ ИЗГИБА СТОЛБОВ, ЕЛАСТИЧНО ЗАКРЕПЛЕННЫХ ПО КОНЦАМ

(Краткое содержание)

Устанавливается длина изгиба столбов, укрепленных эластично по концам, в зависимости от твердости столбов и совокупности конечных балок. Излагается также метод для расчета длины изгибов столбов в последовательной приближенности.

SUR LE CALCUL DE LA LONGUEUR DE FLAMBAGä DES PILLONS ENCASTRÉS ELSTIQUEMENT AUX EXTREMITÉS

(Résumé)

On établit la longueur de flambage des pillons encastrés élastiquement aux extrémités en fonction de la rigidité des pilons et de la rigidité de l'ansamble de poutres des extrémités.

On présente une méthode pour le calcul de la longueur de flambage des pillons par aproximations succesives.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 1—2

624.042.5

ASUPRA CALCULULUI LA TEMPERATURĂ AL CONSTRUCŢIILOR DE BETON ARMAT ALCĂTUITE DIN BARE DE SECŢIUNE VARIABILĂ *)

de VALERIU PETCU

Determinarea eforturilor din temperatură în construcţiile de beton armat alcătuite din bare drepte se face descompunînd diagrama de repartiţie a temperaturii pe înălţimea secţiunii în două diagrame componente A şi B (fig. 1), analoge diagramelor de eforturi provocate în secţiune de întinderea (sau compresiunea) centrică, respectiv de încovoiere.

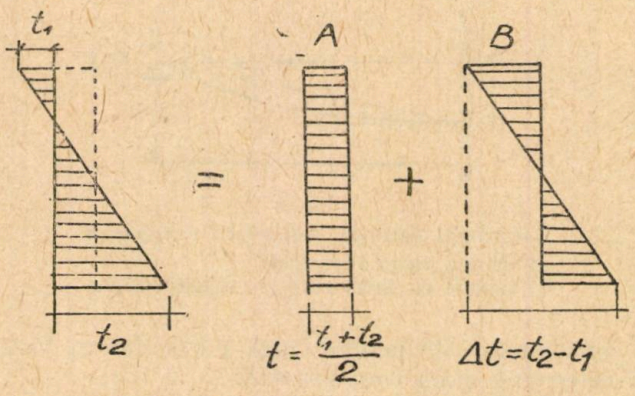


Fig. 1. — Distribuţia temperaturilor pe înălţimea secţiunii

În cazul tratării problemei prin metoda deplasărilor, momentele de încastrare perfectă în sistemul de bază se obţin ca sumă a momentelor de încastrare perfectă corespunzătoare repartiţiei de temperatură după diagramele A şi B:

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}^A + \mathcal{M}^B \tag{1}$$

Pentru cazul general al barei de secţiune variabilă, momentele $\mathcal{M}^A$ se calculează astfel:

— pentru bara dublu încastrată (fig. 2 a)

$$\mathcal{M}_j^A = \frac{2c'' + c}{4c'c'' - c^2} \cdot 6 \cdot \frac{EI_0}{l} \cdot \psi \; ; \quad \mathcal{M}_K^A = \frac{2c' + c}{4c'c'' - c^2} \cdot 6 \cdot \frac{EI_0}{l} \cdot \psi \tag{2}$$

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti şi Institutul de Construcţii Bucureşti din 20—22 iunie 1956.

— pentru bara încastrată la un capăt și articulată la celălalt (fig. 2 b) :

$$\mathcal{M}_j^A = \frac{3}{c'} \cdot \frac{EI_0}{l} \cdot \psi \tag{3}$$

În aceste formule,

c, c', c'' sînt coeficienții caracteristici barelor de secțiune variabilă.

I_0 — momentul de inerție minim

$\psi = \frac{\Delta}{l}$ — rotirea liniei nodurilor ca urmare a denivelării nodurilor datorită distribuției uniforme a temperaturii pe înălțimea secțiunii.

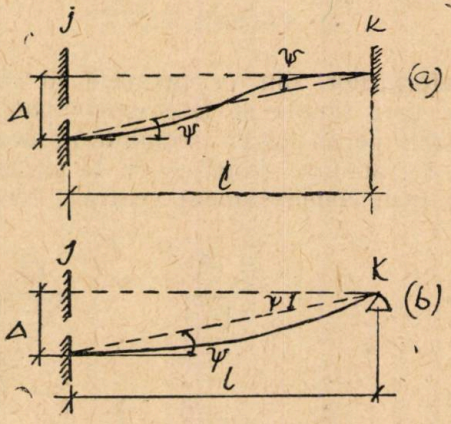


Fig. 2
Deformații datorită denivelării reazemelor
a) Grinda dublu încastrată
b) Grinda cu încastrare și reazem simplu

Valorile momentelor $\mathcal{M}^B$ pentru cazul particular al barei de secțiune constantă se determină după cum urmează :

— pentru bara dublu încastrată :

$$\mathcal{M}^B = \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot EI}{h} \tag{4}$$

— pentru bara cu încastrare și articulație :

$$\mathcal{M}^B = 1{,}5 \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot EI}{h} \tag{5}$$

În aceste formule,

α este coeficientul de dilatare a materialului

h — înălțimea secțiunii.

Expunerea de mai jos are scopul de a stabili expresiile momentelor de încastrare perfectă $\mathcal{M}^B$ pentru cazul general al barelor cu secțiune variabilă și de a da un procedeu practic de determinare rapidă a acestora.

Examinarea se limitează la cazurile curente de bare cu secțiunea variabilă folosite în construcțiile de beton armat.

1. *Bara dublu încastrată cu vută nesimetrică dreaptă.*

Cu notațiile din fig. 3, înălțimea secțiunii curente va fi:

pentru $$0 < x \leq a, \quad h = h_0 + (h_r - h_0)\frac{a-x}{a} = h_r - \beta x$$

unde $$\beta = \frac{h_r - h_0}{a}$$

pentru $$x \geq a, \quad h = h_0$$

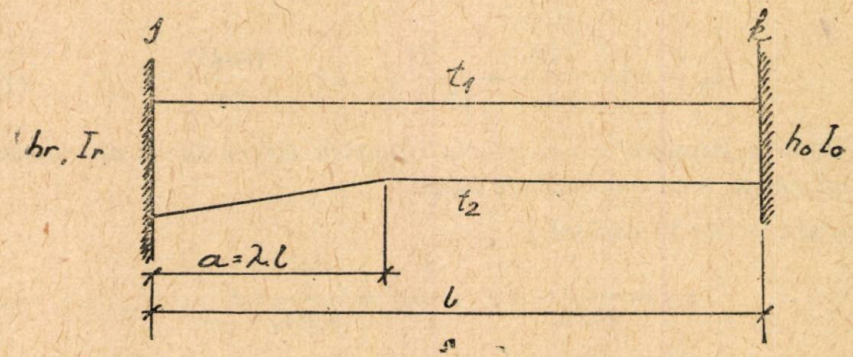


Fig. 3. — Grinda dublu încastrată cu vută nesimetrică dreaptă

Rotirea specifică a secțiunii datorită diferenței de temperatură este:

$$\omega = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{h} \tag{6}$$

a) *Rotirile pe reazeme provocate de diferența de temperatură în bara simplu rezemată.*

Rotirea în j:

$$\theta_j^t = \int_0^l \omega \cdot m_j \cdot dx = \int_0^l \frac{\alpha \cdot \Delta t}{h} \cdot \frac{l-x}{l} \cdot dx = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{l} \int_0^a \frac{l-x}{h_r - \beta x} dx +$$

$$+ \frac{\alpha \cdot \Delta t}{l\, h_0} \int_a^l (l-x)\, dx$$

$$\theta_j^t = \varepsilon \left[\frac{\lambda^2}{1-\varepsilon} - \frac{\lambda\,(1-\varepsilon-\lambda)}{(1-\varepsilon)^2} \cdot L\,\varepsilon + \frac{(1-\lambda)^2}{2\,\varepsilon} \right] \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot l}{h_0} = \eta_j \cdot \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot l}{h_0} \tag{7}$$

în care:

$$\eta_j = \varepsilon \left[\frac{\lambda^2}{1-\varepsilon} - \frac{\lambda\,(1-\varepsilon-\lambda)}{(1-\varepsilon)^2} \cdot L\,\varepsilon + \frac{(1-\lambda)^2}{2\,\varepsilon} \right] \tag{8}$$

$$\varepsilon = \frac{h_0}{h_r}, \quad \lambda = \frac{a}{l}$$

Rotirea în k:

$$\theta_k^t = \int_0^l \omega \cdot m_k \cdot dx = \int_0^l \frac{\alpha \cdot \Delta t}{h} \cdot \frac{x}{l} dx = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{l} \int_0^a \frac{x}{h_r - \beta x} dx + \frac{\alpha \cdot \Delta t}{l h_0} \int_a^l x \, dx$$

$$\theta_k^t = \varepsilon \left[-\frac{\lambda^2}{1-\varepsilon} - \frac{\lambda^2}{(1-\varepsilon)^2} \cdot L\varepsilon + \frac{1-\lambda^2}{2\varepsilon} \right] \cdot \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot l}{h_0} = \eta_k \cdot \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot l}{h_0} \quad (9)$$

în care:

$$\eta_k = \varepsilon \left[-\frac{\lambda^2}{1-\varepsilon} - \frac{\lambda^2}{(1-\varepsilon)^2} \cdot L\varepsilon + \frac{1-\lambda^2}{2\varepsilon} \right] \quad (10)$$

b) *Rotirile capetelor barei simplu rezemate provocate de un moment unitar aplicat la unul din capetele barei.*

Moment unitar în capătul j.

$$\theta_{jj} = \frac{l}{6\,EI_0} \cdot 2c' \; ; \quad \theta_{kj} = \frac{l}{6\,EI_0} \cdot c \quad (11)$$

Moment unitar în capătul k

$$\theta_{jk} = \frac{l}{6\,EI_0} \cdot c \; ; \quad \theta_{kk} = \frac{l}{6\,EI_0} \cdot 2c''. \quad (12)$$

c) *Determinarea momentelor de încastrare perfectă provenind din diferența de temperatură.*

Exprimînd condiția ca pe reazeme rotirile să fie nule se obțin ecuațiile:

$$\begin{cases} \theta_{jj} \cdot \mathcal{M}_j^B + \theta_{jk} \cdot \mathcal{M}_k^B + \theta_j^t = 0 \\ \theta_{kj} \, \mathcal{M}_j^B + \theta_{kk} \, \mathcal{M}_k^B + \theta_k^t = 0 \end{cases} \quad (13)$$

Rezolvînd sistemul de ecuații (13) și înlocuind rotirile prin expresiile lor stabilite mai sus, rezultă:

$$\begin{cases} \mathcal{M}_j^B = -6 \dfrac{2c''\eta_j - c\,\eta_k}{4 \cdot c' \cdot c'' - c^2} \cdot \dfrac{\alpha \cdot \Delta t \cdot EI_0}{h_0} = -\nu_j \cdot \dfrac{\alpha \cdot \Delta t \cdot EI_0}{h_0} \\ \mathcal{M}_k^B = -6 \dfrac{2c' \cdot \eta_k - c\eta_j}{4 \cdot c' \cdot c'' - c^2} \cdot \dfrac{\alpha \cdot \Delta t \cdot EI_0}{h_0} = -\nu_k \cdot \dfrac{\alpha \cdot \Delta t \cdot EI_0}{h_0} \end{cases} \quad (14)$$

în care:

$$\nu_j = 6 \frac{2c'' \cdot \eta_j - c \cdot \eta_k}{4c' \cdot c'' - c^2} \; ; \quad \nu_k = 6 \frac{2c' \cdot \eta_k - c \cdot \eta_j}{4c' \cdot c'' - c^2} \quad (15)$$

Valorile *coeficienților* ν_j și ν_k sînt date în tabela 1.

Tabela 1

Grinda dublu încastrată cu vută nesimetrică dreaptă pe reazimul j.

λ \ ε		0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2
1,00	ν_j	1,220	1,550	2,016	2,669	3,774	5,661	9,515	19,853
	ν_k	1,012	0,997	0,975	0,942	0,890	0,790	0,599	0.169
0,75	ν_j	1,210	1,508	1,879	2,445	3,297	4,668	6,992	10,946
	ν_k	0.963	0,899	0,820	0,756	0,565	0,331	−0,266	—0,599
0,50	ν_j	1,163	1,373	1,637	1,977	2,377	2,869	3,465	3,937
	ν_k	0,948	0,882	0,796	0,693	0,577	0,440	0,289	0,181
0,45	ν_j	1,149	1,344	1,566	1,846	2,167	2,561	2,926	3,145
	ν_k	0,948	0,879	0,810	0,717	0,618	0,498	0,403	0,380
0,40	ν_j	1,137	1,302	1,499	1,722	1,981	2,266	2,509	2,615
	ν_k	0,942	0,888	0,822	0,747	0,658	0,565	0,495	0,476
0,35	ν_j	1,124	1,277	1,426	1,602	1,809	1,992	2,163	2,174
	ν_k	0,951	0,893	0,839	0,776	0,701	0,641	0,585	0,594
0,30	ν_j	1,104	1,226	1,363	1,508	1,642	1,764	1,858	1,844
	ν_k	0,961	0,910	0,857	0,797	0,750	0,708	0,675	0,689
0,25	ν_j	1,093	1,186	1,297	1,395	1,488	1,578	1,622	1,608
	ν_k	0,961	0,924	0,873	0,837	0,800	0,765	0,752	0,758
0,20	ν_j	1,077	1,152	1,221	1,299	1,371	1,412	1,435	1,408
	ν_k	0,965	0,934	0,905	0,872	0,838	0,824	0,819	0,830
0,15	ν_j	1,054	1,110	1,164	1,213	1,254	1,279	1,284	1,265
	ν_k	0,976	0,947	0,927	0,904	0,886	0,879	0,870	0,884
0,10	ν_j	1,038	1,067	1,107	1,137	1,149	1,160	1,168	1,144
	ν_k	0,983	0,969	0,949	0,931	0,929	0,934	0,923	0,932
0,05	ν_j	1,015	1,037	1,051	1,059	1,069	1,073	1,078	1,067
	ν_k	0,992	0,980	0,975	0,972	0,967	0,965	0,960	0,967

Observație. Momentele de încastrare perfectă s-au obținut folosindu-se convenția de semne din Rezistența materialelor.

În cazul convenției de semne folosită în metoda deplasărilor, momentele au următoarele expresii:

— dacă se lucrează cu momentele pe capăt de bară:

$$\mathcal{M}_j^B = -\nu_j \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot EI_0}{h_0} \; ; \quad \mathcal{M}_k^B = +\nu_k \cdot \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot EI_0}{h_0}$$

— dacă se lucrează cu momentele pe nod:

$$\mathcal{M}_j^B = + \nu_j \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot EI_0}{h_0} \; ; \quad \mathcal{M}_k^B = - \nu_k \cdot \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot EI_0}{h_0}$$

Semnul definitiv al momentelor de încastrare perfectă îl stabilește semnul diferenței de temperatură $\Delta t = t_2 - t_1$.

2. *Bara cu încastrare și reazem simplu, cu vută nesimetrică dreaptă în vecinătatea reazemului încastrat j.*

Ecuația de condiție este:

$$\theta_{jj} \cdot \mathcal{M}_j^B + \theta_j^t = 0 \tag{16}$$

în care θ_{jj} și θ_j^t au valorile stabilite la punctul 1.

După înlocuiri rezultă:

$$\mathcal{M}_j^B = - \frac{3\eta_j}{c'} \cdot \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot EI_0}{h_0} = - \nu \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot EI_0}{h_0} \tag{17}$$

Coeficientul $\nu = \frac{3\eta_j}{c'}$ este dat în tabela 2.

Tabela 2

Grinda cu încastrare și reazem simplu cu vută dreaptă pe reazemul încastrat

Coeficientul ν

λ \ ε	0,9	0,8	0,7	0.6	0,5	0,4	0,3	0,2
1,60	1,766	2,136	2,654	3,355	4,515	6,446	10,230	20,130
0.75	1,743	2,064	2,477	3,041	3,854	5,064	6,908	9,598
0,50	1,691	1,923	2,203	2,546	2,922	3,364	3,841	4,219
0,45	1,676	1,890	2,134	2,419	2,732	3,087	3,415	3,665
0,40	1,662	1,849	2,065	2,302	2,559	2,831	3,064	3,214
0,35	1,648	1,819	1,991	2,184	2,198	2,587	2,766	2,849
0,30	1,627	1,771	1,925	2,082	2,235	2,376	2,496	2,547
0,25	1,614	1,725	1,853	1,971	2,081	2,192	2,264	2,302
0,20	1,594	1,688	1,775	1,869	1,953	2,019	2,062	2,085
0,15	1,570	1,639	1,708	1,769	1,823	1,870	1,897	1,905
0,10	1,548	1,589	1,637	1,677	1,705	1,728	1,748	1,749
0,05	1,521	1,550	1,569	1,583	1,599	1,609	1,619	1,617

3. *Bara dublu încastrată cu vute simetrice drepte.*

Cu notațiile din fig. 4, înălțimea secțiunii curente va fi:

pentru $0 < x \leq a$, $h = h_0 + (h_r - h_0)\dfrac{a-x}{a} = h_r - \beta x$

pentru $a < x \leq l - a$, $h = h_0$

pentru $x > l - a$, $h = h_0 + (h_r - h_0)\dfrac{x-(l-a)}{a} = \gamma \cdot h_r + \beta x$

În relațiile de mai sus s-au făcut notațiile:

$$\beta = \frac{h_r - h_0}{a}$$

$$\gamma = 1 - \frac{l}{a}\left(1 - \frac{h_0}{h_r}\right).$$

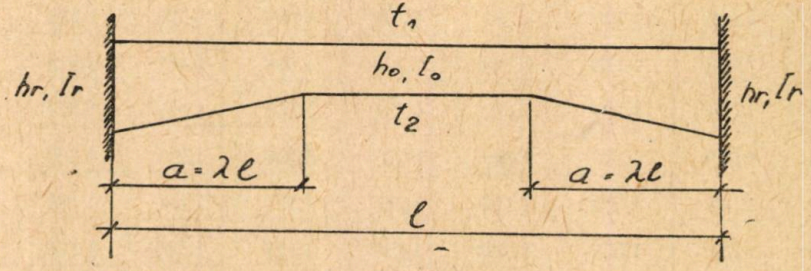


Fig. 4. — Grinda dublu încastrată cu vute simetrice drepte.

a. *Rotirile capetelor barei provocate de diferența de temperatură în bara simplu rezemată.*

$$\theta_j^t = \theta_k^t = \int_0^l \omega \cdot m_j \cdot dx = \int_0^l \frac{\alpha \cdot \Delta t}{h} \cdot \frac{l-x}{l} dx$$

$$\theta_j^t = \theta_k^t = \varepsilon\left[\frac{1-2\lambda}{2\varepsilon} - \frac{\lambda}{1-\varepsilon} \cdot L\varepsilon\right]\frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot l}{h_0} = \eta \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot l}{h_0} \qquad (18)$$

unde

$$\eta = \varepsilon\left[\frac{1-2\lambda}{2\varepsilon} - \frac{\lambda}{1-\varepsilon} \cdot L\varepsilon\right]$$

b. *Determinarea momentelor de încastrare perfectă.*

Exprimarea condiției ca rotirile pe reazeme să fie nule conduce la ecuațiile:

$$\begin{cases} \theta_{jj} \cdot \mathcal{M}_j^B + \theta_{jk} \cdot \mathcal{M}_k^B + \theta_j^t = 0 \\ \mathcal{M}_j^B = \mathcal{M}_k^B. \end{cases} \qquad (19)$$

Soluția sistemului este:

$$\mathcal{M}_j^B = \mathcal{M}_k^B = -\frac{6\,\eta}{2\,c' + c} \cdot \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot EI_0}{h_0} = -\nu \cdot \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot EI_0}{h_0} \qquad (20)$$

Valorile coeficientului $\nu = \frac{6\,\eta}{2\,c' + c}$ sînt date în tabela 3.

Tabela 3

Grinda dublu încastrată cu vute simetrice drepte

Coeficientul ν

λ \ ε	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2
0,50	1,109	1,240	1,401	1,600	1,847	2,181	2,655	3,407
0,45	1,097	1,207	1,332	1,489	1,653	1,843	2,056	2,235
0,40	1,085	1,178	1,283	1,395	1,508	1,623	1,721	1,767
0,35	1,073	1,153	1,232	1,313	1,398	1,471	1,515	1,518
0,30	1,061	1,124	1,190	1,251	1,305	1,349	1,374	1,357
0,25	1,049	1,100	1,149	1,193	1,230	1,261	1,269	1,251
0,20	1,039	1,079	1,113	1,145	1,171	1,185	1,189	1,175
0,15	1,030	1,059	1,082	1,104	1,119	1,124	1,129	1,114
0,10	1,019	1,037	1,052	1,065	1,072	1,077	1,077	1,068
0,05	1,008	1,019	1,026	1,029	1,034	1,037	1,035	1,030

Și în acest caz trebuie să se țină seama de observația dela punctul 1.

4. *Valoarea rigidității EI.*

O importanță deosebită o prezintă valoarea produsului EI, deoarece momentele de încastrare perfectă variază direct proporțional cu acesta. Studiul acestui produs, în metoda rezistențelor admisibile, a fost făcută de E. Rausch. (5).

În prezent, problema trebuie reluată la nivelul teoriei moderne a betonului armat elaborată de V. I. Murașov (3).

Rigiditatea E.I. stabilită pe baza acestei teorii, pentru stadiul II de solicitare, are ca expresie:

— pentru secțiuni simplu armate:

$$E \cdot I \cdot = \frac{Ea}{\psi} \cdot A_f \cdot (h_0 - 0{,}5\,x)\,(h_0 - x) \qquad (21)$$

— pentru secțiuni dublu armate

$$E \cdot I = \frac{Ea}{\psi}\left[A_f\,(h_0 - 0{,}5\,x) + A_f' \cdot \frac{x - a'}{h_0 - x}(0{,}5\,x - a')\right](h_0 - x) \qquad (22)$$

— pentru secțiuni comprimate excentric cu excentricitate mare:

$$EI = \frac{Ea}{\psi}\left[A_{fe}(h_0 - 0{,}5\,x) + A'_f\frac{x - a'}{h_0 - x}(0{,}5\,x - a')\right](h_0 - x) \quad (23)$$

În aceste relații,

Ea este modulul de elasticitate al armăturii.

ψ — un coeficient care ține seama de lucrul betonului întins dintre fisuri și a cărui expresie a fost stabilită de V. I. Murașov.

A_f secțiunea armăturii întinse.

A'_f secțiunea armăturii comprimate.

$A_{fe} = A_f + \frac{N}{\sigma_f}$ — secțiunea armăturii întinse echivalente la elemente comprimate excentric.

h_0 — înălțimea utilă a secțiunii

x — poziția axei neutre.

Din examinarea formulelor de mai sus rezultă că hotărîtor pentru stabilirea rigidității este coeficientul ψ, întrucît x variază puțin din momentul fisurării pînă în momentul apariției articulației plastice.

Ceea ce interesează în calculul de rezistență este stadiul de rupere și anume, în problema de față, începutul acestui stadiu, adică momentul formării articulațiilor plastice. Deoarece ψ este variabil dela secțiune la secțiune, în funcție de gradul de solicitare și de caractericile secțiunii, apare evident necesitatea fixării unei valori medii a acestui coeficient, constantă pe toată lungimea fiecărei bare.

Studiile făcute de I. M. Nemirovschi (4) au arătat că rigiditatea unei bare încovoiate de beton armat depinde esențial de rigiditatea secțiunii de moment maxim.

În cazul de față, această secțiune corespunde celei în care se produce articulația plastică, pentru care $\psi = 1$. Adoptarea pentru ψ a unei asemenea valori nu este însă corespunzătoare nici cu situația reală și nici cu asigurarea gradului de siguranță dorit. De aceea propunem ca pentru calculele practice să se adopte pentru ψ o valoare medie egală cu cea stabilită de V. N. Gornov (2):

$$\psi = \frac{3\,\mu\%}{1 + 3\,\mu\%} \quad (24)$$

(valabilă pentru o sarcină egală cu 60% din sarcina de rupere), întrucît considerăm că o asemenea cifră nu este prea departe de realitate.

În formula (24) $\mu\%$ este procentul de armare corespunzător armăturii întinse.

Pentru a se ușura calculul produsului E I, în tabela 4 s-a calculat coeficientul

$$\varrho = \frac{EI}{b\,h^3}\cdot 10^{-4}$$

Coeficientul $\varrho = \frac{EI}{b h^3} 10^{-4}$ Tabela 4

α' \ a		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,0	B 150	0,735	0,942	1,11	1,25	1,37	1,47	1,56	1,64	—	—
	B 200	0,818	1,08	1,30	1,47	1,62	1,75	1,86	1,96	—	—
	B 300	0,900	1,22	1,48	1,68	1,86	2,01	2,15	2,27	—	—
0,2	B 150	—	1,08	1,30	1,48	1,64	1,78	1,90	2,02	2,10	2,19
	B 200	—	1,24	1,52	1,74	1,93	2,11	2,25	2,41	2,51	2,61
	B 300	—	1,40	1,73	1,99	2,23	2,43	2,61	2,78	2,92	3,04
0,4	B 150	—	—	—	1,65	1,84	2,01	2,17	2,31	2,44	2,56
	B 200	—	—	—	1,94	2,17	2,39	2,57	2,75	2,92	3,06
	B 300	—	—	—	2,18	2,50	2,75	2,99	3,18	3,38	3,55

în funcție de caracteristicile $\alpha = 3 n \mu$ și $\alpha' = 3 h \mu'$, folosindu-se următoarele valori și notații:

$Ea =$ 2.100.000 kg/cm²
$Eb =$ 240.000 „ (beton marca 150)
290.000 „ (beton marca 200)
340.000 „ (beton marca 300)

$$\frac{a}{h} = 0{,}08 \; ; \quad \mu = \frac{A_f}{b h_0} \; ; \quad \mu' = \frac{A'_f}{b h_0} \; ; \quad n = \frac{Ea}{E_b}$$

În ceea ce privește barele comprimate excentric cu excentritate mică, recomandăm, pentru simplitatea calculului, să se admită pentru rigiditate valoarea:

$$EI = E_b \cdot I_b$$

în care E_b este modulul de elasticitate la compresiune al betonului
I_b — momentul de inerție al secțiunii brute de beton.

5. *Concluzii.*

a) Rezultatele obținute permit determinarea rapidă a momentelor de încastrare perfectă, la barele de secțiune variabilă, datorită diferenței de temperatură, prin simpla amplificare a momentelor de încastrare perfectă ale barei de secțiune constantă, corespunzătoare secțiunii minime, cu coeficienți care depind numai de caracteristicile geometrice ale barei.

b) În cazul barei dublu încastrate cu vută nesimetrică dreaptă, se constată că pe reazemul corespunzător vutei coeficientul este în permanență supraunitar iar coeficientul corespunzător celuilalt reazem este totdeauna subunitar, variația lui admițînd un minim. Există cazuri în care acest coeficient este chiar negativ. Rezultă că diagrama de momente de încastrare

perfectă datorită temperaturii este în general un trapez cu baza mare pe reazemul cu vută.

c) Atît la bara cu încastrare și reazem simplu cît și la bara dublu încastrată coeficienții ν sînt totdeauna mai mari decît coeficientul corespunzător barei de secțiune constantă și egală cu secțiunea minimă.

d) Întrucît la stabilirea lui EI. este necesară cunoașterea armăturii, care reprezintă de fapt necunoscuta problemei, apare necesară repetarea calculului, pornind inițial cu o armătură determinată aproximativ. În majoritatea cazurilor însă ne putem limita la prima aproximație, dacă armătura determinată dintr-o predimensionare nu diferă cu multă de cea definitivă.

e) O problemă particulară o prezintă bara încovoiată sau comprimată excentric, încastrată la un capăt și articulată la celălalt. În acest caz este recomandabil să se ia:

$$EI_0 = EI_r \cdot \frac{I_0}{I_r} = EI_r \left(\frac{h_0}{h_r}\right)^3$$

în care EI_r este rigiditatea capătului încastrat, calculată ca la punctul 4.

I_0 — momentul de inerție al secțiunii brute de beton corespunzător capătului articulat

I_r — idem, corespunzător capătului încastrat.

Catedra de Beton armat
Institutul de Construcții București

BIBLIOGRAFIE

1. **Agent R.** — Metoda aproximațiilor succesive, vol. I, București, E.S.A.C., 1955.
2. **Gornov V. M.** — O deformațiah jelezobetona, „Beton i jelezobeton", nr. 11, 1956.
3. **Murașov V. I.** — Trescînoustcicivostî, jostcosti î procinosti jelezobetona, Maşstroiizdat, 1950.
4. **Nemirovschi I. M.** — Jostcosti izghibaemih jetezobetonnih elementov i rascrîtie trescin b nih, Sbornic „Isledovania obîcinîh i predvaritelno napriajennih jetezobetonnîh construcții", Stroiizdat, 1949.
5. **Rausch E.** — Beanspruchung von Eisenbetonwandungen durch ungleichmässige Erwärmung (Temperaturunterschied), „Beton und Eisen", 1932, Heft 12.
6. **Roghițki** — Rasciot ram, Moscova, 1948.
7. Normî i tehnicieschie uslovia proectirovania betonnîh i jolezobetonnih construcții (NiTU 123—55).

О ТЕМПЕРАТУРНОМ РАСЧЕТЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИИ, СОСТОЯЩИХ ИЗ БАЛОК С ПЕРЕМЕНЫМ СЕЧЕНИЕМ.

(Краткое содержание)

В работе даются выражения моментов зашемления железобетонных балок с переменым сечением, вызываемых разницеи температур по высоте сечения.

Эти выражения необходимы при температурном расчете железобетонных конструкции по методу деформации.

В работе содержатся таблицы, значительно облегчающие расчет.

SUR LE CALCUL A LA TEMPERATURE DES CONSTRUCTIONS EN BETON ARME AYANT DES POUTRES A SECTION VARIABLE.

Resumé

Dans l'ouvrage s'établissent les éxpressions des moments négatifs maximum des poutres encastrées en béton armé à section variable, provoqués par une difference de temperature dans la direction de l'hauteur de la section. Ces éxpréssions sont nécessaires au calcul à l'éffet de la temperature des constructions hypérstatiques en béton armé par la méthode de H Cross.

L'ouvrage contient des tabelles qui facilitent le calcul

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 1—2

624.046

UNELE CONTRIBUŢII LA PROBLEMA CALCULULUI PLASTIC AL CADRELOR DE BETON ARMAT *)

MARCEL TANNENBAUM

Introducere

1. În ultimul timp teoria calculului în starea limită de rupere a structurilor a căpătat o desvoltare foarte largă şi începe să treacă din ce în ce mai mult din domeniul preocupărilor abstracte în cel al ingineriei practice. Ea cîştigă rapid teren în proiectarea curentă, datorită în deosebi clarităţii ipotezelor de bază şi simplităţii metodelor utilizate. Însă tocmai această claritate şi simplitate constituesc arme cu două tăişuri, tentînd pe inginer să ignoreze caracterul limitat atît al ipotezelor cît şi al metodelor de calcul practice. Trebue arătat că simpla concordanţă a rezultatelor finale obţinute prin aplicarea unei teorii cu datele experimentale nu constitue în mod necesar demonstraţia justeţei acestei teorii. Atît timp cît concordanţa nu se referă la întregul proces, ci numai la concluzia acestuia, teoria poate fi considerată numai ca o metodă practică de proiectare, un ansamblu de relaţii cu caracter fenomenologic, deşi valabilitatea ei cuprinde uneori un domeniu foarte vast. Istoria desvoltării teoriei betonului armat cunoaşte multe asemenea metode care s-au putut utiliza cu destul succes timp îndelungat, deşi se ştia faptul că ipotezele de bază sînt eronate.

2. În procesul ciclic de dezvoltare al cunoştinţelor se întîmplă deseori să se revină, pe o treaptă superioară de înţelegere, la puncte de plecare părăsite în trecut. De exemplu în teoria calculului structurilor de beton armat s-a început prin a se analiza starea de eforturi corespunzătoare stadiului de exploatare, prin introducerea noţiunii de rezistenţă admisibilă. Caracterul convenţional al acestor rezistenţe admisibile, ca şi necunoaşterea coeficientului real de siguranţă al structurii, au îndreptat pe cercetători asupra analizei stadiului de rupere. Definindu-l ca momentul transformării structurii într-un mecanism, s-a putut elabora o teorie satisfăcătoare de calcul [1,2].

3. În realitate însă pe inginerul proiectant, cît şi pe cel care utilizează construcţia, nu-l interesează care este valoarea minimă a încărcării pentru care poate avea loc ruperea structurii, ci care este valoarea maximă a încărcării după îndepărtarea căreia structura mai este încă exploatabilă. În consecinţă metodele practice de calcul trebuie să răspundă nu la prima, ci la a doua întrebare. Din acest punct de vedere putem defini drept capa-

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti şi Institutul de Construcţii Bucureşti din 20—22 iunie 1956.

citate portantă a unei structuri acea valoare a încărcării pentru care se desvoltă în structură fenomene cu caracter permanent, incompatibile cu condițiile normale de exploatare ale construcției.

Acest moment critic coincide în general cu plastificarea unei secțiuni, respectiv, după terminologia curentă, cu formarea unei articulații plastice de ordinul i. În particular, pentru o clasă suficient de largă de structuri, acest moment poate coincide cu formarea articulației plastice de ordinul (n+1), adică cu transformarea structurii într-un mecanism. Această definiție cuprinde ca o subclasă cazul în care deformațiile structurii devin incompatibile cu capacitatea de deformare a materialului și are loc ruperea locală într-o secțiune.

Articulațiile plastice în elemente de beton armat.

4. Spre deosebire de cazul construcțiilor metalice, în structurile de beton armat avem de a face cu secțiuni neomogene, interior neechilibrate, — adică alcătuite din două materiale cu proprietăți diferite și care nu ajung concomitent la epuizarea capacității lor portante. Datorită proprietăților plastice ale oțelului, din momentul începerii curgerii în armătura întinsă are loc un proces de redistribuire al deformațiilor și eforturilor în secțiune, în urma căruia curbura elementului crește sub efort practic constant. Teoretic și experimental se obțin pentru diferite procente de armare diagrame M-Φ cu aspectul din fig. 1[3].

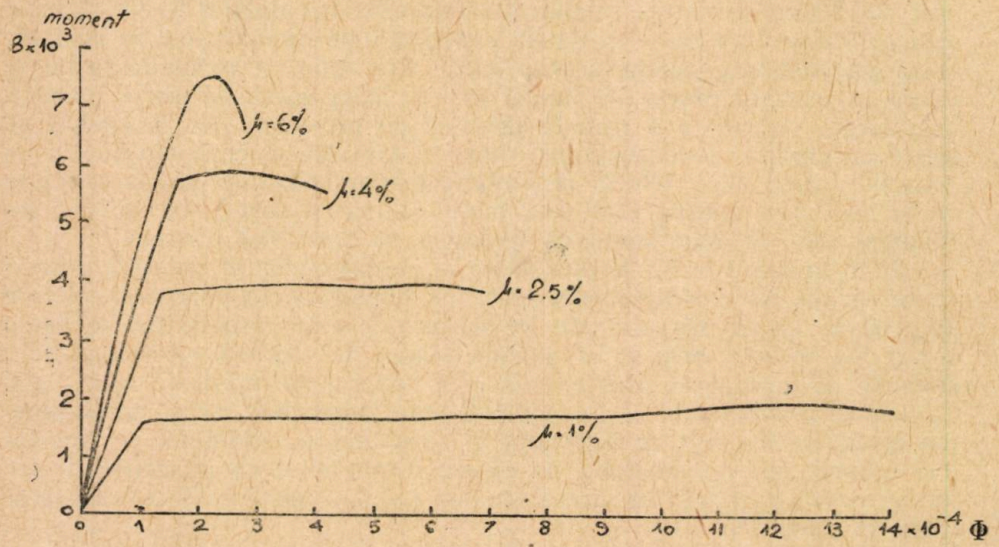


Fig. 1

5. Doi factori fundamentali intervin în calculul în stadiul limită de rupere: lungimea porțiunii de pantă redusă (ulterior atingerii limitei de curgere în armătură) și panta acestei porțiuni.

De primul factor epinde capacitatea de rotație în articulație, iar al doilea factor determină sporul de capacitate portantă al secțiunii elementului în cursul procesului de deformare plastică.

6. Porțiunea quasi-orizontală a diagramei se termină odată cu atingerea deformației limită a betonului în fibra cea mai comprimată. Cu cît secțiunea este mai desechilibrat proiectată, adică este mai redus procentul de armare, lungimea acestei porțiuni este mai mare.

7. În ceia ce privește valoarea deformației limită a betonului la compresiune din încovoiere, există în prezent încă destulă nesiguranță. Dificultatea principală constă în lipsa unei teorii cu totul satisfăcătoare asupra ruperii betonului. Ultimile cercetări ale lui Berg [4], Jones, Brandzaeg asupra proceselor de dislocare a structurii interioare a betonului în cursul unei solicitări uniform crescătoare cu viteză redusă, ne indică prezența într-un cîmp omogen de eforturi de compresiune a unor fenomene de concentrări de eforturi, care apar ca efect al neomogeneității interne a materialului și datorită cărora se desvoltă întinderi puternice pe plane paralele cu direcția eforturilor de compresiune. Eforturile locale de întindere produc microfisurarea betonului, sporindu-i astfel neomogeneitatea internă. Procesul de microfisurare este deci un proces progresiv, ducînd la distrugerea finală a betonului prin desfacere în fîșii paralele cu direcția de acțiune a compresiunilor. Deși această teorie nu a reușit încă să stabilească relații cantitative, ea permite o justă apreciere a condițiilor de rezistență ale betonului. Rezultă ca o concluzie fundamentală că orice factor care împiedică desvoltarea liberă a microfisurilor, sporește prin aceasta capacitatea de rezistență și deformabilitate a betonului.

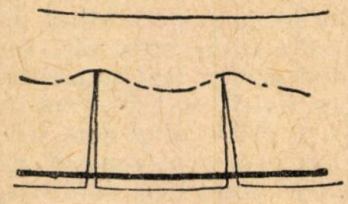


Fig. 2

8. În cazul considerat grinda este împărțită datorită fisurilor într-o serie de discuri adiacente, presate unul pe celălalt și legate la partea inferioară prin armătura întinsă (fig. 2). Fiecare disc în parte este solicitat la compresiune excentrică. Deasupra fisurilor, ca efect al concentrării eforturilor, betonul este mult mai puternic solicitat decît în zonele învecinate. Deoarece însă betonul mai puțin solicitat din jur împiedică desvoltarea liberă a microfisurilor din zona restrînsă deasupra fisurilor, aci se pot desvolta deformații relative mult mai mari. Fenomenul este oarecum analog celui al comportării rostului de mortar dintre blocurile unei zidării, unde rezistența finală a zidăriei — în special la solicitări excentrice — depășește cu mult pe cea a mortarului din rosturi, iar deformația rostului de mortar poate atinge o valoare de 5 ori mai mare decît cea corespunzătoare încercărilor pe prisme confecționate din același mortar. În consecință ruperea betonului în articulația plastică din zona de moment constant nu este un fenomen localizat într-o secțiune — fapt de altfel demonstrat și experimental de caracterul ruperii — și putem considera, după cum fac mai mulți autori [5],[6],[9], că cedarea betonului comprimat are loc atunci cînd deformația medie a fibrei extreme depășește o anumită valoare. Fiind vorba

despre deformații medii, putem aplica ipoteza secțiunilor plane rezultînd:

$$\varphi_r = \frac{\varepsilon_{ar} + \varepsilon_{br}}{h_o} \tag{1}$$

Ca mărime a deformației medie limită majoritatea cercetătorilor recomandă valoarea minimă acoperitoare $\varepsilon_{br} = 2{,}5 \times 10^{-3}$. Pe baza legii σ-ε obținută experimental pentru beton se determină din condiția de echilibru ξ_r și rezultă

$$\varepsilon_{ar} = \varepsilon_{br} \frac{1 - \xi_r}{\xi_r}$$

$$\varphi_r = \frac{\varepsilon_{br}}{\xi_r h_o} \tag{2}$$

9. Această formă de punere a problemei este însă incompletă, deoarece neglijează un factor esențial, anume adeziunea dintre armătură și betonul întins. Considerînd că odată cu intrarea armăturii în palierul de curgere betonul întins a ieșit cu totul din lucru, relația (1) este valabilă numai cît timp deschiderea fisurilor este funcție exclusiv de alungirea armăturii pe distanța dintre fisuri, adică cît timp adeziunea este încă suficientă pentru a împiedica deplasarea liberă a armăturii în beton. În momentul învingerii complete a adeziunii armătura lunecă liber față de beton pe aproape întreaga zonă de moment pozitiv și întreaga alungire a armăturii de pe această zonă se acumulează într-o singură fisură, care se cască puternic în timp ce deschiderea celorlalte fisuri învecinate rămîne practic constantă sau chiar se reduce. Datorită acestui fapt se acentuează concentrarea eforturilor în betonul deasupra fisurei și fenomenul capătă un caracter pronunțat local. Diagrama M-φ pierde orice sens fizic deoarece nu mai este aplicabilă ipoteza secțiunilor plane, iar ruperea are loc pentru o valoare mult mai redusă a săgeții. În acest mod se distrug majoritatea grinzilor armate cu bare din oțel beton obișnuit.

10. Deoarece acest mod de rupere are un caracter relativ casant, cu capacitate mai redusă de rotație în zona plasticizată, se recomandă evitarea lui prin îmbunătățirea condițiilor de aderență ale armăturii, respectiv utilizarea barelor cu profil periodic sau a carcaselor sudate. Într-o încercare efectuată pe o grindă încastrată de 3,00 m. deschidere, armată cu carcase sudate, s-a putut obține o săgeată de peste 9 cm., fără cedarea betonului comprimat, toate fisurile avînd aproape aceiași deschidere.

1. În ceia ce privește raportul dintre momentul de rupere și cel de curgere, putem scrie

$$\frac{M_r}{M_c} = \frac{1 - \gamma_c \xi_r}{1 - \gamma_c \xi_c} \tag{3}$$

ξ_r — înălțimea redusă a zonei comprimate la rupere.
ξ_c — idem, la începerea curgerii în armătură.
γ_r — distanța redusă a rezultantei compresiunilor față de marginea comprimată, la rupere.
γ_c — idem, la începerea curgerii în armătură.

Diferiți autori dau pentru acest raport valori între 1,0 și 1,2, diferența crescînd odată cu scăderea procentului de armare[7,8].

12. Mai sus s-au analizat fenomenele de plasticizare numai în zone de moment constant. Cu totul diferite sînt condițiile de plasticizare pe reazeme, unde articulația plastică se formează într-o zonă cu variație puternică de moment. În consecință plasticizarea are un caracter cu totul local, accentuat în special la nodurile de cadru. Zona de beton este supusă unei stări complicate de eforturi, apropiată de starea triaxială de compresiune. În afara compresiunii σ_x datorită momentului incovoietor, apar compresiuni σ_y datorite prezenței reacțiunii reazemului; iar zonele imediat învecinate secțiunii plasticizate fiind mai puțin solicitate în urma căderii rapide de moment, împiedică deformațiile transversale libere ale betonului deasupra fisurei, creînd în acest beton eforturi de compresiuni σ_z. Fenomenul este deosebit de pronunțat în cazul încastrării grinzilor în stîlpi mai groși, situație curent întîlnită la cadre etajate.

13. În consecință betonul din articulația plastică de pe reazem se află într-o situație avantajoasă din punct de vedere al condițiilor de împiedicare a desvoltării microfisurilor, fapt care permite realizarea unor deformații însemnate fără degradarea betonului. Rotația are loc în general prin deschiderea unei singure fisuri. Lunecarea armăturii față de beton are o importanță redusă deoarece lungimea zonei de moment maxim este foarte mică. Stabilirea rotației limită într-o asemenea articulație pe baza deformației maxime a betonului, astfel după cum a fost determinată în zona de moment constant (1), este lipsită de sens[9], deoarece fenomenul este strict local și nu mai este aplicabilă ipoteza secțiunilor plane. Datorită capacității sporite de deformare a betonului se pot realiza rotații foarte puternice — în experiența noastră s-a atins o rotație de 4×10^{-2}. Acest fenomen permite realizarea unor rotiri plastice chiar în cazul unor secțiuni supraarmate, ceia ce explică retransmiterile obținute, în condiții favorabile, de unii cercetători cu asemenea secțiuni [10].

14. În cazul unei bune aderiuni între armătură și beton, rotirile pot căpăta astfel de valori — fără distrugerea betonului — încît armătura să intre în domeniul de reconsolidare. Acest fenomen este în general excepțional în cîmp, dar poate fi frecvent pe reazeme, unde rotirea în articulație se face în contul alungirii armăturii pe o distanță foarte redusă. Ca urmare, în anumite condiții favorabile momentul capabil al secțiunii de pe reazem poate crește aproape proporțional cu rotirea, fără a apare deformații excesive, sporindu-se astfel capacitatea portantă a elementului.

15. Așa numita articulație plastică în cîmp se extinde pe o zonă întinsă de moment constant, care poate cuprinde pînă la $1/2$ din deschiderea grinzii. Datorită acestui fapt, odată cu începerea curgerii în cîmp rigiditatea grinzii scade puternic, săgețile crescînd exagerat. Pe această zonă se desvoltă multe fisuri, în mod foarte vizibil. În cazul învingerii aderiunii — fenomen curent la armături netede și deseori remarcat și la armătura cu profil periodic în cazul betoanelor cu rezistență redusă la întindere — o singură fisură se cască puternic, în ea avînd loc ruperea.

În consecință, din punct de vedere al criteriului capacității portante definit mai sus, putem considera capacitatea portantă a unei structuri static nedeterminate de beton armat practic epuizată odată cu formarea primei articulații plastice în cîmp.

16. Articulația plastică pe reazem, în special la nodurile cadrelor, are caracter strict localizat. Rotația se face în contul deschiderii unei singure

fisuri, în general puțin vizibilă. Plastificarea pe reazem influențează în relativ mică măsură rigiditatea generală a riglei, deci săgețile nu înregistrează salturi inadmisibile. Datorită stării de eforturi favorabilă din betonul comprimat, rotația limită în articulație are valori foarte ridicate, care nu sînt funcție directă de deformația limită a betonului din zona de moment constant.

Cu condiția asigurării unei limite superioare pentru înălțimea zonei comprimate ξ_r, se pot efectua retransmiteri fără a mai necesita verificarea compatibilității rotației θ din articulație. În cazul bunei aderențe, armătura poate intra în domeniul de reconsolidare, momentul capabil în articulație crescînd odată cu rotația și vom spune în acest caz că avem de face cu o pseudoarticulație.

În consecință structurile static nedeterminate de beton armat trebuiesc astfel proiectate încît toate articulațiile plastice anterioare pierderii capacității portante să se formeze pe reazeme și la noduri. Rezultă de asemeni că asigurarea unei bune adeziuni între armătură și beton după începerea curgerii în armătură este un factor esențial pentru buna comportare a structurilor în stadiul imediat anterior ruperii.

17. Limita superioară a valorii ξ_r se fixează de diferite norme sovietice la cca. 0,4. În determinarea acestei valori trebue ținut seama de variațiile posibile ale proprietăților materialelor din secțiune:

$$\xi_r = \mu \frac{k_a' \sigma_c}{k_s R_i} \tag{4}$$

k_a' — coeficientul de omogeneitate al armăturii (pentru cazul special considerat)

k_b — coeficientul de omogeneitate al betonului.

Se remarcă că, spre deosebire de cazul curent al proiectării secțiunilor, în determinarea valorilor ξ_r trebue ținut seama de cea mai defavorabilă combinație posibilă a condițiilor din punct de vedere al capacității de rotație în articulația plastică, adică pentru coeficientul de omogeneitate al armăturii trebuiesc luate valori supraunitare. Deoarece curba răspîndirii proprietăților mecanice ale armăturii în jurul mediei se poate considera simetrică, coeficientul de omogeneitate al armăturii pentru acest caz se poate lua

$$k_a' = \frac{1}{k_a} = \frac{1}{0{,}85} = 1{,}175$$

18. Concluziile de mai sus se referă numai la articulațiile plastice din riglele cadrelor. Problema articulațiilor plastice din stîlpi va fi analizată într-un capitol ulterior.

Sistemul canonic de ecuații al metodei eforturilor pentru structuri în stadiul de plasticizare parțială.

19. În orice structură de n ori static nedeterminată, în stadiul de plasticizare parțială, putem separa într-un moment dat al procesului de încăr-

care n secțiuni caracteristice, în care s-au format articulații, pseudo-articulații, sau în care acestea urmează abia să se formeze ulterior pe măsura sporirii sarcinei.

În aceste secțiuni aplicăm momente, cunoscute sau necunoscute, după caracterul secțiunilor. Sistemul primitiv este cel obținut după introducerea de articulații în toate cele n secțiuni caracteristice.

20. Notăm cu indicele a cele l secțiuni care au rămas elastice, în care acționează momentele necunoscute M_a.

Notăm cu indicele b cele m secțiuni în care s-au dezvoltat pseudo-articulații. În aceste secțiuni putem presupune că pentru $M_b > M_b^0$ — unde M_b^0 este momentul de curgere în secțiune — suplimentul de moment față de M_b^0 este direct proporțional cu rotația în secțiune

$$M_b - M_0^b = K_b \theta_b$$

K_b — coeficientul de reconsolidare al pseudo-articulației.

Notăm cu indicele c cele s secțiuni în care s-au dezvoltat articulații plastice. În aceste secțiuni momentul rămîne constant și egal cu momentul de curgere M_c^0, iar rotația corespunzătoare are valoarea θ_c.

Alegem drept necunoscute:

— momentele din secțiunile elastice M_a

— rotațiile din pseudo-articulații θ_s

— rotațiile din articulațiile plastice θ_c

21. Sistemul general se scrie

$$\left.\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{l} M_{a_i}\,\delta_{a_k\,a_i} + \sum_{i=1}^{m} K_{bi}\,\theta_{bi}\,\delta_{a_k\,b_i} + \sum_{i=1}^{m} M_{bi}^0\,\delta_{a_k\,b_i} + \\
&\qquad \sum_{i=1}^{s} M_{ci}^0\,\delta_{a_k\,c_i} + \Delta_{pa_k} = 0 \\
&\sum_{i=1}^{l} M_{a_i}\,\delta_{b_k\,b_i} + \sum_{i-1}^{m} K_{bi}\,\theta_{b_i}\,\delta_{b_k\,b_i} + \sum_{i=1}^{m} M_{bi}^0\,\delta_{b_k\,b_i} + \\
&\qquad \sum_{i=1}^{s} M_{ei}^0\,\delta_{b_k\,c_i} + \theta_{b_k} + \Delta_{pb_k} = 0 \\
&\sum_{i=1}^{l} M_{a_i}\,\delta_{c_k\,a_i} + \sum_{i=1}^{m} K_{b_i}\,\theta_{b_i}\,\delta_{c_k\,b_i} + \sum_{i=1}^{m} M_{bi}^0\,\delta_{c_k\,b_i} + \\
&\qquad \sum_{i=1}^{s} M_{ci}^0\,\delta_{c_k\,c_i} + \theta_{c_k} + \Delta_{pc_k} = 0
\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Uneori este mai comod să se aleagă ca necunoscută momentul total M_b din pseudo-articulație, în locul rotației acesteia θ_b. Sistemul devine

$$\left.\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{l} M_{a_i}\,\delta_{a_k\,a_i} + \sum_{i=1}^{m} M_{b_i}\,\delta_{a_k\,b_i} + \sum_{i+1}^{S} M^0_{ci}\,\delta_{a_k\,c_i} + \Delta_{pa_k} = 0\\
&\sum_{i-1}^{l} M_{a_c}\,\delta_{b_k\,a_i} + \sum_{i=1}^{m} M_{b_i}\,\delta_{b_k\,b_i} + \sum_{i=1}^{S} M^0_{ci}\,\delta_{b_k\,c_i} + \\
&\qquad\qquad \frac{M_{b_k} - M^0_{b_k}}{K_{b_k}} + \Delta_{pb_k} = 0\\
&\sum_{i=1}^{l} M_{a_i}\,\delta_{c_k\,a_i} + \sum_{i=1}^{m} M_{b_i}\,\delta_{c_k\,b_i} + \sum_{i=1}^{S} M^0_{ci}\,\delta_{c_k\,c_i} + \theta_{c_k} + \Delta_{pc_k} + 0
\end{aligned}\right\} \qquad (5')$$

În ambele cazuri grupul de ecuații c are în fiecare ecuație numai cîte o singură necunoscută θ_{c_k} care nu intervine în celelalte grupuri de ecuații, deci grupul c constituie un grup independent de ecuații de control.

Condițiile de compatibilitate:

— în (5) $\theta_{b_k} > 0$; $\theta_{c_k} > 0$

— în (5') $M_{b_k} > M^0_{b_k}$; $\theta_{c_k} > 0$

2. Sistemul (5) sau (5') nu reprezintă decît scrierea desfășurată a sistemului general de ecuație al metodei eforturilor care are forma:

$$M_k\left(\delta_{kk} + \frac{1}{K_k}\right) + \sum_{i\neq k}^{0} M_i\,\delta_{ki} + \left(\Delta_{pk} - \frac{M^0_k}{K_k}\right) = 0 \qquad (6)$$

— pentru $K_k = \infty$ obținem sistemul canonic clasic al structurilor elastice;

— pentru $K_k = 0$ și $M_k = M^0_k = $ const. avem $\dfrac{M_k - M^0_k}{K_k} = \dfrac{0}{0} = \theta_k$ și rezultă sistemul canonic de ecuații al structurilor cu n articulații plastice stabilit de A.L.L. Baker [9].

— pentru $K_k \neq 0$ și $M^0_k = 0$ obținem sistemul canonic de ecuații al structurilor cu pseudo-articulații;

— pentru $K_k \neq 0$ și $M^0_k \neq 0$ obținem sistemul canonic de ecuații al structurilor cu secțiuni în care sînt posibile rotiri locale în timpul deformației elastice — de exemplu în îmbinări la nodurile structurilor metalice sau de beton armat prefabricat.

23. La baza scrierii acestui sistem de ecuații stă ipoteza că articulațiile sînt perfect punctuale, iar formarea articulațiilor plastice sau pseudo-articulațiilor lasă neschimbată rigiditatea elementelor pe porțiunile dintre punctele de plasticizare. După cum s-a arătat la punctul 16, această ipoteză este justificată în cazul cînd toate plasticizările au loc în punctele de vîrf de moment de la nodurile cadrelor.

24. Pentru a vedea care este efectul reconsolidării în articulații s-au studiat două cazuri:

a) Grinda dublu încastrată, de secțiune constantă, încărcată cu o sarcină uniform distribuită (fig. 3).

Notînd $\frac{l}{EI} = m$

rezultă valoarea momentului pe reazem

$$M_1 = \frac{\frac{1}{24} ql^2 + \frac{M_0}{mK}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{mK}}$$

Curgerea în cîmp are loc pentru $M_2 = M_0$, de unde capacitatea portantă rezultă

$$q_r = \frac{M_0}{l^2} \frac{24 + 96 \frac{1}{mK}}{1 + 6 \frac{1}{mK}}$$

— pentru $mK = 0$ — cazul perfect plastic; $q_r = \frac{16 M_0}{l^2}$

— pentru $mK = \infty$ — cazul perfect elastic pe reazem; $q_r = \frac{24 M_0}{l^2}$

Trasînd variația valorilor q_r în funcție de mK, se poate trage concluzia că valori reduse ale acestui produs dau un spor apreciabil de capacitate portantă (fig. 3).

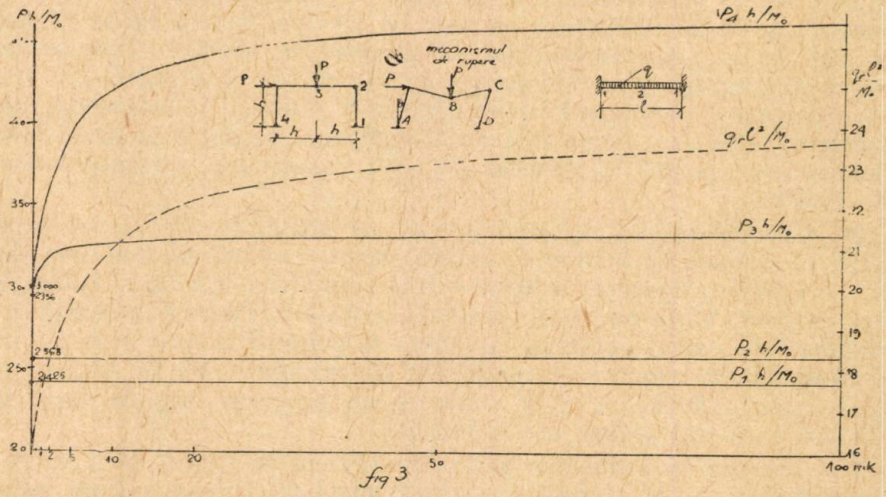


fig 3

Fig. 3

b) Cadrul portal de secțiune constantă, încărcat ca în fig. 3.

Ordinea de formare a articulațiilor este aceeași, indiferent dacă în ele are sau nu loc reconsolidarea (această ipoteză nu este apriori valabilă

pentru orice structură). În cazul nostru articulațiile, respectiv pseudo-articulațiile, se vor forma succesiv în D, C, B, A.

Admițînd aceeași valoare pentru coeficientul de reconsolidare K în toate pseudo-articulațiile și notînd $\frac{h}{EI} = m$, s-au calculat valorile forțelor P pentru care se formează succesiv pseudo-articulațiile în funcție de produsul mK.

Valorile limită sînt trecute în tabloul alăturat

	$mK = 0$	$mK = \infty$
P_E	$2{,}425 \frac{M_0}{b}$	$2{,}425 \frac{M_0}{h}$
P_D	2,568	2,58
P_C	2,956	3,33
P_A	3,00	4,71

Din graficul corespunzător (fig. 3) rezultă că avem un spor considerabil de capacitate portantă chiar pentru valori K reduse.

Putem în consecință trage concluzia că reconsolidarea în articulații este eficace în cazul cînd avem diferențe mari între momentele din secțiunile caracteristice într-o treaptă dată a încărcării. Atunci au posibilitate să se dezvolte rotiri mari în pseudo-articulații, care permit mobilizarea rezervelor interne de reconsolidare a secțiunii.

25. În cazul sistemelor cu reconsolidare, apariția articulației de rang (n+1) nu este echivalentă cu pierderea capacității portante, deoarece orice deplasare rigidă de mecanism ar produce în pseudo-articulații surplus de moment, capabil să echilibreze un spor de sarcină. Putem spune că avem de-a face cu un pseudo-mecanism cu un grad de libertate, care poate fi calculat utilizînd un sistem de ecuații analog cu (5) și introducînd o ecuație suplimentară a compatibilității deplasării rigide. Un asemenea calcul ar prezenta însă un interes mai mult academic, deoarece în acest stadiu structura și-a epuizat în general de mult capacitatea portantă, definită ca la punctul 3.

26. Coeficientul de reconsolidare K se poate deduce numai experimental. El depinde de o serie de factori, dintre care cel esențial este, după cum s-a arătat, asigurarea adeziunii între armătura întinsă și beton. Valoarea sa poate varia odată cu creșterea încărcării. Ținerea în seamă a reconsolidării în calcule practice ar putea fi permisă numai în cazul unui control extrem de riguros al condițiilor de execuție, care să asigure realizarea valorii admise de K și după ce un program larg de experiențe va lămuri care sînt anume aceste condiții.

În orice caz se poate ține seama pe reazem de sporul de moment de la valoarea M_c la M_r, odată cu rotația plastică. Diferența fiind redusă, este admisibil a face un calcul plastic obișnuit, introducînd însă în articulațiile de la noduri momentele de rupere în locul momentelor de curgere.

27. Metoda de calcul indicată permite determinarea în mod suficient de corect a stadiilor succesive de plasticizare ale unei structuri static nedeterminate. De asemeni poate fi aplicată unor structuri executate din ma-

teriale fără palier de curgere, cum ar fi aluminiul sau betonul armat cu oțeluri superioare realizate prin ecruisare (de ex. oțel torsionat).

Poziția secțiunilor critice, — în care este posibilă apariția eventuală a articulațiilor și a pseudo-articulațiilor, — este bine determinată: pentru stîlpi în noduri, iar pentru rigle în noduri și, cu destul de bună aproximație, în mijlocul deschiderii (pentru sarcini uniform distribuite). Deoarece cunoașterea valorilor momentelor din secțiunile critice ale tuturor elementelor este suficientă pentru determinarea distribuției generale a momentelor încovoietoare în structură, este rațional pentru ușurarea calculelor a transforma cadrul real într-un cadru echivalent, avînd articulații pseudo-plastice în toate secțiunile critice, iar porțiunile de rigle și stîlpi dintre ele presupuse infinit rigide. Rigiditatea pseudo-articulațiilor (coeficientul K) se alege astfel încît valorile momentelor din secțiunile critice să fie aceleași în structura reală și cea echivalentă. Plasticizarea treptată a structurii se poate urmări prin reducerea coeficientului K pînă la valoarea zero, cînd în secțiunea critică s-a format o articulație plastică. Sub această formă se poate și ține ușor seama în mod aproximativ de modificarea rigidității elementelor de beton armat în cursul procesului de încărcare. Sub aspectul simplificat expus metoda generală poate deveni un instrument util în practică.

Pentru proiectarea curentă poate fi mai comodă însă o simplificare totală: anume să se țină seama de posibilitatea reconsolidării în articulația plastică prin introducerea unui coeficient special supraunitar al condițiilor de lucru în expresia momentului limită — care devine în acest caz $M=m\ R_i\ S_b$ — efectuîndu-se apoi un calcul plastic obișnuit.

Poziția articulațiilor plastice

28. În calculul plastic se neglijează uneori faptul că noțiunile utilizate au o realitate fizică concretă și că ele trebuie puse în concordanță cu această realitate. De exemplu articulațiile în noduri se amplasează de predilecție în punctul geometric reprezentativ; ori datorită rigidității sporite a nodului plasticizările pot avea loc numai în afara lui, respectiv în punctele de intrare ale riglei (sau stîlpului) în nod. Diferența poate fi apreciabilă după cum o dovedește preluarea exemplului de cadru portal tratat la punctul 24, unde în nodul D articulația s-a amplasat în secțiunea riglei de la marginea stîlpului sau în secțiunea stîlpului de la marginea riglei.

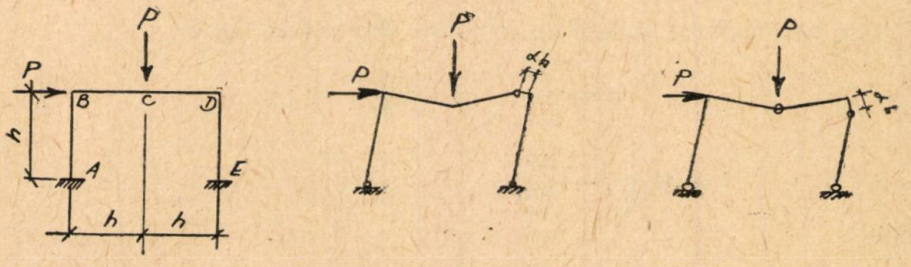


Fig. 4

În ambele cazuri $P_r = \frac{3+\alpha}{1-\alpha}\frac{M_0}{h}$

α	P_r	Spor $^0/_0$
0	3,00	0
0,025	3,10	3,33
0,05	3,21	7,0
0,10	3,55	18,32

Sporul este relativ redus datorită variației liniare a momentelor în riglă. Dacă sarcina de pe riglă era uniform distribuită diferența era mult mai mare.

Deci din acest punct de vedere trebuie corectată metoda de calcul propusă de A.L.L. Baker[9,11].

29. O problemă mult mai delicată o reprezintă articulațiile plastice din stîlpi.

Condițiile de formare ale acestor articulații sînt mult mai defavorabile, deoarece fenomenele de plastificare se complică cu fenomene de instabilitate, putînd duce la distrugerea rapidă a elementului.

Chiar dacă putem neglija fenomenele de instabilitate, în stîlpii cadrelor au loc o serie de fenomene suplimentare parazitare, nu întotdeauna neglijabile.

30. Considerăm de exemplu în cadru cu s deschideri, cu rigla infinit rigidă, încărcat ca în fig. 6. Fie stîlpii cadrului metalici, de secțiune dreptunghiulară.

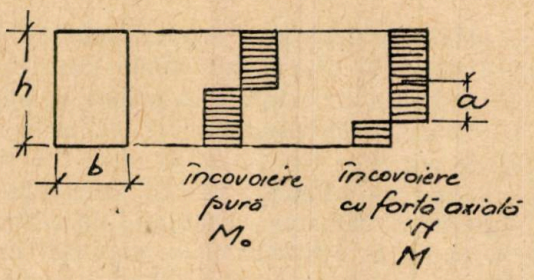


Fig. 5

Din considerente simple de echilibru obținem în fig. 5

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{N}{b\,\sigma_c} \\ M &= M_0\left(1 - \frac{N^2}{N_0^2}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

unde

$$N_0 = b\,h\,\sigma_c \;;\quad M_0 = \frac{1}{4}\,b\,h^2\,\sigma_c$$

Din analiza diagramei de momente rezultă că la capetele stîlpului axele de rotație ale articulațiilor nu sînt situate pe aceeași verticală. Schema reală de calcul a sistemului este cea din fig. 6.

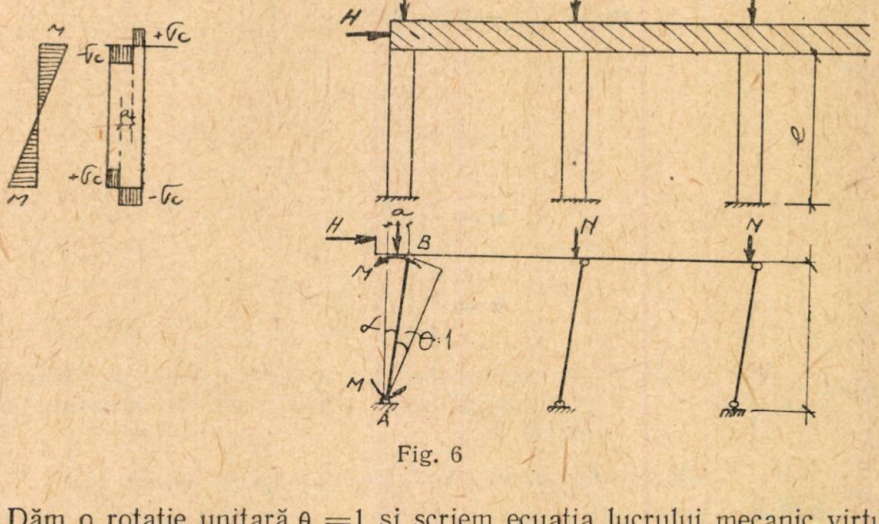


Fig. 6

Dăm o rotație unitară $\theta = 1$ și scriem ecuația lucrului mecanic virtual

$$H \frac{l}{\cos\alpha} \cos\alpha + s N \frac{l}{\cos\alpha} \sin\alpha = 2 s M \cdot 1$$

Înlocuind $tg\alpha = \frac{a}{l}$

$$H = \frac{s}{l} [2M - N\alpha]$$

Înlocuind apoi pe M și a cu valorile lor din (7) rezultă final

$$H = \frac{2s}{l} M_0 \left[1 - 3\frac{N^2}{N_0^2}\right] \qquad (8)$$

deci $H = 0$ pentru $N = \frac{1}{\sqrt{3}} N_0 = 0{,}577\ N_0$, ceea ce înseamnă o serioasă reducere a capacității portante.

31. Considerăm același cadru, avînd stîlpii din beton armat. Problema se pune acum cu totul diferit deoarece, spre deosebire de cazul precedent, avem de-a face cu o secțiune neechilibrată, ale cărei proprietăți plastice sînt datorite faptului că armătura ajunge la curgere cu mult înaintea epuizării capacității portante a betonului. În acest caz axa articulației plastice, spre deosebire de cazul precedent, unde coincidea cu axa neutră, este în centrul de greutate al zonei comprimate de beton, în jurul căruia se rotește secțiunea în mod local pe reazem.

Pe bază de calcule elementare se deduc relațiile

$$\left.\begin{aligned} \xi &= n + \alpha \\ m_b &= \alpha\,[1 - 0{,}5\ (n + \alpha)] \\ m_0 &= \alpha\,[1 - 0{,}5\ \alpha] \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

unde

$$\xi = \frac{x}{h_0}$$

$$n = \frac{N}{b\,h\,R_i}$$

$$\alpha = \frac{A_f}{b h_0} \cdot \frac{\sigma_c}{R_i}$$

$m_b = \dfrac{M_b}{b\,h_0^2 R_i}$; M_b — momentul forțelor interioare față de centrul de greutate al zonei comprimate în prezența forței axiale N

$m_0 = \dfrac{M_0}{b\,h_0^2 R_i}$; M_0 ← idem, în cazul absenței forței axiale.

Condiția de compatibilitate

$$n \leq 0{,}55 - \alpha \qquad (10)$$

După cum rezultă din fig. 7, poziția relativă a axelor articulațiilor din stîlpi este inversă față de cazul precedent.

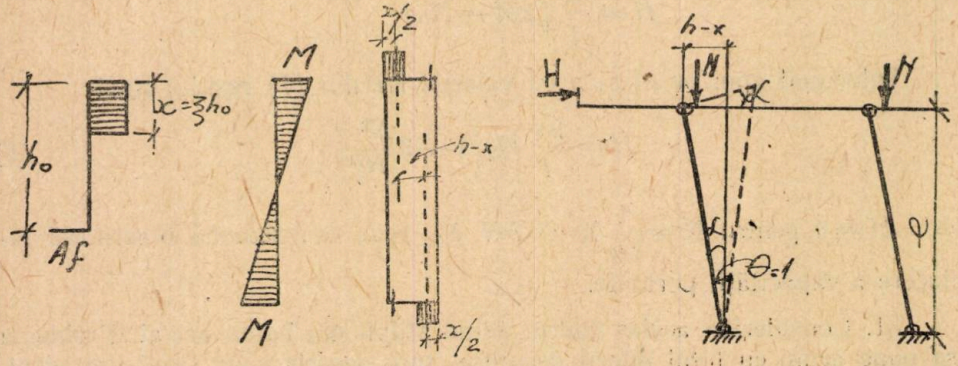


Fig. 7

Dăm o rotație unitară $\theta = 1$ și scriem ecuația lucrului mecanic virtual

$$H \frac{l}{\cos\alpha} \cos\alpha - s N \frac{l}{\cos\alpha} \sin\alpha = 2 s M_b \cdot 1$$

Inlocuind $tg\ \alpha = \frac{a}{l}$

$$H = \frac{s}{l}\left[2M_b + N(h - x)\right]$$

Facem aproximația h=h₀ și introducînd notațiile

$$\varsigma = \frac{H}{b h_0 R_i}$$

$$\varsigma_0 = \frac{H_0}{b h_0 R_i} = 2s\frac{h_0}{l} M_0$$

(unde H_0 corespunde cazului N=0), rezultă după unele transformări

$$\varsigma = \varsigma_0 \left[1 + \frac{n[1 - (n + 2\alpha)]}{2 m_0}\right] = \chi \varsigma_0 \qquad (11)$$

Efectul forței de compresiune N este deci analog cu cel al împingerii care apare în grinzi de beton armat odată cu formarea celor 3 articulații plastice din deschidere. La rigle de cadru acest fenomen trebuie în general

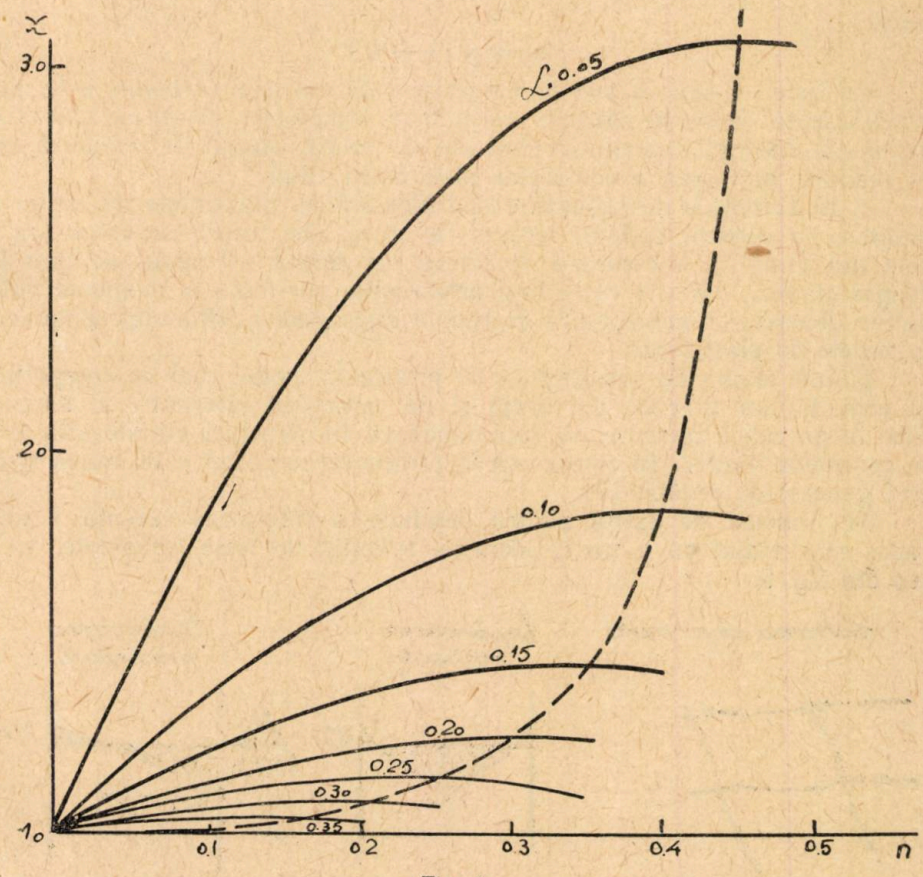


Fig. 8

neglijat deoarece este în majoritatea cazurilor întovărășite de deformații inadmisibile [12]. La stîlpi, datorită caracterului permanent al acțiunii forței axiale, a cărei valoare este independentă de rigiditatea elementelor adiacente, neglijarea acestui efect favorabil nu este justificată.

În fig. 8 s-au trasat diagramele variației funcției χ, în funcție de n, pentru diferite valori α.

Funcția are un maxim corespunzător cazului $n+\alpha=0{,}5$, adică pentru axa neutră trecînd pe la mijlocul înălțimii secțiunii. După cum se vede sporul de capacitate portantă este important, în special pentru procentele reduse de armare.

În cazul curent al armării duble se păstrează expresia (11) sub forma

$$\varsigma=\varsigma_0\left[1+\frac{n\{1+[n+2(\alpha-\alpha')]\}}{2m_0'}\right] \qquad (11')$$

unde

$$m_0'=(a-\alpha')[1-0{,}5(\alpha-\alpha')]+a'(1-\delta') \qquad (9')$$

În cazul armării simetrice

$$\varsigma=\varsigma_0\left[1+\frac{n(1-n)}{2m_0''}\right] \qquad (11'')$$

unde

$$m_0''=\alpha(1-\delta') \qquad 9''$$

32. Este evident că sub forma prezentată mai sus problema este mult schematizată, soluțiile obținute cerîndu-se completate printr-un calcul de ordinul 2. Exemplele analizate mai sus ne indică însă cît de complexă este în realitate problema articulațiilor plastice în stîlpi.

3. În condițiile de proiectare specifice R.P.R. momentele din stîlpi se datoresc în deosebi acțiunii forțelor seismice. Ori forțele seismice (ca și cele din vînt) își inversează de cîteva ori sensul în cursul acțiunii lor asupra clădirii, datorită cărui fapt articulațiile vor lucra la momente alternative. Aceasta crează condiții de rapidă distrugere a betonului comprimat în zonele de plastificare.

Ținînd seama de nesiguranța cu privire la modul real de comportare al articulațiilor plastice din stîlpi și de caracterul alternativ al sarcinei care le provoacă apariția, se recomandă ca în structuri etajate stîlpii să se proiecteze elastic. În consecință în proiectare urmează a se aplica sistemul general de ecuație (5).

34. Schema de calcul pentru deschiderea interioară curentă a unui cadru multietajat cu s travei identice, solicitat de forțe orizontale, va fi cea din fig. 9.

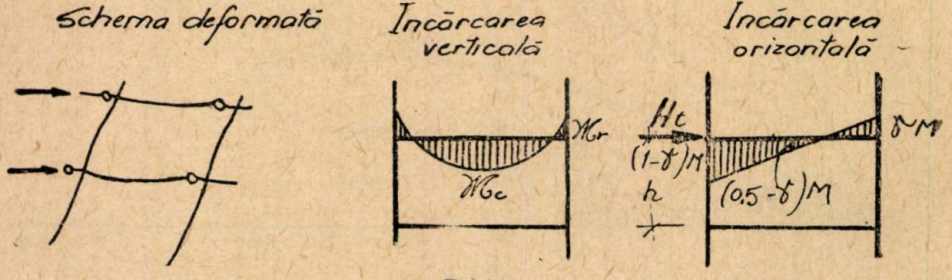


Fig. 9

Momentele totale de calcul

— în articulația plastică ; $\mathcal{M}_r + \gamma M$

— în cîmp $\mathcal{M}_r + (0{,}5 - \gamma) M$

— pe reazemul opus $\mathcal{M}_r - (1 - \gamma) M$

unde $M = \frac{H_t \cdot h}{s}$ și $0 \leq \gamma \leq 0{,}5$

s = numărul traveelor

H_t = forța tăietoare la nivelul etajului

Condiția pentru alegerea coeficientului γ, rezultă din necesitatea împiedicării apariției momentelor de semn contrar pe reazemul opus

$$\mathcal{M}_r - (1 - \gamma)\ M \geq 0$$

sau

$$\left.\begin{aligned} \gamma &\leq \left(1 - \frac{\mathcal{M}_r}{M}\right) \\ \mathcal{M} &\leq \frac{\mathcal{M}_r}{1 - \gamma} \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

Această schemă de calcul este recomandată și de alți autori datorită siguranței pe care o oferă în exploatare [13].

În cazul cînd nu este posibilă evitarea apariției momentelor de semn contrar pe reazemul opus articulației plastice, adică pentru $M \geq 2\mathcal{M}_r$ (din (12) pentru valoarea maximă $\gamma = 0{,}5$), este recomandabil a prelua forțele seismice prin diafragme rigide speciale sau prin prevederea de diagonale în planul cîtorva travei ale cadrului.

35. Calculul la acțiunea forțelor seismice ridică și problema coeficientului de siguranță. Cutremurele în R.P.R. reprezintă evenimente destul de rare, periodicitatea intensității maxime fiind aproape seculară. În consecință pare exagerat a cere un grad de siguranță care nu este cu mult mai redus decît cel realizat la sarcinile fundamentale. Mai just ar fi ca, ținînd seama de categoria clădirii, importanța ei și condițiile de exploatare, să se fixeze deformația permanentă maximă admisibilă. Funcție de această valoare se poate apoi calcula structura, ținînd seama de faptul că în cel mai defavorabil caz pot avea loc două șocuri alternative de intensitate maximă. Numărul cutremurelor de calcul depinde și el de importanța clădirii ; dar pentru construcțiile curente cu durata de exploatare pînă la 100 ani, este suficient a lua în considerație un singur cutremur pe toată durata de existență a construcției.

36. În ceea ce privește calculul la sarcini verticale trebuie verificat dacă prima articulație nu apare cumva în cîmp, ceea ce ar putea aduce prejudicii în exploatarea construcției.

De exemplu în cîmpul central al unei grinzi continue cu 5 deschideri (valabil și pentru cîmpurile centrale în cadre etajate), avem pentru momentul pozitiv expresia

$$M_{+max} = (0.046\,p + 0{,}086\,q)\,l^2$$

Conform normelor curente de calcul, ținînd seama de retransmiterile plastice se recomandă a se lua în cîmp și pe reazem

$$M = \frac{1}{16}(p+q)\,l^2 = 0{,}0625\,(p+q)\,l^2$$

Din condiția ca prima articulație plastică să nu se formeze în cîmp rezultă

$$q \leq 0{,}7\,p \qquad (13)$$

Această relație este în general satisfăcută la clădiri de locuit. La clădiri social-culturale și industriale, care suportă sarcini utile mai mari, aplicarea formulelor din norme trebuie făcută cu precauție.

Date experimentale

37. În cadrul unui program mai vast experimental s-a încercat la rupere un cadru închis, cu dimensiunile din fig. 10.

Riglele cadrului sînt armate cu cîte două carcase sudate, avînd în cîmp cîte 2 Ø 10, iar pe reazem cîte 1 Ø 14.

Marca betonului constatată pe cuburi 20×20×20—252,7 km/cm².

În realitate calitatea betonului a fost neomogenă în lungul riglei, fapt dovedit de valorile momentelor reale de fisurare, care pe reazem au fost mai ridicate decît în cîmp.

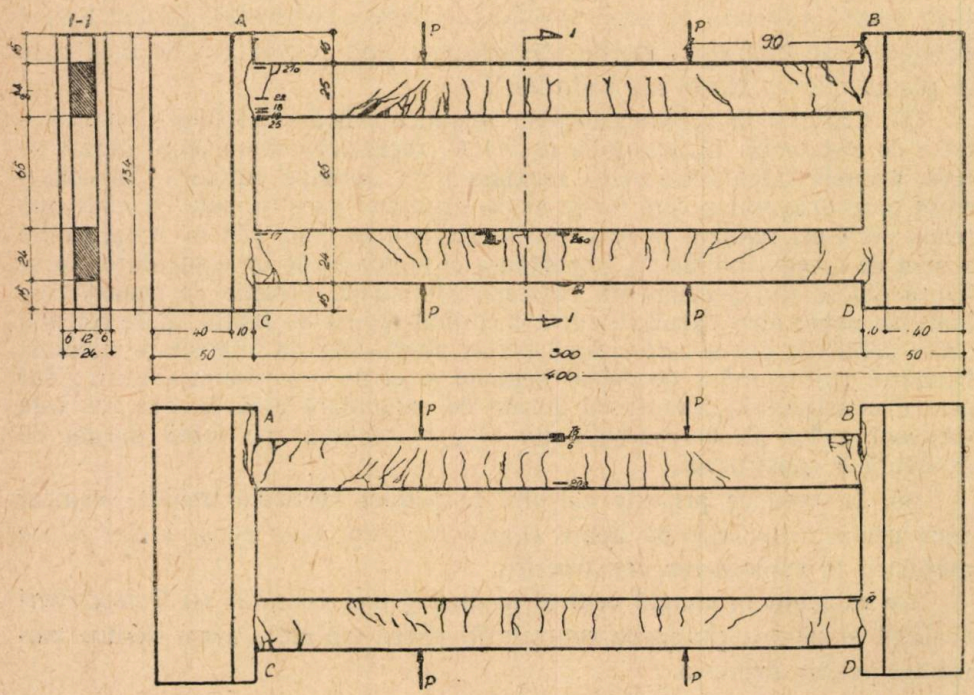


Fig. 10

Din armături s-au extras probe pentru fiecare bară în parte. Limita de curgere are variații destul de mari. Pentru ∅ 14 se poate lua ca medie σ_c =2640 kg/cm² cu un palier de curgere foarte pronunțat, iar pentru ∅ 10, σ_c =2945 kg/cm² cu palier foarte redus de curgere, datorită probabil prelucrării în atelier.

Valori de calcul :

Momente de curgere cîmp — 145.000 kg/cm
reazem — 132.000 kg/cm
Momente de rupere cîmp — 156.000 kg/cm
reazem — 146.000 kg/cm
Sarcina pentru care apare curgerea pe reazem P_1=4410 kg
Sarcina pentru care apare curgerea în cîmp P_2=6520 kg

Săgețile s-au înregistrat cu microcomparatoare 1/100, iar deformațiile betonului și armăturii cu teletensometre electrice rezistive. Pentru a deranja cît mai puțin adeziunea armăturii cu betonul, s-au amenajat ferestre înguste prin beton pînă la armătură pentru lipirea mărcilor.

Încărcarea s-a efectuat în trepte de cîte 700 kg.

38. Din analiza diagramei deformațiilor în armătura de pe reazem rezultă că intrarea în palierul de curgere a început la valoarea de calcul, pentru o sarcină totală de circa 4400 kg. Totuși, nici diagrama săgeților, nici eforturile calculate în armătura din cîmp în baza deformațiilor înregistrate, nu au indicat o redistribuire puternică a momentelor. De asemeni, ca aspect exterior, fisurile de pe reazem s-au deschis foarte puțin.

În consecință pe reazem a avut loc intrarea armăturii în domeniul de reconsolidare. Formarea pe reazem a unei pseudo-articulații a fost posibilă datorită aderenței bune a carcasei, încastrată în beton prin etrierii sudați.

În timpul treptei de încărcare 5600—6300 kg a avut loc în mod brusc deschiderea fisurii pe unul dintre reazeme, indiciu sigur al desprinderii armăturii din beton. Ca atare la această treaptă săgețile au crescut brusc iar eforturile calculate în armătura din cîmp corespund cu ipoteza unei articulații perfecte pe reazem. Deci începînd de la circa 5600 kg s-a terminat faza de pseudo-articulație pe reazeme.

Ulterior la rezemele riglei inferioare pare a se fi dezvoltat o nouă perioadă de reconsolidare, neînsemnată ca valoare. Coeficientul de reconsolidare mK a avut valorile de 18,96 ; 9,65 ; 1,75.

În cîmp articulația plastică a apărut la o sarcină de circa 7400 kg, pentru un efort în armătură corespunzător limitei de curgere determinate pe probe. În lipsa unui palier de curgere pronunțat, armătura din cîmp a intrat și ea în domeniul de reconsolidare. Acest fapt a fost posibil în primul rînd datorită bunei adeziuni a carcasei sudate în beton.

Capacitatea portantă a riglei superioare s-a epuizat pentru o sarcină de circa 9100 kg, cînd s-a dezvoltat ruperea într-o fisură înclinată. Totuși, după descărcare nu s-au remarcat semne de degradare a betonului comprimat în zona de moment constant. În zona întinsă betonul era în multe locuri despicat de către etrierii încastrați în masa lui.

Săgeata în momentul epuizării capacității de reconsolidare a reazemului a fost de 4,60 mm adică 1/652.

Săgeata în momentul începerii curgerii în cîmp a fost de circa 12 mm adică 1/250.

Odată cu începutul curgerii armăturii din cîmp săgeţile au crescut foarte mult, s-au deschis fisurile în mijlocul riglei, justificînd astfel limitarea capacităţii portante de calcul la valoarea sarcinei pentru care începe plastificarea în cîmp.

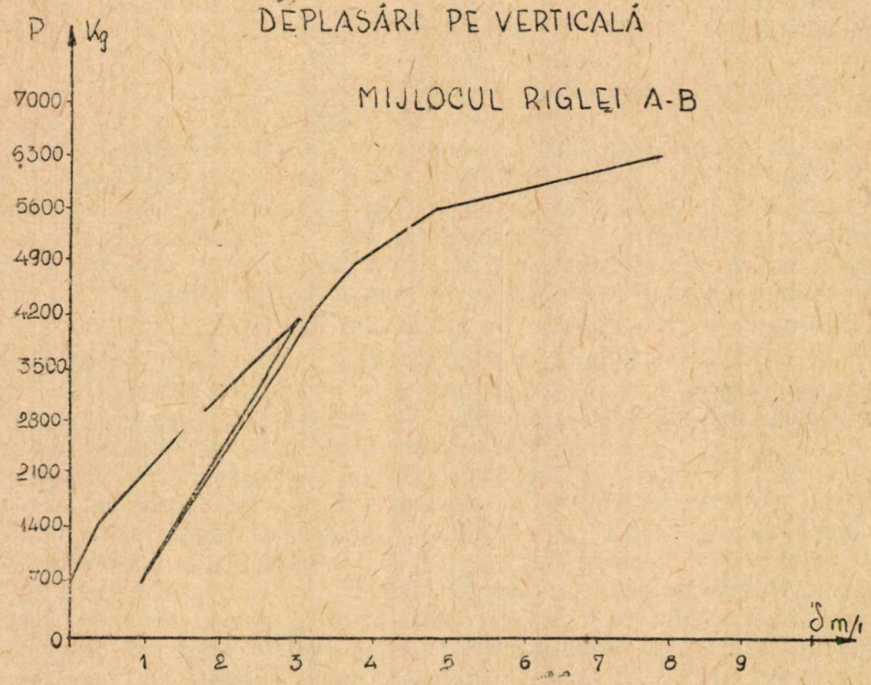


Fig. 11

Ca efect al reconsolidării pe reazem, capacitatea portantă a cadrului a sporit de la 6520 kg la 7440 kg, adică cu 14%.

Remarcăm faptul că folosind momentele de rupere în calculul capacităţii portante ar fi rezultat o valoare de 7100 kg.

Ca o verificare a justeţei interpretării rezultatelor s-au extras ulterior probe de armături din zonele de reconsolidare, obţinîndu-se la încercarea

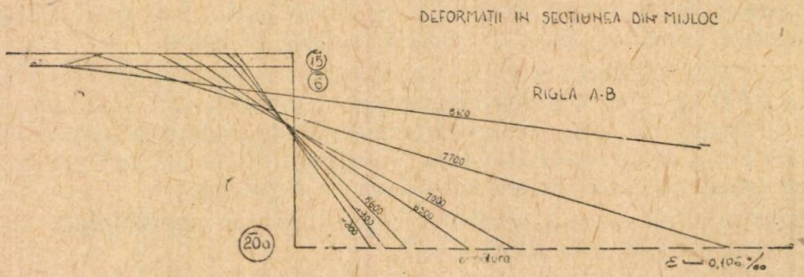


Fig. 12

lor confirmarea existenței fenomenului de ecruisare. Punctul de rupere de pantă al diagramei $\sigma - \varepsilon$ coincide satisfăcător cu valorile obținute din calcul.

În fig. 11 se dă variația săgeților în mijlocul riglei superioare.

În fig. 12 se dau deformațiile în secțiunea de la mijloc, iar în fig. 13 deformațiile în secțiunea de la reazemul A al riglei superioare.

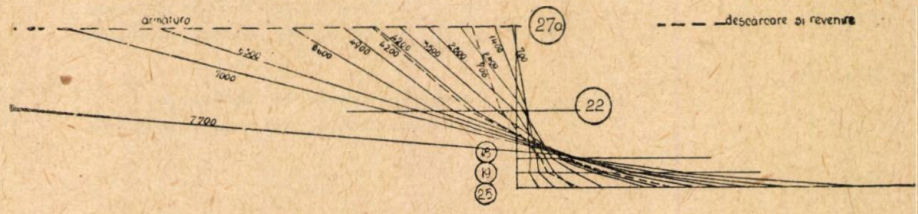


Fig. 13

În fig. 14 se dau diagramele $M - \varnothing$ pentru cîmpul riglelor, iar în fig. 15 diagramele rotațiilor rigide în pseudo-articulațiile și articulațiile plastice formate pe reazeme.

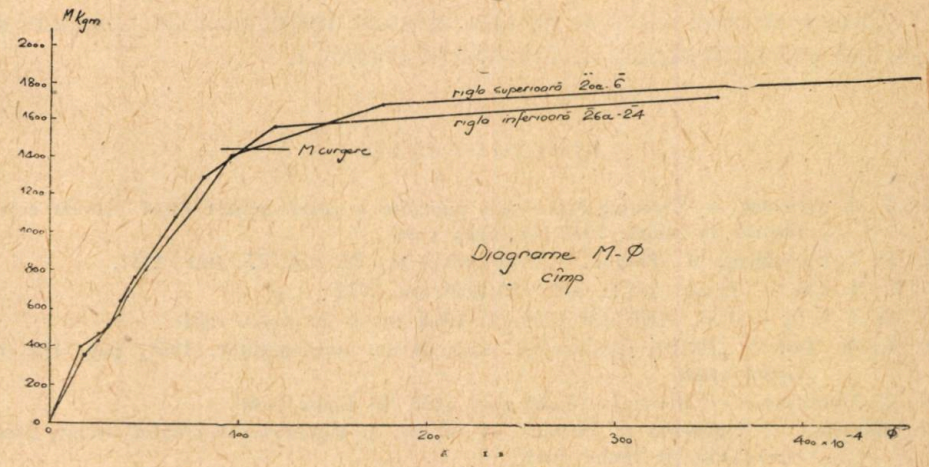


Fig. 14

Din această unică experiență nu se pot trage concluzii cu caracter general; ea permite însă o apreciere prealabilă justă a ansamblului de probleme care apar în legătură cu proiectarea în stadiul limită de rupere al structurilor din beton armat.

39. Prezentul studiu s-a elaborat în cadrul pregătirii disertației de candidat sub conducerea prof. N. Drogeanu, la catedra de clădiri civile și

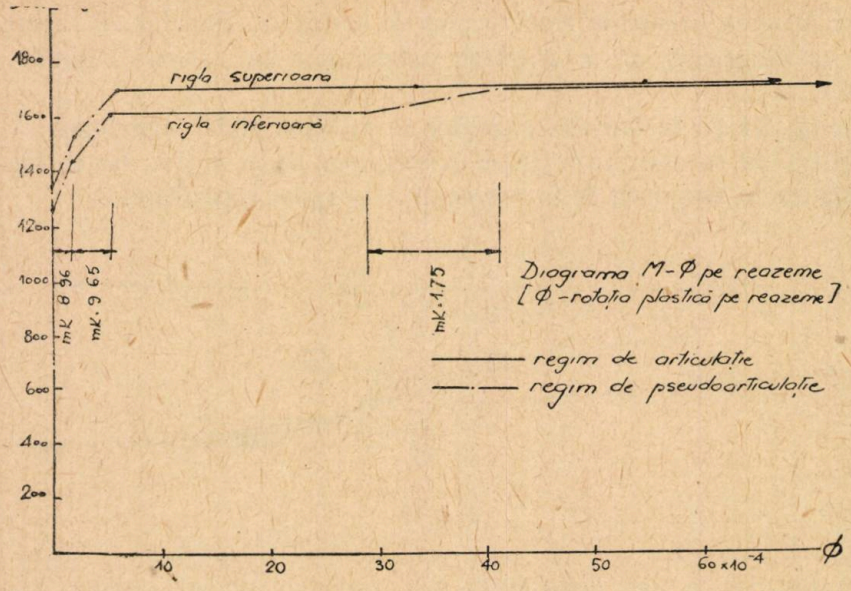


Fig. 15

industriale din Institutul de Construcții (șef de catedră prof. D. Prapor-gescu).

Încercările s-au efectuat în laboratoarele Institutului de Cercetări și Încercări pentru Materiale de Construcții (ICIMC).

BIBLIOGRAFIE

1. **A. A. Gvozdev** — Calculul capacității portante a construcțiilor după metoda echilibrului la limită, 1949 (în limba rusă).
2. **H. I. Greenberg, W. Prager** — Proc ASCE nr. 59, vol. 77, febr. 1951.
3 **L. H. Lee** — Trans. ASCE, vol. 120/1955, nr. 2732.
4. **O. I. Berg** — Dok. AHCCCP 1950, T. LXX nr. 4 (în limba rusă).
5. **K. E. Tali** — TNIPS, Problemele moderne ale construcțiilor, 1951, pag. 115 (în limba rusă).
6. **D. Dumitrescu** — Disertație, Leningrad 1953 (în limba rusă).
7. **Murașiov** — Rezistența la fisurare, la rupere, și rigiditatea betonului armat, Moscova 1950 (în limba rusă).
8. **H. A. Sawyer** — Proc. ASCE, vol. 81, paper 851, dec. 1955.
9. **A. L. L. Baker** — Journ. Inst. Civ. Engrs. nr. 4, febr. 1951.
10. **Glanville, Thomas** — Building Research Bull., 1939.
11. **A. L. L. Baker** — Proc. Inst. Civ. Engrs. Part. III, vol. 2, aug. 1953,
12. **G. C. Grigorean** — Lucrările conf. IV pentru beton, vol. II, pag. 124, Moscova 1949 (în limba rusă).
13. **A. L. L. Baker** — Proc. Inst. Civ. Engr. Part. III, vol. IV, aug. 1955, nr. 2.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПЛАСТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ РАМ

(Краткое содержание)

В научном сообщении разрабатываются некоторые характеристики развития пределыного состояния прочности в изгибаемых железобетонных элементах. Несущей способностю структуры считается значение нагрузки при котороі в структуре развиваются остаточные явления, несовместимые с нормальными условиями эксплоатации конструкции,

На основании вышеуказанного определения, появление первого пластического шарнира в пролете (в условиях обычных распределенных нагрузок) соответствует с моментом исчерпывания несущей способности.

Имея в виду, что в процессе нагрузки во многих структурах могут развиваться ложные шарниры, в которых изгибающий момент увеличивается приблизительно линейно с жестким вращением в шарнире, дается каноническая система уравнений метода сил для этого случая.

Для столбов железобетонных рам присуствие осевой силы содействует значительному увеличению способности восприятия моментов горизонтальных нагрузок, что не может быть предусмотрено простой теорией пластичности.

Имея в виду переменный характер горизонтальных нагрузок на многоэтажные конструкции, рекомендуется избегать создания пластических шарниров в столбах.

В сообщении приводятся некоторые экспериментальные результаты. полученные на модели железобетонной закрытой рамы.

EINIGE BEITRÄGE ZUM PROBLEM DER PLASTISCHEN BERECHNUNG VON STAHLBETONRAHMENTRAGWERKEN

Zusammenfassung

Es werden einige Besonderheiten der Entwicklung des Bruchgrenzzustandes in von Biegemomenten beanspruchten Stahlbetonelementen untersucht.

Als Traglast wird derjenige Wert der äusseren Belastung definiert, welcher im Tragwerk bleibende Verformungen hervorruft die mit den normalen Gebrauchsbedingungen unverträglich sind.

Auf Grund dieser Definition wird die Entstehung des ersten plastischen Gelenkes im Felde (bei gewöhnlicher verteilter Belastung) als Moment der Erschöpfung der Tragfähigkeit betrachtet.

Da in vielen statisch unbestimmten Stahlbetonrahmentragwerken unter Belastung pseudo-Gelenke erscheinen können, in denen der Biegemoment sich ungefähr gleichmässig mit der globalen Drehung in dem Gelenk verändert, wird das kanonische Gleichungsystem für diesem besonderen Fall aufgebaut.

Es ergibt sich dass in den Stützen der Stahlbetonrahmentragwerke das Vorhandensein der Längskraft die Fähigkeit Biegemomente aus seitlichen Lasten aufsunehmen beträchtlich erhöht, was durch die einfache plastische Traglasttheorie nicht vorgesehen werden konnte.

Wegen der wechselden Richtung der seitlichen Lasten, wird die Vermeidung von plastischen Gelenken in den Stützen empfohlen.

Es werden einige Ergebnisse vom Bruchversuche eines geschlossenen Rechteckrahmenmodells aus Stahlbeton angeführt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

HIDRAULICA

CONTRIBUŢII LA STUDIUL ANALITIC AL MIŞCĂRII RELATIVE PRIN RECIPIENTE ÎN ROTAŢIE *)

de DAN TAŞCĂ

Studiul mişcării relative a fluidelor prin recipiente în rotaţie interesează teoria maşinilor hidraulice şi pneumatice. Pentru studiul cinematic aplicăm teoremele lui CORIOLIS:

$$\bar{v} = \bar{u} + \bar{w} \quad \text{şi} \quad \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d\bar{u}}{dt} + \frac{d\bar{w}}{dt} + 2\bar{\omega} \times \bar{w} \tag{1}$$

care la recipiente în rotaţie $(\bar{u} = \bar{r} \times \bar{\omega})$, devin:

$$\bar{v} = \bar{r} \times \bar{\omega} + \bar{w} \quad \text{şi} \quad \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d\bar{r}}{dt} \times \bar{\omega} + \frac{d\bar{w}}{dt} + 2\bar{\omega} \times \bar{w} \tag{2}$$

Considerînd componentele tangenţială, radială şi axială ale vitezei $\bar{v} = \bar{v}_u + \bar{v}_r + \bar{v}_a$, aplicaţiile practice relevă două clase de mişcări interesante:

— mişcările în plane paralele ($v_a = 0$),
— mişcările în plane meridiane (axial-simetrice).

În acest studiu, ne ocupăm numai de prima clasă de mişcări, cu viteza absolută tangenţială ($v_r = v_a = 0$), avînd aplicaţii la teoria turbinelor PELTON.

1. SISTEME DE REFERINŢĂ

Considerăm un plan paralel al rotorului, la distanţa z de planul median, Oxy — sistemul de referinţă fix, $\Omega\,\xi\,\eta$ — sistemul de referinţă solidar cu rotorul presupus în mişcare dar readus la repaus imprimîndu-i o rotaţie cu viteza unghiulară $-\omega$ şi $\Omega'\,\xi'\,\eta'$ — sistemul de referinţă antrenat. Sistemul $\Omega'\,\xi'\,\eta'$ coincide cu $\Omega\,\xi\,\eta$ la momentul $t = 0$ şi ajunge într-o poziţie oarecare la momentul t. (fig. 1).

Fie $\Omega\,\xi$ traiectoria absolută parcursă de o particulă fluidă punctiformă animată cu viteza constantă v_0; coordonatele absolute ale lui Ω sînt:

$$-x_0 = -r_0 \sin\theta_0 \quad \text{şi} \quad -y_0 = -r_0 \cos\theta_0,$$

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti şi Institutul de Construcţii Bucureşti din 20—22 iunie 1956.

O particulă P aflată la momentul t pe axa $\Omega\xi$ are coordonatele:

$$\left.\begin{aligned} &x = r\sin(\theta-\theta_0) = v_0 t - x_0 \quad , \quad y = -r\cos(\theta-\theta_0) = -y_0 \\ &\xi = v_0 t = x_0 + x = x_0 + r\sin(\theta-\theta_0), \quad \eta = y_0 + y = y_0 - r\cos(\theta-\theta_0) = 0 \\ &\xi' = (r_0 - r)\sin\theta_0 = x_0 - r\sin\theta_0 \quad , \quad \eta' = (r_0 - r)\cos\theta_0 = y_0 - r\cos\theta_0 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Avem, evident: $r\cos(\theta-\theta_0) = r_0\cos\theta_0 = y_0$ şi

$$r\sin(\theta-\theta_0) = v_0 t - r_0\sin\theta_0 = v_0 t - x_0 .$$

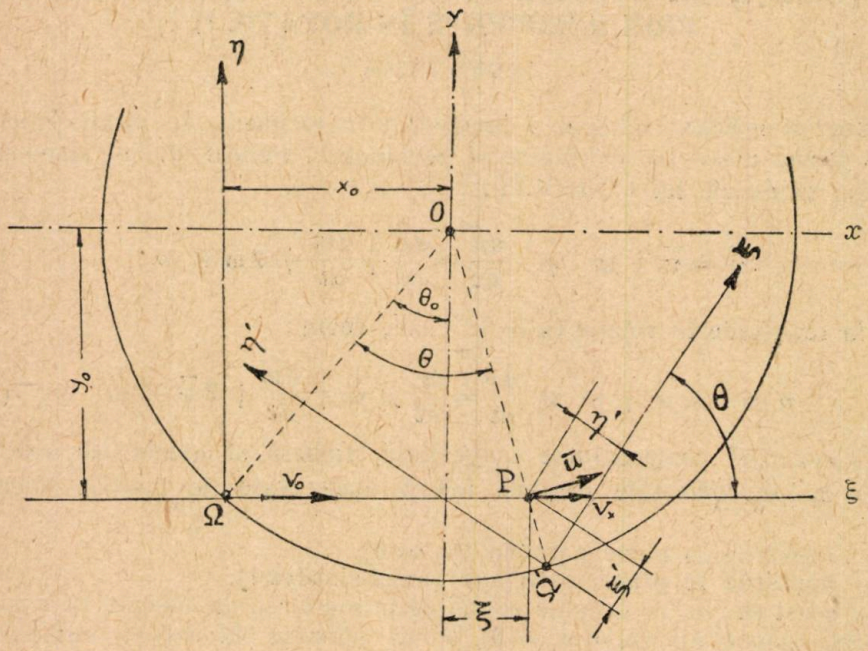


Fig. 1

Vitezele ei au următoarele componente:

$$\left.\begin{aligned} &v_x = v_0 \quad , \quad v_y = 0 \\ &u_x = r\omega\cos(\theta-\theta_0) = y_0\omega \quad , \quad v_y = r\omega\sin(\theta-\theta_0) = (v_0 t - x_0)\omega \\ &w_\xi = v_0 - r\omega\cos(\theta-\theta_0) = v_0 - y_0 w, \quad w_\eta = -r\omega\sin(\theta-\theta_0) = -(v_0 t - x_0)\omega \\ &w'_\xi = v_0\cos\theta - r\omega\cos\theta_0 = v_0\cos\theta + \omega(\eta' - y_0), \\ &w'_\eta = -v_0\sin\theta - r\omega\sin\theta_0 = -v_0\sin\theta + \omega(x_0 - \xi') \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

2. STUDIUL TRAIECTORIILOR (SISTEMUL LAGRANGE)

Am obţinut traiectoriile absolute, integrînd ecuaţiile diferenţiale $dx = v_x\,dt = v_0\,dt$ şi $dy = v_y\,dt = 0$, de unde rezultă:

$$x = v_0 t - x_0 \quad \text{şi} \quad y = -y_0 \quad (5)$$

Am obținut traiectoriile de transport, integrînd ecuațiile diferențiale: $dx = u_y\,dt = y_0\,\omega\,dt$ și $dy = u_y\,dt = (v_0 t - x_0)\,\omega\,dt$ de unde — prin eliminarea timpului t — rezultă:

$$y = \frac{v_0}{2\,\omega\,y_0^2}(x + x_0)^2 - \frac{x_0}{y_0}(x + x_0) - y_0 \qquad (6)$$

care este o parabolă (fig. 2).

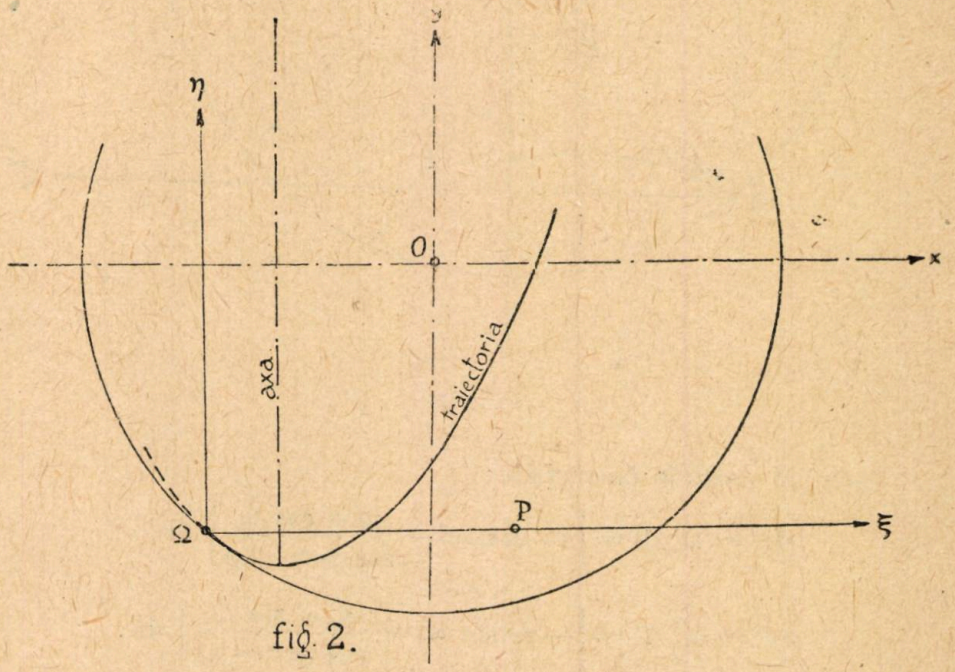


fig. 2.

Fig. 2

Prin integrarea ecuațiilor diferențiale:

$$d\xi = w_\xi\,dt = (v_0 - y_0\,\omega)\,dt$$

și

$$d\eta = w_\eta\,dt = -\omega\,(v_0 t - x_0)\,dt$$

și prin eliminarea timpului am obținut traiectoriile relative cu rotorul fix:

$$\eta = -\frac{\omega\,v_0}{2}\,\frac{\xi^2}{(v_0 - y_0\,\omega)^2} + \frac{x_0\,\omega\,\xi}{v_0 - y_0\,\omega} \qquad (7)$$

Ecuația (7) reprezintă o parabolă (fig. 3). Construcția ei grafică prin metodele geometriei cinematice este clasică [1], dar cunoașterea ecuației (7) permite o trasare grafică mai simplă, o interpretare a mișcărilor și precizarea prin metode științifice exacte a cercurilor caracteristice rotoarelor de turbine PELTON.

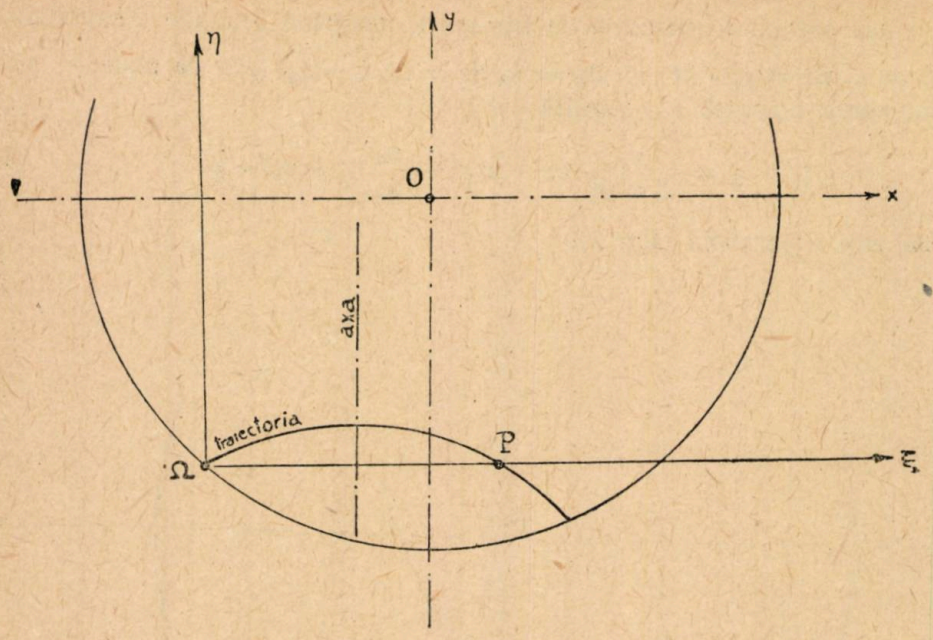


Fig. 3

Integrînd ecuaţiile diferenţiale:

$$d\xi' = w'_\xi \, dt = \left[v_0 \cos \omega t - \frac{y_0 \omega \cos \theta_0}{\cos (\omega t - \theta_0)} \right] dt$$

şi

$$d\eta' = w'_\eta \, dt = \left[- v_0 \sin \omega t + \frac{y_0 \omega \sin \theta_0}{\cos (\omega t - \theta_0)} \right] dt ,$$

am obţinut:

$$\xi' = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t + \frac{y_0^2}{r_0} \ln \frac{tg \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\omega t}{2} + \frac{\theta_0}{2} \right)}{tg \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta_0}{2} \right)}$$

şi

$$\eta' = \frac{v_0}{\omega} (\cos \omega t - 1) - \frac{x_0 y_0}{r_0} \ln \frac{tg \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\omega t}{2} + \frac{\theta_0}{2} \right)}{tg \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta_0}{2} \right)} \qquad (8)$$

Am eliminat termenii logaritmici, pentru a lăsa în evidenţă variaţia cu timpul a dreptei de ecuaţie:

$$x_0 \xi' + y_0 \eta' + \frac{v_0}{\omega} \left(2 y_0 \sin^2 \frac{\omega t}{2} + x_0 \sin \omega t \right) = 0 \qquad (9)$$

a cărei pantă față de $\Omega' \xi'$ este constantă.

3. STUDIUL LINIILOR DE CURENT (SISTEMUL EULER)

Integrînd ecuația diferențială $\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y}$ sau $d\psi = v_0\, dy = 0$, am obținut ecuațiile liniilor de curent în mișcarea absolută:

$$\psi\,(x.\ y) = v_0\, y = ct. \tag{10}$$

Observăm că mișcarea este uniformă și permanentă, iar componenta după Oz a vîrtejului se anulează: $\omega_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right) = -\frac{1}{2}\frac{\partial v_0}{\partial y} = 0$, deci mișcarea absolută este potențială, iar existența funcției de curent $\psi\,(x, y)$ este în acest caz indubitabilă. De altfel, putem demonstra existența funcției $\psi(x, y)$ chiar dacă mișcarea ar fi rotațională; în adevăr, funcția ψ există dacă expresia $d\psi = v_x\, dy - v_y\, dx$ este diferențială totală exactă, adică dacă $\frac{\partial v_x}{\partial x} = -\frac{\partial v_y}{\partial y}$. Această condiție este îndeplinită prin ecuația de continuitate în plan $\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} = 0$, ceeace nu implică neapărat $\operatorname{rot} \bar{v} = 0$.

În concluzie, funcția de curent $\psi\,(x, y)$ există în orice mișcare plană.

În mișcarea de transport nu există linii de curent, deoarece această mișcare aparține recipientului, dar am putea utiliza fasciculul de traiectorii (6), considerînd pe x_0 și y_0 ca parametri.

Integrînd ecuația diferențială $\frac{d\xi}{w_\xi} = \frac{d\eta}{w_\eta}$

sau $$d\psi = (v_0 - y_0\,\omega)\, d\eta + (v_0\, t - x_0)\,\omega\, d\xi = 0,$$

am obținut ecuațiile liniilor de curent în mișcarea relativă cu rotorul fix:

$$\psi\,(\xi, \eta, t) = (v_0 - y_0\,\omega)\,\eta + \omega\,(v_0\, t - x_0)\,\xi = ct. \tag{11}$$

Pentru valori discrete ale timpului t, ecuația (11) reprezintă cîte un fascicul de drepte de pantă $\frac{\eta}{\xi} = -\frac{\omega\,(v_0\, t - x_0)}{v_0 - y_0\,\omega} = \frac{w_\eta}{w_\xi}$ (fig. 4).

Observăm că mișcarea relativă cu rotorul fix este uniformă dar nepermanentă, iar componenta după $\Omega\xi$ a vîrtejului se anulează:

$$\omega_\xi = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w_\eta}{\partial \xi} - \frac{\partial w_\xi}{\partial \eta}\right) = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial (v_0 - y_0\,\omega)}{\partial \xi} + \omega\,\frac{\partial (v_0\, t - x_0)}{\partial \eta}\right] = 0$$

deci mișcarea este potențială.

Integrînd ecuația diferențială $\frac{d\xi'}{w_{\xi'}} = \frac{d\eta'}{w_{\eta'}}$

sau $d\psi = [v_0 \cos\theta + \omega\,(\eta' - y_0)]\, d\eta' + [v_0 \sin\theta - \omega\,(x_0 - \xi')]\, d\xi' = 0$

am obținut ecuațiile liniilor de curent în mișcarea relativă cu rotorul mobil:

$$\psi^*(\xi', \eta', t) = (v_0 \cos\theta - y_0\omega)\,\eta' + \frac{\omega\eta'^2}{2} + (v_0 \sin\theta - x_0\omega)\,\xi' + \frac{\omega\xi'^2}{2} = ct. \quad (12)$$

care — pentru valori discrete ale lui t — reprezintă cîte o familie de cercuri

$$\xi'^2 + \eta'^2 + \frac{2}{\omega}(v_0 \sin\omega t - x_0\omega)\,\xi' + \frac{2}{\omega}(v_0 \cos\omega t - y_0\omega)\,\eta' = ct. \quad \text{(fig. 5)}$$

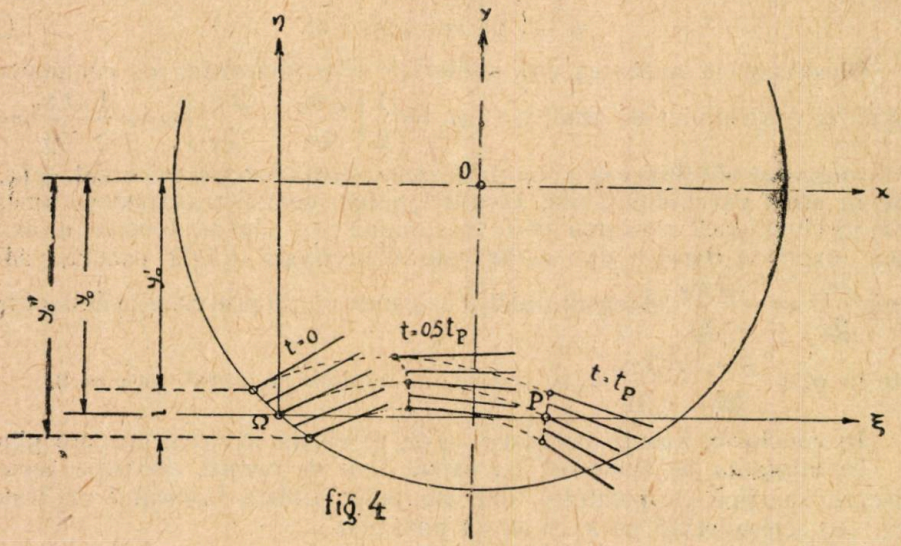


Fig. 4

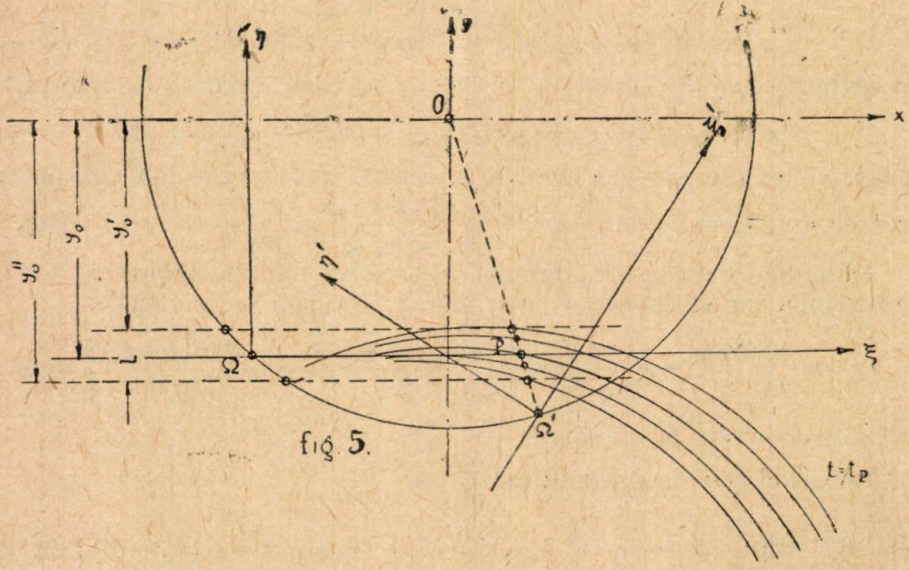


Fig. 5

Observăm că mișcarea relativă cu rotorul mobil este neuniformă și nepermanentă iar componenta după $\Omega' \xi'$ a vîrtejului se anulează:

$$\omega_{\zeta'} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w_{\eta'}}{\partial \xi'} - \frac{\partial w_{\xi'}}{\partial \eta'}\right) = \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial [v_0 \cos\theta + \omega(\eta' - y_0)]}{\partial \xi'} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial [v_0 \sin\theta + \omega(x_0 - \xi')]}{\partial \eta'}\right\} = 0,$$

deci mișcarea este potențială *).

4. CALCULUL DEBITELOR

Presupunînd că jetul de fluid în mișcare absolută este un cilindru de diametru $d_0 = 2R$ și că el este intersectat de planul considerat după un dreptunghi de înălțime 1 (fig. 6), putem calcula debitul absolut, cunoscînd debitul plan $Qz = \psi'' - \psi' = v_0(y_0'' - y_0') = v_0 l$, care se integrează astfel:

$$Q = 2\int_0^R Q_z \, dz = 2 v_0 \int_0^R l \, dz = 4 v_0 \int_0^R \sqrt{R^2 - z^2} \, dz = v_0 \pi R^2$$

rezultat evident, pe care l-am menționat pentru a ilustra metoda de calcul.

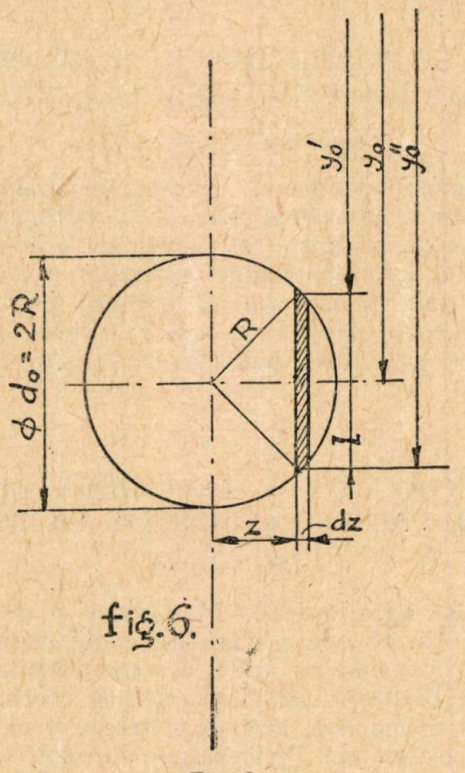


fig. 6.

Fig. 6

*) Căutarea potențialelor de viteze $\varphi(x, y)$, $\varphi(\xi, \eta, t)$ și $\varphi(\xi', \eta', t)$ corespunzătoare funcțiilor de curent (10), (11) și (12) este complicată, deoarece ele corespund unor mișcări potențiale plane cu suprafețe libere, dar este și inutilă, funcțiile de curent fiind cunoscute.

În mod analog se calculează debitul relativ cu rotorul fix integrînd debitul plan $Q_\xi = \psi''(\xi, \eta, t) - \psi'(\xi, \eta, t)$ şi debitul relativ cu rotorul mobil integrînd debitul plan $Q_{\xi'} = \psi''(\xi', \eta', t) - \psi'(\xi', \eta', t)$ pe contururile corespunzătoare. Debitele obţinute sînt variabile cu timpul şi permit calculul forţelor de impuls şi al momentelor cinetice în fiecare moment t.

În încheiere, menţionăm că ecuaţiile obţinute în acest studiu permit o interpretare mai profundă a mişcărilor în rotoarele turbinelor PELTON, ceeace ar putea conduce la perfecţionarea metodelor de proiectare şi a maşinilor însăşi.

Laboratorul de Hidraulică
Institutul Politehnic Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. **Prof. Dr. Ing. Dorin Pavel** — „Maşini Hidraulice", vol. I, E.E.S. Bucureşti, (1954), p. 389 şi 391—393.

К ВОПРОСУ ОБ АНАЛИТИЧЕСКОМ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ВРАЩАЮЩИХСЯ СОСУДОВ

(Краткое содержание)

Автор составниллуравнения траектории линий токов абсолютного и относительного движения жидкости, которая течет в вовращаемся сосуде, принебрегая при этом проекции осевой скорости.

Было доказано существование функции тока во всех плоских движениях и был дан общий метод точного расчета абсолютного и относительного расхода, игнорируя при этом расход при плоском движении. Полученные резултаты разрешают дальнейшее развнтие теории турбин Пельтона.

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE ANALITIQUE DU MOUVEMENT RELATIF PAR DES RÉCIPIENTS EN ROTATION

(Résumé)

On a obtenu les équations des trajectoires et des lignes de courant en mouvements absolu et relatif d'un fluide qui coule dans un récipient en rotation, tout en considérant nulles les composantes axiales des vitesses. On a démontré l'existence de la fonction du courant dans tout mouvement plan et on a donné une méthode générale pour le calcul exact des débits absolus et relatifs par l'intégration du débit en mouvement plan.

Les résultats obtenus permettent le développement de la théorie des turbines PELTON.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 1—2

STABILIREA PE CALE VECTORIALĂ A ECUAȚIILOR DE MIȘCARE A FLUIDELOR REALE ȘI A ECUAȚIILOR LUI NAVIER-STOKES PENTRU FLUIDE INCOMPRESIBILE *)

de DAN TAȘCA

Ecuațiile de mișcare a fluidelor reale în regim laminar au fost stabilite de NAVIER și STOKES [1] pe cale carteziană, iar de alți cercetători pe cale tensorială [2], sau chiar elementară [3].

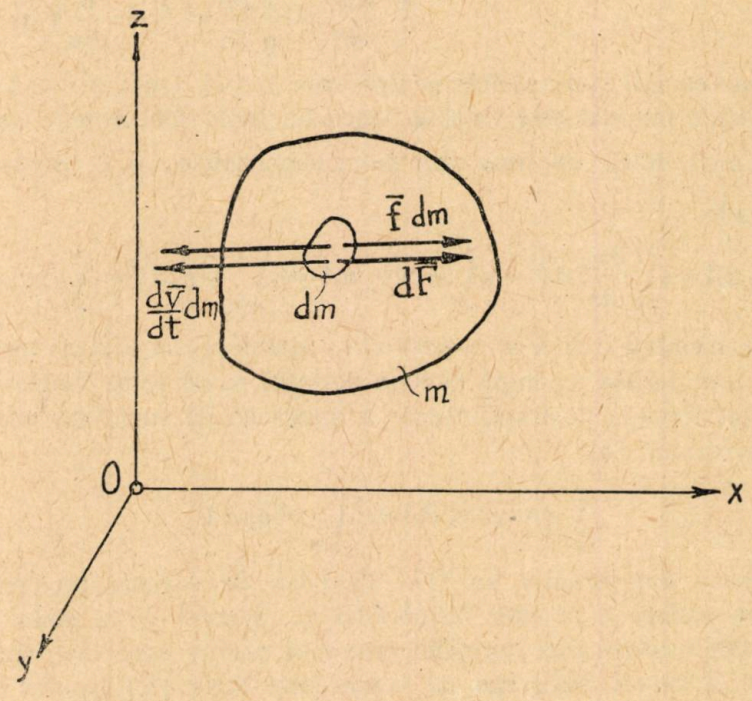


Fig. 1

Procedeele utilizate de acești autori conduc la rezultat prin calcule laborioase; procedeul vectorial expus mai jos este mai expeditiv fiind în același timp riguros.

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

Asupra unei porțiuni fluide de masă m, care ocupă volumul V sînt aplicate și în echilibru, în sensul principiului lui D'ALEMBERT: forța de inerție, forța de presiune, forța exterioară și forța tangențială $\bar{F}=\int_0 \bar{\tau}\,dA$ *

$$\int_m \frac{d\bar{v}}{dt}\,dm+\int_m \frac{\nabla p}{\varrho}\,dm=\int_m \bar{f}\,dm+\int_0 \bar{\tau}\,dA \qquad (1)$$

de unde se obține prin trecere la limită ecuațiile de mișcare a fluidelor reale:

$$\frac{d\bar{v}}{dt}+\frac{\nabla p}{\varrho}=\bar{f}+\frac{d}{dm}\int_0 \bar{\tau}\,dA \text{ sau } \begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt}+\dfrac{1}{\varrho}\dfrac{\partial p}{\partial x}=f_x+\dfrac{d}{dm}\displaystyle\int_0 \tau_x\,dA \\ \dfrac{dv_y}{dt}+\dfrac{1}{\varrho}\dfrac{\partial p}{\partial y}=f_y+\dfrac{d}{dm}\displaystyle\int_0 \tau_y\,dA \\ \dfrac{dv_z}{dt}+\dfrac{1}{\varrho}\dfrac{\partial p}{\partial z}=f_z+\dfrac{d}{dm}\displaystyle\int_0 \tau_z\,dA \end{cases} \qquad (2)$$

Aceste ecuații sînt valabile pentru orice regim, laminar sau turbulent. În regim laminar este valabilă legea lui NEWTON asupra viscozității $\tau=\eta\frac{dv}{dn}$ încît putem exprima una din componentele lui $\bar{F}$, de ex. pe Fx sub formele:

$$F_x=\int_0 \tau_x\,dA=\eta\int_0 \frac{dv_x}{dn}\,dA=\eta\int_0 \bar{n}\cdot\nabla v_x\,dA=\eta\int_{(V)} \nabla^2 v_x\,dV=\nu\int_m \Delta v_x\,dm \qquad (3)$$

Între membrii 3 și 4 ai acestor cinci egalități, am utilizat formula de derivare a scalarului v_x după direcția normală $\bar{n}$, iar între membrii 4 și 5, am utilizat formula de transformare a integralei de suprafață într-o integrală de volum [4]:

$$\int_0 (\bar{n}\cdot\nabla)v_x\,dA=\int_{(V)} \nabla^2 v_x\,dV$$

care provine din formula lui GAUSS (flux de scalari, gradient) prin înmulțirea scalară a ambilor membri cu ∇. Semnul + la ambii membri provine din considerarea normalei orientată pozitiv spre interiorul supra feței, iar domeniul integralei de volum este scris (V), pentru a arăta că este volumul limitat de suprafața închisă. Rezultă deci:

$$\bar{F}=\nu\,(\bar{i}\int_m \Delta v_x\,dm+\bar{j}\int_m \Delta v_y\,dm+\bar{k}\int_m \Delta v_z\,dm)=\nu\int_m \nabla^2\bar{v}\,dm \qquad (4)$$

în care $\Delta^2\bar{v}=\bar{i}\,\nabla v x+\bar{j}\Delta v_y+\bar{k}\Delta v_z$ este vectorul laplaceian al vitezei.

*) Am notat cu A aria iar semnul $\int_0$ arată că domeniul de integrare este suprafața închisă.

Substituind pe $\overline{F}$ din (4) în ecuația (1) și trecînd la limită, se obține:

$$\frac{d\overline{v}}{dt}+\frac{\nabla p}{\varrho}=\overline{f}+\nu\nabla^2\overline{v} \quad \text{sau} \quad \begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt}+\dfrac{1}{\varrho}\dfrac{\partial p}{\partial x}=f_x+\nu\Delta v_x \\ \dfrac{dv_y}{dt}+\dfrac{1}{\varrho}\dfrac{\partial p}{\partial y}=f_y+\nu\Delta v_y \\ \dfrac{dv_z}{dt}+\dfrac{1}{\varrho}\dfrac{\partial p}{\partial z}=f_z+\nu\Delta v_z \end{cases} \tag{5}$$

adică ecuațiile lui NAVIER-STOKES pentru fluide incompresibile.

Laboratorul de Hidraulică
Institututul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. **G. Stokes** — On the Theories of the internal Friction of Fluide in motion, Transactions of Cambridge Philosophical Society, t. VIII, (1845), p. 287.
2. **L. Prandtl** — The Mechanics of viscous Fluids, in W. F. Durand's „Aerodynamic Theory", Berlin (1935), t. III, p. 39—49.
3. **D. Germani** — Établissement par voie élémentaire des équations de Navier-Stokes, C.R.A.S. de Roumanie, t. V, Nr. 1—2, (1941), p. 155—159.
4. **L. M. Milne-Thomson** — Theoretical Hydrodynamics, London (1949), p. 51, formula (4).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕКТОРИАЛЬНЫМ СПОСОБОМ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ РЕАЛЬНЫХ ЖИДКОСТЕЙ И УРАВНЕНИЙ НАВИЕ-СТОКСА ДЛЯ НЕСЖИМАЕМЫХ ЖИДКОСТЕЙ

(Краткое содержание)

Автору удалось получить векториальным путем общие выражения уравнений движения реальных жидкостей, действительных для всяких режимов, ламинарного или турбулентного, а также и уравнения Навие-Стокса для несжимаемых жидкостей.

Целью настоящего исследования является указание более быстрого, но в то же время точного, способа в сравнении с очень сложными способами, применявшимися раннее.

ETABLISSEMENT PAR VOIE VECTORIELLE DES ÉQUATIONS DE MOUVEMENT DES FLUIDES RÉELS ET DES ÉQUATIONS DE NAVIER ET STOKES POUR LES FLUIDES INCOMPRESSIBLES

(Résumé)

On a obtenu par voie vectorielle les expressions générales des équations de mouvement des fluides réels, valables pour tout régime, laminaire ou turbulent, ainsi que les équations de NAVIER et STOKES pour les fluides incompressibles.

Le but de l'étude est de montrer un moyen plus expéditif, mais rigoureux, en comparaison à ceux utilisés antérieurement, qui sont très laborieux.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

CONSTRUCȚII HIDROTEHNICE

624

PROBLEME DE ECHILIBRU LIMITA ȘI DE CURGERE PLASTICĂ ÎN CALCULELE DE STABILITATE A TALUZELOR*)

de H. LEHR

Alunecările de terenuri, cu efectele lor distrugătoare pentru lucrările inginerești, pun în fața inginerilor constructori o serie de probleme dificile din domeniul mecanicei pămînturilor și din cel al tehnologiei execuției. Probleme de acest fel au constituit o preocupare permanentă mai ales a inginerilor constructori de căi de comunicații pe uscat și pe apă și combaterea acestor alunecări a devenit de multe ori lucrarea-cheie a construcției respective. Menționez numai alunecările de terenuri întîmplate pe unele din importantele noastre linii de cale ferată precum și cele mai cunoscute din străinătate, ca cele de la canalul din Midi-Franța, precum și cele din canalul Panama, unde alunecările de terenuri au întrerupt pentru o lungă perioadă de timp, punerea în funcțiune a acestei artere de comunicații: în ultimul timp judecînd după comunicările făcute în literatura de specialitate, fenomenele de alunecări au devenit mult mai frecvente. Acest lucru se explică în parte prin faptul că în urma dezvoltării continue a construcțiilor inginerești care devin din ce în ce mai îndrăznețe, crește adîncimea săpăturilor și înălțimea rambleurilor ceeace mărește pericolul de alunecare și în parte prin efectul timpului. Într-adevăr au trecut cca 80 de ani de cînd s-au construit în Europa primele mari lucrări de artă la primele linii ferate. Efectul degradării rocilor expuse agenților atmosferici prin executarea debleelor adînci și a rambleelor înalte și acțiunii apelor de suprafață au dus cu timpul la micșorarea rezistenței rocilor și se manifestă acum prin producerea alunecărilor. Aceste fapte explică că în ultimul timp problemele în legătură cu alunecările au format obiectul unei desbateri, mai multor conferințe și congrese inginerești, ca de pildă — „Conferința panunională pentru executarea și proiectarea rambleelor și debleelor la căi de comunicații din 1948", Conferința panunională pentru combaterea alunecărilor din 1946. Conferința panunională din 1954 de la Kuibișev. Congresul internațional pentru problemele de alunecare din Stockholm din 1954. Congresul al III-lea de Geotehnică și Fundații din Zürc 1953 și altele.

În țara noastră o tratare științifică a problemelor în legătură cu alunecările a fost întreprinsă în ultimul timp de către un colectiv de ingineri de cale ferată cu ocazia alunecărilor produse la unele obiecte de cale ferată, precum și de colectivul catedrei noastre cu ocazia cercetărilor întreprinse la faleza de pe litoral.

---

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

În cele ce urmează se vor trata unele aspecte din problemele teoretice care se pun la aceste fenomene și se va căuta a sintetiza metodele care stau azi la dispoziția inginerilor pentru calcularea gradului de stabilitate a maselor de pămînt supuse alunecărilor și se arată căile posibile de dezvoltare a acestor metode în viitor.

Rolul și valoarea calculelor în luarea unor măsuri potrivite pentru combaterea alunecărilor sînt încă viu discutate în toate publicațiile de specialitate și părerile inginerilor sînt în această privință puțin precizate. Unii obiectează că față de varietatea factorilor care intervin în producerea fenomenelor și față de neprecizarea cu care se determină diferitele caracteristici ale stratelor, orice calcul de stabilitate obținut printr-o metodă de calcul adoptată oferă numai în mod aparent o asigurare contra producerii alunecărilor. Astfel, se citează numeroase cazuri din practică, în care au avut loc alunecări, cu toate că prin calcule de stabilitate s-a obținut un factor de siguranță mult peste 1, și că determinările caracteristicelor mecanice au fost făcute cu observarea tuturor regulilor stabilite în această privință. Pe de altă parte, se observă la marea majoritate a proiectanților precum și în multe cărți de specialitate, tendința de a exagera elaborarea unor metode de calcul, de a stabili diagrame și tabele de calcule pentru ușurarea muncii de calcul propriu-zis, fără a le pune în concordanță cu realitate firească a fenomenului. Cu drept cuvînt se obiectează că cele mai multe metode de calcul de stabilitate folosite în mod curent introduc forțe care nu satisfac măcar legile staticei construcțiilor. De asemenea sînt introduși coeficienți ai caracteristicelor mecanice care nu au sens fizic bine determinat și care nu redau realitatea procesului produs.

Dar cu toate obiecțiunile, cu toate rezervele care există față de diferitele metode de calcul, trebuie recunoscut că la baza oricărei măsuri de combaterea alunecărilor trebuie să stea un calcul de stabilitate, un calcul al presiunilor pe care masele în mișcare le exercită asupra unor obiecte masive construite pentru oprirea mișcării. Este deci o sarcină primordială de a aprofunda metodele existente de calcul de a le pune în concordanță atît cu legile generale ale mecanicei și fizicei și a adopta pentru fiecare caz în parte această schemă de calcul, care corespunde cel mai bine procesului fizic din realitate.

În acest sens s-au pronunțat și cei mai de seamă reprezentanți ai cercetărilor științifice în acest domeniu, în conferințele internaționale mai sus menționate. In cele ce urmează vom căuta a dezvolta indicațiile date de diferiți autori, punînd astfel la dispoziția proiectanților un tablou corespunzător și analizat în mod critic al diferitelor metode de calcul.

Metodele de calcul pentru determinarea stabilității taluselor pot fi grupate în modul următor:

I. Metoda suprafețelor de alunecare.

II. Metodele de calcul după teoria echilibrului limită la mase de pămînt.

III. Metoda după teoria curgerii unui corp ideal plastic.

IV. Curgerea lichidelor plastic vîscoase.

CAPITOLUL I

Metoda suprafețelor de alunecare

Această metodă este adoptată în cele mai multe prescripții oficiale pentru calculul de stabilitate a taluzelor și este pe larg tratată în diferitele publicații elaborîndu-se și o serie de diagrame și tabele ajutătoare.

Definind ca grad de stabilitate, raportul între forțele care tind să producă mișcare de alunecare și între cele care rezistă acestei mișcări se obține un criteriu de stabilitate prin calcularea acestui grad de stabilitate. În cazul unor alunecări consecvente (după clasificarea lui Savarenski) suprafețele de alunecare sînt într-o anumită măsură determinate prin suprafețele de contact între stratele cu diferite caracteristici mecanice. În cazul unor alunecări de tip asecvent și de multe ori și insecvent suprafața de alunecare, ca suprafața dea lungul căreia eforturile îndeplinesc o anumită condiție limită, este definită ca acea suprafață pentru care raportul între forțele de rezistență și de alunecare obține o valoare extremă (minimă).

Metodele folosite fac în interesul simplificării calculelor o serie de neglijări, dintre care unele contrazic chiar legile staticei. Astfel, în așa zisa metodă a fîșiilor, cea mai mult folosită la întocmirea proiectelor nu se ia în considerație variația forțelor de-a lungul suprafețelor verticale de contact între diferitele fîșii, ceea ce duce la o serie de nepotriviri semnalate între altele și de Perkovski în comunicarea sa ținută la Conferința Pan-Unională despre alunecări.

În conferința de la Stockholm 1954, Skempton, Caquot și Fröhlich, au dezvoltat anumite metode mai exacte de calcul, ilustrînd și cu exemple de calcul diferențele obținute fără a merge însă consecvent la capăt. Avînd în vedere faptul că în multe proiecte se fac calcule ample de stabilitate și se modifică dispozitivele constructive pentru a obține o majorare a coeficientului de stabilitate cu 0,1 și că metodele aplicate duc de multe ori la dimensionări injuste, credem că o revizuire a metodelor folosite este pe deplin justificată. Părăsind deci neglijările care se fac în metoda fîșiilor se vor stabili în cele ce urmează, ecuațiile de echilibru ale fîșiilor, strict valabile și se vor indica metode raționale de rezolvare în conformitate cu condițiile fizice ale fenomenului fără ca volumul calculelor numerice să depășească cel admisibil pentru practica inginerească.

Considerînd echilibrul unei fîșii limitate de o suprafață de alunecare conform fig. (1) se obțin prin descompunerea forțelor în componente verticale și orizontale următoarele ecuații de echilibru al forțelor în cele 2 direcții:

$$\sigma\, ds \cos\alpha + \tau\, ds \sin\alpha = \gamma \cdot \bar{y}\, dx + \frac{dV}{dx} dx \qquad (1)$$

$$-\sigma\, ds \cdot \sin\alpha + \tau\, ds \cos\alpha = \frac{dH}{dx} dx \qquad (2)$$

Pentru ecuația de momente se consideră întregul masiv din stînga secțiunii I...I și egalînd momentele în jurul lui 0

$$\int_x^{x_1} \tau \, ds \; R = \int_x^{x_2} \gamma \bar{y} \; dx \cdot x - V \cdot x - H \cdot r$$

sau

$$\int_{x_2}^{x} \tau \, ds \; R = \int_{x_2}^{x} \gamma \bar{y} \, dx \cdot x + V \cdot x + H \cdot r$$

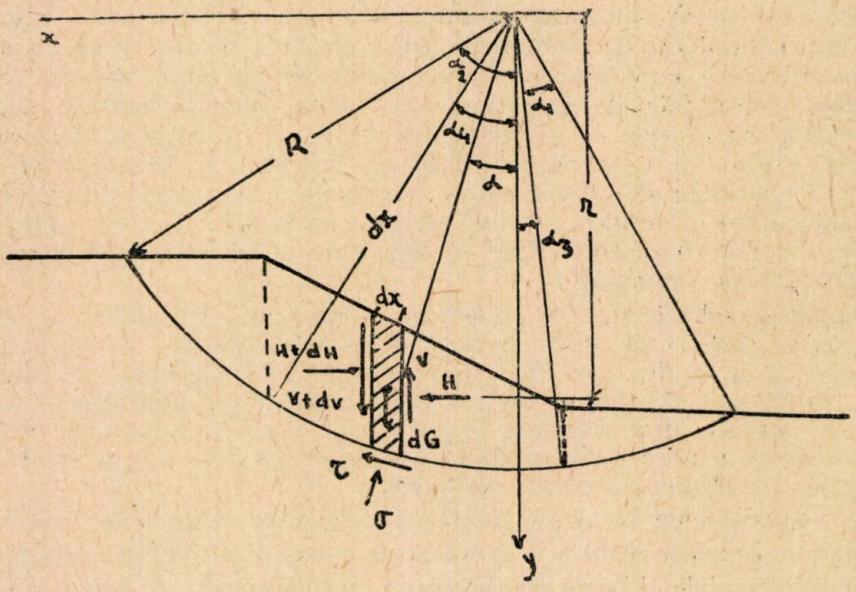


Fig. 1

Diferențiind această expresie după limita superioară x se obține înlocuind $ds = \dfrac{dx}{\cos \alpha}$

$$\frac{R \varrho}{\cos \alpha} = \gamma \bar{y} x + V + x \frac{dV}{dx} + r \cdot \frac{dH}{dx} + H \cdot \frac{dr}{dx} \qquad (3)$$

Împărțind ecuațiile (1) și (2) prin $dx = ds \cos \alpha$

$$\sigma + \tau \operatorname{tg} \alpha = \gamma \bar{y} + \frac{dV}{dx} \qquad (1')$$

$$-\sigma \operatorname{tg} \alpha + \tau = \frac{dH}{dx} \qquad (2)$$

$$R \frac{\tau}{\cos \alpha} = \gamma \bar{y} \cdot x + V + x \cdot \frac{dV}{dx} + r \cdot \frac{dH}{dx} + H \cdot \frac{dr}{dx} \qquad (3)$$

Adăugînd condiția limită

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c \qquad (4)$$

și înlocuind se obțin următoarele 3 ecuații:

$$\sigma(1+tg\,\alpha\,tg\,\varphi)+c\cdot tg\,\alpha=\gamma\bar{y}+\frac{dV}{dx} \tag{5}$$

$$\sigma(tg\,\varphi-tg\,\alpha)+c=\frac{dH}{dx} \tag{6}$$

$$\frac{\sigma\,tg\,\varphi\cdot R}{\cos\alpha}+\frac{c\cdot R}{\cos\alpha}=\gamma\,\bar{y}\cdot x+V+x\frac{dV}{dx}+r\frac{dH}{dx}+H\frac{dr}{dx} \tag{7}$$

Se introduc expresiile adimensionale

$$\sigma'=\frac{\sigma}{\gamma R};\ c'=\frac{c}{\gamma R};\ \bar{y}=\frac{\bar{y}}{R}:\bar{x}'=\frac{x}{R}:\ V'=\frac{V}{\gamma R^2}$$

$$y=\frac{y}{R}\,r'=\frac{r}{R}\,H'=\frac{H}{\gamma K^2}$$

ecuațiile de mai sus se scriu în expresii adimensionale fără a mai repeta semnul ′ la diferitele valori

$$\sigma(1+tg\,\alpha\,tg\,\varphi)+c\cdot tg\,\alpha=\bar{y}+\frac{dV}{dx} \tag{5}$$

$$\sigma(tg\,\varphi-tg\,\alpha)+c=\frac{dH}{dx} \tag{6}$$

$$\sigma\,tg\,\varphi+c=\bar{y}\,x\cos\alpha+x\frac{dV}{dx}\cos\alpha+V\cos\alpha+r\frac{dH}{dx}\cos\alpha+H\frac{dr}{dx}\cos\alpha \tag{7}$$

Privind aceste ecuații se vede imediat că presupunerea care se face în mod curent

$$\frac{dV}{dx}=0;\quad\frac{dH}{dx}=0,$$

duce la relații incompatibile.

Cele 3 ecuații conțin 4 necunoscute și anume efortul σ de-a lungul suprafeței de alunecare H și V ca forțe de contact între diversele fișii (V și H având dimensiunea unei forțe pe metru) precum și r.

Este deci necesar a introduce a patra ecuație compatibilă cu condițiile statice ale întregului sistem, permițînd totodată o rezolvare prin calcule numerice relativ reduse.

Propunem următoarele căi de rezolvare a ecuațiilor (5...7).

Ecuația (6) arată o relație relativ simplă între $\frac{dH}{dx}$ și σ. Ca această ecuație să păstreze un sens fizic este necesar ca pentru $\alpha=\varphi$; $\frac{dH}{dx}=c$. Totodată trebuie să fie $H=0$ pentru $\alpha=\alpha_1$ și $\alpha=\alpha_2$ (fig. 1)·
H fiind o funcție continuă de x, având pentru valorile ei anumite limite im-

puse, ea poate fi aproximată cu primul termen al unei serii trigonometrice de forma :

$$H = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \alpha' + b_1 \sin \alpha' \tag{8}$$

$$\alpha' = \frac{2\pi}{\alpha_2 - \alpha_1}\left(\alpha - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right) \tag{8'}$$

în punctele $\alpha = \alpha_1$ ($\alpha' = -\pi$) și $\alpha = \alpha_2$ ($\alpha' = +\pi$)

trebuie îndeplinită egalitatea $H = 0$ și deci $\frac{a_0}{2} = a_1$

Pentru determinarea coeficienților a_1 și b, se introduc în ecuațiile (5...7) următoarele condiții limită :

1) $\left.\frac{dH}{dx}\right|_{\alpha = \varphi} = c$

2) pentru $x = 0$ r are o anumită valoare r_0.

Transformînd ecuațiile 5...7, punînd $dx = \cos \alpha \cdot d\alpha$

$$\sigma \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\cos \varphi} + c \cdot \cos \alpha = \frac{dH}{d\alpha} \tag{9}$$

$$\sigma \frac{\cos(\varphi - \alpha)}{\cos \varphi} \mid c \sin \alpha = \bar{y} \cos \alpha + \frac{dV}{d\alpha}$$

$$tg(\varphi - \alpha) = \frac{\frac{dH}{d\alpha} - c \cdot \cos \alpha}{\bar{y} \cos \alpha - c \sin \alpha + \frac{dV}{d\alpha}}$$

$$\frac{dV}{d\alpha} = \frac{dH}{d\alpha} \cot(\varphi - \alpha) - c \cdot \cos(\varphi - \alpha) + c \sin \alpha - \bar{y} \cos \alpha$$

$$V_{(\alpha)} = \int_{\alpha_1}^{\alpha} \frac{dH}{d\alpha} \cot(\varphi - \alpha)\, d\alpha - c \int_{\alpha_1}^{\alpha} \cos \alpha \cot(\varphi - \alpha)\, d\alpha + \tag{10}$$

$$+ c \int_{\alpha_1}^{\alpha} \sin \alpha \, d\alpha - \int_{\alpha_1}^{\alpha} \bar{y} \cos \alpha \, d\alpha$$

Prin diferențierea ecuației (8)

$$\frac{dH}{d\alpha} = -a_1 \sin \alpha' \frac{d\alpha'}{d\alpha} + b_1 \cos \alpha' \frac{d\alpha'}{d\alpha}$$

$$\frac{dH}{d\alpha} = \frac{2\pi}{\alpha_2 - \alpha_1}(b_1 \cos \alpha' - a_1 \sin \alpha') \tag{11}$$

Înlocuind valorile (11) în (10) și luînd $\alpha = 0$ obținem:

$$V_0 = \frac{2\pi}{\alpha_2 - \alpha_1}\left[b_1 F_1 - a_1 F_2\right] - c \cdot F_3 - c(1 - \cos\alpha_1) -$$

$$-\left[\frac{\sin\alpha_1 \cos\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_1}{2}\right]$$

$$F_1 = \int_{\alpha_1}^{0} \sin\alpha' \cot(\varphi - \alpha)\, d\alpha$$

$$F_3 = \int_{\alpha_1}^{0} \cos\alpha \cot(\varphi - \alpha)\, d\alpha$$

Aceste integrale, cu toate că se pot calcula în mod explicit, se calculează în mod practic mai ușor prin formule de însumare.

Din condițiile la limită rezultă următoarele ecuații pentru determinarea coeficienților a_1 și b_1

$$\left.\frac{dH}{d\alpha}\right|_{\alpha=\varphi} = c \cdot \cos\varphi$$

sau

$$\frac{2\pi}{\alpha_2 - \alpha_1}\left[b_1 \cos\varphi' - a_1 \sin\varphi'\right] = c \cdot \cos\varphi \qquad (13)$$

Presupunînd că pentru $\alpha = 0$, $r_0 = \left(1 - \frac{y_0}{2}\right)$ (14)

rezultă din (7) și (6) pentru $\alpha = 0$, avînd în vedere că

$$\left.\frac{dr}{dx}\right|_{\alpha=0} = 0,$$

$$\left.\frac{dH}{d\alpha}\right|_{\alpha=0} = V_0 + r \left.\frac{dH}{d\alpha}\right|_{\alpha=0} \quad \text{sau } (1-r)\left.\frac{dH}{d\alpha}\right|_{\alpha=0} = V_0$$

care după transformări devine:

$$\frac{y_0}{2}\,\frac{2\pi}{\alpha_2 - \alpha_1}\left[b_1 \cos\alpha_0' - a_1 \sin\alpha_0'\right] = V_0$$

Rezultă deci ecuațiile:

$$\frac{2\pi}{\alpha_2 - \alpha_1}\left[b_1 \cos\varphi_0' - a_1 \sin\varphi'\right] = c \cdot \cos\varphi \qquad (16)$$

$$\frac{y_0}{2} \cdot \frac{2\pi}{\alpha_2 - \alpha_1}\left[b_1 \cos\alpha_0' - a_1 \sin\alpha_0'\right] = \frac{2\pi}{\alpha_2 - \alpha_1} \cdot$$

$$\left[b_1 F_1 - a_1 F_2\right] - cF_3 \cdot - c(1 - \cos\alpha_1) - \left[\frac{\sin a_1 \cos\alpha_1}{2} - \frac{\alpha 1}{2}\right] \qquad (15)$$

Calculînd din aceste 2 ecuații lineare valorile respective de a_1 și b_1; rezultă din ecuația (6) valorile respective de σ pentru fiecare punct pe conturul cercului de alunecare.

$$\sigma\,(tg\,\varphi - tg\,\alpha) = \frac{dH}{d\alpha}\,\frac{1}{\cos\alpha} - c \tag{17}$$

Pentru $\alpha = \varphi$ σ tinde spre o valoare finită, avînd în vedere că partea dreaptă a ecuației (17) tinde în acest caz spre zero.

Trasformînd ecuația (17) se obține

$$\frac{\sigma}{\cos\varphi} = \frac{\dfrac{dH}{d\alpha} - c\cos\alpha}{\sin(\varphi - \alpha)} \tag{18}$$

prin diferențiere rezultă

$$\lim \frac{\sigma}{\cos\varphi}\bigg|_{\alpha=\varphi} = \frac{\dfrac{d^2H}{d\alpha^2} + c\sin\alpha}{-\cos(\varphi-\alpha)}\bigg|_{\alpha=\varphi} = -\frac{d^2H}{d\alpha^2}\bigg|_{\alpha=\varphi} - c\sin\varphi$$

sau ținînd seama de (11)

$$\frac{\sigma}{\cos\varphi}\bigg| = \left(\frac{2\pi}{\alpha_2-\alpha_1}\right)^2 [a,\cos\varphi' + b,\sin\varphi_1'] - c\,\sin\varphi \tag{19}$$

Există bineînțeles și alte căi pentru găsirea unei ecuații suplimentare, compatibile cu condițiile fizice ale întregului sistem.

Dificultatea principală constă în a impune condițiile de margine astfel că pentru

$$\alpha = \alpha_1 \text{ și } \alpha = \alpha_2,\ V = H = 0,$$

cu toate că din ecuațiile (5) și (6) rezultă ecuații diferențiale de ordinul întîi care conțin numai o singură constantă de integrare.

În consecință va trebui admisă o discontinuitate pentru valorile V și H în interiorul domeniului.

$$\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$$

Astfel înlocuind în expresia (7) valorile respective pentru $\dfrac{dV}{dx}$ și $\dfrac{dH}{dx}$ din ecuațiile (5 și 6) se obține

$$V + H\cdot\frac{dr}{dx} = \sigma\left[\frac{tg\,\varphi}{\cos\alpha} - \sin\alpha\ (1 + tg\,\alpha\,tg\,\varphi) - r\ (tg\,\varphi - tg\,\alpha)\right] + \tag{20}$$

$$+\left[c\,\frac{1}{\cos\alpha} - r - \sin\alpha\,tg\,\alpha\right]$$

punînd pentru $\alpha = \alpha_1,\ r = \cos\alpha_1$

$$\alpha = \alpha_2,\ r = \text{ocos}\,\alpha_2 \tag{21}$$

se vede că cele două expresii din parantezele ecuației (20) devin nule.

Punînd de pildă condiția de altfel suficient de verosimilă, ca

$$V = H\,tg\,\delta \tag{22}$$

fiind un unghiu constant

$$\frac{\frac{dV}{dx}}{\frac{dH}{dx}} = tg\,\delta$$ Din ecuațiile (5 și 6) rezultă

$$\frac{dV}{dx} = \sigma\,(1 + tg\,\alpha\,tg\,\varphi) + c\cdot tg\,\alpha - y$$

$$\frac{dH}{dx} = \sigma\,(tg\,\varphi - tg\,\alpha) + c \tag{23}$$

$$\frac{\sigma\,(1 + tg\,\alpha\,tg\,\varphi) + c\cdot tg - \bar{y}}{\sigma\,(tg\,\varphi - tg\,\alpha) + c} = tg\,\delta$$

$$\sigma = \frac{\cos\varphi}{\cos\,(\alpha' - \varphi)}\,[\bar{y}\,\cos\alpha\,\cos\delta - c\cdot\sin\alpha']\,;\ \alpha' = \alpha - \delta$$

O generalizare a condiției suplimentare se obține luînd δ variabil de pildă cu α ; În acest caz avem : $V = H\,tg\,\alpha$. V devine 0 (24)
pentru $H = 0$ și $\alpha = 0$

$$\frac{dV}{d\alpha} = \frac{dH}{d\alpha}\,tg\,\alpha + \frac{H}{\cos^2\alpha}, \tag{25}$$

din (5) și (6) se obține

$$\frac{dV}{d\alpha} = \sigma\,(\cos\alpha + \sin\alpha\,tg\,\varphi) + c\,\sin\alpha - \bar{y}\,\cos\alpha$$

$$\frac{dH}{d\alpha} = \sigma\,(tg\,\varphi\,\cos\alpha - \sin\alpha) + c\,\cos\alpha$$

$$\frac{dV}{d\alpha} = \sigma\,\frac{\cos\,(\alpha - \varphi)}{\cos\varphi} + c\,\sin\alpha - \bar{y}\,\cos\alpha \tag{26}$$

$$\frac{dH}{d\alpha} = \frac{\sin\,(\varphi - \alpha)}{\cos\varphi} + c\,\cos\alpha \tag{27}$$

Înlocuind aceste expresii în (25) se obține

$$\sigma\,\cos\alpha = H + \bar{y}\,\cos^3\alpha \tag{28}$$

și diferențiind după α și înlocuind pentru $\frac{dH}{d\alpha}$ expresia (27)

$$\frac{d\sigma}{d\alpha} - \sigma\left[tg\,\alpha + \frac{\sin\,(\varphi - \alpha)}{\cos\varphi}\right] = c + \frac{d\,y}{d\,\alpha}\,\cos^2\alpha - \frac{3}{2}\,\bar{y}\,\sin\,2\,\alpha \tag{28}$$

sau după simple transformări trigonometrice ecuația se reduce la:

$$\frac{d\sigma}{d\alpha} - \sigma\, tg\,\varphi + \left[\bar{y}\sin\alpha\cos\alpha - \frac{dy}{d\alpha}\cos\alpha\cos\alpha - c\right] = 0 \qquad (28')$$

Integralul acestei ecuații diferențiale lineare de ordinul doi de formă

$$y' + P(x)\,y + Q(x) = 0$$

avînd în vedere că

$$\int_{\alpha'}^{\alpha} P(\alpha)\,d\alpha = -\,tg\,\varphi\,(\alpha - \alpha,)$$

se scrie

$$\sigma = e\,tg\,\varphi\,(\alpha-\alpha_1)\left[\sigma_0 - \int_{\alpha,}^{\alpha} e^{-tg\,(\alpha-\alpha_1)}\,\bar{y}\sin\alpha\,d\sin\alpha + \int_{\alpha_1}^{\alpha} e^{-tg\,\varphi\,(\alpha-\alpha_1)}\cdot\right.$$

$$\left.\frac{dy}{d\alpha}\cos\alpha\,d\sin\alpha + c\int_{\alpha_1}^{\alpha} e^{-tg\,\varphi\,(\alpha-\alpha_1)}\,d\alpha\right]$$

Luînd în considerație ecuația (28) astfel că pentru

$$\alpha = \alpha_1,\ \bar{y} = 0\ ;\ H = 0 \text{ rezultă } \sigma_0 = 0$$

Prin simplificare și calculul integralului 3 se ajunge la expresia:

$$\sigma = e^{tg\,\varphi\,(\alpha-\alpha_1)}\int_{\alpha_1}^{\alpha} e^{-tg\,\varphi\,(\alpha-\alpha_1)}\left[\frac{dy}{d\alpha}\cos\alpha - \bar{y}\sin\alpha\right]d\sin\alpha -$$

$$-c\cdot\cot\varphi\left[1 - e^{tg\,\varphi\,(\alpha-\alpha_1)}\right] \qquad (30)$$

$$\sigma = e^{tg\,\varphi\,(\alpha-\alpha_1)}\left[\int_{\alpha_1}^{\alpha} e^{-tg\,\varphi\,(\alpha-\alpha_1}\left[\frac{dy}{dx}\cos\alpha - \bar{y}\sin\alpha\right]d\sin\alpha\right.$$

$$\left. + c\,\cot\varphi\right] - c\cot\varphi \qquad (30)$$

Calculul integral prin quadraturi cu diferențe finite se execută fără mari dificultăți formînd tabelele pentru e^{-x} și e^{-x} și tabelele întocmite în mod special pentru diferitele expresii.

Un calcul direct al integralului se poate face ținînd seama de relațiile:

$$\bar{y} = \cos\alpha - \cos\alpha_1$$

$$\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2 \qquad (31)$$

$$\frac{dy}{d\alpha} = -\sin\alpha$$

$$\bar{y} = \cos\alpha + \cos\alpha_1 + m\,(\sin\alpha - \sin\alpha_3)\ \alpha_4 \leq a \leq \alpha_3$$

$$\frac{dy}{d\alpha} = -\sin\alpha + m\cos\alpha \qquad m \text{ fiind panta taluzului}$$

$$\bar{y} = \cos\alpha - \cos\alpha_2 \qquad \alpha_3 \leq \alpha \leq \alpha_4$$

$$\frac{dy}{d\alpha} = -\sin\alpha$$

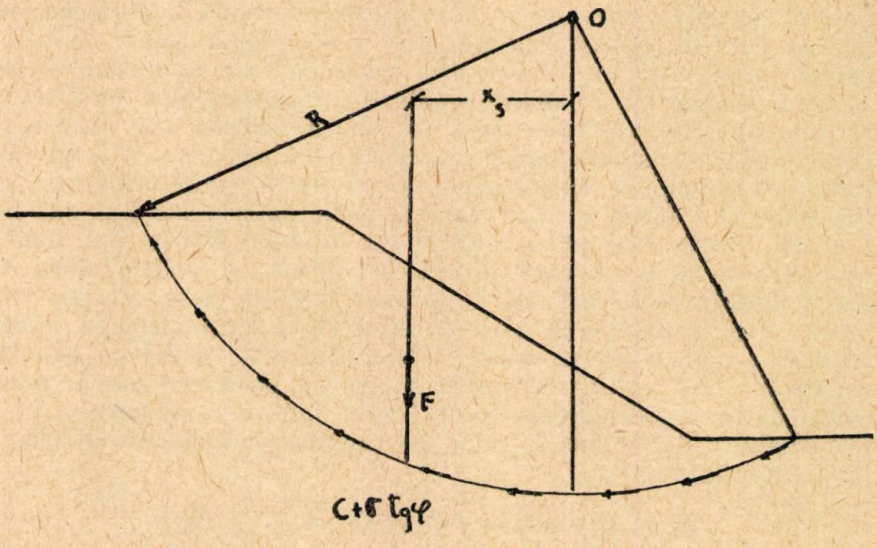


Fig. 2

Cunoscînd σ în funcție de α se obține o expresie analitică pentru coeficientul de stabilitate, ca raport al momentelor:

$$n_s \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \tau \, ds = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \bar{y} \cdot x \cdot dx$$

$$n_s \, tg\,\varphi \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sigma \, d\alpha + n_s \, c\,(\alpha_2 - \alpha_1) = F \cdot x_s$$

$$F = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \bar{y} \cdot dx = \text{egal cu suprafața profilului}$$

x_s egal cu distanța centrului de greutate al profilului de la centrul cercului de alunecare

n_s fiind gradul de stabilitate definit prin

$$n_s = \frac{F \cdot x_s}{tg\,\varphi \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sigma \, d\alpha + c\,(\alpha_2 - \alpha_1)} \tag{31}$$

CAPITOLUL II

Metodele arătate mai înainte se aplică la formele cele mai diferite ale alunecărilor, adică nu numai la cele asecvente, la care se referă figurile și schemele de forțe mai sus dezvoltate, dar și la cele consecvente și insecvente (împărțirea luată după Savarenski).

Metoda pentru determinarea „presiunii de alunecare a masivului (opolznenie davlenie) expusă în carte alui Sahunianț „Stabilitatea rambleului de pămînt", constînd în construirea succesivă a poligoanelor de forță, deși șirul de gîndire este prezentat în mod logic, suferă de 2 lipsuri în multe cazuri esențiale. Prima este aceea că face uz numai de prima și a doua ecuație de echilibru (egalitatea componenților forțelor) fără a se preocupa de momente, ceea ce pentru calculele de stabilitate a construcțiilor de susținere poate dovedi uneori esențial. A doua neconcordanță cu esențialul fenomenului constă în alegerea arbitrară a direcției forței E Astfel, în unul din exemplele date în lucrarea sus amintită se iau forțele orizontale, într-un alt exemplu forțele sînt luate înclinate paralele cu o oarecare direcție, iar într-un al treilea forțele E își modifică direcția de la secțiune la secțiune fără ca să se dea pentru cele 3 cazuri vreo justificare în text. Bineînțeles că prin alegerea arbitrară a direcției se poate obține orice valoare pentru E astfel că pentru dimensionarea construcțiilor de rezistență pentru preluarea acestei presiuni calculele devin neconcludente. În tot cazul trebuie atras atenția că formulele analitice dezvoltate de pildă de Iasunias conțin o eroare de principiu. In formula:

$$E_i = Q_i \sin \delta_i - f\, Q_i \cos \delta_i - cl_i + E'_{i-1}$$

se neglijează în mod nepermis influența componentei normale la planul 2 *a.* forței E_{i-1} , ceea ce poate duce la o schimbare a întregii scheme de forțe E. Acele două lipsuri semnalate ale metodei arătate de Sahumianț pentru determinarea presiunii de alunecare în cazul unor plane de alunecare directe de stratificația rocilor, fac ca și celelalte deducții, altfel foarte interesante și folositoare, trebuiesc privite în mod critic și asupra multor concluzii trebuiesc făcute rezerve de principiu. Rămîne valabilă împărțirea în 3 zone a masivului alunecător, adică în zona neutră, acolo unde procesul de alunecare nu este influențat de prezența maselor din amonte și aval, zona de rezistență prin comprimare, adică acea parte care se găsește la marginea inferioară a masivului de alunecare și unde se concentrează eforturi de compresiune, oprind prin rezistența mărită a acestei părți fenomenul de alunecare producîndu-se la piciorul talazului îngrămădiri și suprapuneri de mase, precum și zona de rupere superioară unde masele situate în amonte exercită o acțiune de reținere asupra maselor inferioare care pornesc spre vale pînă ce rezistența acestor mase la întindere este depășită.

Trebuie atras atenția că nu este permis a se considera pentru determinarea presiunii de împingere influența de rezistență a unui masiv situat pe o porțiune cu pantă mai mică sau chiar inversă în felul cum fac uneori unii proiectanți, prin imitarea formală a metodelor arătate în cîteva figuri din lucrările mai sus anunțate.

În legătură cu metodele expuse trebuie tratată și problema calculului la stabilitate atunci cînd în masiv se găsesc piloți sau alte construcții masive, menite să mărească rezistența la alunecare a masivului. Principala problemă care se pune este aceea — ce forțe pot prelua părțile masive. În mod curent se practică încă la multe institute de proiectare metoda simplistă înlocuind în calcule de stabilitate rezistența la coeziune a pămîntului pentru suprafețele ocupate de construcții masive, cu rezistența la forfecare a materialului respectiv. Așa de pildă, dacă de-a lungul unei suprafețe cilindrice de alunecare de lungime l și lungimea b se găsește un număr de n piloți de suprafața F ca de pildă:

$$l = 20.00 \text{ m } b = 2{,}5 \text{ m.}, \; n = 5$$

$$F = 1000 \text{ cm}^2 \; c = 3^t/\text{m}^2 \; \tau \text{ beton} = 200^t/\text{m}^2$$

forțele de rezistență ale masivului se măresc de la

$$20{,}2{,}5 \times 3 = 150^t \text{ cu } 5 \times 1{,}00 \times 20 = 100^t$$

Bineînțeles că acest mod de calcul este complect greșit pentru că nu ține seama de posibilitatea de transmitere de către fiecare pilot a unei forțe de 20^t.

În literatură se găsește expusă o metodă de calcul care ține seama de modul de transmitere în modul următor. Însemnînd cu t_0 adîncimea

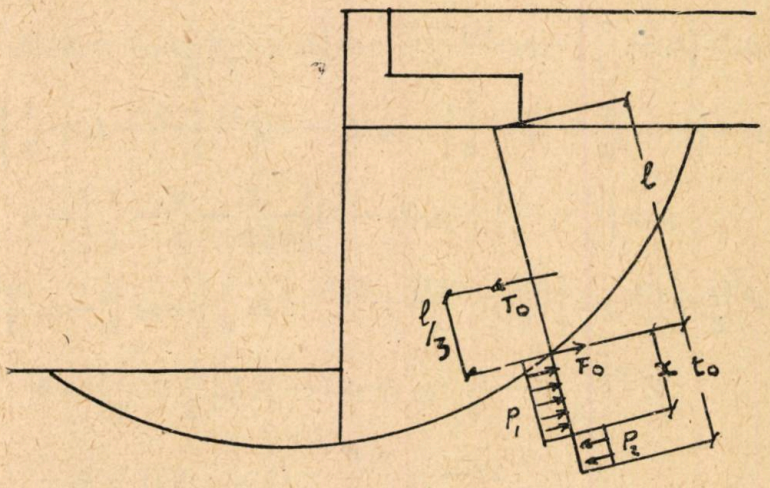


Fig. 3

de încastrare a pilotului în partea nealunecată astfel că $t = 1{,}25\ t_0$, se consideră pe această adîncime presiunea pasivă (fig. 3)

$p = \gamma\,(\lambda p - \lambda a)\; b' l$ (40) b' fiind lățimea activă a pilotului
l lungimea pilotului pînă la suprafața de alunecare,

acționînd pe lungimea t_0 uniform repartizată și încărcînd partea încastrată ca o grindă pe două reazeme. Momentul maxim

$$\frac{\gamma\,(\lambda p - \lambda a) \cdot l \cdot b' \cdot t_0^2}{8} = M$$ nu trebuie să întreacă capacitatea de

moment a pilotului. Forța orizontală care transmite atunci la marginea superioară a părții t_0 este egală cu $\frac{p \cdot t_0}{2}$. În acest fel se obțin forțele de rezistență ale piloților care se introduc în calcule și bineînțeles că astfel coeficientul de siguranță este mult ridicat. Dar și această metodă de calcul are o lipsă încă insuficient sezisată de unii proiectanți. La marginea superioară a părții încastrate t_0 nu poate fi transmisă o forță transversală $T_0 = \frac{p \cdot t_0}{2}$ fără a se transmite concomitent și un moment $M_0 = \frac{T_0 l}{3}$. Acest lucru schimbă în mod fundamental repartizarea eforturilor în partea inferioară a pilotului.

Luînd o repartizare uniformă plastică a presiunilor pasive în pămînt de-a lungul lungimii t egală cu cea din (40), rezultă pentru determinarea lui T_0 următoarele ecuații:

$$p_1 x - p_2 (t_0 - x) = T_0$$

$$p_1 x \left(t_0 - \frac{x}{2}\right) - p_2 \frac{(t_0 - x)^2}{2} = T_0 \left(t_0 + \frac{l}{3}\right)$$

$$p_1 x \left(t_0 - \frac{x}{2}\right) - p_2 \frac{(t_0 - x)^2}{2} = \left(t_0 + \frac{l}{3}\right) \cdot \left[p_1 x - p_2 (t_0 - x)\right]$$

$$p_1 x \left(t_0 - \frac{x}{2} - t_0 - \frac{l}{3}\right) - p_2 (t_0 - x) \left[\frac{t_0 - x}{2} - t_0 + \frac{l}{3}\right] = 0$$

$$p_1 x \left(\frac{x}{2} + \frac{l}{3}\right) + p_2 (t_0 - x) \left[-\frac{t_0}{2} - \frac{x}{2} - \frac{l}{3}\right] = 0$$

$$x^2 \frac{p_1}{3} + \frac{p_2}{2} + x \left[\frac{p_1 l}{3} - \frac{p_2 t_0}{2} + \frac{p_2 t_0}{2} + p_2 \frac{l}{3}\right] - p_2 \frac{t_0^2}{2,} - p_2 \frac{t_0 l}{3} = 0$$

$$x^2 \frac{p_1 + p_2}{2} + \frac{xl}{3} (p_1 + p_2) - p_2 t_0 \left(\frac{t_0}{2} + \frac{l}{3}\right) = 0$$

$$x^2 + \frac{2}{3} x l - \frac{p_2 t^0}{5 (p_1 + p_2)} (3 t_0 + 2 l) = 0$$

$$x = -\frac{l}{3} \sqrt{\frac{l^2}{9} + \frac{p_2}{3 (p_1 + p_2)} t_0 (3 t_0 + 2 l)}$$

Luînd de pildă după exemplu calculat în cartea Liahmițki (ex. 24).

$t_0 = 2{,}00$ m; $p_1 = 6{,}3^t/m^2$; $p_2 = 7{,}00^t/m^2$; $l = 15.00$ m.

$x = 1{,}14$ m $\qquad T = 1{,}162$ tone.

CAPITOLUL III

Spre deosebire de metodele expuse mai înainte, calculul stabilității taluzelor după teoriile echilibrului limită al maselor pe pământ, consideră că întregul masiv limitat de suprafața sa liberă orizontală și de conturul taluzului se găsește în echilibru limită în urma forțelor exterioare care acționează asupra acestui masiv și care constau din greutatea proprie a masivului plus eventualele forțe hidrodinamice precum și suprasarcină p aplicată pe suprafața orizontală.

Drept criteriu de echilibru limită servesc ipotezele de rupere din teoria plasticității și care în mecanica pământurilor se exprimă pentru pământuri pur coezive prin $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = c$; și în cazul pământurilor care au și frecare internă

$$\left[\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + c \cot \varphi\right] \sin \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

Valabilitatea fizică a acestui criteriu de rupere în care lipsește influența efortului principal mediu este încă discutată.

Bazat pe aceste criterii de rupere, folosind ecuațiile de echilibru limită, prof. Socolovschi a reușit să dea o soluție de principiu tuturor problemelor de echilibru limită al maselor de pământ deci implicit și problemei de stabilitate a taluzelor, indicînd o metodă de rezolvare prin aproximație succesivă pentru ecuațiile diferențiale ale echilibrului plastic, la diferite condiții de limită pe contur.

Pentru un pământ pur coeziv avînd caracteristici mecanice coeziune $c'' = 0$; Socolovschi deduce ecuația acestei curbe de contur a taluzului, la care mai există stabilitatea, (fig. 4) și anume:

$$y = \frac{2c}{\gamma} ln \frac{\cos\left(\frac{\gamma x + p}{2c} - 1\right)}{\cos\left(\frac{p}{2c} - 1\right)} \tag{1}$$

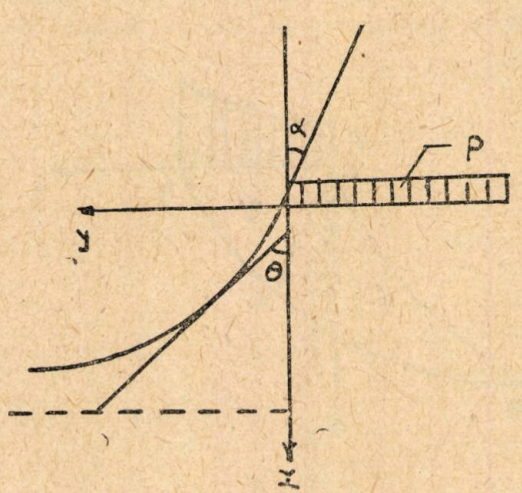


Fig. 4

Unghiul tangentei acestei curbe față de axa x este dat prin expresia:

$$\vartheta = \frac{\gamma x + p}{2c} - 1 \qquad (2)$$

$$\text{pentru } x = 0; \quad \vartheta = \frac{p}{2c} - 1 \qquad (2')$$

iar dreapta:

$$x = \frac{1}{\gamma}\left[c(\pi + 2) - p \right] \quad (3) \text{ este o asimptotă la curba } (1).$$

Metoda lui Socolovschi pentru rezolvarea problemelor de echilibru limită se bazează în esență pe teoria matematică a sistemelor de ecuații diferențiale parțiale de tip iperbolic, folosind ecuațiile caracteristicelor și transformînd ecuațiile diferențiale într-un sistem de coordonate curbilinii ξ, η formate din cele două familii de caracteristici. Reprezentînd planul x, y pe planul ξ, η, plecînd de la condițiile date pe contur x, y desfășurînd punctul singular A în suprafețe conexe după Rieman pe planul ξ, η, se ajunge la rezolvarea ecuațiilor diferențiale ale echilibrului limite, prin aproximații succesive.

Caracteristicele sistemului ecuațiilor diferențiale ale echilibrului limită sînt totodată liniile de alunecare, adică curbele de-a lungul cărora în fiecare punct planul tangențial constituie un plan în care eforturile σ și τ îndeplinesc o anumită condiție la limită (de obicei cea a lui Mohr $\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c$). Dar sensul fizic al curbelor de alunecare este aici altul decît al curbei de alunecare circulară tratată în capitolele precedente. Deplasările diferitelor puncte din masivul alunecător nu coincid cu direcțiile curbelor de alunecare, care rămîn aici diferite numai ca plane cu eforturi la limită. Modul de deducere a formulelor arată și limitele de aplicare. Astfel unghiul ϑ trebuie să fie negativ și să crească ca valoare absolută în mod monotom. De aici rezultă două ecuații:

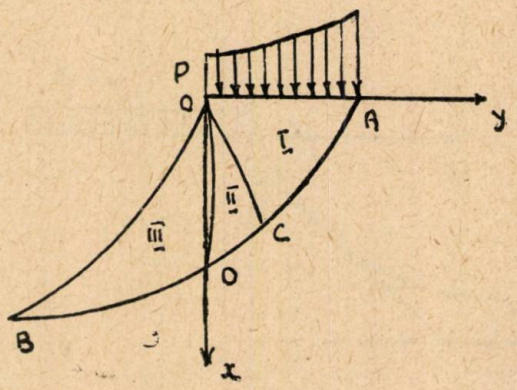


Fig. 5

Prima — că pentru fiecare sarcină p, sau pentru a rămîne în domeniul adimensional pentru fiecare valoare $\frac{p}{c}$ există un unghi limită de taluz și teoretic o înălțime limită exprimată prin abscisa x a asimptotei. În tabela Nr. (1) alăturată sînt date aceste valori atît în mod general pentru orice valori $\frac{c}{\gamma}$ cît și pentru cazul special $\frac{c}{\gamma} = 2$;

Tabela 1

P/c	I : n	ε	h lim	h lim pentru $\frac{c}{\gamma} = 2$		
				y = ∞	pentru y	
4,00	1 : 3,5	16°20′	0,14 $\frac{c}{\gamma}$	0,28	y=10m	0,26
4,50	1 : 8,3	6°55′	0,64 $\frac{c}{\gamma}$	1 28	10	1,20
4,00	1 : 4,75	11°55′	1,14 $\frac{c}{\gamma}$	2,28	10	2,10
3,50	1 : 3,30	16°50′	2,64 $\frac{c}{\gamma}$	3,20	10	3,00
3,00	1 : 2,5	21°50′	2,14 $\frac{c}{\gamma}$	4,28	10	4,00
2,50	1 : 2,05	26°10′	2,64 $\frac{c}{\gamma}$	6,28	10	4,90
	1 : 1,2	40°30′			5	4 24
2,00	1 : 1,66	31°	3,14 $\frac{e}{\gamma}$	6,28	10	6,00
	1 : 1	45°			5	5,00

Condiția ca nu poate avea o valoare mai mare de zero impune că $\frac{p}{c}$ trebuie să fie cel puțin egal cu 2 ca echilibrul limită să se poată produce, și pentru orice valoare $\frac{p}{c} > 2$ masivul de pămînt se poate găsi în stare de echilibru limită. Din punct de vedere fizic fenomenul după ipoteza lui Socolovschi se petrece în modul următor: Sub sarcină se găsește o zonă activă de presiune I. (fig. 5) care împinge prin intermediul unei zone de tranziție II asupra unei zone de echilibru pasiv, care tocmai prin rezistența pe care o opune împingerilor din zona I și II

asigură echilibrul la limită. (fig. 6) arată diferitele zone. Toate aceste arată două nepotriviri între cerințele teoriei și între realitate fizică. Prima este cerința ca $\frac{p}{c} = 2$ să fie condiția limită pentru instabilitatea taluzului.

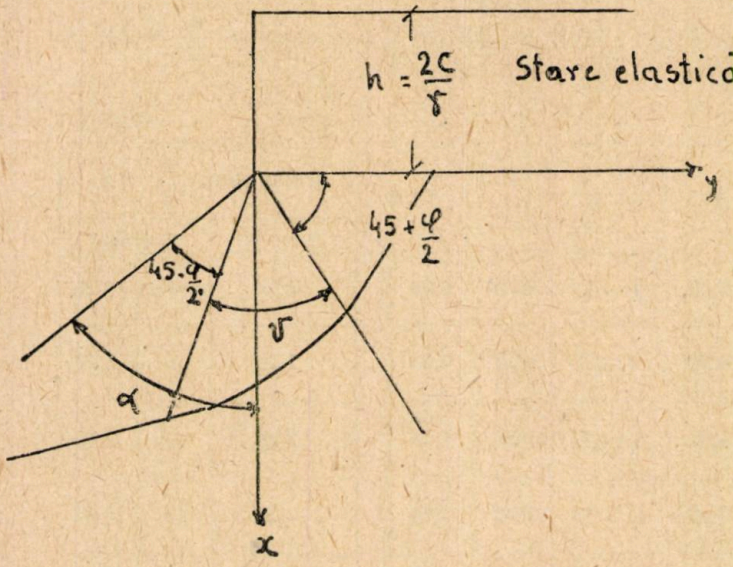


Fig. 6

sau exprimînd p prin înălțimea h a stratelor suprapuse ar exista condiția ca

$$\frac{\gamma h}{c} \leq 2 \text{ sau } h \leq \frac{2c}{\gamma}$$

Dar experiența și calculele după metoda cercului de alunecare arată că această valoare limită pentru h este dată de expresia $h = 3{,}9\frac{c}{\gamma}$ deci de două ori mai mare.

De asemenea arată fig. 7 că în mod teoretic liniile limite de taluze ar avea forme frînte (dacă se înlocuiește curba cu un poligon înscris).

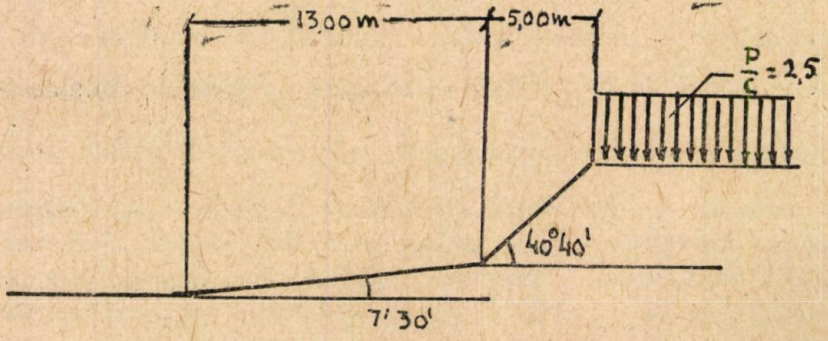


Fig. 7

Dar este greu de închipuit că tocmai această formă ar fi cea mai stabilă și că greutatea stratelor suprapuse se manifestă la o distanță așa de mare orizontală. Observațiile alunecărilor produse, precum și ale formelor de taluze stabile au arătat că formele avînd o curbură opusă celei din fig. (7) sînt cele mai stabile.

Pentru proiectanți rezultă din toate aceste considerații următoarele concluzii:

Valoarea $\frac{p}{c}$ maximă pentru o suprafață orizontală (taluzul maxim admisibil $\varphi = 0$ este egală cu

$$\frac{p}{c} = 5{,}14 \text{ sau } h = 5{,}14\frac{c}{\gamma};$$

Pentru argilele de Constanța de pildă, ar reeși că ele nu pot suporta decît o încărcare a unor strate între 8...10 m. Orice depășire a sarcinei limită $p = 5{,}14\ c$ necesită o supraîncărcare de înălțimea

$$h' = \frac{p}{\gamma} - 5{,}14\frac{c}{\gamma}$$

Acest lucru servește pentru a cunoaște grosimea pe care trebuie să se atingă în zona prăbușită stratele rostogolite peste platforma inferioară, ca prin greutatea lor să producă o frînare a mișcării de alunecare. De asemenea se poate calcula presiunea pe care părțile active (cele din zonele I și II) le exercită asupra masivului pasiv (zona III); prin rezolvarea cu aproximații succesive a ecuațiilor diferențiale. (Calculul funcției de presiune χ de-a lungul caracteristicei zonei III):

Rămîne încă de stabilit cu cît se mărește rezistența masivului atunci cînd pămîntul are un unghi de frecare $\varphi°$. Din fig. (6) reese că unghiul α al taluzului cu verticală este egal cu:

$$\alpha = \vartheta\ ;\ \vartheta = \frac{\cot\varphi}{2}\left[ln\frac{p}{c\cot\varphi} + 1\right]\operatorname{tg}^2\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right)$$

luînd de plidă $\varphi = 5^0$, $\frac{p}{c}$ critici pentru o surprafață orizontală $\left(\alpha = \frac{\pi}{2}\right)$ este egal cu:

$$\frac{p}{c} = 6{,}5 \text{ față de } 5{,}14\ c$$

la un mediu pur coeziv ceea ce este echivalent cu o mărire a coeziunei de la c la $c' = 1{,}25\ c$.

Idem pentru $\varphi = 10°$; $\frac{p}{c}$ critic $= 8{,}4$

care este echivalent cu o mărire a coeziunii cu 64%.

Folosind aceste relații se pot calcula unghiurile limite ale taluzelor după tabelele înainte întocmite majorînd pentru diferitele valori ale lui "φ" valoarea lui c' în conformitate cu cele arătate mai sus.

Unghiurile de taluz maxime arătate în tabela respectivă de înainte se recalculează pentru rapoartele noi $\frac{p}{c}$ înlocuind c prin c'.

O altă problemă, care se rezolvă relativ simplu prin teria lui Socolovschi și care are de multe ori aplicații în calculul stabilității este aceea de a stabili influența unei forțe tangențiale care acționează pe suprafața liberă orizontală. În cazul special de calculul alunecărilor, această problemă se pune atunci cînd un strat de pămînt ajuns într-o stare de curgere plartică-vîscoasă exercită asupra stratului dedesubt nu numai o presiune normală, dar și o forță tangențială datorită gradientului de viteză la suprafața de contact. Deci afară de efortul specific normal $(p + c \cot \varphi)$ care acționează pe această suprafață mai acționează și un efort tangențial τ exprimat printr-un unghiu δ astfel că avem drept condiție pe contur pentru eforturile:

$$\begin{aligned} \sigma &= p + c. \cot \varphi \\ \tau &= (p + c \cot \varphi) \quad \operatorname{tg} \delta \end{aligned} \tag{1}$$

Bineînțeles că unghiul δ poate fi și negativ (fig. 8). În aceste cazuri forța tangențială constitue o rezistență pentru producerea alunecărilor, ceea ce întîmplă cînd stratele alunecătoare sînt suprapuse de strate consistente care exercită forțe de frecare asupra celor de dedesubt.

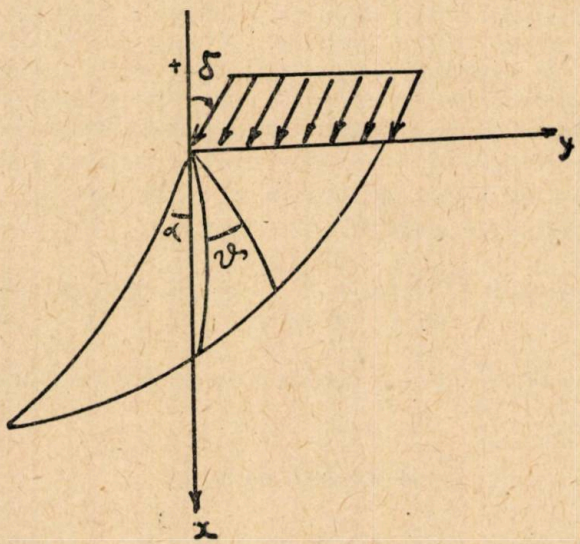


Fig. 8

Pentru cazul din figură există la limită următoarele relații:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x \\ \sigma_y \end{aligned}\right\} = \sigma\,(1 \pm \sin \varphi \cos 2\beta) - c \cot \varphi \qquad \left.\begin{aligned} \\ \tau = \sigma \sin \varphi \sin 2\beta \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

β fiind unghiul axelor principale cu x.

Prin înlocuire de (1) în (2) avem:

$$2\beta = -\left(\delta + \operatorname{arc}\frac{\sin\delta}{\sin\varphi}\right) \tag{3}$$

$$\sigma = \frac{p + c\cdot\cot\varphi}{1 + \sin\varphi\cos 2\beta} \tag{4}$$

Din cercul lui Mohr rees ca valori pentru eforturile pe planele limite zonei active resp. pasive.

$$\sigma_x = \sigma\cos^2\varphi \qquad \sigma_n = c\cot\varphi\,(1+\sin\varphi) \tag{5}$$

Din condițiile de echilibru rezultă

$$c\cdot\cot\varphi\,(1+\sin\varphi)\frac{r_0^2}{2}\,e^{2\vartheta\operatorname{tg}\varphi} = \sigma\cos^2\varphi\,\frac{r_0^2}{2}$$

$$= \frac{\sigma}{c}\sin\varphi\operatorname{tg}\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\vartheta = \frac{\cot\varphi}{2}\ln\frac{\sigma}{c}\sin\varphi\operatorname{tg}\left(45-\frac{\varphi}{2}\right) \tag{5 a}$$

Insemnînd cu $n = \frac{p}{c}$ rezultă după înlocuire

$$\vartheta = \frac{\cot\varphi}{2}\ln\frac{n+\cot\varphi}{1+\sin\varphi\cos 2\beta}\sin\varphi\operatorname{tg}\left(45-\frac{\varphi}{2}\right) \tag{6}$$

luînd pentru valoarea absolută din (3)

$$\alpha = \vartheta + \beta \text{ pentru un } \delta \text{ pozitiv}$$
$$\alpha = \vartheta - \beta \text{ pentru un } \delta \text{ negativ}$$

punînd $\alpha = \frac{\pi}{2}$ se obțin valorile limite pentru $n = \frac{p}{c}$ și pentru o valoare sub această limită valorile unghiurilor maxime de taluz.

Pentru cercetarea stării de echilibru a unei mase de pămînt înclinate de întinderi mai mari solicitate pe suprafața ei de forțe normale și tangențiale se folosește de ipotezele lui Rankine (fig. 9). Acest caz servește la determinarea eforturilor într-o masă întinsă, puțin înclinată care este antrenată de masele suprapuse într-o mișcare de alunecare. Folosindu-se de simetrie față de axa v, σ_u; σ_v și τ_{uv} sînt numai funcții de v

Ecuațiile de echilibru unui prism elementar dau

$$d\,\sigma_u = \gamma\cos\varepsilon\,du\,;\ \sigma_u = \gamma u\cos\varepsilon + p$$

$$d\,\tau_{uv} = -\gamma\sin\varepsilon\,du\,;\ \tau_{uv} = -\gamma\sin\varepsilon - t \tag{7}$$

$$t = (p + c\cot\varphi)\,tg\,\delta\cdot$$

Avînd deci punctul cu coordonatele σ și τ date prin ecuațiile (7) se poate construi cercul lui Mohr respectiv și a obține eforturile σ_v adică presiunile în direcția tangențială care acționează asupra acestui masiv,

deci presiunea care acționează în sens tangențial asupra unei mase înclinate.

Prin cercul lui Mohr se determină și adîncimea la care se produce ruperea în masivul înclinat. Condiția ca punctul A (avînd coordo-

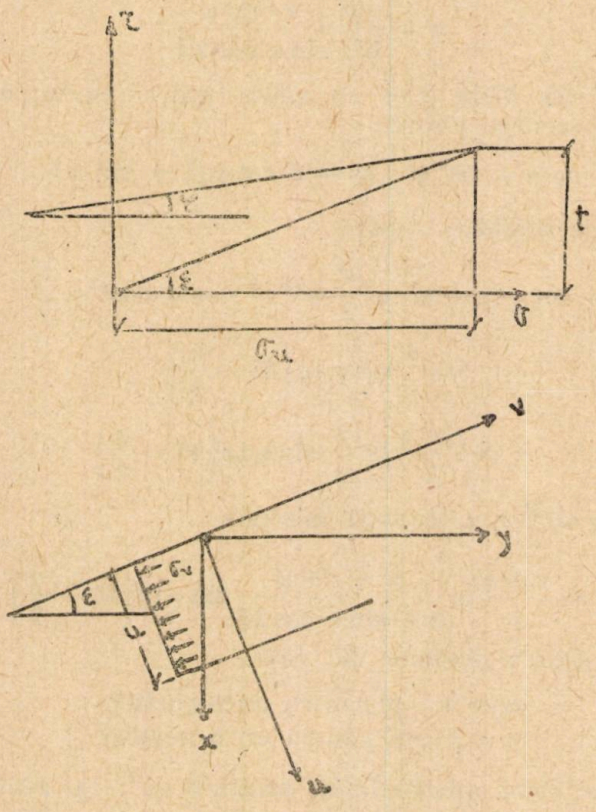


Fig 9

natele σ_u, τ_{uv} să fie situate pe dreapta intrinsecă se exprimă prin:

$$t + \gamma u \sin \varepsilon = [\gamma u \cos \varepsilon + p + c \cot \varphi] tg \varphi \qquad (8)$$

sau transformat

$$\gamma \cdot u \sin (\varepsilon - \varphi) = \frac{p}{\cos \delta} \times \sin (\varphi - \delta) \left[1 + \frac{c}{p} \cos \varphi\right]$$

$$\text{și } u_{cr} = \frac{p}{\gamma} \frac{\sin (\varphi - \delta)}{\cos \delta \sin (\varepsilon - \varphi)} \left[1 + \frac{c}{p} \cos \varphi\right]$$

precum se vede u_{cr} are numai atunci o valoare reală dacă $\varepsilon > \varphi$. În acest caz masivul începe să alunece exercitînd asupra oricărui plan paralel cu axa u_0 presiune egală cu

$$p = \int_0^u \sigma_v \, du$$

CAPITOLUL IV

Privind profilul geologic al falezei de la Constanța se vede că stratul alunecător este format de diferite argile cu sensibilitate mare la înmuiere și cu structura glomerulară avînd în total o grosime de cca 14-16 m așezate între două strate care pot fi considerate nedeformabile.

În aceste condiții se pune problema dacă nu se pot aplica teoremele din teoria plasticității care se referă la o masă plastică presată între două plăci paralele rigide și rugoase. Luînd însemnările din (fig. 10) rezultă după soluția dată de Prandtl, la o depărtare suficientă de la marginea liberă următoarele expresii pentru eforturile:

$$\sigma_x = C_1 + \frac{c}{a} y$$

$$\sigma_y = C_1 + \frac{c}{a} y + 2c \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \qquad (1)$$

$$\tau = \pm \frac{c}{a} x$$

Pentru a găsi constanta de integrare C_1 se stabilesc ecuațiile de echilibru dinamic la o secțiune verticală care se găsește la distanța y de la margine.

Rezultanta tuturor eforturilor orizontale pe această secțiune se exprimă prin:

$\int_{-a}^{+a} \sigma_y dx$ care trebuie să fie echilibrat de forțele de frecare la cele două margini la distanța $\mp a$ deci

$$\int_{-a}^{+a} \left(C_1 + \frac{c}{a} y - 2c \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \right) dx = 2cy \qquad (2)$$

după calcularea integralelor rezultă

$$C_1 = \frac{\pi}{2} c = 1{,}57\, c$$

$$\sigma_y = c \left(1{,}57 + \frac{y}{a} - 2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \right) \qquad (3)$$

$$\sigma_x = c \left(1{,}57 + \frac{y}{a} \right)$$

$$\tau = \frac{c}{a} \cdot x$$

Aplicînd aceste ecuații la marginea superioară, unde $\sigma_x = p$ adică greutatea stratelor superioare se poate afla lungimea y; dică distanța de la marginea liberă în care sub greutatea stratelor suprapuse, masa plastică începe să curgă plastic; punînd deci:

$\sigma_x = \gamma h$ deci în cazul falezei cca. $1{,}7 \times 8{,}00 = 13{,}6$ t/m²

$$\frac{13{,}6}{2{,}6} = 1{,}57 + \frac{y}{a} \; ; \; y = 4{,}43\, a$$

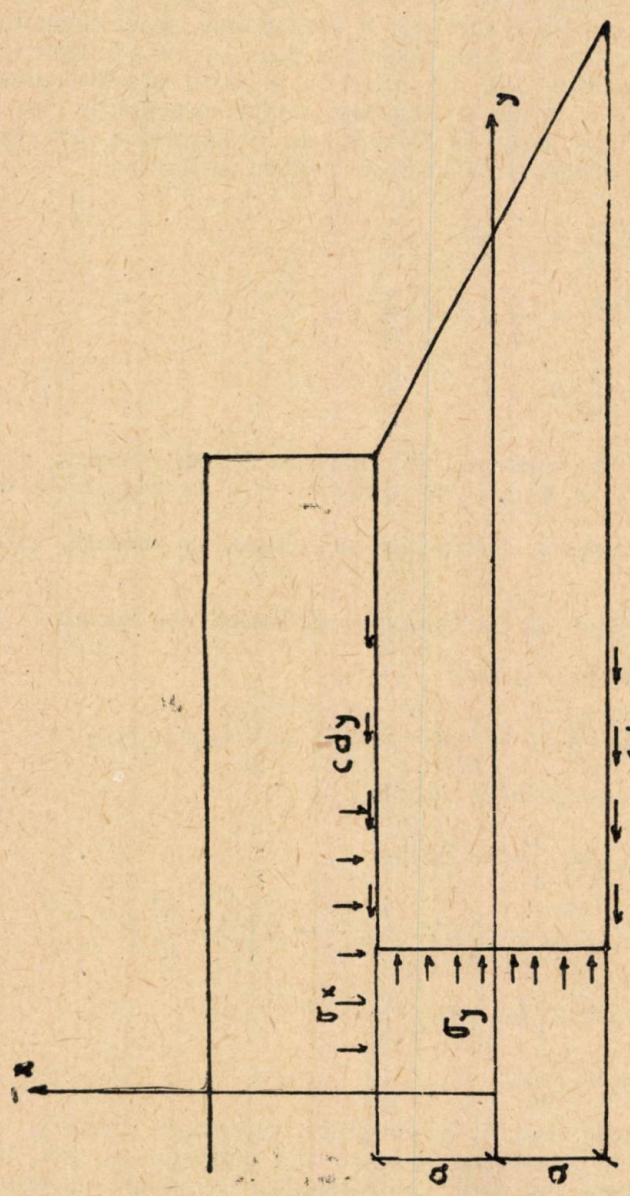


Fig. 10

Adică luînd $a = 14$ m; pînă la o distanță de 60 m, stratele de argilă plastică se vor găsi în strate de curgere presiunea pe planele verticale fiind repartizată parabolic după ecuația (3) avînd ca valoare totală $P = 2\,c\,y$.

În lucrarea de față au fost expuse principalele metode de calcul folosind teoriile staticei construcțiilor precum și al teoriei plasticității mediilor dispuse care vin în considerație pentru calcularea forțelor care acționează asupra masivelor de pămînt în stare de alunecare și care urmează a servi pentru dimensionarea elementelor de rezistență care se construiesc pentru combaterea fenomenelor de alunecare.

Într-o lucrare viitoare vor fi analizate diferite metode propuse în vederea posibilității aplicării lor practice și se vor cerceta limitele lor de aplicabilitate din punct de vedere teoretic și modul în care prin ele se pot exprima în mod just coeficientul de stabilitate al taluzelor.

Catedra de Geotehnică și Fundații
Institutul de Construcții București

BIBLIOGRAFIE

1. **L. L. Perkovschi.** — Problema stabilității taluzelor în terenuri argiloase. Materialele conferinței Panunionale din 1948. Edit. Acad. Științe, Moscova, 1950.
2. **Schahumianț.** — Rambleul de pămînt. Edit. de Stat a Transporturilor, Moscova, 1953.
3. **Iasunias.** — Problema luptei cu alunecările la căile ferate, Moscova, 1949.
4. **V. E. Liebnțchii.** — Construcții portuare, Moscova, 1953.
5. **Géotechnique, 1955.** — Comunicările ținute la conferința din Stockholm 1954 de Fröhlich, Cognot, Bischop.
6. **Nodai.** — Teoria plasticității (traducerea în limba rusă). Moscova, 1955.

ВОПРОСЫ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ И ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ РАСЧЕТАХ УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСОВ

(Краткое содержание)

В статье анализируются методы, использования для расчета устойчивости откосов'

Эти методы расчета, основаны на круглоцилндрических поверхностах скольжения и на разделении призмы скольжения на вертикальные полосы, пренебрегая одним из трех уравнений равновееия.

В отлиĥие от чтих методов в статье даются уравиения равновесия элементарного сечения и еоответствуыщее дифференциальное уравнение предельного состояния откоса.

Исследуется также способы разрешения этих уравнений.

Во II и III главах работы излагается методы расчета устойчивости откоса, основанные натеории пластичности, а именно: методы Ренкина, Соколовского, Прандтя, а также излагаются методы для решения некоторых конкретных вопросов.

PROBLEME DES GREUZZUSTANDES UND DES PLASTISCHEN FLESSENS BEI DER BERECHNUNG DER STANDSICHERHEIT VON ERDBÖSCHUNGEN

(Zusammenfassung)

Im vorliegenden Artikel werden die theoretischen Grundlagen der Berechunug der Standsicherhect von Erdböschungen einer emgehenden Prifung unterzogen.

Die Methode der Zerlegung in lotrechte Streifen wobei die an den lotrechten Schnittflächen ubertragenen Kräfte vernachlässigt werden führt zu Gleichungen din nicht allen drei Gleichgewichtsbedingungen entsprechen, Im Gegenatz hierzu werden die Gleichgewichtsgleiclungen eims Elementartreifeus aufgestellt und so drei Differentialgleiclungen zur Bestimmlung des Sicherheitsgrades bei angenommener Gleitflache enhalten. Es werden verschiedene Methoden besprochen die zu einer Aufflösung dieser Gleichungen führen können. Der Einfluss von Betonpfahlen auf die Standsicherheit von Rutschflächen wird dargelegt.

Im zweiten und dritten Kapitel werden Berechunnugs methoden auf Grund der Plastizitäts theorie entwickelt. Es warden Berechungs methoden noch Rankine. Sokolowski und Prandtl dargelegt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 1—2

DRUMURI ȘI PODURI

625.7

DETERMINAREA CÎMPULUI DE PLASTICITATE AL MASTICURILOR RUTIERE, ÎN RAPORT CU CONȚINUTUL DE FILER, ÎN FUNCȚIE DE CARACTERISTICELE BITUMULUI *)

de ALICE STANCU

I. *Generalități*

În tehnica rutieră, prin mastic asfaltic se denumește materialul obținut prin fierberea la temperatura de 160°C...180°C a liantului organic, bitumul, cu filer mineral.

Acesta constituie un semifabricat pentru producerea asfaltului turnat sau se folosește sub forma care a fost fabricat, pentru colmatarea rosturilor.

Caracteristicele masticurilor depind de natura filerului mineral și de proprietățile bitumului.

În urma fierberii bitumului cu filerul mineral, un film de bitum este adsorbit la suprafața fiecărei granule de filer.

În raport cu finețea filerului crește suprafața specifică a acestuia și este adsorbită o cantitate mai mare de bitum.

Rolul filerului mineral este de a stabiliza bitumul, deoarece bitumul adsorbit de granulele de filer prezintă o suprafață mare de evaporare pentru fracțiunile volatile din bitum care se elimină într-un timp scurt.

Ținînd seama de faptul că îmbătrînirea bitumurilor are loc din cauza evaporării lente a fracțiunilor volatile, rezultă că datorită filerului scade considerabil îmbătrînirea bitumului din îmbrăcămințile asfaltice.

Comportarea masticurilor rutiere depinde în mare măsură de condițiile de climă, care determină alegerea penetrației bitumurilor ce se folosesc la construirea îmbrăcăminților.

II. *Obiectul studiului*

Climatul țării noastre se caracterizează prin variații mari de temperatură care în medie se situează în intervalul de $-20°C...+50°C$.

În cadrul acestui studiu s-a urmărit determinarea cîmpului de plasticitate al masticurilor cu procente variabile de filer și cu bitum de diferite penetrații, pentru a stabili dozajele optime în funcție de natura și finețea filerului și de proprietățile bitumului.

---

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București și Institutul de Construcții București din 20—22 iunie 1956.

III. *Caracteristicele materialelor*

Determinările s-au efectuat asupra următoarelor tipuri de filere și bitumuri:

— Filer de var stins în praf, Stas 359-55;

— Filer de calcar de la Cluj, cu următoarele caracteristici:

solubilul în acid clorhidric	98,2%
finețea în procente de greutate:	
rest pe sita cu 900 och/cm²	45,2
rest pe sita cu 4900 och/cm² . . .	16,9
trece prin sita cu 4900 och/cm² . . .	37,9
Total . . .	100,0

Acest filer a fost separat prin cernere pe fracțiuni și fracțiunile au fost reunite sub formă de filer, păstrînd granulometria prescrisă pentru filerul de calcar, Stas 359-55.

Filer de argilă calcinată de Teișani (argilă montmorilonitică calcinată la 550°C temperatură la care argila își pierde proprietatea de a adsorbi apa), cu finețea corespunzătoare filerului de var stins, Stas 539-55.

Filer din cenușe de termocentrală de la Doicești cu finețea corespunzătoare filerului de calcar, Stas 539-55.

Bitum rutier tip D, de penetrație 80/120, Stas 754-49.

Bitum rutier tip F, de penetrație 40/50, Stas 754-49.

IV. *Efectuarea determinărilor*

Asupra masticurilor confecționate cu cele două tipuri de bitum, folosind procente variabile de filer, s-au făcut următoarele determinări:

1. *Determinarea punctului de deslipire*

Mărind treptat conținutul de filer și micșorînd procentul de bitum, s-au obținut masticuri cu puncte de înmuiere din ce în ce mai ridicate. Pentru punctele de înmuiere mai mari, în jurul temperaturii de 100°C, se consideră punct de deslipire temperatura la care masticul se desprinde de pereții inelului și cade împreună cu bila.

Acest punct corespunde unei adezivități minime a masticului, datorită excesului de filer față de liant.

2. *Determinarea cîmpului de plasticitate*

Cîmpul de plasticitate se consideră diferența, exprimată în grade Celsius, în valoare absolută dintre punctul de picurare determinat prin metoda Ubbelohde și punctul de rupere Fraass.

Cîmpul de plasticitate poate fi exprimat în grade Fraass, după o reprezentare similară cu aceia dată de Höpfner-Mezger.

Pe două abscise paralele se înscriu la o scară egală gradele de temperatură corespunzătoare punctelor de picurare determinate prin metoda Ubbelohde și gradele de temperatură corespunzătoare punctelor de

rupere Fraass, care se consideră la dreapta sau la stînga față de origină reprezentată printr-o secantă perpendiculară pe cele două abscise, divizată în 100 părți egale, denumite grade Fraass. Valoarea cîmpului de plasticitate pentru un anumit mastic, exprimată în grade Fraass, se obține la intersecția dreptei care unește punctul de picurare cu punctul de rupere, cu perpendiculara considerată origine.

Creșterea cîmpului de plasticitate exprimată în grade Celsius este în funcție de creșterea punctului de rupere.

Se constată că punctul de rupere Fraass prezintă temperaturile cele mai scăzute pentru masticurile cu punct de înmuiere aproximativ 83°C. Pentru masticuri cu punct de înmuiere mai ridicat de 83°C, punctul de rupere prezintă temperaturi mai ridicate.

În general se cere ca masticurile să aibă un punct de rupere Fraass cît mai coborît, pentru a rezista în bune condițiuni la temperaturile scăzute din timpul iernii.

Pentru aceste masticuri, cîmpul de plasticitate variază între 110°C și 130°C (12 și 18 grade Fraass).

Aceste masticuri se consideră optime pentru tehnica rutieră dacă prezintă punctul de rupere Fraass cu valoarea cea mai scăzută (între — 16°C și — 19°C). Această condiție este în general îndeplinită de masticurile cu punct de înmuiere inel și bilă aproximativ 83°C.

3. *Determinarea ductilității la temperatura de 0°C și la temperatura de 25°C*

Rezultatele obținute au arătat că ductilitatea la 25°C este mai mare ca la 0°C. Valorile obținute pentru ductilitatea la 0°C și la 25°C pentru majoritatea filerelor sînt maxime pentru dozajele cu punct de înmuiere aproximativ 83°C.

Cea mai bună ductilitate o prezintă filerul de var stins în praf.

4. *Determinarea rezistenții la deslipire*

Această determinare a fost făcută în felul următor:

Brichete de mortar de ciment, care au fost încercate în prealabil la tracțiune, au fost asamblate din nou printr-un strat de 1 cm grosime de mastic asfaltat care a aderat pe cele două jumătăți de brichetă și le-a reunit. După 24 ore de la confecționare, aceste epruvete au fost supuse la tracțiune, la temperatura de 0°C și 25°C.

Rezistența la deslipire a masticului de mortar s-a exprimat in kg/cm^2.

Aderența masticului de mortar de ciment fiind foarte mare, ruperea brichetei s-a produs în secțiunea mortarului.

La temperatura de 0°C s-au obținut rezistențe de deslipire mai mari ca la temperatura de 25°C.

Rezistențele maxime la deslipire s-au obținut pentru dozajele cu punctul de înmuiere 83°C.

Dintre toate filerele, filerul de var stins prezintă cele mai mari rezistențe la deslipire.

V. *Concluzii*

Pe baza rezultatelor obținute, s-a ajuns la următoarele concluzii în legătură cu masticurile ce urmează a se folosi în tehnica rutieră:

1. Se consideră masticuri cu caracteristici optime pentru tehnica rutieră, masticurile care au punctul de înmuiere după metoda inel și bilă în jur de 83°C. Această cifră, indicată de literatură de specialitate se verifică pe baza rezultatelor obținute, deoarece pentru mjoritatea masticurilor, indiferent de natura filerului, cu excepția filerului din cenușe de termocentrală, punctul de rupere Fraass atinge valori minime pentru dozajele care au un punct de înmuiere inel și bilă aproximativ 83°C, apoi încep să crească pentru masticurile cu punct de înmuiere inel și bilă mai mare de 83°C. Acestor masticuri le corespund deasemenea valori optime pentru ductilitatea la 0°C și la 25°C și pentru rezistențele la deslipire.

2. Cîmpul de plasticitate optim pentru masticurile rutiere este cu-

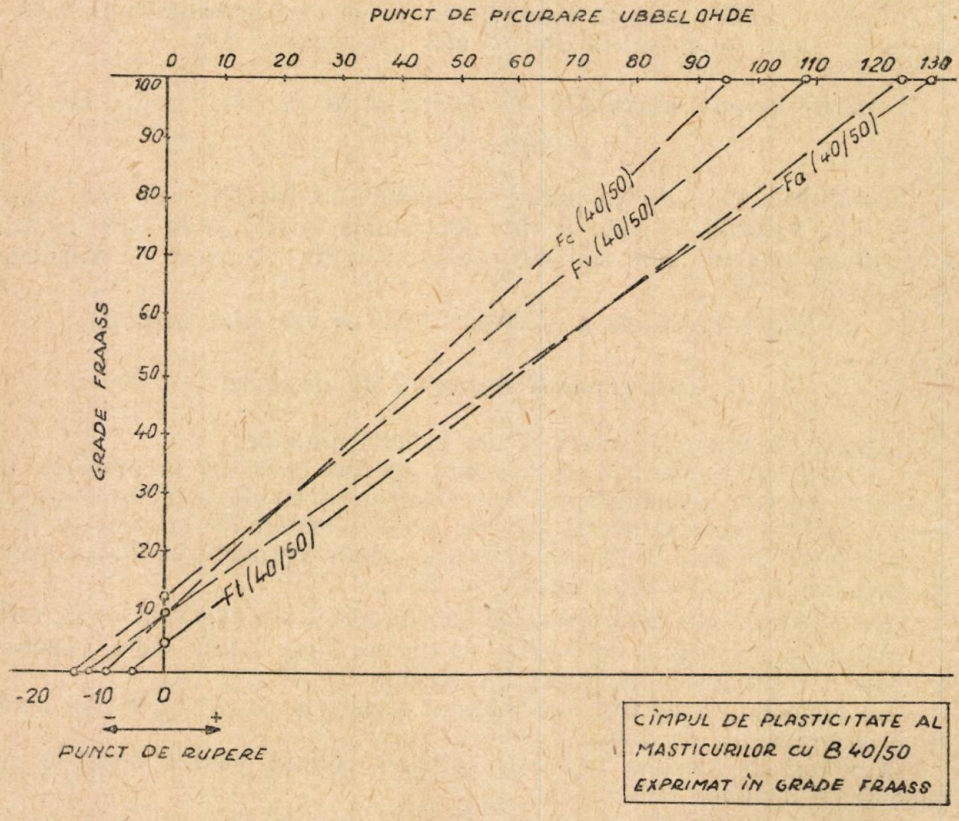


Fig. 1

prins între 110°C și 130°C (12 și 18 grade Fraass). Valoarea optimă a cîmpului de plasticitate e necesar să corespundă unui punct de rupere Fraass coborît (16°C...19°C).

3. În condițiile de climă ale țării noastre, masticurile care se comportă bine atît la temperaturile ridicate din timpul verii cît și la temperaturile scăzute din timpul iernii, sînt masticurile confecționate cu bitum de penetrație la 25°C 80/120, deoarece acestea prezintă față de masticuri confecționate cu bitum de penetrație la 25°C 40/50, cîmpul de plasticitate ridicat, cuprins între 110°C și 130°C (12 și 18 grade Fraass) și punctele de rupere cele mai scăzute, între — 16°C... — 19°C.

4. Determinările efectuate asupra a 4 tipuri de filere duc la concluzia că rezultatele cele mai bune se obțin pentru filerul de var stins, filerul de calcar și filerul de argilă calcinată.

Filerul de cenușe de termocentrală nu are calități corespunzătoare masticurile rutiere, prezentînd puncte de rupere necorespunzătoare (— 10°C).

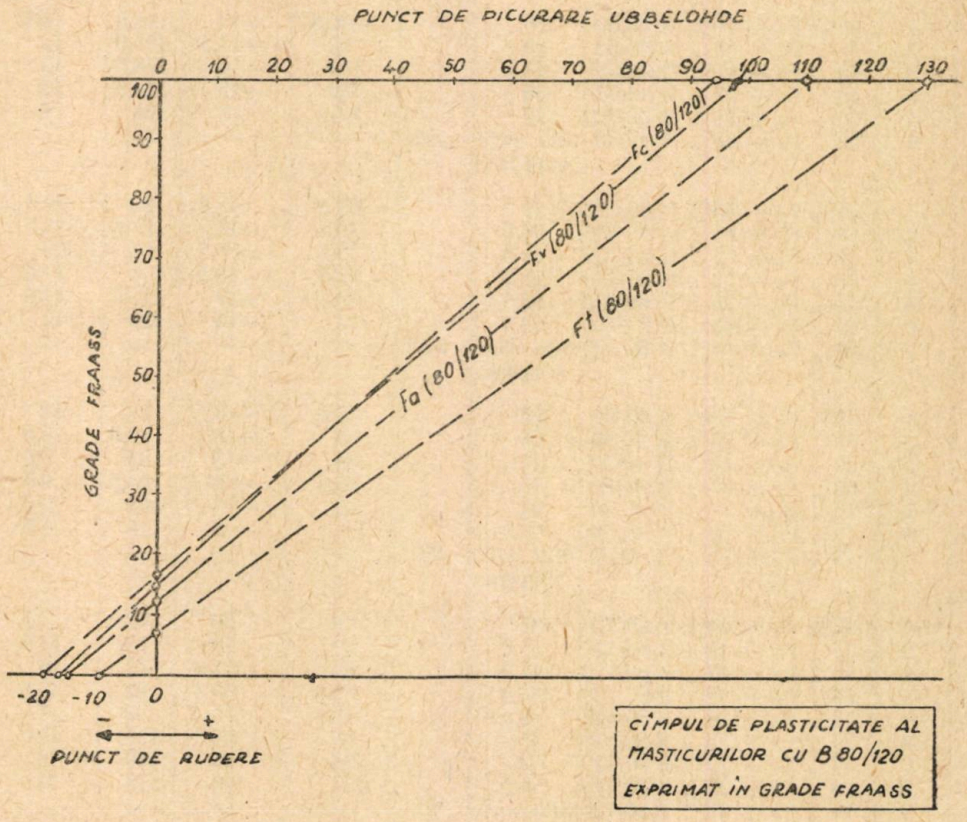


Fig. 2

TABEL Nr. I

Variația caracteristicelor masticurilor confecționate cu bitum și diferite tipuri de filere, în funcție de creșterea procentului de filer și scăderea procentului de liant

Legendă

B 40/50 = bitum asfaltic de penetrație la 25°C 40/50
B 80/120 = „ „ „ „ „ 25°C 80/120
F_v = filer de var stins în praf
F_c = filer de calcar
F_a = filer de argilă calcinată
F_t = filer de cenușe de termocentrală

Nr. crt.	Dozajul masticului exprimat în procente de greutate	Punct de înmuiere inel și bilă °C	Pct. de deslipire	Pct. de picurare Ubbelohde	Pct. de rupere Fraass °C	Cîmp de plasticitate °C	Cîmp de plasticitate exprimat în grade Fraass
0	1	2	3	4	5	6	7
1	30% F_v + 70% B 40/50	66		—30,5	—13	93,5	13 5
2	35 „ F_v + 65 „ B 40/50	68,5		92	—13,5	105,5	12
3	40 „ F_v + 60 „ B 49/50	74,5		104	—14	118 5	12
4	45 „ F_v + 55 „ B 40/50	86		109	—15	124,5	12
5	50 „ F_v + 50 „ B 40/50	96		121	—12	133	6
6	52 „ F_v + 48 „ B 40/50	Bila cade singură	99,5	—	—	—	
1	35% F_v + 65% B 80/120	49		65 5	—17,5	83	20.5
2	40 „ F_v + 60 „ B 80/120	54.5		70,5	—18	88 5	20,5
3	45 „ F_v + 55 „ B 80/120	63.5		75,5	—18,5	94	20
4	48 „ F_v + 52 „ B 80/120	75,5		82,5	—18.5	101	17 5
5	50 „ F_v + 50 „ B 80/120	83,5		98,5	—19	117,5	17 5
6	55 „ F_v + 45 „ B 80/120	94,5		113	—16	129	12
7	56 „ F_v + 44 „ B 80/120	Bila cade singură	97,5	—	—	—	—
1	50% F_c + 50% B 40/50	66		80,5	— 8,5	88	10
2	55 „ F_c + 45 „ B 40/50	68		82	— 8,5	90,5	9,5
3	60 „ F_c + 40 „ B 40/50	71		84	— 9	93	9,5
4	65 „ F_c + 35 „ B 40/50	75		85 5	— 9	94,5	9,5
5	70 „ F_c + 30 „ B 40/50	84		95	—10	105	9,5
6	75 „ F_c + 25 „ B 40/50	91,5		104	— 8	112	7,5
7	78 „ F_c + 22 „ B 40/50	Bila cade singură	98	—	—	—	
1	50% F_c + 50% B 80/120	45		59	59	72	17,5
2	55 „ F_c + 45 „ B 80/120	46,5		60	60	73	16,5
3	60 „ F_c + 40 „ B 80/120	47,5		61	61,5	74	16
4	65 „ F_c + 35 „ B 80/120	56,5		68,5	68,5	82	15,5
5	70 „ F_c + 30 „ B 80/120	66,5		78,5	78	93	15
6	75 „ F_c + 25 „ B 80/120	75		90	90	105,	15
7	77 „ F_c + 23 „ B 80/120	83		94	94	110	15
8	78 „ F_c + 22 „ B 80/120	95,5		106	106	118	10
9	79 „ F_c + 21 „ B 80/120	Bila cade singură	101	—	—	—	

Nr. crt.	Dozajul masticului exprimat în procente de greutate	Punct de înmuiere inel și bilă °C	Pct. de deslipire °C	Pct. de picurare Ubbelohde	Pct. de rupere Fraass °C	Cîmp de plasticitate °C	Cîmp de plasticitate exprimat în grade Fraass
0	1	2	3	4	5	6	7
1	40% F_a + 60% B 40/50	63,5		76,5	—12,	89	13,5
2	45 „ F_a + 55 „ B 40/50	65		82	—13	95	13
3	50 „ F_a + 50 „ B 40/50	67,5		85	—13	98	13
4	35 „ F_a + 45 „ B 40/50	70,6		91,5	—13,5	105	12
5	60 „ F_a + 40 „ B 40/50	79		102	—14	116	11
6	61 „ F_a + 39 „ B 40/50	83,5		114,5	—14,5	129	10
7	63 „ F_a + 37 „ B 40/50	87		119,5	—13	132,5	8
8	65 „ F_a + 35 „ B 40/50	Bila cade singură	105	—	—	—	—
1	40% F_a + 60% B 80/120	46		57,5	—15	72,5	20
2	50 „ F_a + 50 „ B 80/120	50		61,5	—15,5	77	20
3	65 „ F_a + 40 „ B 80/120	63		78 5	—16	84,5	16,5
4	63 „ F_a + 36 „ B 80/120	71,5		98,5	—16	114,5	14,5
5	65 „ F_a + 35 „ B 80/120	82		120	—16 5	126,5	12
6	67 „ F_a + 43 „ B 80/120	92		150	—15	165	8
		Bila cade singură	92	—	—	—	—
1	30% F_t + 70% B 40/50	62		76	—10,	86,5	17,5
2	40 „ F_t + 60 „ B 40/50	63,5		79,5	— 8,	88	9,5
3	50 „ F_t + 50 „ B 40/50	69		86,5	— 7	93,5	8
4	55 „ F_t + 45 „ B 40/50	79		06,5	— 6	112,5	7
5	60 „ F_t + 40 „ B 40,50	82,5		119,5	— 5	124,5	5
6	63 „ F_t + 37 „ B 40/50	Bila cade singură	113,5	—	—	—	—
1	30% F_t + 70% B 80/120	43,5		59	—15,5	74,5	21
2	40 „ F_t + 60 „ B 80/120	46		60,5	—14	74,5	18
3	50 „ F_t + 50 „ B 80/120	52		69,5	—11,5	71	14
4	60 „ F_t + 40 „ B 80 120	73		116	—11	127	8
5	63 „ F_t + 38 „ B 80/120	82,5		119	—10	129	7,5
6	65 „ F_t + 35 „ B 80/120	96		123	— 8	131	6
		Bila cade singură	96				

TABEL Nr. 2

Caracteri sticele masticurilor rutiere în raport cu conținutul de filer

Legendă: B 40/ 50 = bitum asfaltic de penetrație la 25°C, 40... 50.
B 80/120 = „ „ „ „ „ 25°C, 80...120.
F_v = filer de var stins în praf
F_c = „ „ calcar
F_a = „ „ argilă calcinată
F_t = „ „ cenușe de termocentrală

Nr. crt.	Dozajul masticului exprimat în procente de greutate	Punct de înmuiere inel și bilă °C	Ductilitatea la		Rezistența la deslipire, la	
			0°C cm.	25°C cm.	0°C kg/cm²	25°C kg/cm²
1	40% F_v + 60% B 40/50	74 5	2	2,75	6,36	3,70
2	45 „ F_v + 55 „ B 40/50	83	2,25	3,25	10,68	5,86
3	50 „ F_v + 50 „ B 40/50	96	1 75	2,50	9,44	4.84
1	48% F_v + 52% B 80/120	75 5	2 5	3,75	5,20	3,42
2	50 „ F_v + 50 „ B 80/120	83,5	3	4	6,70	5,34
3	55 „ F_v + 45 „ B 80/120	94,5	2	3,50	5,60	4,34
1	65% F_c + 35% B 40/50	75	1,25	1,75	7,02	4,18
2	70 „ F_c + 30 „ B 40/50	84	1,75	2 50	9.32	5,06
3	75 „ F_c + 25 „ B 40/50	91,5	1,25	1,75	8,06	4,44
1	75% F_c + 25% B 80/120	75	1,50	2	5,12	4,02
2	77 „ F_c + 23 „ B 80/120	83	2	3	7,18	4,38
3	78 „ F_c + 22 „ B 80/120	95,5	1,40	3	5,98	4,00
1	60% F_a + 40% B 40/50	79	2	2,50	6 86	4,22
2	61 „ F_a + 39 „ B 40/50	83,5	2	2,50	7,46	4,88
3	63 „ F_a + 37 „ B 40/50	87	2	2,50	6,12	3,90
1	63% F_a + 37% B 80/120	71,5	3	3,50	6,12	2,82
2	65 „ F_a + 35 „ B 80/120	82	3	3,50	7 46	4 10
3	67 „ F_a + 33 „ B 80/120	92	3	3,50	6,18	3,48
1	60% F_t + 40% B 40/50	82,5	1,50	2	8,64	4,12
1	62 „ F_t + 38 „ B 80/120	82,5	1,75	2	8,70	3,06

Catedra de Drumuri
Institutul de Construcții București

BIBLIOGRAFIE

1. **Acad. Prof. Ing. N. Profiri,** — Cursul de drumuri.
2. **Mihailov,** — Bitumuri petrolifere.
3. **M. I. Volcov și alții,** — Materiale pentru construcții de drumuri.
4. **Ing. V. Parfenov,** — Fabricarea masticului asfaltic.
5. **M. V. D. Gușosdor,** — Cercetări asupra lianților organici și asupra proprietăților fizico-mecanice ale amestecurilor de asfalt.
6. **M. Duriez,** — Liants routiers.
7. **M. Duriez,** — Liants hidrocarbonés.
8. **C. Ariano,** — Imaterialli stradali.
9. **Strassenbau A.-Z.**
10. **M. Duriez,** — Les mortiers et bétons à base de liants plastiques dans la technique de construction routier et d'étancheité (din Annales de l'institut technique du batiment et des travaux publies, iunie 1955).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛАСТИЧНОСТИ БИТУМЫХ ЗАМАЗОК ДЛЯ ДОРОЖНЫХ РАБОТ, В СВЯЗИ С СОДЕРЖАНИЕМ ФИЛЛЕРА И ХАРАКТЕРИСТИК ВИТУМА

(Краткое содержание)

I. *Общие сведения*

Асфальтная битумная замазка является материалом, полученным в результате кипячения при 160—180° Ц органического вяжущего вещества — битума с минеральным филлером.

II. *Обчект исследования*

Было иследовано поле иластичности битумных замазок с различными процентами филлера и битума, обладающих различной степенью инфильтрации.

III. *Характеристика материалов*

Были использованы следующие материалы:

— филлер гашеной извести
— филлер известняковый
— филлерет пережженной глины
— битум для дорожных работ типа Д. и Ф.

IV. *Лабораторные определения*

1. Определение момента отклейки.

Меняя содержание филлера и битума были получены битумкые замазки с все более высокими точками размягчения.

2. Определение поля пластичности.

Поле пластичности представляет разность температуры в градусах. выраженной в абсолютных величнах, между точкой каплепадения и точкои разрыва. Повышение поля пластичности зависит от повышения точки каплепадения и понижения точки разрыва.

3. Определение тягучести.

Величина тягучести для бопьшинства филлера является наибольшей для смесей с точкой размягчения около 83° Ц.

4. Определение сопотивления на отклейку.

Наибольшим спротивлением на отклейку обладают битумные замазки с точкои размягчения около 83° Ц.

V. *Выводы*

I. Битумными замазками, годными для дорожных работ, яаляются те, которые имеют точку размягчения около 73° Ц.

2. Наилущим полем пластичности битумных замазок гля дорожных работ является температура 110—130° Ц.

3. В климатических условиях нашей страны дают хорошие результаты битумные замазки, изготовленные с битрмом с точкой инфильтрации 80—120 при 25° Ц.

4. Лабораторные работы привели. к выводу, что паилучшие результаты получаются при использовании филлера из гашенои извести из известняка и пережженной глины.

BESTIMMUNG DES PLASTIZITÄTSFELDES DER BITUMINÖSER KITTE FÜR WEGENBAUTEN IM VERHÄLTNIS ZUM INHALTE VOM FÜLLER UND DER EIGENSCHAFT DES BITUMENS

(Zusammenfassung)

I. *Allgemeines*

Bituminöser Kitt ist ein Material welches man durch Erhitzung auf 160-180°C des orgganischen Bindemittels Bitumen mit mineralischen Füller erhält.

II. *Gegenstand des Studiums*

Es wurde das Plastizitätsfeld der Kitte mit verschiedenen Prozenten von Füller und Bitumen verschiedene Durchdringung untersucht.

III. *Eigenschaften des Materiales*

Es wurde mit folgender Materialien gearbeitet:
— Füller von Gelöschten Kalk
— „ „ Kalkstein
— „ Kalzinierter Tonende
— „ , Asche von Termozentralen
— Bitumen für Wegenbauten Marke D und Marke F.

IV. *Durchfrührung des Versuche*

1. Bestimmung des Entklebungpunktes.

Indem man die Zusammenzetzung vor Füller und Bitumen Verschieden wählte hat man kitte erhalten, welche immer höhere Erweichungs punkte hatten.

2. Bertimmung de Plastizitäts feldes.

Das Plastzitätsfeld ist die Differenz in Graden, in Absolutwerten, zwischen dem Tropfpunkt und dem Bruchpunkt.

Das Anwachsendes Plastizitätsfeldes steht im Verhältnies zum Anwachsen des Tropfpunktes und Abffales des Bruchpunktes.

3. Die Bestimmung der Ziehfähingkeit.

Der Köchstwerd der Ziehwähigkeit für die meister Füller ist bei einer Zusammensetzung mit Erweichungspunkt vom cca 83°C.

4. Die Bestimmung der Entkleffungtesstikeit.

Die grösste Entklebungfestikeit haben die Kitte mit einem Erweichungspunkt vom 83°C.

V. *Schlussfolgerung*

1. Empfehlenswert sind Kitte für Wegebauten, welche einen Erweichungspunkt von cca 83°C haben.

2. Das beste Plastizitätsfeld für Kitte der Wegebauten ist zwischen 100° und 130°C gelegen.

3. In den klimatischen Verhältnisser unseres Landes geben gute Resultate Kitte welche mit Bitumen von einer Eindringung 80/120 bei 25°C haben.

4. Die Versuche haben gezeigt das man die beste Resultate mit Füller von gelöschten Kalk, mit Kalksteinfüller und Kalziniester Tonende erhält.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

PROGRAMUL
SESIUNII ŞTIINŢIFICE UNITE A CADRELOR DIDACTICE DIN INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI ŞI INSTITUTUL DE CONSTRUCŢII BUCUREŞTI

SECŢIA I: MATEMATICI I

Biroul Secţiei

Preşedinte: *Prof. Ciorănescu N.*
Membri: *Prof. Ionescu-Bujor C., conf. Şabac Gh. I., Lector Rudner V.*

Miercuri 20 iunie, 17 — 20

1. — *Prof. Ciorănescu N.:* „Integrarea unei clase de ecuaţii cu derivate parţiale şi o generalizare a funcţiilor lui Bessel".
2. — *Prof. Constantinescu G. G.:* „Cu privire la o teorire unitară a ecuaţiilor integrale."
3. — *Conf. Murgulescu E.:* „Asupra mişcării conice în cazul aripii subţiri, exterioară conului caracteristic al vîrfului".
4. — *Conf. Pollingher A.:* „Asupra totalizării funcţiilor de mai multe variabile".
5. — *Lector Gutmann Marcian:* „Unele aplicaţii ale metodei vectoriale în teoria cîmpurilor".
6. — *Prof. Kreindler O.:* „Simetria faţă de o curbă".

Joi 21 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Prof. Constantinescu G. G.:* „Asupra unei corespondenţe între ecuaţiile cu derivate parţiale şi cele diferenţiale lineare de ordinul 2".
2. — *Conf. Pollingher A.:* „Spaţiile funcţionale D^2 şi D^{*2}".
3. — *Conf. Ionescu H.:* „Un alt mod de a defini numerele principale şi cîteva consecinţe".
4. — *Conf. Sabac Gh. Ioan:* „Asupra unor proprietăţi a cîmpurilor biscalare".
5. — *Lector Gutmann Marcian:* „Aplicaţiile unor structuri algebrice la rezolvarea unor ecuaţii integrale".
6. — *Lector Roşculeţ Marcel:* „Ecuaţii cu derivate parţiale, lineare, de ordin oarecare, iterate".

Vineri 22 iunie, 8,30—12,30

1. — *Prof. Constantinescu G. G.:* „Problema integrabilității prin cuadraturi a ecuației de primul ordin".
2. — *Lector Gutmann Marcian:* „Integrale complexe singulare".
3. — *Lector Gutmann Marcian:* „Cîteva elemente de mecanică areolară".
4. — *Lector Roșculeț Marcel:* „Asupra unui criteriu al Prof. N. Ciorănescu ca două funcții armonice u, v să fie conjugate".
5. — *Lector Mavrodin D.:* „O generalizare a polinoamelor lui Legendre".
6. — *Asist. Tănăsescu Aurelian:* „Asupra intersecției poliedrelor și suprafețelor".

SECȚIA II: MATEMATICI II

Biroul Secției

Președinte: *Prof. Ghermănescu M.*
Membri: *Conf. Barbălat I., Conf. Cosniță Cezar, Conf. Petrescu Șt., Asist. Mager Voicu.*

Miercuri 20 iunie, 17 — 20

1. — *Prof. Ghermănescu M.:* „Problema lui Dirichlet pentru ecuațiile de tip iperbolic".
2. — *Prof. Ghermănescu M.:* „Asupra lanțurilor lui Markov".
3. — *Conf. Barbălat Ion:* „Observații asupra teoremei lui I. G. Malkin relativă la existența funcției lui Liapunov".
4. — *Conf. Barbălat Ion:* „Mulțimi confinale".
5. — *Conf. Barbălat Ion:* „Proprietăți asimptomice ale soluțiilor ecuației oscilațiilor neliniare forțate".
6. — *Lector Angelescu Tr.:* „Asupra spațiilor A_2 local euclidiene".
7. — *Lector Angelescu Tr.:* „Criterii generalizate pentru integrarea ecuației Riccati".
8 — *Asist. Radu N.:* „Proprietăți funcționale ale conicelor".

Joi 21 iunie, 7,30—12,30

1. — *Prof. Nicolescu A.:* „Cîteva proprietăți în legătură cu suprafețele Țițeica".
2. — *Conf. Petrescu St.:* „Despre spațiile A_2 local euclidiene".
3. — *Conf. Petrescu St.:* „Despre conexiunea indusă într-un spațiu neolonom X_n^m".
4. — *Lector Sager Iancu:* „Asupra unor probleme la limită în cazul torsiunii unui cilindru".
5. — *Asist. Mager Voicu:* „Asupra ecuației n-metaarmonice".
6. — *Asist. Bucur Florica:* „Asupra unei clase de transformări funcționale".
7. — *Asist. Avram Romică:* „Asupra sistemelor de ecuații integrale".

Vineri 22 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Conf. Coșniță Cezar:* „O proprietate a curbelor plane".
2. — *Conf. Coșniță Cezar:* „Asupra substituției omografice".
3. — *Conf. Coșniță Cezar:* „Asupra unor transformări geometrice".
4. — *Asist. Matei I.:* „Spațiile cu conexiune afină A_2 care admit grupul ortogonal sau pseudoortogonal de transformări de congruențe".
5. — *Conf. Hitzig I.:* „Asupra ecuației coardelor vibrante".
6. — *Conf. Nicolescu N.:* „Metodă expeditivă de transpunere în proiecție axonometrică a formelor spațiale reprezentate prin proiecții ortogonale".
7. — *Asist. Radu N.:* „Despre focarele imaginare ale conicelor".
8. — *Șef. de Cab. Abramovici Flavian:* „Asupra spațiilor cu conexiune afină cu cîmp paralel maximal".

SECȚIA III: FIZICA

Biroul Secției

Președinte: *Prof. Bărbulescu N.*
Membri: *Prof. Agîrbiceanu I., Prof. Bîrcă Gălățeanu, Asist. Vieroșanu I.*

Joi 21 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Prof. Bărbulescu N.:* „Ecuația de stare a supterfeței lichide".
2. — *Prof. Ausländer I.* și *Conf. Georgescu Iulia:* „Noi cercetări asupra tensiunii de vapori la Poloniu".
3. — Prof. Bîrcă Gălățeanu: „Spectrul de absorbție în infraroșu al para-bromanilinei".
4. — *Conf. Pavlu V.:* „Dozarea polarografică a vitaminei C în morcovi".
5. — *Prof. Selești eanu Al.:* „Despre teoria relativității".

SECȚIA IV: CHIMIE ANORGANICĂ

Biroul Secției

Președinte: *Prof. Spacu P.*
Membri: *Conf. Voichescu P., Lector Hlevca Gleb, Asist. Roboiu F.*

Miercuri 20 iunie, 17 — 20

1. — *Prof. Atanasiu I, Aspirant Călușaru A.:* „Asupra proceselor de electrod la separarea puberilor metalice prin electroliza la densități ridicate de curent".
2. — *Aspirant Călușaru A.:* „Cercetări asupra descărcării ionilor autocomplexi din soluții".
3. — *Conf. Hagymas Gh.* și *Ing. Anghel P.:* „Comportarea anozilor nichelați la electroliza permanganului de potasiu".

4. — *Prof. Spacu P.* și *Lector Hlevca G.:* „O nouă metodă gravimetrică rapidă pentru dozarea paladiului".
5. — *Prof. Spacu P., Lector Ovanesian A.* și *Asist. Găvănescu D.:* „Metodă volumetrică pentru dozarea cadmiului".

Joi 21 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Prof. Spacu P., Lector Teodorescu Gr., Asist. Găvănescu D.:* „O nouă metodă volumetrică de dozare a hidrazidei acidului izonicotinic (Remifon)".
2. — *Prof. Spacu P.* și *Lector Teodorescu Gr.:* „O metodă nouă pentru dozarea hidralizei acidului izonicotinic (Remifon)".
3. — *Prof. Spacu P.* și *Lector Teodorescu Gr.:* „Metodă pentru dozarea hidrazidei acidului izonicotinic (Remifon)".
4. — *Prof. Spacu P.* și *Asist. Bejan C.:* „Studiu asupra dozării sulfamidelor".
5. — *Prof. Spacu P., Asist. Roboiu F.* și *Asist. Brașoveanu M.:* „Metodă gravimetrică pentru determinarea vitaminei B_1".

Vineri 22 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Prof. Spacu P.* și *Asist. Roboiu F.:* „Metodă volumetrică pentru determinarea vitaminei B_1".
2. — *Prof. Spacu P.* și *Asist. Popescu Fl.:* „O metodă volumetrică pentru dozare a metioninei".
3. — *Prof. Spacu P.* și *Asist. Spiridonescu V.:* „O metodă volumetrică de dozare a metioninei".
4. — *Prof. Spacu P., Asist. Brașoveanu M.* și *Asist. Roboiu F.:* „O metodă pentru determinarea gravimetrică a acridinei".

SECȚIA V: CHIMIE ORGANICĂ

Biroul Secției

Președinte: *Acad. Nenițescu C.*
Membri: *Prof. Bratu Em., prof. Blum I., Asist. Pogany Iuliu.*

Joi 21 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Acad. Prof. Nenițescu C.* și *Asist. Badea Florian:* „Adiții solvolitice la acid fumaric și acid maleic".
2. — *Acad. Prof. Nenițescu C.* și *Asist. Pogany I.:* „Migrări de halogen în cicluri".
3. — *Prof. Blum I.:* „Elemente caracteristice în procesul de cocsificare al cărbunelui".
   Nota I. — „Asupra bitumului din cărbuni cocsificabili".
4. — *Prof. Blum I.* și *Asist. Nistor I.:* „Determinări gravimetrice, ca element de clasificare al unor huile romînești".
5. — *Asist. Danciu E.:* „Contribuții la studiul unor copolimeri cu anhidridă maleică".
   Nota I. — „O metodă pentru sinteza copolimerului binar anhidridă maleică-acetat de vinil".

SECȚIA VI: CHIMIE TEHNOLOGICĂ

Biroul Secției

Președinte: *Prof. Ionescu Tudor.*
Membri: *Prof. Solacolu S., Conf. Solomon O., Asist. Cristoloveanu V.*

Miercuri 20 iunie, 17 — 20

1. — *Prof. Ionescu T., Lector Fostiropol C.* și *Asist. Cristoloveanu V.:* „Soluții active de coagulanți din materiale indigene".
2. — *Prof. Bratu Em.:* „Echilibrul lichid — vapori al sistemelor binare. Ecuație pentru coeficienții de activitate".
3. — *Lector Ruckenștein* și *Asist. Smigelschi O.:* „O nouă formulă pentru coeficienții de activitate ai amestecurilor binare de neelectroliți".
4. — *Lector Ruckenștein E.:* „Teoria distilării moleculare continue".

Joi 21 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Prof. Solacolu S.* și *Ing. Dinescu R.:* „Studiul sistemelor $Na_2O - Al_2O_3 - SiO_2$ și $BaO - Al_2O_3 - SiO_2$ privind proprietățile tehnice și ceramice ale maselor de porțelan".
2. — *Conf. Voichescu P.* și *Ing. Dinescu A.:* „Acțiunea de mineralizator și fondant al fluoroapatitei la cimentul portland".
3. — *Lector Ruckenștein E.:* „Contribuție la teoria reactorilor".
4. — *Aspirant Firoiu I. C.:* „Asupra mecanismului de cromare poroasă".

SECȚIA VII: ELECTROTEHNICĂ

Biroul Secției

Președinte: *Acad. Budeanu C.*
Membri: *Prof. Răduleț Remus,* Membru corespondent al Academiei R.P.R., *Prof. Antoniu S. I., Asist. Manea Florin.*

Miercuri 20 iunie, 17 — 20

1. — *Prof Parteni Antoni Cesar, Conf. Lazu C., Asist. Lefter Cecilia* și *Asist. Virgolici N.:* „Contribuții experimentale la studiul transformatoarelor asincrone de frecvență".
2. — *Conf. Apetrei C.:* „Viteza de răspuns a mașinilor de curent continuu, funcționînd ca excitatoare a mașinilor sincrone".
3. — *Asist. Manea Fl.:* „Regimurile electromagnetice tranzitorii simetrice ale mașinii asincrone".
4. — *Acad. Prof. Budeanu C.:* „Aplicații în practică de suprapunere a fenomenelor reactive și deformante".
5. — *Prof. Popescu Al.:* „Contribuție la studiul metodei discontinuităților pentru analiza armonică a funcțiunilor periodice".
6. — *Prof. Antoniu S. I.:* „Funcționarea contoarelor de inducție într-un regim deformant".

Joi 21 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Prof. Popescu Al., Conf. Popescu Cristina* și *Asist. Lefter V.*: „Contribuții la studiul măsurării pierderilor magnetice în tole".
2. — *Conf. Damsker D.*: „Calculul sistemelor automate cuprinzînd reacții pozitive prin metoda caracteristicilor logaritmice de frecvență".
3. — *Lector Mocanu C. I.*: „Ecuațiile matriciale fundamentale ale structurilor electrice cu elemente fixe și mobile".
4. — *Asist. Fransua Al.*: „Studiul interconexiunii rețelelor electrice în lucrările clasice de aplicare a calculului în teoria rețelelor".
5. — *Conf. Constantin I.*: „Calculul rezistenței prizelor de pămînt în instalațiile electrice".

SECȚIA VIII: ENERGETICA

Biroul Secției

Președinte: *Prof. Dinculescu C.*, membru corespondent al Academiei R. P. R.
Membri: *Prof. Bercovici M.*, membru corespondent al Academiei R.P.R., *prof. Postelnicescu M., Conf Arie Arie.*

Miercuri 20 iunie, 17 — 20

1. — *Conf. Arie Arie*: „Contribuții la calculul mecanic al conductorilor liniilor electrice aeriene și al barelor flexibile din stațiile electrice de tip exterior".
2. — *Conf. Mihăilescu Călin*: „Utilizarea diagramelor circulare pentru studiul comportării protecțiilor colective la fenomene de nestabilitate în sistemele electrice".
3. — *Lector Drăgan Gleb*: „Problema folosirii conductoarelor de protecție la liniile aeriene de înaltă tensiune".
4. — *Lector Drăgan Gleb*: „Determinarea supratensiunii în cazul căderii trăznetului pe conductorul de protecție al unei linii electrice aeriene".

SECȚIA IX: ELECTRONICA

Biroul Secției

Președinte: *Prof. Tănăsescu T.*, membru corespondent al Acodemiei R. P. R.
Membri: *Prof. Vazaca Chr., Prof. Nicolau Ed., Asist. Piringer R.*

Miercuri 20 iunie, 17 — 20

1. — *Prof. Vazaca Chr.*: „Dimensionarea optimă a transformatorilor de putere de înaltă frecvență pentru generatorii electronici industriali".

2. — *Lector Berladschi M.:* „Analiza funcționării amplificatorilor clasă C dezacordați".
3. — *Asist. Pauker Vlad:* „Gama dinamică a amplificatorilor cu reacție negativă".
4. — *Asist. Popov V.:* „O metodă operațională pentru sumarea seriilor".

Joi 21 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Prof. Nicolau E.* și *Asist. Popescu A.:* „Oscilator cu cuarț de mare stabilitate".
2. — *Asist. Stancu Gh.:* „Amplificator stabil la variații de sarcină".
3. — *Asist. Piringer R.:* „O metodă rapidă pentru predeterminarea caracteristicii de modulație a unui amplificator clasă G modulat anodic".
4. — *Aspirant Drăgănescu M.:* „Dependența factorului de amplificare al unei triode cu condițiile de funcționare".

SECȚIA X: RADIOCOMUNICAȚII

Biroul Secției

Președinte: *Prof. Cartianu Gh.*
Membri: *Prof. Marinescu Matei,* membru corespondent al Academiei R.P.R., *Conf. Katz Elly, Lector Niculescu Viniciu.*

Miercuri 20 iunie, 17 — 20

1. — *Prof. Cartianu Gh., Lector Preda A., Lector Teodorescu I., Conf. Bubulac M., Lector Rulea Gh., Asist. Șerbu C., Preparator Cuzopol V.:* „Realizarea unui emițător cu modulație de frecvență pentru Radiodifuziune".
2. — *Prof. Cartianu Gh.* și *Aspirant Săvescu M.:* „Distorsiunile în discriminatorii de fază".
3. — *Prof. Marinescu Matei* (membru corespondent al Academiei R.P.R): „Aplicația „rezonanței" transverse la realizarea de structuri absorbante de sunet".
4. — *Prof. Spătaru Al.:* „O metodă de calcul a distorsiunilor unui semnal modulat în frecvență aplicat amplificatorului de bandă largă cu circuite acordate pe aceiași frecvență sau decalat acordate".
5. — *Conf. Bubulac M.:* „Asupra dispozitivului de control automat al frecvenței centrale în emițătorul cu M.F.".
6. — *Conf. Valeriu A.:* „Spectrele de frecvență ale oscilațiilor modulate în frecvență sau fază cu impulsuri".

Joi 21 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Prof. Cartianu Gh.:* „Calculul amplificatorilor de frecvență intermediară pentru modulație de frecvență".
2. — *Conf. Katz E.:* „Cu privire la fenomenele tranzitorii în amplificatorii cu circuite cuplate".

3. — *Lector Rulea Gh.* și *Lector Teodorescu I.*: „Generator de înaltă frecvență pentru lipirea temoplastelor".
4. — *Lector Niculescu Viniciu*: „Adaptori cu superreacție pentru recepția emisiunilor modulate în frecvență".
5. — *Lector Preda Al.*: „Calculul tubului de reactanță".
6. — *Asist. Popovici C.*: „Efectul impedanței aparatului de măsură în măsurările cu firele Lecher".

SECȚIA XI: TELEFONIE-TELEGRAFIE

Biroul Secției

Președinte: Prof. Condrea Sergiu.
Membri: *Conf. Marinescu N., Conf. Morcinschi Iosif, Lector Barbu Eneea.*

Miercuri 20 iunie, 17 — 20

1. — *Prof. Condrea Sergiu*: „Metode pentru determinarea și asigurarea condițiile de funcționare bilaterală la repetorul vocal pe 2 fire".
2. — *Prof. Condrea Sergiu*: „Diafonia între circuite telefonice de înaltă frecvență și metode pentru reducerea ei".
3. — *Conf. Marinescu N.*: „Metode de calculul blocării organelor C.T.A".
4. — *Conf. Mănciulescu Milan*: „Efectele variațiilor bruște de echivalent asupra distorsiunilor telegrafice la sistemele cu modulație de amplificare".
5. — *Lector Vasiliu Chr.*: „Sinteza funcțiilor de transfer R C".
6. — *Lector Barbu Eneea*: „Metode de micșorare a distorsiunii din sistemele telegrafice cu modulație de amplitudine".

SECȚIA XII: METALURGIE

Biroul Secției

Președinte: *Acad. Negrescu Tr.*
Membri: *Prof. Bolgiu Ovidiu, Conf. Gîdea Suzana, Cand. St. Tehn. Geru N.*

Miercuri 20 iunie, 17 — 20

1. — *Acad. Prof. Negrescu Tr.* și *Asist. Bolgiu M.*: „Puterea oxidantă a zgurilor elaborării oțelurilor".
   IV. — Relații de echilibru, în zgurile sistemului SiO_2 — CaO — MgO — FeO — Fe_2O_3 în stare lichidă, în creuzete deschise la 1.650°C în prezența fierului metalic.
2. — *Prof. Bolgiu O.* și *Lector Dumitrescu A.*: „Contribuții la studiul termic al mineralelor.
   I. — Studiul termodiferențial al mineralelor hidratate.
3. — *Conf. Ionescu-Sisești B.*: „Constituenți mineralizați în cărbuni".
4. — *Conf. Ionescu-Sisești B.*: „Structuri caracteristice în cărbuni".

SECȚIA XIII: TERMOTEHNICA

Biroul Secției

Președinte: *Prof. Stoicescu Lazăr.*
Membri: *Prof. Hamburger L., Prof. Selești Al., Prof. Aramă C.*, Asist. Heitner M.

Miercuri 20 iunie, 17—20

1. — *Prof. Postelnicescu M.:* „Stabilirea temperaturii gazelor de ardere înaintea supraîncălzitorului cazanelor de abur cu țevi de apă".
2. — *Prof. Gheorghiu St.* și *Asist. Antonescu Gh.:* „Repartizarea optimă a căldurii de transmis prin radiație și prin convecție în sistemul fierbător al cazanelor de abur cu țevi de apă".
3. — *Prof. Selești Al.:* „Despre calculul ejectoarelor".
4. — *Lector Nerescu I.:* „Posibilități de folosire a ejectoarelor alimentate cu aer, în locul ventilatoarelor".

Joi 20 iunie, 8,30—12,30

1. — *Conf. Stănescu I.* și *Asist. Voinea Mircea:* „Studiu comparativ relativ la randamentul termic al valorificării combustibililor în cazul termoficării urbane sau alimentării cu gaze naturale în condițiile din R.P.R.
2. — *Asist. Petrescu Achile:* „Schema calculului termic al unui cazan de încălzire centrală cu aplicații la cazanul de aburi de joasă presiune tip „Metalica" Pb — 20 (70 m^2.)".
3. — *Asist. Focșeneanu Dan:* „Asupra realizării unui anemometru cu termocuplu".
4. — *Asist. Heitner Marcel:* „Convecția în regim laminar în domeniul inelar".

SECȚIA XIV: CONSTRUCȚII DE MAȘINI

Biroul Secției

Președinte: *Acad. Carafoli E.*
Membri: *Prof. Buzdugan Gh., Prof. Dumitrașcu P., Prof. Săveanu L., Asist. Tabără V.*

Miercuri 20 iunie, 17—20

1. — *Prof. Selești Al.:* „Arborele elastic".
2. — *Prof. Popescu Mihail:* „Posibilități noi de experimentare a aerodinelor".
3. — *Conf. Tipei N.:* „Asupra stabilității mișcării în lagărele cu alunecare".
4. — *Conf. Florin Oniția:* „Criterii pentru interpretarea rezultatelor de măsurări precise".
5. — *Conf. Septelici Raul:* „Noi posibilități de măsură a microscoapelor".

Joi 21 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Conf. Septelici Raul:* „Posibilităţi de transformare a aparatelor „afocale" în aparate „focale".
2. — *Conf. Cozin H.:* „Formule structurale pentru cutiile de viteză ale maşinilor unelte cu turaţii suprapuse".
3. — *Conf. Soneriu N.:* „Frecări variabile cu orientarea mişcării relative".
4. — *Conf. Duca Zoltan:* „Contribuţii la metodele de calcul a regimurilor optime de aşchiere".
5. — *Asist. Budaşcă V.:* „Aparat pentru măsurat deformări statice".
6. — *Lector Marcovici Lionel:* „Mecanizarea lucrărilor grele şi cu volum mare de muncă în industria construcţiilor de maşini".

SECŢIA XV: MATERIALE DE CONSTRUCŢII

Biroul Secţiei

Preşedinte: *Prof. Steopoe Al.*
Membri: *Conf. Sufrin Iosif, Conf. Isopescu Al., Conf. Tilenschi Silviu, Asist. Raşeev Xenia.*

Miercuri 20 iunie, 17 — 20

1. — *Prof. Praporgescu D., Conf. Tilenschi Silviu:* „Lărgirea utilizării ipsosului de construcţii prin folosirea unui nou întîrzietor de priză".
2. — *Prof. Praporgescu D., Conf. Isopescu Al.:* „Realizarea de betoane impermeabile la radiaţii în lungime de undă scurtă".
3. — *Conf. Isopescu Al., Claudian C., Dumitrescu T., Nicolae Maria, Simu Emil:* „Utilizarea caolinului de Harghita la fabricarea produselor de faianţă şi porţelan".
4. — *Conf. Drăghicescu Cornel:* „Cercetări statistice asupra unor cărămizi din săpăturile arheologice ale Academiei R.P.R.".

Joi 21 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Prof. Steope Al.:* „Despre influenţa adaosurilor active şi inerte asupra volumului pastei de liant şi despre rolul cantităţii şi calităţii pastei întărite în determinarea proprietăţilor tehnice ale betoanelor".
2. — *Asist. Moldovanu V.:* „Acţiunea argilei în suspensie şi fin dispersată în agregate asupra proprietăţilor pastelor de ciment a mortarelor şi betoanelor".
3. — *Asist. Mihail N.:* „Influenţa argilei asupra proprietăţilor mortarelor şi betoanelor".
4. — *Asist. Moldovanu V.:* „Acţiunea impurităţilor de cărbune şi acizi humici asupra pastelor, mortarelor şi betoanelor".

5. — *Asist. Voicum Lidia:* „Acțiunea zaharozei asupra proprietăților suspensiilor și pastelor de ciment".
6. — *Asist. Rașeev Xenia, Șef de Lab. Kaiserman Ana:* „Acțiunea cantităților mici de săruri minerale solubile asupra proprietăților tehnice ale suspensiilor și pastelor de ciment".

Vineri 22 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Conf Sufrin Iosif.:* „Ipoteza asupra structurii bitumurilor parafinoase și urmările sale practice".
2. — *Prof. Țițeica Radu:* „Asupra unor proprietăți fizice ale bitumurilor".
3. — *Asist. Mihail N.:* „Influența unor impurități de natură organică din agregate asupra proprietăților mortarelor".
4. — *Conf. Mihăilescu Nicolae, Lector Grigore I., Asist. Constantinescu C.:* „Materiale naturale de construcții din R.P.R.".
5. — *Conf. Nachman Manfred, Asist. Comșa Gerda:* „Studiul unei metode de determinare a umidității betoanelor și mortarelor prin măsurarea constantei dielectrice".

SECȚIA XVI: MECANICA CONSTRUCȚIILOR

Biroul Secției

Președinte: *Prof. Bălan Șt.,* membru corespondent al Academiei R. P. R.

Membri: *Prof. Gheorghiu Al., Prof. Marcu Iosif, Conf. Voinea Radu, Conf. Răutu S.*

Miercuri 20 iunie, 17 — 20

1. — *Prof. Bălan Șt. (membru corespondent al Acad. R.P.R.):* „Cu privire la forțele de inerție".
2. — *Conf. Răutu Sandu, Asist. Săftoiu Eleodor:* „Stabilitatea construcțiilor cu planșee lift în timpul montajului".
3. — *Lector Teodorescu P.:* „Asupra unei metode de rezolvare în eforturi a problemei plane a elastodinamicii".
4. — *Ing. Sandi Horia:* „Calculul structurilor statice prin corecții succesive neechilibrate".

Joi 21 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Prof. Gheorghiu Alexandru:* „Cu privire la semnificația sistemelor conjugate și posibilitățile de utilizare în calculul structurilor".
2. — *Aspirant Hangan Sanda:* „Asupra vibrației construcțiilor în cadre care au stîlpii unui etaj mai puțin rigizi decît restul construcției".

3. — *Conf. Froimescu Avram:* „Calculul direct al liniilor de influență la bolțile dublu încastrate".
4. — *Conf. Arcan Mircea:* „Despre unificarea convențiilor de semne ale tensiunilor tangențiale în rezistența materialelor și teoria elasticității".

Vineri 22 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Conf. Voinea Radu:* „Determinarea gradului de încastrare al grinzilor cu ajutorul vibrațiilor întreținute".
2. — *Prof. Vraca N.:* „Calculul arcelor continui și multiple (fără deplasare orizontală a nodurilor)".
3. — *Asist. Fischer Ernestin:* „Asupra echilibrului solidului rigid supus la legături cu frecare".
4. — *Lector Petre Augustin:* „Contribuțiuni la calculul barelor curbe de secțiune variabilă".

SECȚIA XVII: CONSTRUCȚII CIVILE ȘI INDUSTRIALE

Biroul Secției

Președinte: *Prof. Praporgescu D.*

Membri: *Prof. Drogeanu N., Prof. Popescu Victor, Prof. Popescu Victor, Conf. Han Emeric, Conf. Stănescu Eugen.*

Miercuri 20 iunie, 17 — 20

1. — *Prof. Beleș Aurel* (membru corespondent al Acad. R.P.R.), *Conf. Stănculescu Ion:* „Consolidarea fundațiilor unei importante construcții".
2. — *Conf. Bally René-Jaques:* „Tasările admisibile la calculul fundațiilor".
3. — *Conf. Stănescu Eugen:* „Verificări experimentale în probleme de fundații".
4. — *Aspirant Dimitrie Vilcea Eugen:* „Grosimea minimă a zidurilor exterioare".

Joi 21 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Prof. Florescu Emanoil:* „Fondurile circulante și producția neterminată în construcții".
2. — *Asist. Matasovschi Pavel:* „Despre unele aspecte tehnico-economice ale executării unei clădiri din blocuri mari prefabricate în București".
3. — *Conf. Sterian Dodu, Asist. Comisioner Isac:* „Contribuțiuni privind compunerea structurilor din siderurgie".
4. — *Prof. Popescu Victor, Lector Beleș Ion, Lector Dalban C., Asist. Georgescu Dragoș Prep. princip. Pătîrniche N.:* „Studiu referitor la comportarea podurilor rulante de tip cheson".

SECȚIA XVIII: CONSTRUCȚII DE BETON ARMAT

Biroul Secției

Președinte: *Prof. Hangan M.*
Membri: *Prof. Nicolau V., Conf. Dumitrescu Dan., Lector Ionescu C., Asist. Petcu Valeriu.*

Miercuri 20 iunie, 17—20

1. — *Prof. Nicolau Vasile, Lector Ionescu C.:* „Aderența și rezistența la întindere a betonului armat".
2. — *Lector Ionescu C.:* „Despre fisurarea, rigiditatea și ruperea elementelor de beton armat solicitat la torsiune".
3. — *Asist. Weissenberg Mauriciu:* „Considerații asupra repartizării în lung a eforturilor unitare de aderență între fisuri".
4. — *Asist. Enescu Șt.:* „Unele probleme ale rezistenței betonului la întindere".

Joi 21 iunie, 8,30—12,30

1. — *Prof. Hangan M.:* „Lungimea de flambaj a stîlpilor din construcții de beton armat încastrați elastic la extremități".
2. — *Conf. Dumitrescu Dan:* „Asupra coeficientului de siguranță al elementelor încovoiate de beton armat obișnuit și beton precomprimat cu armături din oțel cu calități plastice reduse".
3. — *Lector Ionescu C.:* „Încercări și rezultate de la noi și din străinătate în problema aderenței dintre beton și armătură".
4. — *Asist. Leobel Leonida:* „Studii asupra comportării la fisurare, rigidități și capacități portante la forțe tăietoare a grinzilor de beton armat în formă de T cu armătura sudată așezată pe mai multe rînduri (carcase sistem Matarov)".

Vineri 22 iunie, 8,30—12,30

1. — *Asist. Săftoiu Eleador:* „Cîteva proprietăți ale grinzilor continui din beton precomprimat".
2. — *Asp. Tannenbaum Marcel:* „Unele contribuții la problema calculului plastic al cadrelor de beton armat".
3. — *Asist. Stroescu Valeriu, Asist. Badea D.:* „Șarpantele prefabricate din beton armat".
4. — *Aspirant Petcu Valeriu:* „Asupra calculului la temperatură al cadrelor de beton armat cu bare de secțiune variabilă".

SECŢIA XIX: HIDRAULICA

Biroul Secţiei

Preşedinte: *Prof. Dumitrescu D.*, membru corespondent al Academiei R. P. R.
Membri: *Prof. Dorin Pavel, Conf. Taşcă Dan, Asist. Păunescu C.*

Miercuri 20 iunie, 17—20

1. — *Prof. Dumitrescu D.:* „Scurgerea unui fluid greu peste un deversor înnecat".
2. — *Conf. Taşcă D.:* „Studiul analitic al mişcării relative a fluidelor prin recipiente în rotaţie".
3. — *Lector Faibeş O.* şi *Dr. Ing. Wisner P.:* „Contribuţii la hidraulica galeriilor scurte cu scurgere liberă".
4. — *Aspirant Zarea St.:* „Cîteva cazuri particulare de mişcări a fluidelor perfecte în spaţiu şi în plan".
5. — *Aspirant Zarea St.:* „Mişcarea cu vîrtej axial a unui fluid perfect, într-un canal triunghiular".

Joi 21 iunie, 8,30—12,30

1. — *Conf. Taşcă Dan:* „Stabilirea pe cale vectorială a ecuaţiilor de mişcare a fluidelor reale şi ale lui Navier — Stokes pentru fluide incompresibile".
2. — *Aspirant Zarea St.:* „O nouă clasă de mişcări elicoidale".
3. — *Aspirant Zarea St.:* „Încă un caz de integrare a sistemului de ecuaţii diferenţiale Navier-Stokes".
4. — *Aspirant Zarea St.* şi *Şef Lab. Oancea T.:* „Aparat tip Helle Shaw pentru studiul mişcărilor plane cu circulaţie".
5. — *Asist. Heitner Marcel:* „Similitudinea la pompe cu piston.

SECŢIA XX: CONSTRUCŢII HIDROTEHNICE ŞI ALIMENTĂRI CU APĂ

Biroul Secţiei

Preşedinte: *Prof. Mateescu Cristea*, membru corespondent al Academiei R. P. R.
Membri: *Prof. Lehr Hugo, Conf. Blitz Emanuel, Conf. Manoliu Ion*, Conf. Cioc Dumitru.

Miercuri 20 iunie, 17—20

1. — *Prof. Lehr. Hugo:* „Probleme de echilibru limită şi de curgere vîscozo-plastică în fenomene de alunecare".
2. — *Conf. Stănculescu Ion:* „Asupra unor probleme de stabilitate a versanţilor şi taluzelor în argile".
3. — *Conf. Bally René-Jaques* şi *Asist. Antonescu Ion:* „Studii asupra fenomenelor de alunecare de la Constanţa şi perspectivele de reglare".

Joi 21 iunie, 8,30—12,30

1. — *Prof. Mateescu Cristea* (membru corespondent al Aècad. R.P.R.): „Introducerea la calculul static al infrastructurilor barajelor cu corpuri mobile".
2. — *Conf. Prișcu Radu* și *Asist. Brodfeld Bruno:* „Stadiul actual al conductelor pe mediu elastic".
3. — *Conf. Kahan Marcel* și *Asist. Iamandi C.:* „Mărirea capacității de transport a curenților în mișcare permanentă în canale scurte".
4. — *Conf. Nissim Alexandru:* „Despre admisibilitatea eforturilor de tracțiune în barajul de greutate".

Vineri 22 iunie, 8,30—12,30

1. — *Conf. Blitz Emanuel, Conf. Trofin Petre, conf. Cioc Dumitru, Conf. Pop Radu, Lector Vladimirescu Gheorghe, Lector Negulescu Mircea, Asist. Fridman R., Asist. State Silviu, Asist. Pavlov Mircea, Asist. Niculescu Sergiu:* „Stadiul actual și dezvoltarea lucrărilor de canalizare în R.P.R.".
2. — *Conf. Cioc Dumitru* și *Conf. Trofin Petre:* „Determinarea dimensiunilor perimetrului de regim sever al zonei de protecție sanitară la captările de apă subterană".
3. — *Conf. Melzer Artur:* „Problemele mișcării apei subterane în legătură cu dimensionarea captărilor de apă".
4. — *Conf. Popp Dragoș:* „Problemele conductelor de presiune în R.P.R.".

SECȚIA XXI: DRUMURI ȘI PODURI

Biroul Secției

Președinte: *Acad. Profiri N.*
Membri: *Conf. Mătăsaru Tr., Conf. Stănculescu I., Lector Craus Iosif, Lector Dorobanțu Stelian.*

Miercuri 20 iunie, 17—20

1. — *Conf. Mătăsaru Traian, Conf. Stănculescu Ion, Lector Craus Iosif, Asist. Virlan Radu:* „Considerații asupra aplicării metodei Dornîi pentru dimensionarea sistemelor rutiere nerigide, în condițiile țării noastre".
2. — *Conf. Sufrin Iosif:* „O metodă nouă de executare „la rece" a îmbrăcăminților asfaltice de drumuri".
3. — *Asist. Stancu Alice:* „Încercări de înobilare cu sulfați a agregatelor de granit, în vederea folosirii lor în îmbrăcăminți asfaltice".
4. — *Asist. Stancu Alice:* „Determinarea cîmpului de plasticitate al masticurilor rutiere, în raport cu conținutul de filer, în funcție de caracteristicile bitumurilor".
5. — *Asist. Blanc Eduard:* „Un tip economic de pod de șosea alcătuit din grinzi prefabricate de beton armat".

SECŢIA XXII: GEODEZIE

Biroul Secţiei

Preşedinte: *Conf. Costăchel Aurel*
Membri: *Prof. Botez P. M., Prof. Oprescu N., Conf. Dan Mihail, Conf. Cristescu N.*

Miercuri 20 iunie, 17 — 20

1. — *Conf. Costăchel Aurel:* „Instrumente şi metode noi în topografie şi geodezie şi perspectivele dezvoltării lor".
2. — *Prof. Oprescu Nicolae:* „Aplicaţii ale fotogrametriei în sectorul construcţiilor în condiţiile ţării noastre".
3. — *Prof. Oprescu Nicolae:* „Material cartografic stereoscopic şi special la scări medii şi mari".

Joi 21 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Conf. Costăchel Aurel:* „Asupra problemei terminologiei romîneşti în măsurătorile terestre".
2. — *Conf. Cristescu Nicolae:* „Asupra procedeelor grafice în proiectarea reţelelor de sprijin necesare trasării construcţiilor".
3. — *Conf. Mihail Dan:* „Consideraţiuni asupra lucrărilor topografice pentru montarea elementelor de construcţii".
4. — *Prof. Oprescu Nicolae:* „Asupra problemei identificării şi interpretării fotogrametrice în vederea cartărilor de specialitate".

Vineri 22 iunie, 8,30 — 12,30

1. — *Prof. Botez Mihai* şi *Asist. Munteanu Constantin:* „Necesitatea unui termen suplimentar în corecţia de refracţie din nivelmentul trigonometric-geodezic în cazul vizelor lungi şi înclinate".
2. — *Conf. Popescu Nicolae:* „Lucrări geodezice şi fotogrametrice executate cu ajutorul radiolocaţiei".
3. — *Asist. Dinescu Alexandru:* „Determinarea expeditivă a azimutului astronomic".

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

ELECTROCHIMIE

535.31

CERCETĂRI ASUPRA POTENȚIALELOR SECUNDARE *)

de AURELIAN CALUȘARU

Studiind curentul limită de difuziune la separarea hidrogenului din soluții netamponate, în absența soluției de bază, Ilkovic [1] a constatat apariția a două potențiale de descompunere pe electrodul cu picătură de mercur. Primul potențial se datorește descărcării ionilor de hidrogen, iar al doilea s-ar datora, după Ilkovic, descompunerii nemijlocite a moleculelor de apă. Același lucru se constată și în cazul descărcării altor cationi, cum ar fi de exemplu potasiul și sodiul în soluții neutre. Totdeauna, după cea de a doua creștere a curbei, nu se mai poate obține în soluții apoase curentul limită de difuziune și acesta este un argument important în favoarea teoriei descompunerii nemijlocite a moleculelor apei.

Heyrowsky [2], referindu-se la curba obținută într-o soluție 0,001 N HCl, arată că potențialul noii creșteri a curentului este — 1,97 v față de electrodul de calomel, deci are o valoare cu — 0,82 mai negativă ca la separarea ionilor H^+ dintr-o soluție de 1 N HCl. După cum se știe variația potențialului de separare a ionilor de hidrogen se produce cu 0,116 log H^+. La punctul de descompunere concentrația ionilor H^+ pe suprafața electrodului este egală cu 10^{-7} Astfel, făcînd calculul simplu $0{,}116 \log (10^{-7}) = -0{,}812$, potențialul secundar de descompunere corespunde descărcării ionilor de hidrogen rezultați din apa neutră. La creșterea curentului are loc după aceea separarea hidrogenului din moleculele de apă nedisociate. Concomitent se observă pe curba tensiune-curent, că direcția celei de a doua creștere a curentului este mai înclinată decît prima, ceea ce poate să corespundă sau unei măriri a rezistenței, sau intervenției unei noi polarizări. Măsurătorile directe dau o creștere crescîndă a rezistenței, ceea ce se explică printr-o epuizare ulterioară în ioni în stratul de soluție de lîngă suprafața electrodului. La potențiale foarte negative se separă toți cationii care se găsesc în apropierea electrodului, iar anionii migrează de la catod, astfel că stratul catodic este format numai din apă pură și de aceea manifestă o rezistență mai mare.

Heyrowsky [2] își exprimă părerea că descompunerea apei pare să depindă de stabilitatea amalgamului, deoarece ea apare pe picăturile de mercur amalgamate la potențialele cele mai pozitive în cazul magneziului și calciului.

În soluțiile sărurilor aminelor cuaternare, ca de exemplu tetrametilamoniu sau tetraetilamoniu, care formează cationii $N(CH_3)_4^+$, $N(C_2H_5)_4^+$, dezvoltarea de hidrogen are loc la tensiunea de descompunere a acestor amine. Această descompunere se produce la un potențial de — 2,6 v și de aceea aminele cuaternare sînt cei mai buni electroliți indiferenți.

*) Studiu făcînd parte din lucrarea de dizertație a autorului.

Ulterior a apărut un alt punct de vedere în explicarea naturii potențialele secundare descărcării ionilor autocomplecși. Separarea acestora din urmă pe catozii solizi ar avea ca efect depunerea metalelor în formă dispersă. Loșkarev și colaboratorii săi [4], criticînd teoria lui Kudra, au tras concluzia că formarea puberilor metalice s-ar datora modificării stării suprafeței la curentul limită de difuziune și cristalizării neregulate a metalului pe catod. Electrodul cu picătură are însă o suprafață netedă, datorită reînnoirii continue a mercurului prin curgere. De aceea acest electrod se pretează la studiul fenomenelor de electroliză în care nu trebuie să intervină influența suprafeței.

Kudra susține în primul rînd că potențialele secundare nu se datoresc separării hidrogenului, deoarece ele sînt prezente și în soluții neapoase, unde este exclusă separarea hidrogenului. Aceste potențiale se datoresc după el separării unui nou fel de ioni și anume ionilor complecși.

Kudra studiază potențialul secundar în absența soluției de bază [5]. În soluțiile de sulfat de cadmiu 0,04 mol/l și 0,1 mol/l se obțin două potențiale: primul dintre ele de 0,9 v corespunde ionilor Cd^{++}; al doilea potențial, egal aprox. cu 3 v apare la densități de curent ridicate, la care pe catozii solizi se observă formarea depozitelor catodice disperse. Kudra subliniază că pe electrodul cu picătură nu se poate produce nici o modificare datorită schimbării proprietăților suprafeței. Mai mult decît atît, hidrogenul nu se separă, deoarece potențialele secundare există și în soluții neapoase [6]; în afară de aceasta, chiar după al doilea salt, Kudra afirmă că nu a observat degajarea de hidrogen pe electrodul cu picătură de mercur.

Pentru a demonstra mai departe că nu hidrogenul este acela care se separă la potențialul secundar, Kudra a studiat curbele tensiune-curent în soluții care conțin concomitent sulfat de cadmiu și acid sulfuric. Constatînd nedependența potențialelor secundare de aciditate, el trage concluzia că al doilea salt nu este legat de separarea hidrogenului din ionii săi. Al doilea salt este deci datorit descărcării unui nou fel de ioni de hidrogen, adică a ionilor autocomplecși care ar fi prezenți în soluție.

Teoria lui Kudra, după care potențialele secundare ar fi cauzate de descărcarea ionilor autocmplecși, a fost criticată de Loșkarev și Ozorov [7]. Aceștia încearcă să demonstreze că potențialele secundare se pot studia mult mai bine în prezența soluției de bază. Comparînd curbele obținute cu și fără soluție de bază. Loșkarev și Ozerov susțin că polarogramele pentru separarea catodică a metalelor, atît în electroliții fără soluție de bază, cît și în electroliții cu soluție de bază, au o formă generală asemănătoare. Asemănarea este însă formală. Loșkarev și Ozerov fac aici eroarea de a nu deosebi potențialele secundare la descărcarea cationilor de potențialul cationului soluției de bază. Astfel potențialul secundar găsit la polarografierea soluțiilor de sulfat de cadmiu și acid sulfuric în absența soluției de bază diferă fundamental prin natura lui de așa zisul potențial secundar găsit în prezența soluției de bază și care reprezintă indiscutabil potențialul de descărcare al ionilor sodiu. Neținînd seamă de lucrările lui Ilkovic, expuse inițial, cercetătorii amintiți au pierdut din vedere faptul că potențialele secundare apar și la polarografierea soluției de bază pure, cu condiția să se folosească concentrații suficient de mici, care să facă posibilă obținerea curentului limită pentru cationii alcalini prezenți

Potențialele secundare au fost cercetate și de Turov și Skobeț [8]. În explicarea naturii potențialelor secundare ei adoptă punctul de vedere al lui Ilkovic și Heyrowsky, considerînd că acestea se datoresc descompunerii moleculelor de apă nedisociate.

Din cele expuse rezultă că lucrările din ultima vreme nu au clarificat problema potențialelor secundare. Lucrările lui Ilkovic și Heyrowsky în acest domeniu au totuși caracteristica de a se fi referit mai mult la aspectul analizei polarografice.

PARTEA EXPERIMENTALĂ

Pentru cercetarea potențialelor secundare în lucrarea prezentă s-au înregistrat automat curbele tensiune-curent la un polarograf Heyrowsky în absența soluției de bază. Celula de electroliză a fost introdusă într-un

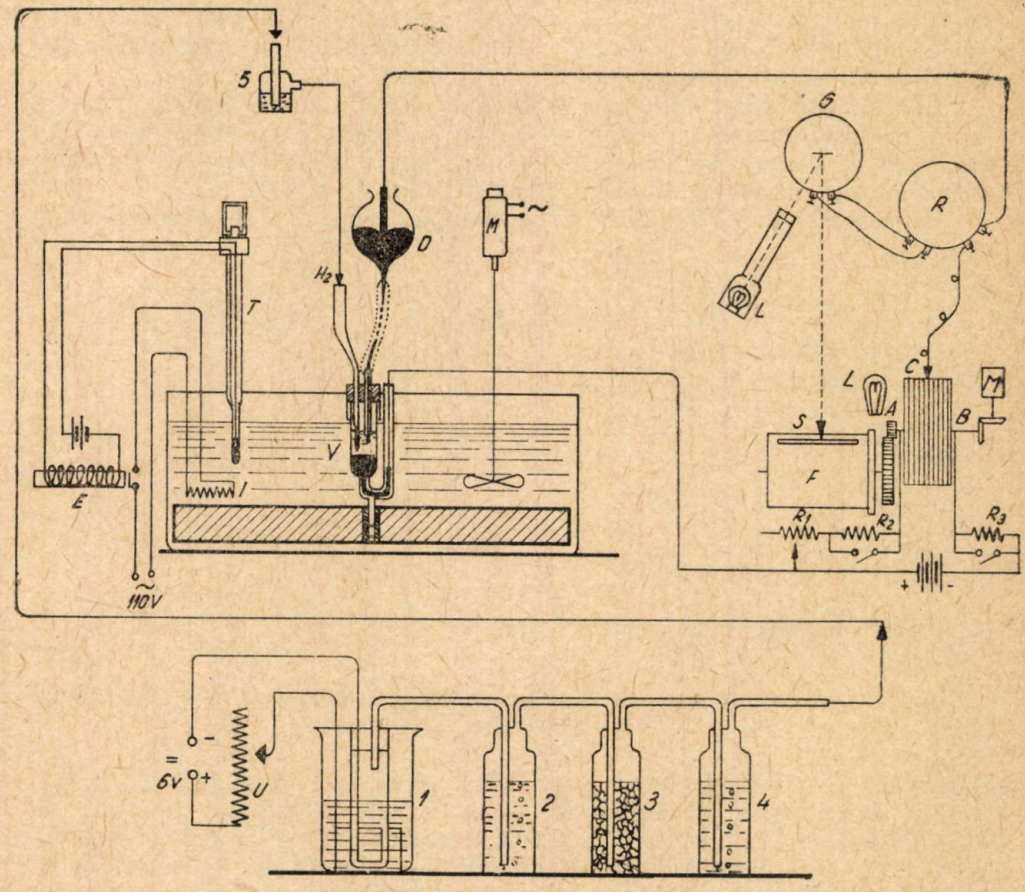


Fig. 1 — Instalația pentru înregistrarea curbelor tensiune-curent. AB = fir potențiometric; C = contact mobil; R = reductor; G = galvanometru; R_1 = reostat de reglare; R_2 și R_3 = rezistențe egale cu aceea a firului AB; M = Motoraşe electrice; F = tambur fotografic; S = fantă orizontală; L = lămpi electrice; D = rezervor de mercur; V = vas de electroliză; T = termometru cu contacte; E = releu; U = reostat; 1 = electrolizor pentru producerea hidrogenului; 2 = vas de spălare cu acid sulfuric; 3 = vas de spălare cu calce sodată; 4 și 5 = vase de spălară cu apă distilată.

termostat pentru menținerea temperatrii constante; variațiile de temperatură au fost mai mici de $\pm 0{,}1^{\circ}C$. Schema generală a instalației este reprezentată în fig. 1. Mercurul folosit ca anod a fost purificat chimic și distilat o singură dată. Mercurul folosit drept catod a fost distilat de două ori. Soluțiile au fost preparate numai din substanțe pro analisi, însoțite de buletinele de analiză respective. S-a folosit apă redistilată cu o conductivitate sub 1.10^{-6} ohm^{-1} cm^{-1}. Deoarece s-a lucrat fără electrolit strein, oxigenul a fost îndepărtat totdeauna prin barbotare de hidrogen produs prin electroliză și purificat prin spălări succesive.

1. INFLUENȚA SOLUȚIEI DE BAZĂ

S-a arătat anterior că influența soluției de bază a fost discutată în literatura de specialitate și că unele lucrări conțin erori în această problemă, potențialele secundare fiind confundate cu potențialele de descărcare ale cationilor alcalini.

Pentru cercetarea influenței soluției de bază s-au înregistrat automat curbele tensiune-curent pentru o soluție conținînd o cantitate constantă de 0,005 N clorură de mangan, la care s-au adăugat succesiv cantități mai mari de clorură de potasiu: 0,005 N, 0,01 N și 0,02 N.

În soluția pură de clorură de mangan (fig. 2) se observă două

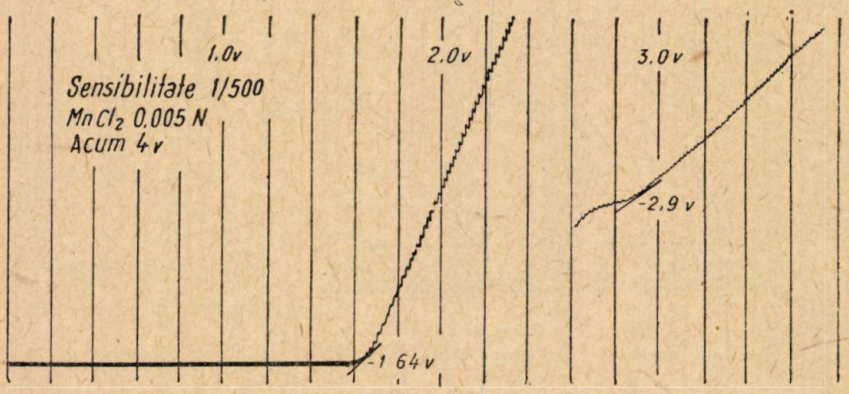


Fig. 2 — Curba tensiune-curent la separarea manganului dintr-o soluție de $MnCl_2$ 0,005 N în atmosferă de hidrogen

potențiale de descompunere: primul la — 1,64 v, corespunde descărcării ionilor de mangan, al doilea la — 2,9 v este potențialul secundar la separarea manganului. În fig. 3 este reprezentată curba tensiune-curent într-o soluție de clorură de mangan 0,005 N + clorură de potasiu 0,005 N.

Pe această curbă se disting trei potențiale de descompunere: primul la — 1,64 v este potențialul de descărcare al manganului, al doilea la — 2,33 v este potențialul de descărcare al potasiului, iar al treilea la — 3,34 v este potențiaul secundar la descărcarea potasiului, întrucît în fig. 4 care reprezintă curba tensiune-curent într-o soluție pură de KCl 0,005 N, potențialul secundar are valoarea — 3,28 v, valoare mai apropiată de — 3,34 v, decît de — 2,9 v. Într-o soluție de $MnCl_2$ 0,005 N + KCl 0,01 N,

potențialul secundare are valoarea de — 3,4 v. Rezultă de aici că potențialele secundare, caracteristice unui cation anumit sînt complet mascate de cationul soluției de bază, al cărui potențial nu se confundă cu potențialul secundar, dar dictează în cea mai mare măsură valoarea acestuia.

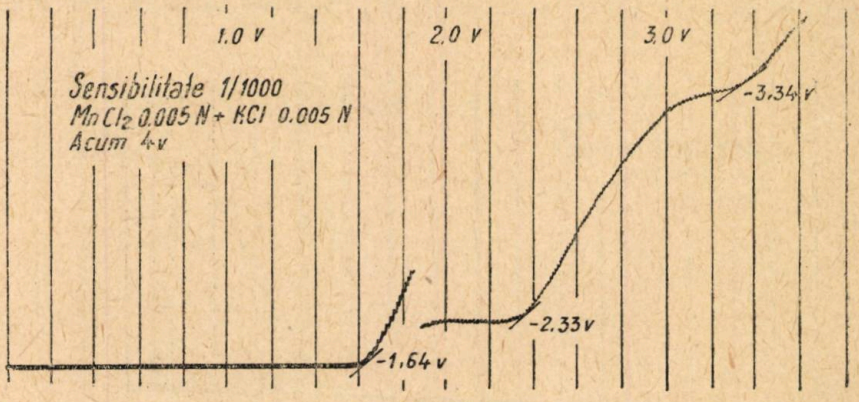


Fig. 3 — Curba innsiune-curent într-o soluție de $MnCl_2$ 0,005 N + KCl 0,005 N în atmosferă de hidrogen

Odată cu mărirea concentrației soluției de bază, pentru a se putea înregistra potențialele secundare, este necesar să se micșoreze sensibilitatea galvanometrului la 1/2000 pentru un adaus de KCl 0,01 N și la

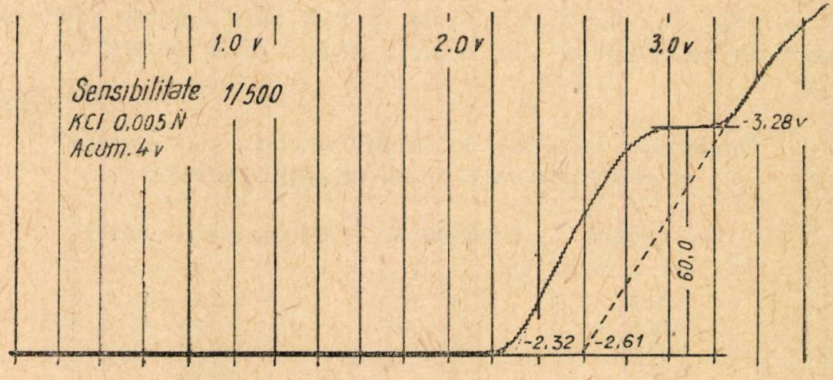


Fig. 4 — Curba de tensiune-curent într-o soluție neutră de KCl 0,005 în atmosferă de hidrogen

1/5000 pentru 0,02 N KCl. Aceasta face ca treapta manganului să scadă foarte mult. Întrucît sensibilitatea 1/5000 este cea mai mică sensibilitate cu care se pot face înregistrări polarografice, rezultă că la o concentrație a soluției de bază mai mare ca 0,02 N, potențialele secundare nu mai „încap" în curbă. În felul acesta se explică lipsa lor în lucrările lui Loșkarev și Ozerov care au folosit soluții de bază cu concentrația 1 N.

2. INFLUENŢA NATURII CATIONULUI ŞI A CONCENTRAŢIEI

S-au cercetat potenţialele secundare în funcţie de concentraţie pentru clorura de potasiu, acidul clorhidric, hidroxidul de sodiu, sulfatul de zinc, sulfatul de cadmiu şi sulfatul de mangan.

Clorura de potasiu. Studiul potenţialelor secundare în soluţiile de clorură de potasiu prezintă importanţă, deoarece aceasta, folosindu-se

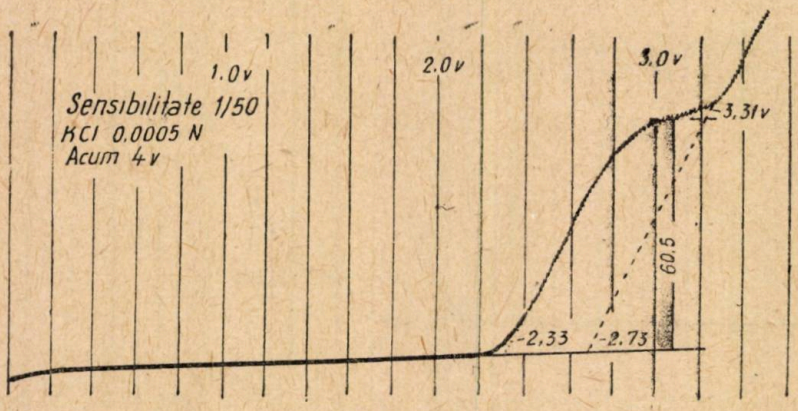


Fig. 5 — Curba tensiune-curent într-o soluţie 0,0005 N KCl în atmosferă de hidrogen

ca soluţie de bază în polarografie permite distincţia între potenţialele secundare şi potenţialul de descărcare al potasiului. Curbele tensiune-curent pentru concentraţiile 0,0005 N, 0,01 N şi 0,02 N KCl sînt reprezentate în fig. 5, 6 şi 7. In tabelul I sînt date valorile potenţialelor secundare în intervalul de concentraţii de la 0,0005 la 0,05 N.

Tabelul I

Potenţialele secundare în soluţii de clorură de potasiu pe electrodul cu picătură de mercur la 25°C.

Concentraţia	Sensibilitatea	Potenţialele secundare
0,0005	1/50	— 3,31
0,001	1/100	— 3,29
0,0025	1/200	— 3,28
0,005	1/500	— 3,28
0,01	1/1000	— 3,25
0,02	1/2000	— 3,28

Se înregistrează o scădere continuă a potenţialelor secundare cu concentraţia. Diferenţele sînt relativ mici. Panta celei de a doua creşteri a curbei scade continuu cu concentraţia. Această scădere iese în evidenţă dacă se ia în consideraţie intersecţia prelungirii celei de a doua creşteri cu axa absciselor.

Acidul clorhidric. Importanța cercetării potențialelor secundare în soluțiile de acid clorhidric constă mai ales în faptul că apariția acestor potențiale la descărcarea hidrogenului constituie dovada experimentală că potențialele secundare nu se datoresc descărcării hidrogenului din ionii săi. Deoarece ionii de hidrogen pot fi prezenți în toate soluțiile apoase

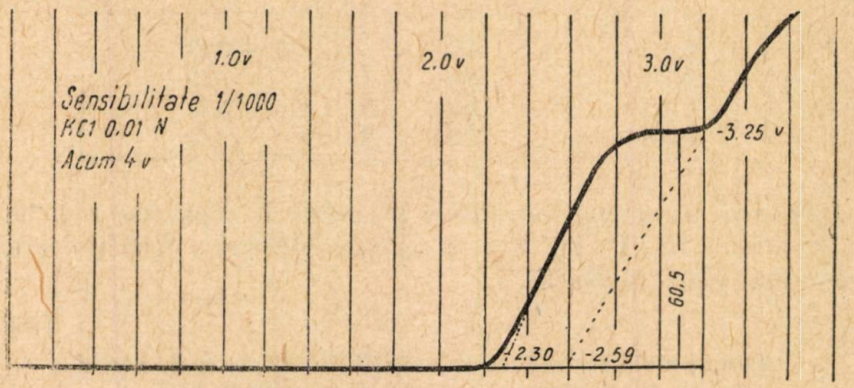


Fig. 6 — Curba tensiune curent îutr-o soluție 0,01 N KCl în atmosferă de hidrogen

și întrucît mercurul dă o supratensiune mare la descărcarea hidrogenului, ar fi putut să se nască presupunerea că potențialele secundare s-ar datora descărcării ionilor de hidrogen prezenți în soluție. Concentrația mică și supratensiunea mare ar fi putut constitui argumente în plus în favoarea

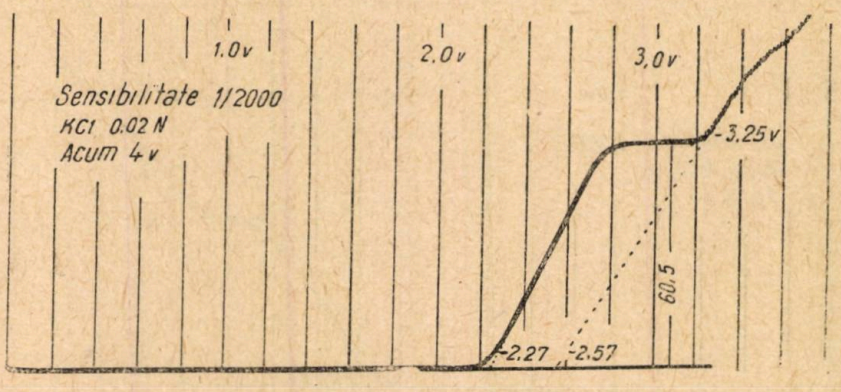


Fig. 7 — Curba tensiune-curent într-o soluție 0,02 N KCl în atmosferă de hidrogen

acestei ipoteze, deoarece potențialele secundare au totdeana valori foarte mari. Existența lor la descărcarea ionilor de hidrogen exclude însă această ipoteză.

Valorile potențialelor secundare la descărcarea hidrogenului pe electrodul cu picătură de mercur în soluțiile de acid clorhidric în intervalul de concentrații de la 0,0005 la 0,005 N sînt date în tabelul II.

Tabelul II

Potenţialele secundare în soluţii de acid clorhidric pe electrodul cu picătură de mercur la 25°C.

Concentraţia	Sensibilitatea	Potenţialele secundare
0,0005	1/200	—3,10
0,001	1/300	—3,30
0,002	1/1000	—3,30
0,005	1/2000	—3,34

Hidroxidul de sodiu. Potenţialele secundare la separarea sodiului sînt date în tabelul III. În fig. 8 este reprezentată curba tensiune-curent la concentraţia 0,001 N NaOH.

Tabelul III

Potenţialele secundare în soluţii de Hidroxit de sodiu pe electrodul cu picătură de mercur la 25°C.

Concentraţia	Sensibilitatea	Potenţialele secundare
0,001	1/150	—2,92
0,002	1/300	—2,92
0,005	1/500	—2,84
0,01	1/1000	—2,80

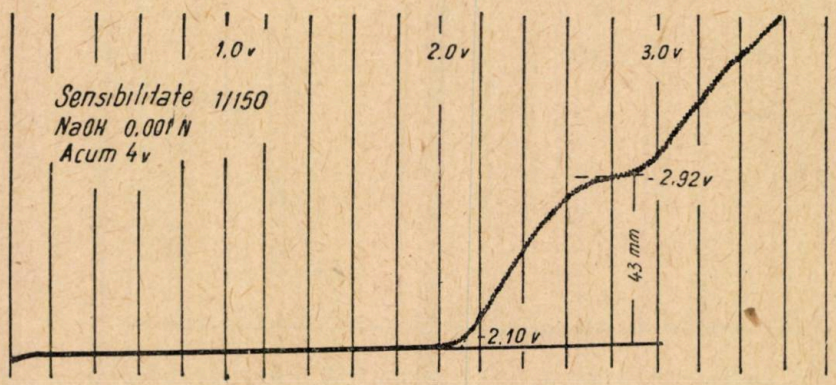


Fig. 8 — Curba tensiune-curent într-o soluţie 0,001 N NaOH în atmosferă de hidrogen

Sulfatul de cadmiu, zinc şi mangan. În fig. 9-13 sînt reprezentate curbele tensiune-curent în soluţiile de sulfat de mangan, iar în tabelele IV, V şi VI sînt date potenţiaele secundare ale cadmiului, zincului şi manganului.

Tabelul IV

Potențialele secundare la descărcarea cadmiului din soluții de sulfat de cadmiu pe electrodul cu picătură de mercur la 25°C.

Concentrația	Sensibilitatea	Potențialele secundare
0,0005	1/70	— 3,05
0,001	1/100	— 3,07
0,002	1/200	— 3,05
0,005	1/500	— 3,04
0,02	1/1000	— 3,07

Tabelul V

Potențialele secundare la descărcarea zincului din soluții de sulfat de zinc pe electrodul cu picătură de mercur la 25°C.

Concentrația	Sensibilitatea	Potențialele secundare
0,0005	1/40	— 2,36
0,001	1/100	— 2,50
0,002	1/150	— 2,50
0,005	1/300	— 2,90
0,01	1/1000	— 3,04
0,02	1/2000	— 3,10

Tabelul V

Potențialele secundare la descărcarea manganului din soluții de sulfat de mangan pe electrodul cu picătură de mercur la 25°C.

Concentrația	Sensibilitatea	Potențialele secundare
0,0005	1/50	— 3,00
0,001	1/100	— 2,94
0,002	1/200	— 2,93
0,005	1/500	— 2,98
0,01	1/1000	— 3,0

Din examinarea curbelor tensiune-curent arătate se observă în primul rînd că după a doua creștere nu se mai înregistrează curentul limită de difuziune. În al doilea rînd în majoritatea cazurilor se constată o mărire a curburii celei de a doua creșteri cu mărirea concentrației.

În cazul descărcării ionilor potasiu și sodiu se remarcă o tendință accentuată de înclinare a pantei celei de a doua creșteri a curbei cu mărirea potențialului.

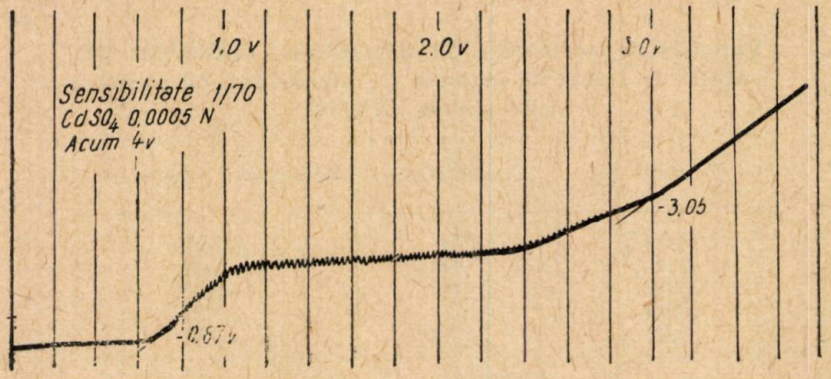


Fig. 9 — Curba tensiune-curent intr-o soluție 0,0005 N $CdSO_4$ în atmosferă de hidrogen

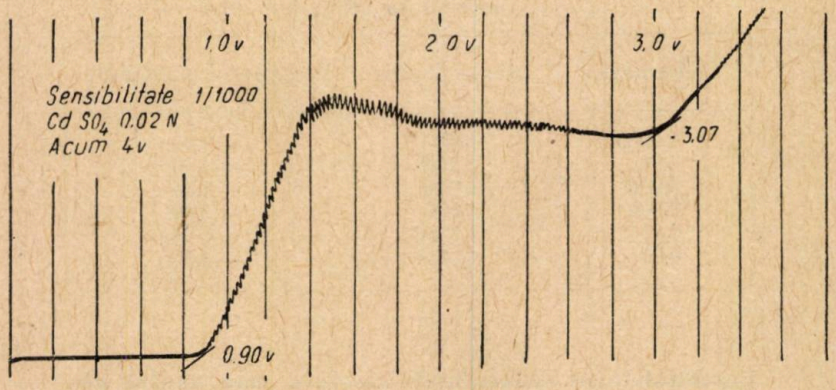


Fig. 10 — Curba tensiune-curent într-o soluție 0,02 N $CdSO_4$ în atmosferă de hidrogen

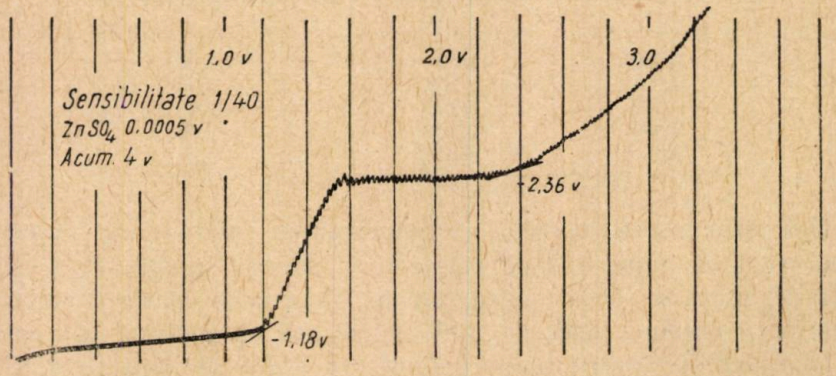


Fig. 11 — Curba tensiune-curent într-o soluție 0,0005 N $ZnSO_4$ în atmosferă de hidrogen

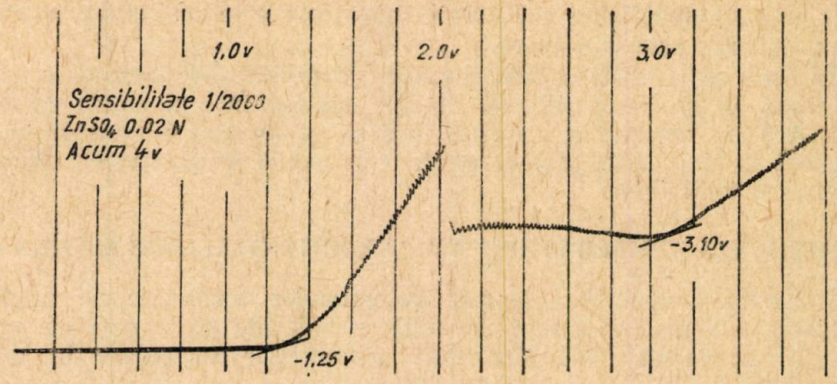


Fig. 12 — Curba tesiune-curent într-o soluție 0,02 N $ZnSO_4$ în atmosferă de hidrogen

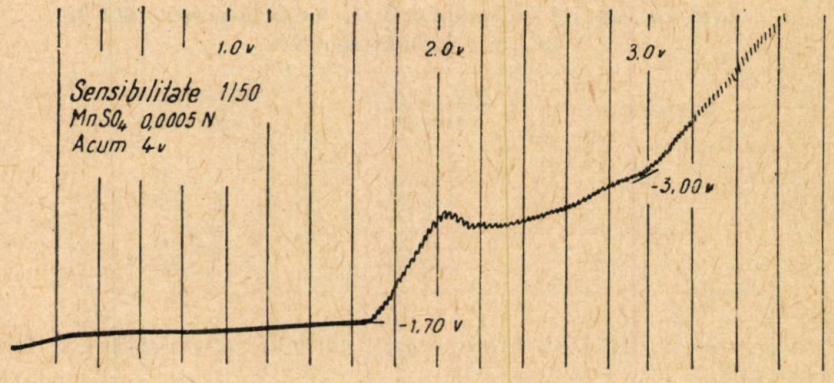


Fig. 13 — Curba tensiune-curent într-o soluție de $MnSO_4$ 0,0005 N în atmosferă de hidrogen

Toate aceste fenomene nu sînt cracteristice descărcării ionilor și în general porțiunilor de curbă de sub curentul limită de difuziune. Existența acestor fenomene nu pledează în favoarea descărcării vreunui nou fel de ioni în această porțiune a curbei.

Dacă se acceptă schema propusă de Ilkovic [1] și Heyrovsky [2] că potențialele secundare s-ar datora descompunerii apei din moleculele ei după reacția:

$$H_2O = 2\,H^+ + O^{--}$$

și mai ales schema propusă de Maitak [9]:

$$2\,H_2O + 2\,e = H_2 + 2\,OH^-$$

toate fenomenele arătate captătă o explicație satisfăcătoare.

Doarecele toate moleculele de apă constituie un rezervor inepuizabil în apropierea electrodului, este explicabil de ce nu se poate înregistra curentul limită de difuziune pentru descărcarea lor.

Creștereea curburii cu concentrația poate fi pusă în legătură cu epuizarea filmului catodic. În urma acestei epuizări crește rezistența peliculei catodice și această creștere are o influență cu atît mai accen-

tuată, cu cît intensitatea curentului care trece este mai mare, adică, cu cît concentrația este mai mare.

În ceea ce privește scăderea pantei cu potențialul aceasta se explică prin aceea că grosimea filmului catodic epuizat în ioni crește cu potențialul. Această creștere a grosimii face să se mărească succesiv căderea de potențial și în felul acesta panta celei de a doua creșteri scade cu ridicarea potențialului.

3. INFLUENȚA TEMPERATURII ASUPRA POTENȚIALELOR SECUNDARE

Influența temperaturii asupra potențialelor secundare pe electrodul cu picătură de mercur a fost cercetată în soluțiile de clorură de potasiu 0,001 N. În tabelul VII sînt date potențialele secundare la diferite temperaturi.

Tabelul VII

Potențialele primare și secundare la descărcarea potasiului în funcție de temperatură. Concentrația 0,001 N KCl, sensibilitatea 1/150.

Temperatura	Potențialele primare	Potențialele secundare
20	— 2,33	— 3,38
30	— 2,31	— 3,33
40	— 2,27	— 3,31
45	— 2,27	— 3,30
50	— 2,25	— 3,30

În fig. 14 și 15 sînt reprezentate curbele tensiune-curent la 20°C respectiv 45°C.

Ptențialele primare de descărcare scad cu creșterea temperaturii, fapt care rezultă dealtfel din expresia potențialului de descărcare. Potențialele secundare scad deasemenea cu temperatura. Din curbele tensiune-curent, vaorile obținute din intersecția pantei celei de a doua creșteri a

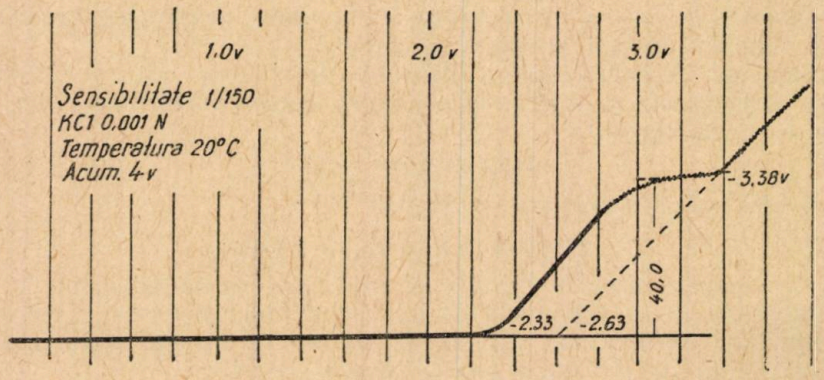


Fig. 14 — Curba tensiune-curent într-o soluție 0,001 N KCl la 20°C în atmosferă de hidrogen

curbei cu axa absciselor, arată o scădere a pantei curbei cu creșterea temperaturii. Această influență a temperaturii nu este caracteristică descărcării ionilor, deoarece în porțiunea curbei corespunzătoare primei creșteri, temperatura produce o mărire a pantei curbei (scăderea polari-

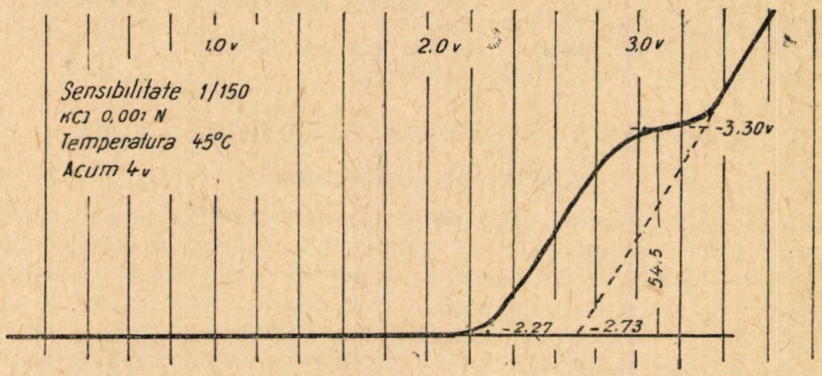


Fig. 15 — Curba tensiune-curent într-o soluție 0,001 N KCl la 45°C

zației). Anomalia semnalată se poate expilca dacă se ia în cnosiderație faptul că potențialele secundare se datoresc descărcării hidrogenului din moleculele apei. Efectul măririi temperaturii trebuie să fie analog efectului măririi concentrației, deoarece în ambele cazuri se produce o creștere a curentului. Căderea de potențial în pelicula catodică la temperaturi mai mari intervine cu o ponderă mai mare în comparație cu temperaturile mici. Acesta este în încă un argument important în favoarea teoriei descărcării directe a moleculelor apei.

Concluzii

1. Potențialele secundare la separarea catodică a metalelor trebuiesc studiate în absența soluției de bază.

2. În lucrările lor Loșkarev și Ozerov au confundat potențialele de descărcare ale cationilor soluțiilor de bază cu potențialele secundare.

3. Inaccesibilitatea curentului limită după a doua creștere, ca și scăderea pantei acestei creșteri cu potențialul și concentrația, confirmă ipoteza că potențialele secundare se datoresc descărcării hidrogenului din moleculele apei. Teoria lui Kudra după care potențialele secundare s-ar datora descărcării ionilor autocomplexi nu poate explica aceste fapte.

4. Scăderea pantei celei de a doua creșteri a curbei cu temperatura nu este caracteristică descărcării ionilor. Faptul că temperatura are o influență inversă în porțiunea primei creșteri a curbei, caracteristică descărcării ionilor, contrazice teoria ionilor autocomplecși a lui Kudra.

Laboratorul de Electrochimie
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. **D. Ilkovic:** Coll. Czeh. Chem. Com., 4, 480 (1932).
2. **J. Heyrowsky:** Polarographie, Viena, 1941, pag. 126; J. Heyrowsky și M. Bures, Coll. Czeh. Chem. Comm., 8, 446 (1936).
3. **O. K. Kudra:** Jurn. Fiz. Him., 9, 286 (1937); idem, 12, 148 (9938); Kudra și Ghitman, Jurn. Priklad. Him., 20, 605 (1947); idem, 21, 484, 372 (1948).

4. Loşkarev, Ozerov şi Kudriavţev: Trudi Uralsk. Industr. Inst. Met. Cu, Ni, Co (1947); idem, Jurn. Priklad. Him., 22, 3 (1949).
5. E. M. Skobeţ şi O. K. Kudra: Jurn. Priklad. Him., 11, 1176 (947).
6. Kudra şi Kleibs: Jurn. Fiz. Him., 2, 228 (1941); Zap. Inst. Him. 1, 23 (1941); Kudra şi Turov, Jurn. Fiz. Him., 4, 391 (1951); idem, 5, 513, şi 519 (1951).
7. M. A. Loşkarev şi A. M. Ozerov: Jurn. Priklad. Him., 6, 731 (1950); A. M. Ozerov, Jurn. Priklad. Him., 11, 1218 (1953).
8. P. P. Turov şi E. M. Skobeţ: Jurn. Fiz. Him., 6, (1950).
9. Maitak: Ukr. Him. Jurn., 17, 317 (1951).

К ВОПРОСУ О ВТОРИЧНЫХ ПОТЕНЦИАЛАХ

(Краткое содержание)

В работе изучаются вторичные потенциалы на капельном ртутном электроде в отношении влияния разликных факторов: индиферентного электролита (фона), концентрации, природы катиона и температуры. В разрез с выводами Лошкарева и Озерова доказывается, что вторичные потенциалы нужно исследовать при отсуствии фона, так как, в противном случае вторичные потенциалы становятся характерными катионам фона, а не исследуемых катиохов. Возрастание кривизны второго увеличения кривой напряжения тока с возрастанием концентрации, потенциала и температуры, а также существование вторикных потенциалов в слукае чистых растворов кислот, приводит к выводу, что причиной появления вторичных потенциалов является разряд водорода водяных недиссоциированных молекул. Эта точка зрения противоречит теории Кудры, относящеися к образованию электролитических металлических порошков разрядом автокомплексных ионов, являющихся в то же время причиной появления вторичных потенциалов. Точка зрения автора работы совпадает с теорией Илковича, Гейровского и Майтака в отношении объяснения приролы вторичных потенциалов.

RECHERCHES SUR LES POTENTIELS SECONDAIRES.

(Resumé)

On a recherché les potentiels secondaires sur l'électrode à goutte de mércure en ce qui concerne l'influence des divers facteurs: l'électrolyte indifferent, la concentration, la nature du cation et la temperature. En opposition avec les conclusions de Losharev et Ozerov, on démontre que les potentiels secondaires doivent être recherchés dans l'absence de l'électrolyte indifferent, parceque, autrement les potentiels secondaires deviennent caracteristiques aux cathions de l'életrolyte indifferent et pas aux cathions recherchés. La croissence de la courbure de la deuxième augmentation de la courbe tension-courent avec la concentration, le potentiel et la temperature, aussi l'existence des potentiels secondaires dans le cas des solutions pures des acids, a conduit à la conclusion que les potentiels secondaires sont causés par la décharge de l'hydrogène des moecules d'eau non dissociées. Ce point de vue contredit la théorie de Kudra, qui se réfère a la formation des poudres métaliques par la décharge des ions autocomplèxes, qui seraient en même temps la cause de l'apparation des potentiels secondaires. Le point de vue du present travail est en accord avec la théorie de Ilkovic, Heyrowsky et Maitak en ce qui concerne l'éxpication de la nature des potentiels secondaires

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 1—2

535.51

ASUPRA OBȚINERII ELECTROLITICE A PULBERII DE ZINC *)

de AURELIAN CĂLUȘARU

Dezvoltarea rapidă și progresele însemnate ale metalurgiei pulberilor au ridicat problema obținerii pulberilor metalice, care reprezintă materia primă în metaloceramică.

Dintre metodele de preparare a pulberilor metalice metoda electrolitică este fără îndoială una dintre cele mai importante, datorită avantajelor pe care le prezintă electroliza față de alte metode [1], [2].

Problemele practice ale obținerii pulberilor au stimulat un interes deosebit pentru studiul proceselor de electrod, legate de depunerea pulverulentă a metalelor. Deși problema mecanismului de formare a pulberilor metalice prin electroliză a fost studiată de mulți cercetători, în momentul actual există mai multe teorii, deosebite între ele, care caută să explice procesul intim al depunerii pulberii.

Teoriile influenței hidrogenului, care se separă concomitent, prin acțiunea lui de sfărîmare mecanică [3], [4] sau prin formarea prealabilă a hidrurilor au fost părăsite, în momentul de față rămînînd doar cu importanța istorică.

În momentul actual există următoarele teorii:

Cea mai cunoscută, datorită vechimii și numărului mare de cercetători care o acceptă, este teoria epuizării filmului catodic [5]. Conform cu această teorie, în zona curentului limită de difuziune, cînd concentrația electrolitului la suprafața electrodului devine zero, se produce o deranjare în cristalizarea regulată a metalului. O serie de centri separați ai catodului posedă un avantaj întîmplător în ceea ce privește difuziunea ionilor, din cauza mișcărilor convective ale electrolitului, neuniformității catodului și procesului de cristalizare însăși. Acești centri condiționează apariția primilor germeni ai microdendritelor, după formare acărora procesul schimbării formei depozitului catodic se desfășoară neregulat.

Deficiența de bază a acestei teorii este că nu poate explica dispersia intrinsecă a pulberilor electrolitice, lipsa contactuui electrolic între pulbere și electrod, precum și aderența slabă a depozitului dispers față de metalul de bază. Teoria explică bine formarea dendirtelor în zona curentului limită, dar după această teorie dendritele ar urma să aibă o aderență puternică față de catod.

Altă teorie este aceea formulată de O. K. Kudra [6], după care pulberile metalice s-ar forma datorită descărcării ionilor autocomplecși. După Kudra, în soluțiile de electroliți există ioni autocomplecși în echi-

*) Studiu făcînd parte din lucrarea de dizertație a autorului.

libru cu ionii simpli. Depozitele disperse de metal pe catod s-ar forma prin introducerea în rețeaua cristalină a anionilor proveniți din descărcarea ionilor autocomplecși pe electrolizi. Teoria lui Kudra a suferit critici [2], [5], [7], deficiența ei fiind contradicția cu unele legi fundamentale ale electrochimiei.

A treia teorie, aceea a reducerii secundare a ionilor metalici de către hidrogenul atomic a fost formulată de Galușko și Zavgorodniaia [8]. Aceștia arată că după atingerea curentului limită, pătura de electrolit adiacentă catodului se însărăcește în ionii de metal și astfel devine posibilă separarea hidrogenului. Aceasta cauzează creșterea pH-ului în această pătură, ceea ce atrage după sine formarea de hidroxizi metalici. În cazul cuprului și argintului hidroxidul se poate reduce prin hidrogenul dizolvat care saturează pătura adiacentă catodului. Punctul de vedere exprimat de această teorie este original și interesant. Totuși formarea pulberii la potențiale mai mici decît cele corespunzătoare descărcării hidrogenului infirmă această teorie.

Cea mai nouă teorie este teoria cuantică a formării pulberilor metalice, formulată de I. Atanasiu și A. Călușaru [2]. Spre deosebire de celelalte teorii, aceasta din urmă are o bază cantitativă. Se aplică aici efectul tunel pentru interpretarea fenomenelor ce se produc în zona curentului limită, cînd adsorbția specifică la electrod este absentă. Din cauza lipsei adsorbiției, neutralizarea ionilor nu se mai face la suprafața electrodului, ci la o oarecare distanță de acesta. Întrucît nivelele ionice libere din soluție sînt limitate de viteza cu care sosesc ionii la electrod prin difuziune, creșterea potențialului la catod nu poate duce la o creștere a numărului de electroni care trec, deși nivele de energie ale electronilor în metal și probabilitatea de salt cresc cu potențialul aplicat. Din acest motiv distanța medie de neutralizare crește cu creșterea potențialului aplicat. Ideea de bază a teoriei cuantice a formării pulberilor metalice este că datorită acestei variații a distației medii de neutralizare cu potențialul, distanta medie de neutralizare poate căpăta la un moment dat valori care să depășească apreciabil parametrul rețelei cristaline a metalului care se depune; în felul acesta metalul cristalizează la o distanță oarecare de catod și urmează să aibă o structură slab aderentă de catod și pulverulentă. Verificarea acestei ipoteze a fost făcută pe baza unor calcule complexe asupra ecuației cuantice a curentului limită.

Din cele expuse anterior rezultă complexitatea problemelor care se pun în legătnură cu cinetica proceselor de electrod la formarea depozitelor disperse. Acceptarea uneia sau altei teorii în viitor va depinde desigur de felul cum va fi primită și înțeleasă fiecare dintre ele de specialiștii în problemă.

Lucrarea prezentă este consacrată unei probleme mai restrînse, referitoare la obținerea electrolitică a pulberii de zinc.

Pulberea de zinc are o utilizare însemnată în industria chimică unde este folosită ca reducător la prepararea benzidinei, hidrosulfitului, rongalitului, etc. Suspensiile de pulbere de zinc în diferite lacuri se utilizează ca materiale anticorosive.Avantajul pulberii electrolitice față de cea obținută pe alte căi este că prima poate avea o activitate ridicată de 90-97% [9].

Pulberea electrolitică de zinc se poate obține din soluții apoase neutre, slab acide și bazice.

Primele cercetări în acest domeniu au fost efectuate de Foerster și Gűnther [10], [11]. Au urmat după aceea o serie de patente, consacrate obținerii acestui produs [12-18]. Dintre toate cercetările un interes deosebit îl prezintă acelea ale lui Kudriavțev, care a reușit să depună pulbere de zinc cu o activitate chimică destul de ridicată.

Dat fiind tendința mare a zincului de a se depune sub formă spongioasă, obținerea pulberii de zinc a fost studiată și la densități mici de curent și la densități ridcate de curent.

În băile acide Kudriavțev recomandă depunerea zincului spongios în preeznța $NaNO_3$ [19]. Compoziția rațională a băii este: 0,5 n $ZnSO_4$, 1% $NaNO_3$ și 0,1 n H_2SO_4. În băi neutre se recomandă electrolitul cu o concentrație de 10-15 g/l $ZnSO_4$.

Apariția buretelui de zinc la densități mici de curent este favorizată de agenții oxidați și unele substtnțe de adaos acum este terbentina.

Kudriavțev a cercetat deasemenea obținerea pulberii de zinc din zincați [20], [21]. Băile bazice pentru obținerea pulberilor de zinc sînt mai comode decît celelalte, regimul lor de funcționare fiind mai stabil și mai puțin sever. Mai mult decît atît depozitele pulverulente obținute din băile neutre și slab acide sînt inferioare ca proprietăți depozitelor afînate, obținute din băile bazice. Kudriavțev a pus la punct [9] metoda de obținere a zincului pulverulent din băile bazice, întrebuințînd deșeurile de la prepararea benzidinei, hidrosulfitului și rongalitei. După separarea benzidinei, soluția care conține 17-20% $ZnSO_4$, 0,5-0,8% Na_2SO_4 și 0,3% din alte substanțe este tratată cu hidroxid de sodiu pînă la separarea completă a hidroxidului de zinc. După spălare de impurități $Zn(OH)_2$ se dizolvă într-o solutie 4-5 n de NaOH. Electroliza se efectuează într-o bae cu electrozi de fier. Pentru spălarea pulberii se recomandă apa saturată cu bioxid de carbon, care frînează procesul de oxidare. Indepărtarea completă a hidroxidului și apei permite obținerea produsului neoxidat Uscarea se poate face în uscătoare cu vacuum la 50-70°C. Activitatea pulberii obținute în felul acesta ajunge la 90-97%.

O serie de patente studiază ridicarea dispersiei pulberii de zinc prin adăugarea de cantități mici de ioni streini. De asemenea zahărul sau glucoza carbonizată favorizează dispersia pulberii de zinc [22]. Unele metale ca arsenul și cuprul produc mărirea suprafeței specifice și a activității; altele ca stibiul, bismutul și argintul, din contră conduc la micsorarea activității. Kudriavțev [21] a arătat recent că adaosele de cantități mici de săruri de plumb, staniu și mercur înlătură în general formarea buretelui în soluțiile de zincați.

În medii neapoase pulberea de zinc se formaează prin electroliza unei soluții de cianură de zinc în formaidehidă, folosind catod de cupru, anod de platină, temperatura 100°C și tensiunea 110 v. Depozite pulverulente se pot obține și din soluții de cianură de zinc în acetamidă [23].

În lucrarea prezentă se cercetează obținerea pulberii de zinc din soluții de zincat de sodiu la densități ridicate de curent.

PARTEA EXPERIMENTALĂ

Pentru prepararea pulberii s-a folosit o instalație obișnuită de electroliză. Întrucît s-au folosit anozi insolubili, concentrația electrolitului a fost menținută constantă prin adause de ZnO. Pulberile obținute au fost

separate de electrolit prin filtrare. Purificarea produsului în ceea ce privește conținutul în oxizi depinde de spălare și filtrare. Spălarea a fost efectuată cu apă distilată, de aprox. 15-20 ori. Uscarea s-a făcut cu un amestec de alcool-benzen în proporții egale, care a evitat total oxidarea pulberii.

Suprafața specifică a fost determinată prin metoda aplicată la cimenturi cu modificările necesare în cazul pulberilor metalice [1].

Principiul metodei se bazează pe aceea, că dacă se trece un curent de aer printr-un pat de pulbere comprimată la o anumită porozitate se poate stabili o relație între suprafața specifică a pulberii, debitul de aer, pierderea de presiune din patul de ciment, porozitatea patului, greutatea specifică a pulberii și viscozitatea aerului.

Pentru determinările practice s-a folosit formula:

$$S = 4300 \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$$

în care

h_1 = denivelarea în manometru

h_2 = denivelarea în floumetru.

Reproductibilitatea rezultatelor a fost bună, diferențele în determinările paralele neieșind din limitele preciziei aparatuui (1-2%).

Greutatea volumetrică a pulberilor de zinc a fost determinată prin cîntărirea exactă, la balanța analitică a unui volum determinat de pulbere.

Randamentul de curent.

S-a cercetat influența densității de curent, concentrației și temperaturii asupra randamentului de curent.

a. Influența densității de curent și concentrației.

S-au menținut constante:

Temperatura . . . . . 25°C

Concentrația NaOH 230g/l

Rezultatele experimentale sînt date în tabela 1.

Tabela 1

Influența densității de curent și concentrației asupra rand. de curent la obținerea pulberii de zinc

$ZnSO_4$ = 20 g/l		$ZnSO_4$ = 30 g/l		$ZnSO_4$ = 45 g/l	
Dc A/dm²	R %	Dc A/dm²	R %	Dc A/dm²	R %
5	43,8	5	59,5	5	70,1
10	30,2	10	41,4	10	67
15	23	15	36,9	13	66,2
20	24,6	—	—	15	52,4
25	22,8	—	—	20	50,6
—	—	—	—	25	50

Din tabelă rezultă scăderea randamentului de curent cu creșterea densității curentului, fapt explicabil, deoarece pulberea se depune concomitent cu separarea hidrogenului, a cărui cantitate crește cu creșterea

densității curentului. Deoarece valoarea curentului limită crește proporțional cu concentrația, este de așteptat ca, concentrația să producă asupra randamentului de curent un efect opus față de acela produs de densitatea curentului. Datele tabelei 1 arată creșterea randamentului de curent cu concentrația zincului.

b. Influența temperaturii.

S-au menținut constante:

Concentrația Na OH . . . . . 230 g/l
Concentrația Zn SO_4 . . . . . 45 g/l
Densitatea de curent . . 5, 10, 15, 20, 25 A/dm²

Rezultatele sînt date în tabela 2.

Tabela 2

Influența temperaturii asupra randamentului de curent

Dc = 5 A/dm²		Dc = 10 A/dm²		Dc = 15 A/dm²		Dc = 20 A/dm²		Dc = 25 A/dm²	
T°C	R %	T°C	R %	T°C	R %	T°C	R %	T°C	R %
25	70,1	25	67	25	52,4	25	50,6	25	50
30	88,5	30	66	30	59,2	30	58,4	30	48,4
40	89,8	40	66	35	54,8	40	56,7	40	52,4
—	—	45	86	40	58,4	45	71,2	45	53,8

Ridicarea temperaturii provoacă creșterea coeficientului de difuziune și prin aceasta a curentului limită. Din acest motiv temperatura acționează în același sens ca și concentrația și invers față de densitatea de curent.

Suprafața specifică

S-a cercetat influența densității de curent, concentrației și temperaturii asupra suprafeței specifice.

a. Influența concentrației și a densității de curent.

S-au menținut constante:

Concentrația NaOH . . . . 230 g/l
Temperatura . . . . . 25°C

Rezultatele sînt date în tabela 3.

Tabela 3

Influența densității de curent și concentrației asupra suprafeței specifice a pulberii de zinc

$ZnSO_4$ = 20 g/l		$ZnSO_4$ = 30 g/l		$ZnSO_4$ = 45 g/l	
Dc A/dm²	S.s. cm²/g	Dc A/dm²	S.s. cm²/g	Dc A/dm²	S.s. cm²/g
5	3520	5	3780	5	3890
10	3860	10	3990	10	3680
15	3810	15	3730	13	3940
20	4260	20	4020	20	3700
25	4490	—	—	25	4140

Suprafața specifică crește cu densitatea de curent și scade cu concentrația. Pentru obținerea unor pulberi înalt dispensate trebuie deci să

se folosească densități ridicate de curent și concentrații mici. Se remarcă valori mult mai ridicate ale suprafeței specifice decît în cazul pulberilor de cupru, obținute din medii acide [1].

b. Influența temperaturii

S-au menținut constante:

Concentrația NaOH . . . . . 230 g/l
Concentrația $ZnSO_4$ . . . . . 45 g/l
Densitatea de curent 5, 10, 15, 20, 25 A/dm^2

Rezultatele sînt date în tabela 4.

Tabela 4

Influența temperaturii asupra suprafeței specifice a pulberii de zinc

Dc = 5 A/dm^2		Dc = 10 A/dm^2		Dc = 15 A/dm^2		Dc = 20 A/dm^2		Dc = 25 A/dm^2	
t	S.s	t	S.s.	t	S.s.	t	S.s.	t	S.s.
25	3890	25	3680	25	3530	25	3700	25	4140
30	4010	30	4220	30	4320	30	4570	30	4150
42	3800	40	5090	35	5210	40	5520	40	5860
—	—	45	5070	40	5240	—	—	—	—

Creșterea temperaturii, influențînd creșterea curentului, produce o scădere a suprafeței specifice. Pulberile înalt dispersate sînt deci favorizate de temperaturile scăzute.

Greutatea voltmetrică.

Greutatea voltmetrică a fost cercetată în funcție de densitatea de curent, concentrație și temperatură.

a. Influența densității de curent și concentrației.

S-au menținut constante:

Concentrația NaOH . . . . . 230 g/l
Temperatura . . . . . 25°C
Concentrația $ZnSO_4$ 20, 30 și 45 g/l.

Rezultatele experimentale sînt date în tabela 5.

Tabela 5

Influența densității de curent și concentrației asupra greutății volumetrice a pulberii de zinc

$ZnSO_4$ = 20 g/l		$ZnSO_4$ = 30 g/l		$ZnSO_4$ = 45 g/l	
Dc A/dm^2	Gr. v. g/cm^3	Dc A/dm^2	Gr. v. g/cm^3	Dc A/dm^2	Gr. v. g/cm^3
5	0,458	5	0,351	5	0,297
10	0,378	10	0,365	10	0,362
15	0,379	15	0,356	13	0,341
20	0,462	20	0,319	15	0,362
25	0,431	25	0,444	20	0,429
—	—	—	—	25	0,360

b. Influența temperaturii.

S-au menținut constante:

Concentrația $ZnSO_4$ . . . . . 45 g/l
Concentrația NaOH . . . . . 230 g/l
Densitatea de curent 5, 10, 15, 20, 25 A/dm²

Rezultatele experimentale sînt date în tabela 6.

Tabela 6

Influența temperaturii asupra greutății volumetrice a pulberii de zinc

Dc = 5 A/dm²		Dc = 10 A/dm²		Dc = 15 A/dm²		Dc = 20 A/dm²		Dc = 25 A/dm²	
t	Gr. v.	t	Gr. v.	t	Gr. v.	t	Gr. v.	t	Gr. v.
25	0,297	25	0,362	25	0,362	25	0,429	25	0,360
30	0,260	30	0,337	30	0,376	30	0,326	30	0,406
40	0,308	40	0,337	35	0,326	40	0,330	40	0,360
—	—	45	0,366	40	0,349	45	0,441	45	0,408

Se remarcă neregularitatea variației greutății volumetrice cu parametrii studiați. Acest fapt se datorește, ca și în cazul cuprului [1] diferențelor între forma și dimensiunile particulelor de pulbere obținută electrolicitc.

Concluzii:

1. Pulberea de zinc poate fi obținută în condiții bune din medii de zincat de sodiu în exces de hidroxid de sodiu.

2. Randamentul de curent la obținerea pulberii de zinc din medii de zincat de sodiu variază între 23-70% in funcție de condițiile de lucru.

3. Pulberea de zinc, obținută din medii bazice are o dispersie foarte ridicată. Suprafața specifică a pulberii de zinc, obținută în aceste condiții variază între 3500-5800 cm²/g. iar greutatea volumetrică între 0,320-0,450 g/cm³.

Laboratorul de Electrochimie
Institutul Polithnic București

BIBLIOGRAFIE

1. **A. Căluşaru.** — Reivsta de Chimie, 5, 369 (1957).
2. **A. Căluşaru.** — „Mecanismul de formare a pulberilor metalice prin electroliză la densități ridicate de curent", dizertație, Inst. Politehn. București, 1957.
3. **Mylius și Fromm.** — Ber., 27, 654 (1894).
4. **Mylius și Funk.** — Zt. anorg. Chem., 13, 157 (1897).
5. **Loșkarev, Ozerov și Kudriavțev.** — Jurn. Priklad. Him., 3, 294 (1949).
6. **O. Kudra.** — Jurn. Priklad. Him., 5, 121 (1935); O. Kudra, Jurn. Fiz. Him., 12, 184 (1938); O. Kudra și E. Ghitman, Jurn. Priklad. Him., 20, 605 (1947).
7. **N. Ibl și G. Trümpler.** — Helv. Chim. Acta, 35, 2023 (1953).
8. **V. P. Galușko și E. E. Zavgorodniaia.** — Ukr. Him. Jurn., XVII, 342 (1951); Trudî. Soveșci. Elektrohim., Ed. A. N. S.S.S.R., 1953, pag. 482.
9. **N. Kudriavțev.** — Novosti Tehniki, N.K.T.P., 171 (1932).
10. **Foerster și Günther.** — Zt. Elektrochem., 5, 16 (1898).
11. **Foerster și Günther,** Zt. Elektrochem., 6, 301 (1899).
12. *** — D. P., 58101.
13. *** — D. P., 6652.
14. **M. Passer, G. Hänsel.** — D. P., 667819.

15. **M. Passer, G. Hänsel.** — F. P., 838116.
16. *** — D. P., 720563 (1942).
17. *** — B. P., 518865 (1940).
18. *** — U.S.P., 2313338 (1943).
19. **N. Kudriavţev.** — Galvanotehnika, 220 (1940).
20. **N. Kudriavţev.** — Trudî vtoroi fsesoiuznoi konf. po teoret. i priklad. elektrohim., Kiev (1949), pag. 365.
21. **N. Kudriavţev.** — D.A.N. S.S.S.R., 72, 1, 93 (1950).
22. *** — Met. Ind. (N.Y.), 30, 321—322, 396—397, 436, 468—469 (1932).
23. **O. Kudra şi E. Gitman.** — „Elektroliticeskoe polucenie metaliceskih poroşkov", Kiev, 1952, pag. 91.

К ВОПРОСУ ОБ ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОМ ПОДУЧЕНИИ ЦИНКОВОГО ПОРОЩКА

(Краткое содержание)

В настоящей работе изучается получение и некоторые особенности электролитического цинкового порошка и делается обзор теории образования электролитических металлических порошков и в частности обзор литературы, относящейся к получению цинкового порошка.

Исследуется получение цинкового порошка из цинката натрия, имеющего следующий состав:

$ZnSO_4$ . . . . . 20—40 2/л
NaOH 230 2/д

Условия работы следующие:

Плотность тока . . . . 5—25 А/д м²
Температура . . . . . 25—45°С.

Выход цинкового порошка по току колеблется в пределах 23-70%, удельная поверхность в прзделах 3500—5800 цм²/г и насыпной вес в пределах 0,320—0450 г/цм³.

SUR LA PRÉPARATION ELECTROLYQUE DE LA POUDRE DE ZINC

(Résumé)

Dans le traveau présent on étude les conditions de préparation et quelques proprietés de la poudre de zinc électrolytique, après une revue des théories existant sur la formation des poudres électrolytiques et de la litterature qui se réfère a la préparation de la poudre de zinc.

On a recherché la préparation électrolitique de la poudre de zinc dans les milieux de zincate de sodium avec une composion variant dans les limites suivantes:

$ZnSO_4$ 20-40 g/l
NaOH 230 g/l

Les conditions de traivail sont les suivantes:

La densité de courant 5-15 A/dm²
La temperature 25-45°C

Le rendement en courent de la poudre varie entre 23-70%, la surface specifique entre 3500-5800 cm²/g et le poid specefique entre 0,320-0,450g/cm³.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 1—2

ELECTRONICĂ

621.285.3

INFLUENȚA NELINEATITĂȚII CAPACITĂȚILOR INTER-ELECTROZI ASUPRA OSCILATORULUI CU TUB ELECTRONIC *)

de MIHAI DRĂGĂNESCU

1. INTRODUCERE

In acest articol se reia probema funcționării unui oscilator electronic, ținînd însă cont și de nelinearitatea capacității de intrare a tubului electronic. In paragraful 2 se scrie ecuația oscilatorului (9) în condiții generale, singura restricție importantă fiind aceia că nu se ține cont de curenții de grilă. Se arată că oricît de puternic neliniară ar fi capacitatea, sistemul rămîne causi-conservativ, dacă se lucrează în apropiere de limita de întreținere a oscilațiilor. In paragr. 3 se dau soluții generale ale ecuației, pe baza metodei linearizării echivalente (neglijarea armonicelor). Se constată că nelinearitatea caracteristicei de transfer a tubului influențează puternic amplitudinea oscilațiilor; pe cînd nealiniearitatea capacității, influențează atît amplitudinea cît și frecvența de oscilație, aducînd corecții față de valorile cu capacitate lineară. In paragr. 4 se examinează un caz concret; se trag concluzii cu privire la influența capacității neliniare asupra frecvenței de oscilație.

2. ECUAȚIA DIFERENȚIALĂ A OSCILATORULUI

In acest paragraf se va stabili ecuația diferențială a oscilatorului ținînd cont atît de nelinearitatea caracteristicei tubului electronic cît și de nelinearitatea capacității grilă-catod (fig. 1).
In ecuația care se va stabili se ține seama de următoarele presupuneri:

(I) *Tubul electronic are o mare rezistență internă, astfel încît caracsaracteristica dinamică va coincide practic cu caracteristica statică* $i_a - u$, care se va pune sub forma

$$i_a = S\left[u + f(u)\right] \tag{1}$$

unde S reprezintă panta statică, corespunzătoare punctului static de funcționare (socotit ca origine, u = o, i = o; unde și f (o) = o).

*) Studiu în legătură cu lucrarea de dizertație a autorului.

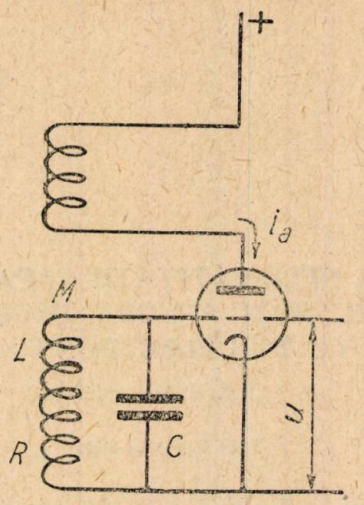


Fig. 1 — Schema oscilatorului cu tub electronic

(II) *Capacitatea tubului fiind neliniară* [1] [2] [3], se va presupune că se cunoaște legea după care depinde potențialul u la bornele capacității, de sarcina electrică q:

$$u = \frac{1}{C^0}\left[q + g\,(q) \right] \tag{2}$$

unde g (q) cuprinde termeni începînd cu q^2. În relația de mai sus C_0 reprezintă capacitatea corespunzătoare punctului static de funcționare (u = o, i = o). Evident, g (o) = o.

(III) *Se neglijează curenții de grilă.* Trebuie remarcat că în mod obișnuit se scrie ecuația diferențială în u [4]; însă în cazul în care se ține cont de nelinearitatea capacității este mai convenabil să se scrie ecuația în q, deoarece rezultă o ecuație diferențială de o formă mai simplă [3]. Pentru aceasta se va pleca de la legea lui Kirchhoff aplicată circuitului de grilă

$$L\frac{di}{dt} + Ri + u = M\frac{dia}{dt} \tag{3}$$

unde i are expresia (1) iar

$$i = \frac{dq}{dt} \tag{4}$$

Ținînd cont de (1) și de (4), ecuația (3) devine:

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \left\{ R - \frac{MS}{C_0}\left[1 + f'\,(u) \right]\left[1 + g'\,(q) \right] \right\}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C_0}\cdot \left[q + g\,(q) \right] = 0 \tag{5}$$

Notînd

$$b(q) = f'[u(q)] + g'(q) + f'[u(q)]\, g'(q) \tag{6}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{MS - RC_0}{LC_0} \tag{7}$$

$$B = \frac{MS}{MS - RC_0} \tag{8}$$

ecuația (5) capătă forma:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} - \varepsilon_0 \omega_0 \left[1 + B h(q) \right] \cdot \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 \left[q + g(q) \right] = 0 \tag{9}$$

Această ecuație *) am adus-o aproape de forma ecuației clasice a lui Van der Pol, $\ddot{x} - \varepsilon_0 \omega_0 \left(1 - \frac{x^2}{x^2} \right) \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$.

Valoarea (7) a lui ε_0 coincide exact cu valoarea lui ε_0 din ecuația lui van der Pol amintită mai înainte. După cum se știe [4] acest parametru prezintă o importanță deosebită pentru soluția ecuației diferențiale. În cazul cînd are o valoare foarte mică, oscilatorul lucrează la limita de amorsare a oscilațiilor, cu oscilații aproape armonice. Din punct de vedere matematic, pentru rezolvarea ecuației diferențiale a lui van der Pol în cazul cînd ε_0 este mic, s-au stabilit o serie de metode cunoscute [5] [6] [7], ca metoda parametrului mic (Poincaré, Lindstedt și Andronow) sau metoda linearizării echivalente (Krîlov și Boguliubov).

Ecuația (9) generalizează ecuația lui van der Pol, în sensul că ține cont și de nelinearitatea elementelor reactive ale sistemului fizic autooscilant. Datorită acestei nealinearități suplimentare, termenul liber al ecuației diferențiale a deveint nelinear, iar coeficientul primei derivate este neliniar datorită atît elementului de transfer cît și elementului reactiv. Este interesant însă faptul că oricît de puternică ar fi nelinearitatea elementului de transfer (caracteristica i —u) sau a elementului reactiv (capacitatea C), aceste nelinearități apar autenuate de ε_0 (care la limita de amorsare este foarte mic și care depinde de elementele *lineare* ale circuitului) în coeficientul primei derivate.

Din această simplă examinare a ecuației (9) în comparație cu ecuația clasică a lui van der Pol se poate trage concluzia că dacă ε_0 este mic, comportarea soluției ecuației (9) va fi similară soluției ecuației van der Pol, oricît de puternică ar fi nelinearitatea termenului reactiv **).

Cu totul alta va fi situația pentru ε_0 mare, însă această chestiune nu va fi examinată aici.

La primele trei presupuneri inițiale se va mai adăuga atunci și următoarea:

(IV) *Oscilatorul lucrează aproape de limita de amorsare a oscilațiilor,* ceea ce în ecuația (9) corespunde unui ε_0 foarte mic.

---

*) Se presupune că condiția de existență a unei soluții periodice este îndeplinită.

**) Aceste considerații nu mai s nt valabile dacă ecuația (9) nu admite o soluție periodică, însă acest caz nu este interesant.

Acesta este cazul unui oscilator armonic, cu un procent mic de armonici. Examinarea acestui caz va permite să se constate efectul neliniarității reactive asupra comportării oscilatorului, în special asupra frecvenței acestuia. Acest caz, după definiția lui G. V. Savinov [8] corespunde unui sistem *cuasi-conservativ*. Variația energiei totale a sistemului descris de ecuația (9) are forma (anexa I)

$$\frac{dE}{dt} = \varepsilon_0 \omega_0 \left[1 + B h(q) \right] \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 \qquad (10)$$

adică această variație depinde de ε_0. Dacă $\varepsilon_0 = 0$, sistemul este *conservativ*, dacă ε_0 este mic, sistemul este *cuasi-conservativ*.

Cuasi-conservativitatea oscilatorului din fig. 1 este realizată, cînd este îndeplinită condiția (IV), însă este de remarcat că ea nu depinde de gradul de nelinaeritate al elementelor circuitului ci de elementele lineare ale circuitului, prin ε_0 dat de formula (7).

Pentru asemenea sisteme cuasi-conservative, unde intervine și neliniaritatea reactivă, Savinov [8] a extins metoda paramterului mic, sub forma folosită de Andronov*)

Pentru rezolvarea ecuației (9) nu se va folosi însă această metodă, ci metoda linearizării echivalente [7]. Metoda linearizării echivalente dă o soluție, care constituie soluția de primă eproximație în metoda parametrului mic. Dacă ε_0 este mic, cele două soluții vor fi foarte apropiate. Această soluție se caracterizează prin aceia că se neglijează armonicele oscilatorului **).

3. ECUAȚIA LINEARIZATĂ ECHIVALENTĂ

Conform teoriei linearizării echivalente [7] ecuația diferențială lineară (9) poate fi înlocuită cu o ecuație linearizată, la care coeficienții vor depinde de amplitudinea oscilațiilor.

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \lambda(Q)\frac{dq}{dt} + \omega_0^2(Q) \cdot q = 0 \qquad (11)$$

unde Q reprezintă amplitudinea iar $\lambda(Q)$ și $\omega^2(Q)$, coeficienții linearizați dependenți de amplitudine.

Pentru a nu reda direct expresiile acestor coeficienți, expresia lor se va deduce printr-un procedeu formal [10]. Astfel, ecuația (9) se poate scrie sub forma

$$\frac{d^2q}{dt} + l(q, \dot{q}) = 0 \qquad (12)$$

unde

$$l(q, \dot{q}) = -\varepsilon_0 \omega_0 [1 + B h(q)] \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 [q + g(q)] \qquad (13)$$

*) Aceasta constă în căutarea soluției sistemului cuasi-conservativ în jurul soluției „generatoare" a sistemului conservativ — pentru $\varepsilon_0 = 0$. — [9].

**) De aceia Kotelnicov [13] numește această metodă: metoda primei armonice.

Soluția ecuației (9) acceptînd-o [5] [7] [10] de forma,

$$q = Q \cos \omega t \tag{14}$$

$$\dot{q} = \omega \sin \omega t \tag{15}$$ *)

expresia (13) se poate dezvolta în serie Fourier, unde se vor neglija armonicile:

$$l(q, \dot{q}) = \left[\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} l\,[Q \cos \psi, -\omega_0 Q \sin \psi] \cos \psi \, d\psi\right] \cos \omega t +$$

$$+\left[\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} l\,[Q \cos \psi, -\omega_0 Q \sin \psi] \sin \psi \, d\psi\right] \sin \omega t + \ldots \tag{16}$$

Expresia (16), ținînd cont de (14) și (15), devine:

$$l(q, \dot{q}) = \omega^2(Q) \cdot q + \lambda(Q)\,\dot{q} + \ldots \tag{17}$$

unde

$$\lambda(Q) = -\frac{1}{\pi Q \omega_0}\int_0^{2\pi} l\,(Q \cos \psi, -\omega_0 Q \sin \psi) \sin \psi \, d\psi \tag{18}$$

$$\omega^2(Q) = \frac{1}{\pi Q}\int_0^{2\pi} l\,(Q \cos \psi, -\omega_0 Q \sin \psi) \cos \psi \, d\psi \tag{19}$$

Expresiile (18) și (19) da uastfel coeficienții ecuației linearizate (11). Efectuînd calculele se găsește:

$$\lambda(Q) = -\varepsilon_0 \omega_0 \left[1 + B.\,H_1(Q)\right] - \omega_0 \frac{G_1(Q)}{Q} \tag{20}$$

$$\omega_0^2(Q) = \omega_0^2\left[1 + \varepsilon_0 B.\,H_2(Q) + \frac{G_2(Q)}{Q}\right] \tag{21}$$

unde

$$H_1(Q) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} h\,(Q \cos \psi) \sin^2 \psi \, d\psi \tag{22}$$

$$H_2(Q) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} h\,(Q \cos \psi) \sin \psi \cos \psi \, d\psi \equiv 0 \tag{23}$$

$$G_1(Q) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} g\,(Q \cos \psi) \sin \psi \, d\psi \equiv 0 \tag{24}$$

$$G_2(Q) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} g\,(Q \cos \psi) \cos \psi \, d\psi \tag{25}$$

În felul acesta se dispune de ecuația linearizată echivalentă, de unde se va deduce direct:

a) condiția de amorsare a oscilațiilor:

$$\lambda(O) < 0 \tag{26}$$

*) In (14): $Q = Q(t)$ și $\omega t = \omega_0 t + \theta(t)$. Cum însă $Q(t)$ și $\theta(t)$ sînt lent variabile în timp, termenii care conțin derivatele acestor funcții au fost neglijați.

b) amplitudinea oscilațiilor staționare (Q_0), din condiția de oscilație:

$$\lambda\ (Q_0) = 0 \tag{27}$$

c) frecvența oscilațiilor în regimul staționar:

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{G_2\ (Q_0)}{Q_0}} \tag{28}$$

În ceea ce privește condiția de amorsare a oscilațiilor, deoarece $H_1\ (O) = 0$ *), ea devine

$$\varepsilon_0 > 0 \tag{29}$$

sau

$$M > \frac{R\,C_0}{S} \tag{30}$$

condiție cunoscută [4], aceiași ca și în cazul capacității lineare. Așa și trebuie să rezulte deoarece condiția de amorsarea oscilațiilor depinde numai de elementele lineare ale circuitului.

Amplitudinea oscilațiilor staționare va rezulta din condiția (27) adică din următoarea ecuație în Q:

$$B \cdot H_1\ (Q) + 1 = 0 \tag{31}$$

Întrucît H_1 depinde atît de nelinearitatea caracteristicei tubului cît și de nelinearitatea capacității, amplitudinea oscilațiilor va depinde de amîndouă aceste nelinearități.

În ceea ce privește frecvența de oscilație se constată din (28) că ea nu va coincide cu frecvența proprie a circuitului acordat. Intervine o corecție, prin $G_2\ (Q_0)$ care se datorește numai nelinearității capacității, în timp ce nelinearitatea tubului nu modifică frecvența de oscilație. (Trebuie observat totuși, că dacă în soluție s-ar ține cont și de armonici, nelinearitatea tubului ar aduce totuși o mică modificare a frecvenței). Expresia (28) mai arată și dependența frecvenței de amplitudinea oscilațiilor. Trebuie remarcat că expresia (28) nu ține cont de armonici, datorită faptului că metoda de rezolvare folosită neglijează armonicele. Armonicele, care apar datorită atît nelinearității tubului cît și nelinearității capacității, vor aduce o corecție suplimentară la frecvența de oscilație, însă mai puțin importantă decît corecția care apare în (28). Această chestiune va fi extminată ulterior.

4. EXAMINAREA UNUI CAZ PARTICULAR. INFLUENȚA NELINEARITĂȚII CAPACITĂȚII ASUPRA FRECVENȚEI DE OSCILAȚIE

În continuare se va examina un caz particular, ales cît mai apropiat de cazul studiat de van der Pol. Pentru aceasta, caracteristica tubului, față de punctul static de funcționare O (fig. 2) se va aproxima cu un polinom de gr. 3:

$$i_a = S\ (u - bu^3) \tag{32}$$

Comparînd cu (1) rezultă

$$f\ (u) = -\ bu^3 \tag{33}$$

*) $h\ (q)$ din (6) rezultă de forma $h\ (q) = m_0\, q + m_1 \cdot q^2 + \ldots$

În plus, se va ține cont și de neliniaritatea capacității de intrare a tubului. Experimental se constată [1] pentru capacitatea C, variația corespunzătoare curbei (3) din fig. 2. Pentru simplificare se va presupune că capacitatea depinde linear de u, ceea ce înseamnă totuși o

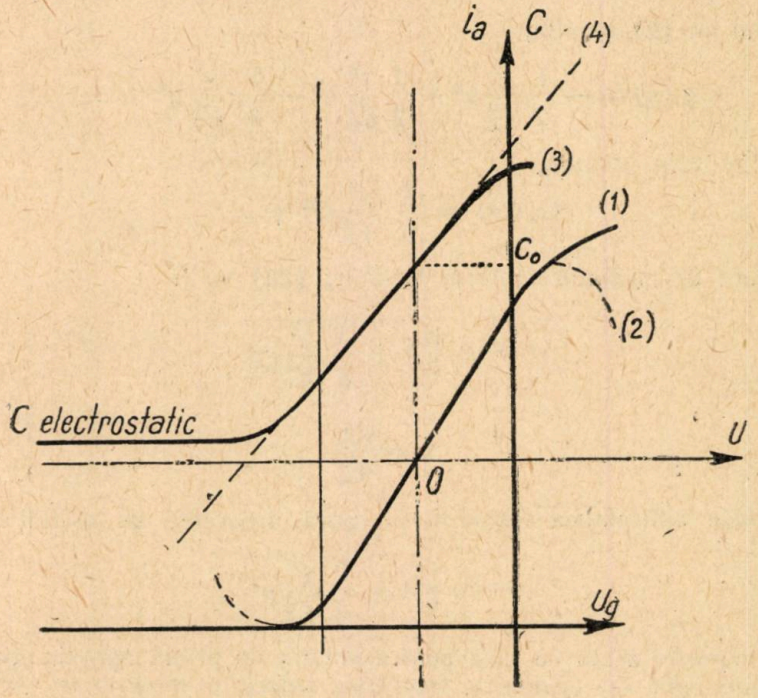


Fig. 2 — 1. Caracteristica ealã a tubului. 2. Aproximare caracteristicii cu polinom de gr. 3. 3. Dependența capacității de intrare de tensiunea de grilă. 4. Aproximația capacității, cu o dependență lineară de U.

„capacitate neliniară" [3]. Mai trebuie remarcat că dependența lineară a lui C de u nu se va putea păstra niciodată între orice limite, adică nu va putea exista o capacitate fizică cu variație lineară între orice limite [3].

Aproximarea lineară a lui C(u) este posibilă deoarece domeniul de lucru se limitează, întrucît intervine limitarea amplitudinei oscilatorului. Astfel, dacă punem

$$C = C_0 + \gamma u \tag{34}$$

γ fiind măsurat în pF/V (panta variației capacității), vom obține

$$q = \int C du = C_0 u + \frac{1}{2} \gamma u^2 \tag{35}$$

De aici trebuie obținută funcția inversă u(q):

$$u = \frac{C_0}{\gamma} \left[-1 \pm \sqrt{1 + \frac{2 q \gamma}{C_0^2}} \right] \tag{36}$$

Dacă $\frac{2q\gamma}{C_0^2} < 1$ ceea ce se realizează în majoritatea cazurilor *)

$$u = \frac{q}{C_0}\left[1 - \frac{1}{2}\frac{q\gamma}{C_0^2} + \frac{1}{2}\frac{q^2\gamma^2}{C_0^4} - \frac{5}{8}\frac{q^3\gamma^3}{C_0^6} + \ldots\right] \tag{37}$$

Comparînd cu (2) rezultă,

$$g(q) = -\frac{1}{2}\frac{\gamma}{C_0^2}q^2 + \frac{1}{2}\frac{\gamma^2}{C_0^4}q^3 - \frac{5}{8}\cdot\frac{\gamma^3}{C_0^6}q^4 + \ldots \tag{38}$$

Atunci din (25) rezultă,

$$G_2(Q) = \frac{3}{8}\cdot\frac{\gamma^2}{C_0^4}Q^3 + \ldots \tag{39}$$

și frecvența de oscilație conform formulei (28) va fi

$$\omega = \omega_0\sqrt{1 + \frac{3}{8}\frac{\gamma^2}{C_0^4}Q_0^2} \tag{40}$$

Punînd

$$a = \frac{Q_0}{C_0} \tag{41}$$

unde a este aplitudinea tensiunii pe grilă, frecvența de oscilație va fi

$$\omega = \omega_0\sqrt{1 + \frac{3}{8}\frac{\gamma^2}{C_0^2}a^2} \tag{42}$$

Această expresie arată că încă pentru soluția de primă aproximație, unde nu se ține cont de armonici, frecvența suferă o modificare din cauza nelinearității capacității, în timp ce nelinearitatea tubului nu aduce nicio corecție. Se constată că deviația de la ω_0 este cu atît mai mică cu cît C_0 este mai mare (la frecvențe înalte C_0 va fi însă mic) și cu cît amplitudinea oscilațiilor este mai mică.

Astfel, dacă se consideră tubul E81 L [11] care este o pentodă cu o pantă mare, de 9 mA/V (ceea ce este indicat la un oscilator stabil [12] și $\gamma \simeq 0{,}6$ pF/V**), presupunînd $C_0 = 20$ pF, $a = 4$V, se găsește o abatere relativă a frecvenței de

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 5{,}4 \times 10^{-3}$$

ceea ce nu poate fi acceptat.

De altfel este supărător și faptul că nelinearitatea capacității atrage după sine dependența frecvenței de amplitudinea oscilațiilor. Între variația relativă a frecvenței și a amplificării se găsește din (42):

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{3}{8}\frac{\gamma^2}{C_0^2}a^2\cdot\frac{\Delta a}{a} \tag{43}$$

*) Vezi exemplul numeric, mai jos.
**) In general cu cît panta tubului este mai mare cu atît și γ este mai mare.

de unde rezultă că pentru o bună stabilitate a frecvenței, γ trebuie să fie mic, C_0 mare și amplitudinea oscilațiilor mică (concluzii normale și din punct de vedere fizic).

Pentru calculul amplitudinei oscilațiilor se determină mai întîi h (g) din (6) ținînd cont de (33) și (38):

$$h(g) = -\frac{\gamma}{C_0^2} g - \frac{3b}{C_0^2}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\gamma^2}{b C_0^2}\right) q^2 + \left(\frac{bq}{C_0^4} - \frac{5}{2}\frac{\gamma^3}{C_0^6}\right) q^3 + \ldots \quad (44)$$

Din (22) rezultă atunci

$$H_1(Q) = -\frac{3b}{C_0^2}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\gamma^2}{b C_0^2}\right)\frac{Q^2}{4} \quad (45)$$

Dacă se trece la amplitudinea tensiunii pe grilă,

$$a = \frac{Q}{C_0} \quad (46)$$

ecuația (31) ținînd cont de (45) și de notația

$$U_0^2 = \frac{1}{3bB} = \frac{MS - RC_0}{3b\,SM} \quad (47)$$

devine

$$-\frac{a^2}{4U_0^2}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\gamma^2}{b C_0^2}\right) + 1 = 0 \quad (48)$$

de unde

$$a = \frac{2U_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2}\frac{\gamma^2}{2bC_0^2}}} \quad (49)$$

Dacă capacitatea este lineară ($\gamma = 0$), adică

$$a = 2U_0 \quad (50)$$

se recapătă rezultatul cunoscut pentru ecuația van der Pol [4]. Se constată însă, că nelinearitatea capacității influențează amplitudinea oscilațiilor, provocînd o mărire a amplitudinei.

Anexa I

Variația energiei totale a sistemului descris de ec. (9)

Se presupune, că ecuația (9) descrie un sistem mecanic oscilant elementar. Atunci energia cinetică are valoarea

$$E_c = \frac{\dot{q}^2}{2} \quad (I.1)$$

iar energia potențială,

$$E_p = \int_0^q \omega_0^2 [\, q + g(q) \,] \cdot dq \quad (I.2)$$

Derivata energiei totale va fi deci

$$\frac{dE}{dt} = \dot{q} \cdot \ddot{q} + \omega_0^2 [q + g(q)] \cdot \dot{q} \qquad \text{(I. 3)}$$

Ţinînd cont, din (9), că

$$\ddot{q} = \varepsilon_0 \omega_0 [1 + B h(q)] \dot{q} - \omega_0^2 [q + g(q)] \qquad \text{(I. 4)}$$

rezultă

$$\frac{dE}{dt} = \varepsilon_0 \omega_0 [1 + Bh(q)] \cdot \dot{q}^2 \qquad (10)$$

Catedra de Electronică
Institutul Politehnic Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. **M. Drăgănescu:** Capacităţile tuburilor electronice şi dependenţa lor de condiţiile de funcţionare. Lucrare de dizertaţie, Inst. Polit. Buc., 1956.
2. **M. Drăgănescu:** Asupra capacităţii de intrare a unui tub electronic în regim dinamic. Comunicările Academiei R.P.R., 1957, nr. 5.
3. **M. Drăgănescu:** Capacităţi nelineare. Electronica şi Automatica, 1957, nr. 2.
4. **T. Tănăsescu:** Manual de Tuburi şi circuite electronice, Ed. Acad. R.P.R., vol. III, 1957.
5. **N. Minorsky:** Introduction to non linear mechanies, 1947.
6. **J. J. Stoker:** Nonlinear vibrations in mechanical and electrical systems, New-York, 1950.
7. **N. N. Bogoliubov, I. A. Mitropolskii :** Asimtoticeskie metodî v teorii nelinîniîh kolebanii. Moscova, 1955.
8. **G. V. Savinov:** Avtokolebaniia v suscestvenno-nelineiniîh cavzi-conservativniîh sistemah. Dokladî Akademii Nauk S.S.S.R., 89 (1953) nr. 6, 995—997.
9. **I. B. Malkin:** Metodî Liapunova i Poincare v teorii nelineiniîh kolebanii. Gostehizdat, 1949.
10. **N. W. Mc. Lachlan:** Ordinary non-linear differential equations in engineering and physical sciences, Oxford, 1950.
11. **A. Georgescu, I. Golea :** Catalog de tuburi electronice. Ed. tehnică, 1956. I. Golea, Ed. tehnică, 1956.
12. **A. Spătaru:** Emiţătorii, vol. I, Min. Înv., Buc., 1955.
13. **V. A. Kotelnicov, A. M. Nicolaev :** Osnovî radiotehiki, ciasti II. Moskva, 1954. A. M. Nicolaev, Moskva, 1954.

ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ МЕЖДУЭЛЕКТРОДНЫХ ЁМКОСТЕЙ НА ЛАМПОВОМ АВТО-ГЕНЕРАТОРЕ

(Краткое содержание)

В статье автор выводит уравнение для лампового авто-генератора, принимая во внимание нелинейность ёмкости сетки катода, пренебрегая при этом сеточным током.

Решение уравнения достигается по методу эквивалентнои линеаризации. В статье рассматривается частныи случай, при котором устанавливается влияние нелинейной ёмкости на частоту и амплитуду колебания.

THE INFLUENCE OF NON-LINEAR INTERELECTRODE CAPACITANCTE ON THE ELECTRONIC OSCILLATOR

Summary

In this work it is establisched the equation (9) of on electronic oscillator taking into account the non linearity of the grid-cathode capacitance of the electron tube. The grid current is neglected. The solution of the equation is obtained, under a general form, by method of equivalent linearisation. On a particular case, it is established the influence of non-linear capacitance on the frequency and amplitude ot oscillations.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

621.

FACTORUL DE REACȚIE AL AMPLIFICATORULUI CU MAI MULTE BUCLE DE REACȚIE *)

de VLAD PAUKER

În cazul amplificatorului cu o buclă de reacție (fig. 1) prin rezolvarea sistemului:

$$v = e + E$$
$$E = vA$$
$$A' = E/e$$

se deduce expresia cunoscută a factorului de reacție **), dată de Black [1]:

$$F \equiv \frac{A}{A'} = 1 - A\beta$$

Această metodă poate fi aplicată și în cazul mai multor bucle de reacția. De exemplu, Cutteridge [2] a folosit-o pentru un amplificator cu două ateje și trei bucle de reacție.

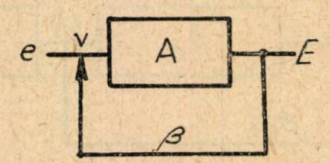


Fig. 1

Este însă evident că, în cazul mai multor etaje, metoda devine din ce în ce mai anevoioasă, deoarece numărul buclelor de reacție posibile crește rapid cu numărul de etaje. Dacă la un amplificator cu N etaje, reacția cuprinde numai primul etaj, vom avea o singură buclă de reacție. Incluzînd și al doilea etaj, vom mai putea căpăta încă două bucle, al treilea ne va da încă trei ș.a.m.d. Etajul k ne va putea da k bucle suplimentare de la ieșirea lui la intrarea celor k etaje. Deci, numărul total al căilor de reacție posibile pentru cele N etaje va fi:

$$1 + 2 + 3 \ldots k + \ldots (N-1) + N = \frac{N(N+1)}{2} \qquad 1$$

Prin urmare este de dorit o formulă generală pentru factorul de reacție al amplificatorului cu mai multe bucle de reacție.

---

*) Studiu făcînd parte din lucrarea de dizertație a autorului.

**) Se presupune că cele două căi, de amplificare și de reacție sînt independente una de cealaltă. Dacă această condiție nu este satisfăcută, formula se modifică [3].

Vom deduce mai jos această formulă.

Pentru aceasta, vom separa primul etaj de restul amplificatorului, tăind, bineînțeles, toate căile de reacție ce leagă amplificatorul de intrarea acestui etaj. Amplificarea sistemului rezultat este:

$$A'_{2,N} = \frac{A_{2,N}}{F_{2,N}}$$

aici am notat:

$A_{2,N} = \prod_{i=2}^{N} A_i$ — amplificarea fără reacție a amplificatorului format din etajele de la 2 la N

A_i — amplificarea fără reacție a etajului i

$F_{2,N}$ — factorul de reacție al amplificatorului

Adăugînd acum și primul etaj, vom căpăta:

$$A''_{1,N} = A_1 \frac{A_{2,N}}{F_{2,N}} = \frac{A_{1,N}}{F_{2,N}}$$

vom introduce acum toate buclele de reacție care cuprind primul etaj. De la ieșirea unui etaj oarecare i, se aduce la intrarea primului etaj

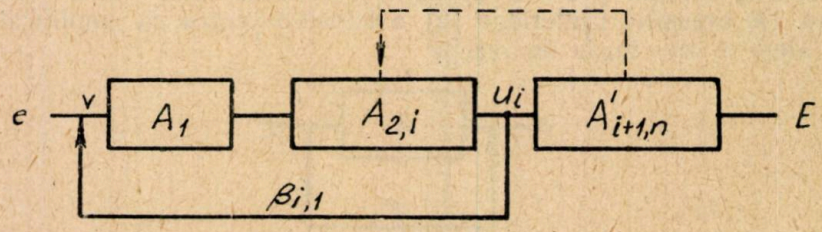


Fig. 2

o tensiune de reacție prin intermediul rețelei de reacție avînd coeficientul de transfer $\beta_{i,1}$, care poate fi pozitiv, negativ, real, complex sau nul. Vom obține (fig. 2):

$$v = e + \sum_{i=1}^{N} u_i \beta_{i,1} \tag{2}$$

$$u_i = \frac{E}{A'_{i+1,N}} = E \frac{F_{i+1,N}}{A_{i+1,N}} \tag{2'}$$

$$E = v \frac{A_{i,N}}{F_{2,N}} \tag{2''}$$

$$F = \frac{A_{1,N}}{A'_{1,N}} = \frac{A_{1,N} \cdot e}{E} \tag{2'''}$$

aici

$A'_{i+1,\,N} = \dfrac{A_{i+1,\,N}}{F_{i+1,\,N}}$ — amplificarea grupului de etaje de la $i+1$ la N, cuprins de rețele de reacție interne ale acestui grup.

Rezolvînd sistemul (2) vom obține:

$$F_{1,\,N} = F_{2,1} - \sum_{i=1}^{N} \beta_{i,\,1}\, A_{1,\,i}\, F_{i+1,\,N} \tag{3}$$

Expresia factorului de reacție poate fi pusă sub altă formă (vom justifica această modificare mai jos):

$$F_{1,\,N} = F_{1,\,N-1} - \sum_{i=1}^{N} \beta_{N,\,i}\, A_{N,\,i} F_{i-1,\,1} \tag{4}$$

Să exemplificăm folosirea formulei obținute la un amplificator cu două etaje (fig. 3)

$$F_{1,2} = F_1 - \beta_{2,1}\, A_{2,1} + \beta_2\, A_2\, F_1 =$$
$$= 1 - \beta_1\, A_1 - \beta_{21}\, A_{21} + \beta_2\, A_2\, (1 - \beta_1\, A_1) =$$
$$= 1 - \beta_1\, A_1 - \beta_2\, A_2 - \beta_{21}\, A_{21}\, A_2 + \beta_1\, \beta_2\, A_1\, A_2$$

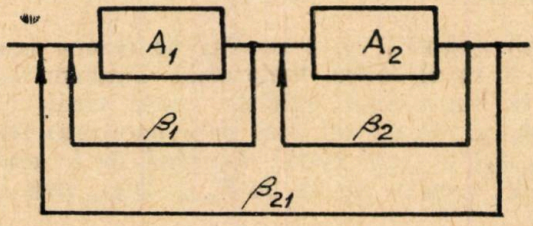


Fig 3

Cu toate că formula (3) reprezintă un anumit pas înainte față de rezolvarea sistemului de ecuații, ea este, totuși, destul de greoaie, necesitînd pentru aplicarea ei calculul succesiv al tuturor factorilor F_1, $F_{1,2}$, etc. (în exemplul de mai sus am admis $F_1 = 1 - \beta_1 A_1$ cunoscut).

Utilitatea practică a expresiei (3) este cu totul neînsemnată. Însă ea ne va permite să justificăm o altă metodă practică de formare a factorului de reacție.

Conform acestei metode:

1. Fiecărui membru al palinomului care formează factorul de reacție îi corespunde un „drum" de la un capăt la celălalt al amplificatorului, prin etaje sau prin rețele de reacție (de felul celui însemnat în fig. 4).

2. Un „drum" este echivalent cu produsul factorilor corespunzători elementelor parcurse și anume:

3. Etajului de amplificare îi corespunde unitatea.

4. Rețelei de reacție îi corespunde produsul dintre factorul de reacție corespunzător, afectat de semnul „minus" și, amplificarea totală fără reacție a etajelor cuprinse de rețea. (În cazul exemplului din fig. 4, „drumul" însemnat este echivalent cu

$$(-\beta_{21} A_1 A_2)\, 1 \cdot 1\, (-\beta_5 A_5) = \beta_{21} \beta_5 A_1 A_2 A_5).$$

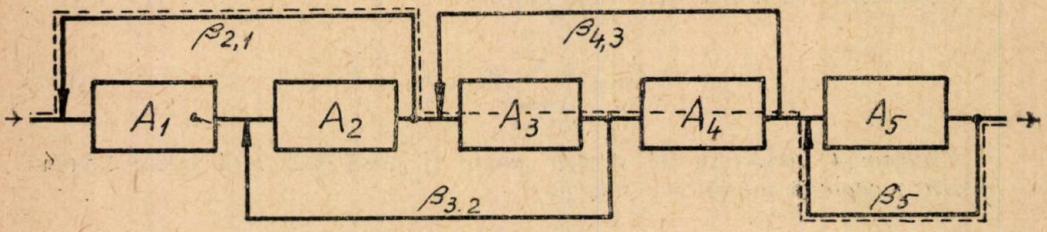


Fig. 4

5. Amplificatorul se parcurge pe toate „drumurile" distincte posibile.

6. Factorul de reacție se formează prin însumarea expresiilor corespunzătoare tuturor „drumurilor".

Pentru a justifica procedeul, admitem că pe baza lui a fost format factorul de reacție $F_{2,N}$ și verificăm expresiile factorului de reacție $F_{1,N}$ din (3). Pentru aceasta, adăugăm amplificatorului primul etaj, îi aplicăm acestuia toate reacțiile și parcurgem amplificatorul astfel obținut:

1. Parcurgem primul etaj (căpătăm unitatea) și apoi de la al doilea în sus explorăm toate „drumurile", ceea ce ne dă după cum am admis, $F_{2,N}$.

2) Parcurgem „drumul" prin rețeaua de reacție (căpătăm $-\beta_1 A_1$) și apoi din nou de la al doilea, toate căile. Obținem $-\beta_1 A_1 F_{2,N}$.

3. Trecem la cuprinderea primelor două etaje. Ținem seama că „drumurile" $A_1 A_2$ și $\beta_1 \beta_2$ au fost deja parcurse. Rămîne β_{21}, (care ne dă $-\beta_{2,1} A_1 A_2$) și apoi restul, începînd de la etajul al treilea pe toate căile posibile, ceea ce ne va da $F_{3,N}$. Deci, vom căpăta $-\beta_{2,1} A_1 A_2 F_{3,N}$.

4. Și așa mai departe, fiecare nou etaj dîndu-ne termenul $-\beta_{i,1} A_{1,i} F_{i+1,N}$.

5. Căpătăm în total

$$F_{i,N} = F_{2,N} - \sum_{i=1}^{N} \beta_{i,1} A_{1,i} F_{i+1,N}$$

adică tocmai expresia (3).

Rămîne de verificat ipoteza obținerii factorilor de reacție $F_{2,N}$, $F_{3,N}$, ... $F_{N-1,N}$ pe aceiași cale. Pentru aceasta este suficient să arătăm că $F_{N-1,N}$ (factorul de reacție al ultimului etaj) se poate obține prin metoda propusă.

Referindu-ne la fig. 1, căpătăm:

„drumul" prin etaj ne va da unitatea

„drumul" prin rețeaua de reacție — $A\beta$.

Deci $F = 1 - A\beta$.

Ceilalți factori se obțin prin sporirea numărului de etaje.

Metoda propusă este în practică mult mai simplă decît pare la prima vedere.

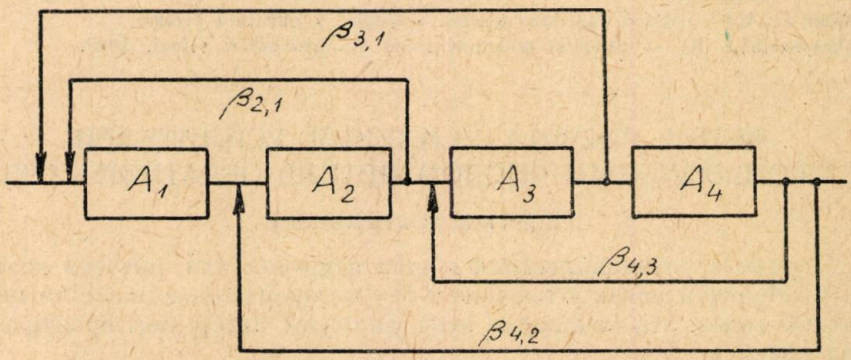


Fig. 5

S-o ilustrăm cu un exemplu relativ complex (schema din fig. 5). Vom urmări „drumurile" :

$A_1\ A_2\ A_3\ A_4$	îi	corespunde	1
$A_1\ A_2\ \beta_{43}$	„	„	$-\beta_{43}\ A_3\ A_4$
$A_1\ \beta_{43}$	„	„	$-\beta_{42}\ A_2\ A_3\ A_4$
$A_3\ A_4\ \beta_{21}$	„	„	$-\beta_{21}\ A_1\ A_2$
$\beta_{21}\ \beta_{43}$	„	„	$\beta_{21}\beta_{43}\ A_1\ A_2\ A_3\ A_4$
$\beta_{31}\ A_4$	„	„	$-\beta_{31}\ A_1\ A_2\ A_3$

și amplificarea cu reacție:

$$A' = \frac{A_1\ A_2\ A_3\ A_4}{1 - \beta_{42}\ A_2\ A_3\ A_4 - \beta_{43}\ A_3\ A_4 - \beta_{21}\ A_1\ A_2 + \beta_{21}\beta_{43}\ A_1\ A_2\ A_3\ A_4 - \beta_{31}\ A_1\ A_2\ A_3}$$

Mai rămîne de justificat expresia (4).

Pentru metoda „drumurilor" este cu totul indiferent dacă amplificatorul se parcurge de la intrare la ieșire sau invers. Pe baza acestei observații, putem modifica ordinea în expresia (3), considerînd ca etaj adăugat nu primul, ci ultimul.

Atunci notațiile se transformă :

$A_{1,N}$	în	$A_{1,N}$
$F_{2,N}$	„	$F_{1,N-1}$
$\beta_{i,1}$	„	$\beta_{N,1}$
$A_{1,2}$	„	$A_{i,N}$
$F_{i+1,N}$	„	$F_{1,i-1}$

și formula devine :

$$F_{1,N} = F_{1,N-1} = \sum_{i=1}^{N} \beta_{N,i}\ A_{N,1}\ F_{1,i-1}$$

adică tocmai expresia (4).

Catedra de electronică și tehnica nucleară
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. **Black N. S.** — Stabilized feedback amplifiers. B.S.T.J., iulie 1934.
2. **Cutteridge O. P. D.** — Multiloop feedback amplifiers. Wireless Engineering, neombrie 1954.
3. **Zeliah E. V.** — Metod rasciota usilenia usilitelei s obratnoi sviaziu. **Bobrovscaia I. K.** — Sbornic noucinîh rabot po provodnoi sviazi, 1949.

МЕТОД РАСЧЕТА УСИЛЕНИЯ УСИЛИТЕЛЕЙ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ЧИСЛОМ ПЕТЕЛЬ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

(Краткое содержание)

В работе устанавливается общая формула для расчета коэффициента обратной связи усилителя в случае произвольного числа петель обратной связи. На основании этой формулы автор дает практический метод расчёта.

LE GAIN D'UN AMPLIFICATEUR A PLUSIEURS BOUCLES DE CONTRE-REACTION

(Résumé)

On etablit une expression general pour le coeficient de contre-reaction d'un amplificateur a plusieurs boucles. En s'appuyant sur cet resultat on obtient une methode pratique de calcul.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 1—2

RECENZII

TRATAT ELEMENTAR DE CHIMIE ORGANICĂ

de Acad. Prof. C. D. NENIŢESCU
(Vol. I, Ed. IV, Editura Tehnică 1956)

Dezvoltarea uriaşă a chimiei organice, în ultimii ani, a impus apariţia unui tratat care să cuprindă cele mai importante aspecte ale acestei discipline şi să prezinte, cel puţin în parte, principalele rezultate la care s-a ajuns. Pe de altă parte, se simţea nevoia apariţiei unei cărţi didactice care să se adreseze studenţilor şi care să sistematizeze imensul material faptic într-un tot unitar, închegat.

Ediţia veche a acestui tratat elementar de chimie organică, nu mai corespundea acestor cerinţe, fiind depăşită de rezultatele ultimelor cercetări.

Tratatul elementar de chimie organică, a Prof. C. D. Nenițescu, apărut recent în Editura Tehnică, se adresează în primul rînd studenţilor, precum şi tuturor celor interesaţi în studiul chimiei organice. Materialul chimiei organice este clasificat pe funcţiuni, renunţîndu-se astfel la vechea clasificare alifatic-aromatică (clasificare păstrată încă în multe cărţi de acest gen, cum ar fi tratatul lui P. Karrer sau Cicibabin). În felul acesta expunerea este mai clară şi mai bine sistematizată.

Volumul I cuprinde o parte introductivă, hidrocarburile, funcţiunile simple, funcţiunile compuse.

Partea Introductivă (pag. 1-180). În primul capitol, care se ocupă de structura compuşilor organici, după ce se face un scurt istoric al vechilor teorii, se tratează aspectele moderne privind structura combinaţiilor organice. În capitolul următor se insistă asupra metodelor fizice pentru stabilirea structurii. Ultimul capitol, se ocupă cu reacţiile compuşilor organici. Un loc important se acordă teoriei electronice a reacţiilor, care introduce pe cititor în noile probleme ale chimiei organice.

Partea I — Hidrocarburile (pag. 181-324). Se tratează pe larg principalele clase de hidrocarburi (parafine, cicloparafine, olefine, hidrocarburi aromatice) şi unele capitole speciale din chimia hidrocarburilor. Se insistă asupra acelor probleme care interesează industria chimică în genere şi ţara noastră în special (Tehnologia petrolului). Pornind de la noţiuni generale, de bază, autorul pătrunde treptat în cele mai dificile probleme de structură şi mecanisme de reacţie, care se bucură de o tratare clară, sistematică, uşor de urmărit şi înţeles.

Partea II — Combinaţii organice cu grupe funcţionale monovalente (funcţiuni simple) pag. 325-529. În tratarea combinaţiilor organice cu funcţiuni monovalente se ţine seama de clasificarea periodică a elementelor. Se începe cu grupa a VII-a, primii derivaţi funcţionali studiaţi

fiind compușii halogenați. Se continuă cu derivații funcționali care conțin oxigen, sulf, azot, fosfor, arsen, siliciu, ultimul capitol fiind consacrat compușilor organo-metalici. Reacțiile și proprietățile acestor derivați sînt prezentate din punct de vedere practic și teoretic, insistîndu-se asupra mecanismelor de reacție, în lumina noilor teorii.

Partea III — Funcțiuni compuse (pag. 530-728). Partea ulitmă a tratatului prezintă grupele funcționale bi—, tri— și tetravalente. Sînt discutați pe larg derivații carbonilici, sub toate aspectele ,acizii carboxilici cu derivații lor mai importanți și derivați ai acidului carbonic.

În afara acestor capitole mari, lucrarea se mai caracterizează prin tratarea monografică a unor probleme importante din chimia organică, de interes practic și teoretic, cum ar fi polimerizarea, radicalii liberi, petrolul, transpoziții intramoleculare, grăsimi.

În tratatul de față, s-a căutat să se evite prezentarea monotonă a diferitelor clase de substanțe. Întreaga lucrare este scrisă în spiritul ultimelor cercetări și descoperiri, căutînd să deștepte interesul cititorului pentru perspectivele uriașe deschise de practica și cercetarea chimică. Autorul păstrează un contact permanent cu științele înrudite, care prin rezultatele lor completează materialul studiat.

Cum e și normal, o lucrare de dimensiunile celei de față, nu poate epuiza toate problemele. Autorul însă a știut să se oprească asupra acelor fapte, absolut necesare pentru înțelegerea fenomenelor și să prezinte numai ceea ce e riguros verificat și studiat. Acordînd o aceeași atenție problemelor practice și teoretice, scopul lucrării este acela de a da o informare generală asupra chimiei organice, ceea ce justifică titlul de „tratat elementar". Acesta mai e justificat și de faptul că tratatul nu conține trimiteri la literatura originală. În locul lor se indică numele autorilor și anul, permițînd astfel găsirea mai ușoară a lucrărilor. Din aceste indicații se desprinde și contribuția Prof. C. D. Nenițescu, și a colaboratorilor săi, în elucidarea unor importante probleme de chimie organică.

Făcîndu-se o trecere graduală de la simplu la compus, valoarea didactică a tratatului vine să completeze valoarea științifică schițată mai sus. Tratatul, în tot ansamblul său, prezintă un material vast, adus la zi și pentru ca prezentarea să fie completă, trebuie să subliniem, tratat după o concepție originală a autorului.

În volumul II, care va apare în curînd, se vor trata funcțiunile mixte, combinațiile heterocilice și cîteva clase de produși naturali.

Autorul cărții, Prof. C. D. Nenițescu, membru al Academiei Republicii Populare Romîne, este cunoscut prin lucrările sale de cercetare din domeniul reacțiilor catalizate cu clorură de aluminiu, în special în seria hidrocarburilor saturate, prin studiul mecanismelor reacțiilor de alchilare ale nucleului benzenic, sinteze în seria pirolului, indolului și altele.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX—1957; Fascicola 1—2

CURSUL DE MAŞINI ELECTRICE SPECIALE

de Prof. Dr. Ing. CEZAR PARTENI ANTONI
(Ed. M. I. 1956-57)

Cursul de Maşini electrice speciale, scris de Prof. Dr. Ing. Cezar Parteni Antoni şi apărut nu de mult în editura Ministerului Învăţămîntului ca manual unic pentru Institutele de învăţămînt superior, reprezintă o lucrare de pionerat în dezvoltarea literaturii de specialitate din domeniul maşinilor electrice din ţara noastră şi din străinătate.

Lucrarea pune la îndemîna studenţilor, a cadrelor didactice şi a cadrelor de specialitate din industrie un material bogat şi variat, a cărei culegere, selecţionare, redactare sub o formă unitară şi completare cu unele chestiuni originale, reprezintă o muncă stăruitoare a unui cercetător însetat de noutate şi progres. Lucrarea oferă, într-o formă sintetizată, o largă orientare în domeniul unor categorii de maşini electrice bazate pe principii de funcţionare aparte şi avînd o utilizare tot mai intensă în diferite ramuri ale industriei moderne.

Cursul a apărut în două volume, cuprinzînd în total 16 capitole şi aproape 800 pagini.

Materialul tratat a fost extras din surse extrem de variate, de la tratate clasice pînă la manuscrise, dar mai ales din articole de revistă apărute în diferite limbi.

Natura subiectului, varietatea surselor de informare, printre care şi o serie de lucrări ştiinţifice originale ale autorului însuşi, conferă lucrării un pronunţat caracter de inedit. Problemele tratate în curs sînt prezentate la un nivel înalt, dar în acelaşi timp uşor accesibil. Se pune peste tot un deosebit accent pe înţelegerea calitativă, aprofundată, a fenomenelor din variatele tipuri de maşini examinate. Nu este însă neglijată nici prezentarea analitică a fenomenelor, pentru care sînt folosite mijloacele matematice moderne adecvate, cum este de pildă calculul operaţional pentru studiul fenomenelor în regim tranzitoriu.

În tot cuprinsul cursului se recunoaşte o preocupare atentă pentru limbă, pentru o exprimare îngrijită şi mai ales cît mai simplă şi cît mai clară cu putinţă.

Textul este însoţit de numeroase figuri explicative, reprezentînd scheme echivalente, detalii constructive, caracteristici, nomograme, scheme de montaj.

Printre sursele de documentare folosite figurează lucrări ale unor autori ca: Arnold, Fallou, Costenco, Mauduit, Pestarini, Sequenz, Babicov, Meerov etc. Alături de aceste nume străine prea bine cunoscute, figurează şi o serie de nume romîneşti: Parteni, Budeanu, Antoniu, Corlăţeanu,

Micloşi, Sălăgeanu, Tănăsescu şi alţii, printre care unii foarte tineri, ca Moraru Augustin şi Lefter Virgil. Sînt citate deasemeni şi unele nume din ţări vecine şi prietene ca de ex. Szablya din R.P.U. Majoritatea lucrărilor citate în curs, sînt apărute recent, în ultimii 3-4 ani; unele din ele poartă chiar data de 1956, cum este cazul lucrării tov. prof. Antoniu „Chestiuni speciale de electrotehnică", apărut în Bucureşti în 1956.

Printre publicaţiile ştiinţifice originale ale autorului folosite la redactarea cursului figurează lucrări ca: „Transformatorul asincron de frecvenţă", „Utilizarea schemelor echivalente în studiul teoretic al compensatoarelor de fază", „Contribuţiuni la calculul unei maşini de curent continuu cu mai multe depănări de excitaţie" şi altele care au constituit obiectul unor comunicări în Secţia Ştiinţifică a Academiei R.P.R. şi au apărut în diferite publicaţii de specialitate.

Pe lîngă expunerea principiilor de funcţionare şi a principalelor variante constructive, cu specificul şi detaliile respective, pe lîngă definiţii şi consideraţiuni calitative referitoare la utilitate, domeniu de aplicare, etc., fiecare capitol cuprinde şi exemple concrete de utilizare şi de performanţe realizate pînă în prezent, referitoare la maşinile studiate.

În afară de acestea, unele capitole cuprind şi indicaţiuni de proiectare, programe de încercări la platformă şi nomograme de rentabilitate privind folosirea unor maşini analoge, în condiţii de exploatare determinate. În concepţia autorului, exprimată în „Prefaţă", actuala ediţie a cursului nu reprezintă de fapt decît o etapă intermediară, cerută de necesităţile învăţămîntului, spre o ediţie definitivă, în care problemele de proiectare să ocupe un rol important. O asemenea ediţie autorul însuşi nu o va mai putea scrie; nutrim însă speranţa fierbinte că intenţia sa se va realiza şi păşind pe drumul deschis, ediţia plănuită va apare şi ea în decurs de cîţiva ani.

Cursul conţine două părţi, corespunzătoare celor două volume apărute. Primul volum se referă la curentul continuu, cuprinzînd 7 capitole şi circa 420 pagini; al doilea volum se referă la curentul alternativ, cuprinzînd 9 capitole şi circa 350 pagini.

Fiecare capitol este destinat unei anumite categorii de maşini; capitolele se înlănţuie în mod logic, fiecare din ele avînd o legătură intrinsecă cu cele care-l preced.

Cursul are prin extensiunea ce li se dă, două capitole centrale: capitolul 3, Maşini amplificatoare, pentru partea de curent continuu şi capitolul 15, compensatoare de fază, pentru partea de curent alternativ.

Capitolul despre maşini amplificatoare tratează amănunţit atît diferitele tipuri de maşini amplificatoare cu flux transversal şi compensare totală, în special amplidina, cît şi pe cele bazate pe principiul autoexcitării acordate, în special rototrolul. Capitolul acesta a avut în vedere mai ales perspectivele de dezvoltare ale schemelor de reglaj automat în variatele domenii ale industriei.

Capitolul despre compensatoarele de fază tratează amănunţit principalele tipuri de compensatoare sau — cum li se mai spune — avansoare de fază; serie, şunt, sau ingenioasa maşină cu 3 poli. Capitolul acesta a avut în vedere mai ales problema importantă a ameliorării factorului de putere, sub unul din aspectele sale principale; ameliorarea la locul de consum al puterii reactive.

În afară de aceste categorii de mașini, multă atențiune se acordă și mașinilor de sudură, cărora le sînt consacrate două capitole importante: cap. 7, Generatoare de sudură, din primul volum și cap. 8, Transformatoare de sudură, din al doilea volum.

Un alt capitol important din volumul de curent alternativ este cap. 12, consacrat unui studiu detailat al principiilor de funcționare și variantelor constructive ale transformatoarelor de măsură.

În celelalte capitole sînt tratate categorii de mașini ca, metadina, dinamuri cu 3 și 4 perii, mașini de mare intensitate, transformatorul asincron, de frecvență, mașini de genul supravoltorului, diferite tipuri de transformatoare cu destinații speciale ca: transformatoare pentru alimentarea redresorilor cu Hg, pentru transformarea numărului de faze, etc., apoi selsinuri și motorul bifazat cu colector.

O atenție deosebită merită și capitolul 5, care se referă la generatoarele de curent continuu cu mai multe înfășurări de excitație și unde autorul dă o soluție proprie, simplă și ingenioasă, pentru proiectarea generatoarelor de curent continuu cu caracteristică externă impusă.

Ca formă exterioară, cursul este imprimat în atelierele Ministerului Învățămîntului — la Rotaprint —, avînd un aspect îngrijit, cu excepția cîtorva figuri îmbîcsite din indolența desenatorului.

Unele din figuri au dimensiuni întrucîtva exagerate, în schimb ele sînt în general clare, ușor de urmărit.

Un reproș care s-ar putea aduce cursului din punct de vedere formal, ar fi o nedeplină sistematizare a notațiilor. La sfîrșitul cursului este însă publicată o listă de notații, grupată pe capitole. Deasemeni unificarea terminologiei suferă uneori. De pildă alături de termenul acceptat „crestături", există un pasaj în care apare termenul de „șanțuri". Dar aceste cazuri sînt puțin numeroase și nu afectează prezentarea generală a cursului.

Pentru a da o imagine mai completă asupra conținutului cursului, vom face o sumară trecere în revistă a fiecărui capitol în parte.

Cap. 1 se ocupă cu metadina. În introducere se arată cum reacția indusului, fenomen dăunător în mașinile obișnuite, folosit judicios poate deveni principiul de bază în funcționarea unei categorii de mașini speciale, al căror prototip este metadina. În continuare se face un studiu calitativ și analitic al metadinei în regim staționar. În acest capitol sînt analizate o serie de probleme principiale, aplicate apoi la o mare parte din celelalte mașini studiate în curs, cum este de pildă secționarea polului în dreptul periei pentru îmbunătățirea comutației. Capitolul se bazează în cea mai mare parte pe lucrările lui Pestarini.

Cap. 2 este consacrat dinamurilor cu 3 și 4 perii. Prin mașinile studiate aici, care au constituit punctul de plecare pentru mașinile cu flux transversal moderne, autorul ține seama și de aspectul istoric al problemei. Sînt studiate dinamurile cu 3 și 4 perii cu variantele lor mai importante, precum și mașina Rașcovschi. Diferitele variante nu sînt însă pur și simplu enumerate, ci se subliniază de fiecare dată —, ca peste tot în curs, — pricina și modul în care ele au derivat din tipul de bază.

Cap. 3 se ocupă cu mașinile amplificatoare. Ele sînt studiate în trei grupe:

1. — mașini obișnuite cu adaptări speciale (servodina și mașini cu reacție).

2. — mașini cu flux transversal și compensare totală (amplidina cu doi, trei și patru poli).

3. — mașini cu autoexcitație acordată (rototrolul, regulexul, rototrolul cu mai multe etaje). În examinarea acestor mașini se are mereu în vedere că ele constitue elemente de bază în schemele de reglaj automat. Este de remarcat începutul capitolului, unde prin cîteva fraze foarte simple și sugestive este analizată convingător necesitatea automatizării în raport cu necesitatea creșterii necontenite a productivității muncii. Tot aici găsim o definiție interesantă a unui sistem automat:

„Printr-un sistem automat înțelegem un sistem care comandă direct sau indirect o mișcare, o stare sau mai general o manifestare de energie, după un regim impus, fără vreo altă intervenție" (p. 75).

În cuprinsul capitolului se face o analiză a principalilor parametri caracterizînd amplificarea și rapiditatea de răspuns, arătîndu-se și dependența acestora de secțiunea totală de cupru a inductorului, cu consecințele care rezultă pentru proiectare. O altă chestiune interesantă este studiul analitic al autoexcitării amplidinei bazat pe criteriul de stabilitate a lui Ruth-Hurwitz. Tot în cuprinsul acestui capitol găsim un program de încercări la platformă pentru amplidină, precum și variate exemple de utilizare practică ale mașinilor amplificatoare în schemele industriale de reglare automată. În legătură cu aplicațiile rototrolului mai este studiată în acest capitol o categorie de mașini ingenioase, mașinile limitatoare (limitatoare de intensitate, gamadină, limitatoare de accelerație), mașini care realizează caracteristica lor particulară, folosind variația fluxului de dispersie ale unor șunturi magnetice dintre poli.

Capitolul referitor la mașinile amplificatoare este unul din capitolele bogate și interesante ale cursului.

Cap. 4 se ocupă cu mașinile de mare intensitate. Este un capitol și mai strîns legat de problemele de producție. Într-un spațiu restrîns sînt analizate principalele probleme ale folosirii și producerii curentului continuu de mare intensitate și sînt trecute în revistă principalele soluții utilizate pentru producerea acestui curent: mașina homopolară, mașina cu colector, comutatricea și diferitele tipuri de mutatori cu Hg, uscați și sincroni (cu contacte). Se dau o serie de indicații de proiectare pentru mașinile cu colector și găsim un studiu comparativ tehnico-economic însoțit de nomogramele de rentabilitate amintite la început, studiul fiind bazat pe o lucrare științifică a autorului apărută în 1955. Interesantă în deosebi este nomograma intitulată „Diagrama logaritmică din care se poate deduce sistemul cel mai convenabil pentru alimentarea cu curent continuu, cînd se fixează tensiunea și curentul (fig. 4-16 pag. 283) și unde sînt comparate din punct de vedere al rentabilității toate tipurile de surse menționate în cuprinsul capitolului.

Unul din capitolele cele mai interesante și mai originale ale cursului este capitolul 5, care se ocupă cu mașinile de curent continuu cu mai multe înfășurări de excitație. În acest capitol bazat pe două lucrări ale autorului în colaborare cu tov. Prof. V. Corlățeanu, apărute în 1951 și 1955, se arată că, avînd o mașină de curent continuu, orice condiție nouă impusă caracteristicii sale externe implică, în general, necesitatea și a cîte unei înfășurări de excitație suplimentare și se stabilește un sistem de ecuații, rezultat din condițiile de funcționare impuse și din

considerente de dimensionare. Expunerea teoretică este ilustrată cu un exemplu numeric complet. Întregul capitol se referă la chestiuni de proiectare. Soluția simplă și ingenioasă dată aici problemei puse este susceptibilă de o generalizare și mai mare. Se poate înlocui de exemplu noțiunea de „înfășurări de excitație" cu cea de „cîmpuri inductoare", în care caz problema se poate extinde cu ușurință și la cîmpurile indusului. Sperăm că generalizarea pe care o plănuia autorul să fie realizată în ediția definitivă a cursului sau în altă parte.

În cap. 6 sînt trecute pe scurt în revistă o serie de mașini de curent continuu ca supravoltorul de diferite tipuri, motoare pentru laminoare, mașini de curent continuu de înaltă tensiune, transverterul, mașini de tensiune variabilă, dinamotorul. Capitolul ilustrează simțul de pondere al autorului, care a știut să aprecieze just extinderea pe care este nimerit să o dea diferitelor probleme tratate în curs. Sînt interesante amănuntele constructive indicate în vederea realizării unor regimuri de funcționare speciale.

Ultimul capitol, cap. 7, din primul volum este consacrat generatoarelor de curent continuu pentru sudura electrică cu arc. Capitolul are de fapt trei părți. În prima parte, după o scurta introducere, se face studiul arcului în curent continuu; în a doua parte se face teoria generală a generatoarelor studiate, sub raportul caracteristicilor de funcționare, iar în ultima parte sînt descrise principalele variante realizate practic: generatorul cu flux antagonist cu poli divizați, cu circuit magnetic asimetric, cu cîmp transversal, cu ecran magnetic și încă un tip de mașină interesantă cu sistem inductor nesimetric, în care principiul de funcționare se bazează pe un neobișnuit joc al reluctanțelor, realizat printr-o combinație ingenioasă a formei polilor principali și a acțiunii polilor auxiliari.

Al doilea volum al cursului începe cu capitolul 8, care se ocupă cu transformatorul de sudură. Capitolul acesta are de asemenea trei părți: se începe cu un studiu al arcului în curent alternativ, se continuă cu examinarea unui mare număr de tipuri de transformatoare de sudură și se termină printr-un studiu comparativ tehnico-economic pentru sudura în curent continuu și în curent alternativ. O atenție specială se dă transformatorului cu șunt magnetic variabil, pentru care se dezvoltă întreaga teorie. Sînt trecute în revistă transformatorul cu reactanță, transformatorul „Subtilare", transformatorul Hrenov, etc.

Ambele capitole despre mașinile de sudură — cap. 7 și 8 — se remarcă printr-o documentare minuțioasă și prin caracterul lor strîns legat de problemele de producție.

Cap. 9, 10 și 11 sînt trei capitole scurte în care sînt examinate respectiv metodele de transformare ale numărului de faze, diferite tipuri de transformatoare pentru alimentarea motoarelor cu vapori de Hg și transformatorul de foarte mare intensitate (pentru electrometalurgie) și cuptoarele de inducție.

Un caracter oarecum aparte îl prezintă cap. 12; el este consacrat studiului transformatoarelor de măsură pentru curenți și tensiuni de diferite tipuri, accentul punîndu-se pe analiza erorilor în raport cu soluțiile constructive adoptate. Sînt examinate transformatoarele de curent necompensate și cele compensate. Sînt descrise diferite metode de modificare a permeabilității, premagnetizarea, folosirea șuntului magnetic

și a unui protector de cupru pentru micșorarea erorilor de măsură. Se examinează amănunțit transformatorul cu șunt magnetic Petrov-Okuni. Se examinează protejarea transformatoarelor de curent contra cîmpurilor exterioare și într-un ultim paragraf se examinează transformatoarele de tensiune. Capitolul acesta atît de interesant prin conținutul său, ilustrează în același timp și marea diversitate a preocupărilor autorului.

Capitolul următor, cap. 13, despre transformatorul asincron de frecvență, se bazează în cea mai mare parte pe contribuția personală a autorului, care a studiat amănunțit schimbul de puteri al grupului convertizor, demonstrînd că aproximațiile admise curent în literatura de specialitate sînt cu totul inacceptabile. În introducere se arată necesitatea folosirii transformatorului asincron de frecvență în raport cu necesitatea alimentării cu frecvență mai ridicată a unor agregate; în continuare se examinează proprietățile grupului asimilat cu un cvadripol, se analizează apoi repartiția de puteri și capitolul se încheie cu un program de încercări la platformă.

Cap. 14, este consacrat unor mașini de mare interes în automatizări și telecomenzi, selsinurile. După definirea lor se trece la studierea diferitelor tipuri de selsinuri: fără contacte, cu întrefier radial, cu bobină de excitație cilindrică, selsinuri diferențiale — după care se face studiul fizic, analitic și al caracteristicelor, iar la sfîrșit se dau indicații asupra domeniului de aplicații. Fără îndoială că acest capitol va fi printre cele mai căutate din curs, prin actualitatea și interesul general prezentat de subiectul tratat.

Cap. 15, despre compensatoarele de fază, este, după cum am menționat, al doilea capitol central al cursului. Oprindu-se atît de îndelung asupra compensatoarelor de fază, autorul face o anticipare asupra importanței folosirii lor la noi în țară, bazîndu-se pe studiul aprofundat al problemei factorului de putere, studiu pe care l-a concretizat în mai multe lucrări științifice originale.

Capitolul se remarcă prin competența desăvîrșită dovedită de autor, prin expunerea clară și sistematică, prin luarea în considerare a tuturor punctelor de vedere importante.

După o parte introductivă, în care sînt analizate noțiunea de factor de putere și cauzele înrăutățirii sale și sînt indicate principalele mijloace de ameliorare, autorul trece la examinarea problemei compensatoarelor de fază. El arată ce sînt compensatoarele de fază și indică o serie de detalii constructive. Trece la expunerea teoriei armăturii cu colector, întîi pe cale analitică și apoi aprofundînd rezultatele obținute prin interpretarea fizică și analiza funcționării. În continuare sînt examinate amănunțit modalitățile de ameliorare în gol și în sarcină ale factorului de putere la motoarele asincrone în cascadă cu diferitele tipuri de compensatoare: compensatoare serie nesaturate și saturate, cu excitație adițională, tip armătură cu colector, cu excitație proprie, compensatoare șunt de tipul schimbătorului de frecvență necompensat, compensat, cu 6 inele și în fine mașina foarte interesantă cu 3 poli.

Peste tot expunerea calitativă și analitică este însoțită de numeroase diagrame vectoriale, scheme principiale de montaj, scheme echivalente, diagrame circulare, etc. Se stăruie asupra punctului celui mai delicat al compensatoarelor de fază, comutația, ceea ce mărește valoarea expunerii, avînd în vedere că autorul este o competență recunoscută în

materie, el însuși fiind unul din cei care au contribuit la dezvoltarea teoriei moderne a comutației.

Prin subiect, conținut, mod de expunere și extensiune, cap. 15 despre compensatoarele de fază este capitolul cel mai remarcabil din curs.

Ultimul capitol, cap. 16, este consacrat unei succinte examinări a motorului bifazat cu colector, care a căpătat o importanță mare în acționarea electrică.

Aceasta este în linii mari conținutul cursului de Mașini electrice speciale al regretatului Prof. Dr. Ing. Cezar Parteni Antoni.

Considerat numai sub aspectul său de manual, lucrarea, — așa cum arată recenzenții oficiali, tov. Prof. I. S. Antoniu și tov. Conf. C. Lazu — a fost întocmită conform planului de învățămînt și programei de studiu pentru facultățile de electrotehnică. Ea a fost astfel elaborată încît să poată fi folosită și de studenții celorlalte facultăți, ale căror planuri de învățămînt prevăd cursuri reduse de mașini electrice speciale. Lucrarea este scrisă într-un stil clar, cu fraze scurte, ușor accesibile studenților. Materialul prezentat corespunde gradului actual de dezvoltare al științei și tehnicii în domeniul mașinilor speciale și este tratat la nivelul cel mai ridicat.

Temele tratate în capitole se desfășoară în mod logic, iar în explicarea fenomenelor autorul ține seama de principiile materialismului dialectic și manualul va contribui, fără îndoială, la dezvoltarea gîndirii și concepției științifice a studenților și la educarea ideologică și politică a lor.

Capitolele sînt împărțite în subcapitole, paragrafe, numerotate după sistemul clasificării zecimale. Aceasta contribue la prezentarea sistematică a materialului, scoțînd în relief diversele puncte de vedere sub care sînt tratate temele.

În ceea ce privește fondul tehnic științific și metodologic al lucrării, competința tehnică și științifică a autorului, îndelungata sa practică didactică și experiența dobîndită în urma numeroaselor sale publicații (articole științifice, comunicări, cursuri, etc.) au contribuit la elaborarea unui manual care satisface pe de-a-ntregul nevoile învățămîntului tehnic superior.

În concluzie recenzenții oficiali consideră că manualul îndeplinește cu prisosință toate condițiile necesare unui foarte bun manual de mașini electrice speciale și ei consideră că tipărirea lui va umple un mare gol, atît în literatura didactică superioară cît și în literatura tehnică de specialitate.

La aceasta adăugăm încă un mare merit al manualului, nemenționat de recenzenții oficiali, acela de a fi fost considerat în alcătuirea sa — ca și cursul profesat de la catedră de autor între anii 1952 și 1956 — în strînsă legătură cu disciplinele învecinate, mai exact ca o verigă intermediară între disciplina „Mașini electrice" și „Acționări electrice".

Se obișnuiește să se facă o analiză comparativă între lucrarea examinată și alte lucrări similare. Nu vom putea face o asemenea operație, deoarece nu cunoaștem pînă în prezent nici o lucrare similară, aceasta fiind, după cît se pare, prima lucrare reunind sub o formă unitară examinarea amănunțită a principalelor tipuri de mașini electrice speciale. Există la noi o lucrare tradusă din limba rusă intitulată „Mașini electrice speciale", lucrarea bine cunoscută a lui Costenco. Mult mai conștient

de conținutul real al lucrării sale decît cei care au tradus-o în limba romînă, autorul și-a intitulat-o nu „Mașini electrice speciale", ci „Mașini electrice. Chestiuni speciale". Deosebirea esențială constă în faptul că la Costenco materialul este grupat pe probleme la examinarea cărora înglobează diferite tipuri de mașini, obișnuite sau nu, iar în lucrarea Prof. Parteni materialul este grupat pe tipuri de mașini, tratarea limitîndu-se exclusiv la cele denumite „speciale". Cele două lucrări diferă deci ca subiect și conținut. De altfel remarcabila lucrare a lui Costenco a servit ca una din sursele bibliografice importante la redactarea cursului examinat.

Există deasemeni tratate care se referă la o anumită categorie de mașini electrice speciale, ca de pildă valoroasa „Rotating amplifiers" îngrijită de M. G. Say, în care sînt examinate o serie de mașini amplificatoare cu cîmp transversal, dar repetăm, nu cunoaștem pînă în prezent nici o lucrare de sinteză în genul lucrării Prof. Cezar Parteni, nici la noi în țară, nici peste hotare.

Reunirea într-un singur tot a unui material atît de bogat și de variat, a unei diversități atît de mari de mașini electrice și de probleme de interes actual, pentru a căror studiere ar trebui consultate zeci de izvoare greu accesibile, este însemnata calitate incontestabilă a cursului de Mașini electrice speciale a Prof. C. Parteni. Expunerea clară, atentă, modestă, care te face să pătrunzi pe nesimțite în mecanismul intim al unor fenomene complexe, legătura permanentă cu viața, cu problemele producției, cu perspectivele de desvoltare tehnică, mînuirea justă a principiilor materialului dialectic, ponderarea materialului expus, logica strînsă, ne dezvăluie toate opera unui cercetător neobosit, a unui pedagog de înaltă talie, a unui mare iubitor de oameni și de progres.

Ele ne fac să regretăm profund dispariția sa prematură, în plină desfășurare a rodnicei sale activități.

E. ȘOFAN

N. CIORĂNESCU

În anul 1929 se scotea la concurs conferința de *Geometrie analitică* de la Școala Politehnică din București, devenită liberă prin retragerea prof. D. Pompei.

Într-unul din rapoartele referenților oficiali, însărcinați cu recomandarea noului titular se scria: „În teza sa de doctorat intitulată: „Le problème de Dirichlet pour les systèmes d'équations du second ordre'" candidatul se referă la sisteme de ecuație de derivate parțiale de ordinul II, de tip eliptic sau de tip hiperbolic. Candidatul reușește să rezolve pentru aceste tipuri de ecuații, problemele clasice ale lui Dirichlet și Riemann. Atît problemele puse, cît și metodele întrebuințate pentru deslegare, dovedesc nu numai o orientare precisă într-un domeniu clasic de cea mai mare însemnătate, dar și un spirit ingenios și în același timp precis".

Referatul era semnat de Gheorghe Țițeica.

Candidatul era tînărul doctor în matematici de la Sorbona, Nicolae Ciorănescu.

„Orientare precisă, preocupări mari în domeniul clasic, spirit ingenios și precis".

Numai datorită acestor calități, văzute cu atîta claritate de marele nostru geometru, a putut N. Ciorănescu, unul dintre cei 9 copii ai lui Ion și Ecaterina Ciorănescu, doi distinși învățători din comuna Moroeni, să ridice toate treptele învățăturii: să ajungă la 25 ani doctor în științele matematice de la Sorbona, să parcurgă toată ierarhia învățămîntului superior, de la conferențiar la 26 ani, pînă la rector la vîrsta de 39 ani.

Teza de doctorat, această carte de vizită a fiecărui om de știință, a fost scrisă într-un timp neobișnuit de scurt: 2 ani.

Toată viața lui, N. Ciorănescu a mers repede. Însuși drumul către împărăția luminilor, l-a început în această timpurie primăvară, prea devreme.

Un fiu de învățător a rătăcit în lume. A rătăcit în lume învățînd pe alții, învățînd el însuși.

Din această dublă și reciprocă învățătură a rezultat, inalterabile în timp, o bogată și prețuită activitate științifică, un nume ce încoronează o excepțională activitate didactică.

Savantul Nicolae Ciorănescu a publicat, în intervalul unui sfert de veac, aproximativ 100 lucrări, ce se pot grupa în 6 mari clase:

1. *Lucrări din domeniul ecuațiilor diferențiale ordinare sau cu derivate parțiale.*

Sprijinindu-se pe frumoasele rezultate obținute în teza sa de doctorat relativ la problema lui Dirichlet, N. Ciorănescu rezolvă problema lui Cauchy pentru sisteme de ecuații cu derivate parțiale de tip hiperbolic (6, 10).

Studiul ecuațiilor cu derivate parțiale îl conduce la aprofundarea funcțiilor armonice, meta și poliarmonice; el rezolvă problema clasică a lui Dirichlet pentru funcțiile armonice printr-un procedeu de dublă mediație, ceea ce îi permite să ajungă la o soluție în toate cazurile adesea fără cuadraturi, simplificînd rezultatele obținute anterior de Kellog, Perkins etc. (15).

Generalizînd condițiile impuse la frontieră pentru funcțiile armonice (25, 29), el arată că problemele lui Darboux-Picard, Picard și Goursat (23, 28) pot fi generalizate pentru ecuațiile cu derivate parțiale de tip hiperbolic, tot sub forma de condiții globale, exprimate prin integrale Stieltjes.

2. *Ecuații integrale și funcționale.*

În lucrările (38, 39, 48, 49) N. Ciorănescu își propune să determine natura soluției ecuației integrale cu limite variabile sau fixe, ca funcții de un parametru în ipoteza că nucleul nu este, ca în cazurile clasice, o funcție liniară și omogenă de acest parametru, ci este în raport cu el o funcție întreagă oarecare.

Ecuațiile funcționale ce caracterizează polinoamele, care sînt în același timp formule cu mai multe niveluri, precum și ecuațiile pentru cosinus și sinus ordinar și hiperbolic fac obiectul lucrărilor (26, 31).

3. *Lucrări în legătură cu noțiunile de derivată și integrală.*

Introducerea de către N. Ciorănescu a noțiunii de „derivată polidimensională orientată" (43) trebuie să fie considerată ca o complectare fundamentală a operației de derivate pentru funcțiile de mai multe variabile, dată de K. Bögel; ca o consecință a acestei definițiuni, și în paralel cu definirea funcțiilor monogene, el definește „monogenitatea tenorolară" adică existența unei derivate după un dreptunghiu, atașat în mod bine determinat fiecărui punct al planului, independent de orientarea acestui dreptunghiu (45,50, 71).

Generalizînd teorema lui Rolle (35), N. Ciorănescu izbutește să dea echivalentul primei formule a mediei din calculul integral, pentru funcțiile integrabile în sens Lebesgue (34).

4. *Ecuații algebrice. Polinoame. Serii.*

În memoriul (46) se introduce un calcul simbolic și se obțin limite superioare pentru modulele unei anumite clase de ecuații algebrice.

Pornind de la o formulă a lui Rodrigue, N. Ciorănescu dă o nouă generalizare polinoamelor clasice a lui Legendre (32).

Introducînd o altă operație, în locul derivatei a II-a generalizată din teoria seriilor trigonometrice a lui Riemann, ajunge, la o nouă însumare a seriilor trigonometrice cu factori de convergență de o formă foarte simplă.

5. *Teoria funcțiilor analitice.*

În lucrările (51, 52, 56, 57, 59) N. Ciorănescu arată că un studiu autonom al funcțiilor analitice de mai multe variabile reale, considerat în mod sistematic, afară de excepția funcțiilor armonice, ca neinteresant în sine și ca un caz particular al funcțiilor analitice de variabile complexe, ar fi de mare interes.

El arată că orice funcție analitică de variabile reale poate fi reprezentată în mod unic în o serie simplă, a cărei termeni sînt puterile succesive ale patratului distanței la un punct fix, iar coeficienții acestor puteri sînt niște funcții armonice bine determinate, coeficienții armonici ai funcției analitice considerate (51, 57).

Introducînd și noțiunea de pseudo-modul ce cuprinde norma considerată de Bernstein, arată că teorema lui Liouville rămîne valabilă cînd se înlocuiește modulul din domeniul complex prin pseudo-modul.

6. *Mecanica sistemelor continue.*

Problema cavităților în mișcarea unui fluid perfect conduce, așa cum arată Riabouchinski, la formularea problemelor inverse relativ la funcțiile armonice, problema ce revine la determinarea unui contur capabil de a suporta date suplimentare pentru o funcție armonică. În lucrările (11) și (12) se rezolvă două astfel de probleme.

Problema deformării plăcilor elastice își găsește aplicații în lucrările (54) și (55).

În urma acestei munci uriașe, N. Ciorănescu cade răpus de timpuriu din viață. Lumina răspîndită de candela minții lui este sacrificiul sănătății lui firave.

El este unul dintre autenticii ambasadori ai culturii romînești în străinătate. Numele lui este pronunțat peste granițe, este scris în revistele de specialitate în timpul ultimilor decenii.

Pentru noi cei de la Politehnică, asistenți, conferențiari și profesori, el a fost conducătorul recunoscut al cugetării noastre matematice.

Toată activitatea lui științifică a fost pusă în serviciul înalt al tehnicii. Trăind în mijlocul nostru, al inginerilor, și-a adaptat puternica sa personalitate matematică la rezolvarea problemelor de fizică-matematică, așa de utile tehnicienilor.

Nu a fost asistent, conferențiar sau profesor căruia Nicolae Ciorănescu să nu-i fi rezolvat problema ce-l muncea.

O singură problemă a rezolvat-o fără să ne-o comunice.

Taina morții.

. . . . . .

Acest prisos de bogăție intelectuală, Nicolae Ciorănescu l-a pus în slujba învățămîntului superior tehnic.

El rămîne una dintre personalitățile conducătoare ale științei matematice romînești.

El a făcut din meseria de profesor un apostolat.

N. Ciorănescu a fost și rămîne un mare pedagog.

El întruchipează pe adevăratul dascăl, care a avut puterea să se dăruiască mereu, fără răsplată.

Singura lui bucurie a fost de a trăi el însuși în sufletul studenților. De aceea cele 28 de generații de ingineri, pe care i-a dăruit țării, îl poartă în suflet.

Numele lui este rostit cu venerație de inginerii de mine din adîncimile negre ale pămîntului, de inginerii mecanici în zgomotul trepidant al uzinelor, de inginerii aviatori în liniștea albastră a văzduhurilor.

El a fost timp de decenii straja credincioasă la intrarea în Politehnică. El plămădea, primul, masa amorfă a elevilor de liceu din care noi, aveam să formăm mai tîrziu, specialiști de înaltă calificare.

El realiza astfel, lucrul cel mai greu. El pregătea studenții să devină ingineri. De aceea studenții îi sînt recunoscători. Pentru ei, el este primul profesor universitar.

Cursul lui a devenit clasic. Studenții și profesorii rostesc în comun o formulă: „metoda Ciorănescu".

Da! Metoda Ciorănescu, caracterizată printr-o logică carteziană implacabilă, formularea precisă a problemelor cu toate greutățile inerente, demonstrații exacte și complete, legătură directă la nivel înalt cu realitățile fizice.

Savantul și profesorul Nicolae Ciorănescu s-au împletit armonios cu omul de înaltă ținută morală și patriotică.

El nu a beneficiat de avantajele unei glorii zgomotoase.

Gloria nu se dă decît acelora care o solicită.

Nicolae Ciorănescu nu a solicitat nimic.

El nu a trîmbițat valoarea internațională a lucrărilor sale științifice.

Ca orice om sensibil, a căutat să-și ascundă timiditatea și dragostea de oameni, prin glume și ironii, ce cădeau întotdeauna pe ridicol.

Acesta a fost savantul, profesorul și omul a cărui moarte indoliază astăzi, 4 aprilie 1957, întreaga intelectualitate romînească.

Nicolae Ciorănescu și-a legat indisolubil viața lui de evoluția Institutului Politehnic din București.

El a continuat cu cinste și merit, tradiția matematică creiată în Institutul nostru, de Tr. Lalescu, D. Emanuel, Gh. Țițeica și D. Pompei și rămîne unul dintre adevărații făuritori ai învățămîntului superior matematic în țara noastră.

Prof. D. DUMITRESCU
Membru corespondent al Academiei R. P. R.

LISTA LUCRĂRILOR ŞTIINŢIFICE PUBLICATE DE N. CIORĂNESCU

A. — MATEMATICI SUPERIORE

1. Sur une clase des polynomes attachée à une fonction intégrables. 3 pag. (Mathematica t. II. 1929, p. 134).
2. Sur quelques valeurs moyennes des fonctions et leurs applications. 7 pag. (Bulletin Math. de Soc. Romaine des. Sc. t. 31, 1929, p. 175).
3. Problème de Dirichlet pour les systèmes d'écuations du second ordre, 2 pag. (Comptes Rendus de l'Ac. des Sc. de Paris, t. 133, 1929, p. 31).
4. Le problème de Dirichlet pour les systèmes d'éq. du type elliptique et l'extension d'une relation fonctionelle de M. Hadamard 2 pag. (Ibifdem t. 188, 1929, p. 375).
5. Le problème de Dirichlet pour les systèmes d'écuations aux dérivées partielles du second ordre. Thèse-Paris 1929, 69 pag. (Gauthier-Villars Edit. Paris).
6. La méthode de Riemann pour les systèmes d'écuations du second ordre 2 pag. (Comptes Rendue de l'Ac. des Sc. de Paris t. 188 p. 1475).
7. La représentation par des intégrales définies de quelques séries élémentaires de l'Analyse, 5 pag. (L'Ensaignement Mathématique, Genève, XXVIII ann. p. 219).
8. Sur le problème de Dirichlet pour les systèmes linéaires d'équtions aux dérivées partielles du second ordre et du type elliptique. 6 pag. (Mathematica t. IV. p. 67).
9. Une expresion des modules des coefficients d'une fonction analytique, 6 pag. (Bull. de la Soc. Math. de France t. LV. 950 p. 210).
10. La résoluion du problème de Cauchy pou un systréme d'équation du second ordre par la méthode de Riemann, 10 pag. (Mathematische Zeitschrift B. 32, 1930, p. 481).
11. Sur certains problèmes inverses relatifs au potential. 2 pag. (Comptes Rendus de l'Ac. des Sc. de Paris, t. 190, p. 707).
12. Sur certains problèmes aux limites, directs ou inverses, pour les fonctions harmoniques, 4 pag. (Bulletin de Séc, Sc. de L'Académie Roumaine XIII-a ann. 930).
13. Sur une formule due à M. Pompeiu, 2 pag. (Bll. de Math. et de Phys. pures et appliquées de L'Ecole Polytechnique de Bucarest I, Ann. p. 153).

14. Le théorème de moyenne pour les fonctions métaharmonique. 2 pag. (ibidem II, Ann. pag. 13).
15. Le problèmes de Dirichlet harmonique et les médiations successives pag. 9. (Bulletins des Sc. Mathém. Paris. t. LIV, 1930).
16. L'approximation d'une fonction par une autre fonctions appartenant à une fonctionnelle linéaire donnée, et l'approximation d'un champ véctoriel quelconque par un champ irrotationnel, 4 pag. (Rendiconti della R. Acc. Naz. dei Lincei. Roma vol. XI. 1930, p. 159).
17. Sur les dérivées suivant des directions quelconques d'une fonction de plusieurs variables, 5 pag. (L'Enseignement Mathém. XXX, Ann. 1931, p. 50).
18. Sur les sommation des series trigonométriques, 6 pag. (Rendiconti della R. Acc. Naz. dei Lincei vol. XIII. 1931, p. 577).
19. Sur les fonctions harmoniques conjuguées, 9 pag. (Bull. des Sc. Mathém. T. XLVI 1932).
20. Sur l'intégration des équations différentielles linéaires avec les conditions initiales linéaires les plus générales, 18 pag. Buletinul Fac. de Ştiinţe Cernăuţi, Vol. V. 1931, p. 99).
21. Quelques équations fonctionelles caractérisant la fonction linéaire pag. 5. (Bulletin de la Séc. Sc. de l'acad. Roumaine XV Ann. 1932).
22. Sur les conditions linéaires dans l'intégration des équations différentielles ordinaires. 6 pag (Mathématiche Zeitschrift B. 35, p. 603).
23. Nouveaux problèmes sur les eq. aux dérivées partielles du second ordre et du type hyperbolique, 3 pag. (Compets Rendue de L'Ac. de Sc. Paris, t. 194, 1932, p. 2115).
24. Quelques propriétés des fonctions polyharmoniques en corélation avec certaines propriétés des polynomes. 2 pag. (ibidem t. 195. p. 409).
25. Sur la détermination d'une fonction harmonique par des conditions initiales globales. 5 pag. (Rendiconti della R. Acc. dei Lencei vol. XV, 1932, p. 628).
26. Sur la définition fonctionnelle des polynomes et quelques fórmules à deux et trois niveaux, 9 pag. (Bull. Mathém. de la Soc. Roumaine des Mathém. t. 33—34, 1932, p. 39).
27. Une équation fonctionnelle rencontré dans l'integration de L'équation $s = f(x, y)$. 3 pag. (Ibidem t. 33—34, 1932, p. 48).
28. Quelques nouvelles conditions initiales pour l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre. 18 pag. (Mathematica t. VI. 1932, p. 152).
29. Quelques nouveaux problèmes sur les fonctions harmoniques. 20 pag. (Annali di Mathem. pura ed. applic. S. XV, t. XI. 1932, p. 135).
30. Quelques inégalités relatives aux fonctions monotones. 4 pag. (Buletinul fac. Sc. Cernăuţi, vol. VI. 1932).
31. Sur les équations fonctionnelles du cosinus et du sinus circulaires et hyperboiques. 8 pag. (L'Enseignement Mathém. XXX-e Ann. 1932).
32. Sur une nouvelle généralisation des polynomes de Legendre ,14 p. (Acta Mathematica. Upsala, t. 61. p. 135).
33. Quelques propriétés des fonctions polyharmoniques en corélation avec certaines propriétés des polynomes (Math. vol. I. p. 184).

34. Quelques propriétés de moyenne des fonctions continues. (Bull. des Sc. Mathémat. t. LVII, 1933).
35. Quelques propriétés générales des fonctions continues. (Bull. Math. de la Soc. Roum. des Sc. t. 35. 1935).
36. L'intervalle de contraction pour les équation algébriques aux différances finies. 3 pag. (Bull. de L'Ec. Polytech. de Bucarest IV-a Ann. 1935, p. 97).
37. Sur une classe de polynomes à un parametre généralisant les polynomes de Legendre. 2 p. (Bull. Math. de la Soc. Roum. des Sc. t. 36 p. 27).
38. L'équation intégrale linéaire à limites variables et à un paramètre. 10 pag. (Ibiidem. t. 36. 1935, pag. 13).
39. Sur l'équation intégrale linéaire à limites fixes et à un paramètre. 10 pag. (Rendiconti del Seminario Matem. della R. Universita di Padova, Ann. V, 1934).
40. Sur la formule de Taylor. 5 pag. (L'enseignement Math. t. XXXII, 1933).
41. Sur une propriété générale des courbes planes fermées. 3 pag. (Bull. de la Séc. Sc. de L'Ac. Roum. XVI. Ann.).
42. Sur le développement d'une fonction analytique de fonc. analyt. et sur quelques conséquences, 2 pag. (Comptes Rendus de L'Ac. des Sc. de Paris t. 200, p. 627).
43. Sur les derivées polydimensionnelles d'une fonction de plusieur variables. 8 pag. (L'enseignement Mathém. XXXIV 1935, p. 220).
44. Une propriété caracteristique des fonctions polyharmonique 3 p. (Bul. Fac. de Ştiinţe din Cernăuţi, vol. VII. 1933, pag. 105).
45. Sur la definition de la monogénéité et les fonctions monogènes aréolairement, 43 pag. (Mathematica vol. XII, p. 26).
46. Un algorithme pour le développement d'une fonction analytique de fonc. analytique, 43 pag. (Bull. des Sc. Math. Paris. t. LX. 1936).
47. Sur les zéros des fonctions méromorphes et de certaines classes de polynomes. 3 pag. (Bull. Math. de la Soc. Roum. des Sc. T. 37. p. 9).
48. Sur les solutions les plus générales de certaines équations aux dérivées partielles du type elliptique. (Ibidem. t. 38. p. 3).
49. Une équation intégrale singulière et quelques généralisations des fonctions de Bessel. 5 pag. (Ibidem, t. 38, p. 11).
50. Une propriété caractéristique du paraboloide de rotation. 3 pag. (Bull. de L'Ec. Polyt. de Bucarest VI, Ann. p. 134).
51. Sur la représentation des fonctions analytiques des plusieurs variables réeles, 12 pag. (Bull. de la Soc. Mah. de France, t. LXV, 1937, p. 41).
52. Sur les fonctions analytiques de deux variables réeles. 8 pag. (Bull. Mathém. de la Soc. Roum. des Sc. t. 38, pag. 63).
53. L'itération des fonctions de moyenne. (Ibidem. t. 38, p. 71).
54. Sur la déformation des plaques élastiques dans le cas des données analytiques, 2 pag. (Comptes Rendus de L'Ac. des Sc. de Paris, t. 20. p. 215).
55. Sur la déformation des plaques sous l'action des charges nonuniforme. 6 pag. (Bull. de L'Ec. Polyt. de Bucarest, VII. Ann. p. 143).

56. Sur la représentation en suités de fonction polyharmonique du produit des deux fonctions analytiques, 6 pag. (Bull. Math. de la Soc. Roum. des Sc. T. 39, (13) p. 1).

57. Sur les coefficients harmoniques d'une fonction analytique de deux variables réeles, 8 pag. (Ibidem. t. 39, (2) p. 63).

58. Sur certaines infinies, dont les termes sont definies par des relations de récurrence, 5 pag. (Revue Math. de L'Union Interbalkanique, t. II. p. 27).

59. Sur les represéntation des fonctions analytiques de plusieurs variables réeles. 5 pag. (Bull. Math. de Soc. Roum. des Sc. t. 40).

60. Sur les fonctions de deux variables réelles douées d'analyticité hyperbolique, 10 pag. (va apare în Mathematica pe 1938. Comunicată la Soc. rom. de Mat. în Decembrie 1937).

61. Une généralisation de la première formule de la moyenne et les polynomes de Tchebichef. 2 pag. (Comptes Rendus de l'Acad. des Sc. de Paris, t. 206, 1938, p. 1782).

62. Le mouvement d'un point matériel dans un milieu résistant sous l'action d'une force centrale. (Bull. de Séc. Sc. de l'Ac. Roum., 5 pag. 1940 t. XXIII nr. 3).

63. La dérivée moyenne d'une fonction et certaines équations fonctionnelles. (Publicațiile Inst. de Cercetări științifice „Disquisitiones matematicae et physicae", extrait du Tome I, 1940).

64. Sur les propriétés générale des mouvements Balistiques, (Bull. de Séc. Sc. de l'Ac. Roum. 7 pag. 1940, t. XXII, nr. 10).

65. Quelques formules de moyenne et quelques inégalités entre les valeurs moyennes des fonctinos monotones. (Bull. de L'Ec. Polyt. de Bucarest, nr. 1, et 2, 1941, 4 p.).

66. Sur un problème pour les fonctions harmoniques dans un cercle (Bull. de L'Ec. Polyt. de Bucarest, Ann. XVII, nr. 1—2, 1942, p. 5).

67. Une nouvelle formule de moyenne integro-differentielle (Bull. Math. de la Soc. Roum. des Sc. t. 46 (1—2), 1944, p. 6).

68. Sur la détermination des fonctions harmoniques par les valeurs sur les variétés caractéristiques. (Mathematica, vol. XX, 1944, pag. 137-147, 10 pag.).

69. Sur les fonctions analytiques de plusieurs variables réelles. (Analele Acad. Romîne, memoriile Sect. Ştiin. Seria III, tomul XIX, num. 10, 38 pag., 1943).

70. Serii de frecvențe ce comportă interpretări geometrice spațiale. (Institutul Central de Statistică, extras din Anale, 5 pag. 945).

71. Quelques formules d'équivalence ou de moyenne. (Matematica, vol. XXII, pag. 91—101, 1946).

72. Le procédé de la dichotomie et le système dyadique dans la théorie des ensambles linéaires bornés. (Bull. de l'Inst. Polyt. de Jassy, Tom. 4 pag. 337—339.

73. Ecuațiile regulate ale unor ecuații diferențiale lineare de ordinul al II-lea cu coeficienți variabili. (Acad. R. P. R., Bul. Științific, Tom. I, nr. 8 iulie 1949).

74. Structura simbolică sau analitică a integralei generale a unor ecuații cu derivate parțiale de ordinul al doilea cu coeficienți constanți. (Acad. R.P.R., Bul. Științific, Tomul I, nr. 5, aprilie 1949), 9 pag.
75. Integrarea unor ecuații lineare cu derivate parțiale și coeficienți constanți de ordin oarecare. (Analele Acad. R.P.R., Seria A, Tomul II. Memorial 19, 1949, 8 pag.).
76. Asupra reprezentării prin serie simplă a soluției regulate a ecuației lui Green. (Acad. R.P.R., Bul. Științific, Tomul II, nr. 4, aprilie 1949, 5 pagini).
77. O clasă de ecuații lineare cu derivate parțiale de ordinul al doilea, integrabile prin sisteme de ecuații diferențiale lineare ordinare. (Acad. R.P.R., Studii și Cercetări matematice, Tomul V, nr. 3).
78. O generalizare a funcțiilor lui Bessel și aplicațiile la integrarea unor ecuații lineare cu derivate parțiale de ordin oarecare. (Bul. Științific, Tomul VI, nr. 3, 1954, 9 pag.).
79. Asupra unei ecuații cu derivate parțiale de ordinul al doilea și o nouă generalizare a funcțiilor lui Bessel. (Bul. Inst. Politehnic București, Tomul XVIII, Fascicola Matematică nr. 1—2, 4 pag.).

B. — MONOGRAFII ȘTIINȚIFICE

1. Ecuațiile Mecanicei Analitice. În colecția de monografii științifice publicate de Academia Romînă, 103 pag. Monitorul Oficial 1939.
2. Funcțiile analitice de mai multe variabile reale. Acad. Rom. 1944.

C. — LUCRARI DIDACTICE

1. Curs elementar de Algebră Superioară. Partea I-a, 216 pag. Edit. Cartea Romînească 1934.
2. Curs elementar de Algebră Superioară. Partea II-a, 187 pag. Editura „Universul" 1936.
3. Cursul de Algebră de la Anul Preparator, al Școalei Politehnică din București, litografiată, în mai multe ediții, care nu diferă însă esențial de cele două precedente.
4. Curs de Analiză Matematică, 2 vol. litografiat, Ed. Inst. Politehnic, 1952.
5. Curs de Algebră și Analiză Matematică, 1 vol. Ed. Tehnică, 1955, 722 pag.
6. Culegere de probleme de algebră și analiză matematică. Sub tipar. Editura Tehnică.
7. Curs de Matematici speciale — Manuscris — 6 volume.

D. — MATEMATICI ELEMENTARE

1. Integrala logaritmică a unei funcțiuni. (Gazeta Matematică, vol. XXX-II, 1929, pp. 44—47).
2. O expresie a constantei lui Euler ca limită. (Ibidem, vol. XXXV, 1929, pp. 414—415).

3. Asupra limitării rădăcinilor unei clase de ecuații algebrice. (Ibidem, vol. XXXVII, 1931, pp. 201—202).
4. Cîțiva determinanți. (Ibidem, vol. XL, 1934, pp. 115—116).
5. Asupra unor determinanți. (Ibidem, vol. XL, 1934, pp. 196—202).
6. Medii definite prin operații de mediație aritmetică asupra argumentelor unor funcțiuni. (Ibidem, vol. XLI, 1935, pp. 71—74).
7. Quelques remarques relatives à la derivée superficielle d'une fonction de deux variables. (Bull. de Math. et de Physique de L'Ecole Polytech. de Bucarest, VII, Ann. pp. 43—45).
8. Deux éq. fonctionelles et quelques propriétés de certaines coniques. (Ibidem, IX, Ann., 1938).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 1—2

INFORMAȚII

ASPIRANȚII CARE ȘI-AU SUSȚINUT LUCRAREA DE DIZERTAȚIE ÎN CADRUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI ÎN PERIOADA 1 I. — 30 VI. 1957

Nr. crt.	Numele și pronumele candidatului	Titlul lucrării de dizertație	Conducătorul științific
1	Aurelian Călușaru	Mecanismul de formare a pulberilor metalice prin electroliză la deosități ridicate de curent.	Prof. Dr. I. Atanasiu
2	Vasile M. Cătuneanu	Teoria și tehnica antenelor din conductori	Prof. Gh. Cartianu
3	Marius Protopopescu	Cercetări experimentale asupra fundamentelor științifice ale durificării aliajelor ușoare cu baza de Al cu aplicare la unele aliaje industriale de interes pentru R. P. R.	Acad. Prof. Dr. Traian Negrescu
4	Corneliu Mihai Drăgănescu	Capacitățile tuburilor electronice și dependența lor de condițiile de funcționare.	Prof. Dr. ing. Tudor Tănăsescu Membru corespondent al Academiei R. P. R.
5	Mircea Cazacu	Mișcări unidimensionale nepermanente ale fluidelor compresibile în cazul variațiilor mici de presiuni cu aplicații la lovitura de berbec.	Prof. Dr. D. Dumitrescu Membru corespondent al Academiei R. P. R.

ERATĂ

Pag.	rîndul	în loc de	se va citi
6	6	zgnrii	zgurii
7	7	caluulat	calculat
24	18	окисляюшей	окисляющей
24	19	спобности	способности
41	6	c arito	clarito
44	2	fuzitizai	fuzitizat
89	1 de jos	suise	mise
89	1 de jos	ariet	arrêt
96	2 de jos	critères	critériums
107	15	короткое	краткое
107	7 de jos	—	Méthode de calcul des régimes optima de taille
117	26 de jos	araf	Paraf
134	9	происходящего	найденного
134	10	из	при
134	10	раскопок	раскопах
150	1	технически	технические
170	1	растворитых	растворимых
170	2	времия	время
194	24	эиаков	знаков
206	1	некпоторых	некоторых
232	1	укреилъние	укрепление
232	13 de jos	L'O	100
234	colontitlu	încostreli	încastraţi
238	8 de jos	flambagà	flambage
238	7 de jos	elstiquement	elastiquement
321	3	витума	битума
360	12	подучении	получении
361	1	nelineatităţii	nelinearităţii

MŰSZAKI KÖNYVTÁR-ORSZÁGOS
1838

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

In continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, unul în limba rusă și celălalt în limba franceză, germană, sau engleză, la alegerea autorului. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu: numele și inițialele de pronume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Intreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

F 1130

KAE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

Országos Műszaki Könyvtár TULAJDONA

TOMUL XIX — FASCICULA 3—4

IULIE — DECEMBRIE 1957

BUCUREŞTI 1958

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

apare, cu patru fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul Politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara Institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu Redacţia şi Administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

издаётся в четырех годовых выпусках продолжением прежних научных периодических журналов «Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées» и «Buletinul Politehnicei din Bucureşti».

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с Редакцией и Руководством Бюллетеня производится по адресу

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(*с указанием* „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

est une publication trimestrielle, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'Institut.

Pour la correspondance et les échanges des publications l'adresse est la suivante:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului)

KÖNYVTÁR·ORSZÁGOS·MŰSZAKI·

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

TOMUL XIX — FASCICOLA 3—4

IULIE — DECEMBRIE 1957

LITOGRAFIA ŞI TIPOGRAFIA ÎNVĂŢĂMÎNTULUI BUCUREŞTI

COMITETUL DE REDACȚIE:

Prof. *Antoniu S. Ion*, Prof. *Ausländer Iosif*, Prof. *Buzdugan Gh.*, Conf. *Călin Sergiu;* Prof. *C. Ionescu-Bujor*, Prof. *Ionescu Tudor;* Acad. Prof. *Negrescu Traian;* Acad. Prof. *Nenițescu Costin;* Prof. *Nicolau Edmond;* Conf. *Pollingher Adolf;* Prof. *Rădulet Remus*, membru corespodent al Academiei R. P. R.; Prof. *Tănăsescu Tudor*, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Redactor responsabil: *Prof. C. Dinculescu*,
membru corespondent al Academiei R.P.R.

SUMAR

MATEMATICĂ

Pag.

C. IONESCU BUJOR — Asupra unor grupuri de transformări 15
C. IONESCU BUJOR — Asupra invarianților unui grup de transformări 27
M. GUTMANN — Unele observații asupra unui grup de transformări cu un parametru pe spațiul Zn 31
M. GUTMANN — Un criteriu elementar de stabilitate și extinderea lui la o clasă de funcții de transformări transcendente uniforme 37
M. GUTMANN — Unele elemente de mecanică areolară . . 45
M. IORGA — Noi procedee pentru identificarea ordinei de succesiune a vîrfurilor la poligoanele de intersecție a două poliedre 55
A. TĂNĂSESCU — Metoda paraurmelor în sistemul de proiecție Monge 69

FIZICA

I. AGÎRBICEANU, N. STĂNESCU, A. POPA, I. VIEROȘANU — Randamentul ultraviolet al unui tub de descărcare cu aer 79
V. PAVLU, L. SECHTER — Adaptor pentru înregistrare directă la polarografuI model Heyrovsky V 301 89
L. BARBICI — Cristalele Seignette și studiul fotoelastic al acestor cristale tăiate paralel cu axa cristologrаfică . . 95
D. ANGHELESCU — Despre difuzia atomilor de toron în emulsia plăcilor nucleare 99

MECANICA

R. VOINEA, P. BARANY — Asupra mișcării unui punct material pe o suprafață de rotație 103
E. FISCHER — Asupra rezolvării problemelor de statică cu frecare 117

Pag.

HIDRAULICĂ

D. TAȘCĂ — Contribuții la studiul similitudinei turbomașinilor 123
ST. ZAREA — Asupra mișcării elicoidale nepermanente a fluidelor vîscoase 133

CHIMIE ȘI TEHNOLOGIE ORGANICĂ

I. BLUM, D. IONESCU, B. BERCOVICI — Studiul P.H.-ului cărbunilor din R.P.R. 143
I. BLUM, FR. BOLCHI, G. MUSCĂ — Cercetarea posibilităților de brichetare fără liant a cărbunilor bruni lemnoși (ligniți) 155
I. BLUM, FR. BOLCHI, E. KABA, E. VEREȘ — Studiul caracteristicilor de cocsificare a diferitelor sorturi granulometrice din cărbunii din Valea Jiului 173

CHIMIE ANORGANICĂ ȘI ANALITICĂ

P. SPACU, A. OVANESIAN, D. GĂVĂNESCU — Contribuții la utilizările analitice ale clorominei T 183

ELECTROCHIMIE

A. ATANASIU, L. BLUM, M. POPESCU — Reducerea electrolitică a p-nitrofenetolului la p-fenetidină 189
S. SOLACOLU, P. BALTĂ, R. DINESCU — Termobalanță electronică diferențială 199
GH. HAGYMAS — Unele considerațiuni critice asupra problemei puterii de pătrundere a electroliților 205

ELECTROTEHNICĂ

C. MOCANU — Transfigurări topologice ale rețelelor electrice 215

MAȘINI ȘI APARATE ELECTRICE

C. APETREI — Metoda de proiectare a mașinilor de curent continuu cu caracteristice funcționale impuse 255

ELECTRONICĂ

E. NICOLAU, E. LĂBUȘCĂ, GH. STANCU — Cercetări asupra feritelor indigene 275
M. BERLADSCHI — Amplificatori cu tub tranzitron . . . 289

RADIOCOMUNICAȚII

A. MIRCEA, G. ZAMFIR — Răspunsul cuadripolilor liniari la oscilații cu modulație de frecvență 299

Pag.

TELEFONIE-TELEGRAFIE

S. CONDREA — Circuitele nereciproce cu elemente pasive și active 319

TEORIA VIBRAȚIILOR

GH. BUZDUGAN — Asupra metodelor de calcul pentru determinarea amplitudinilor și frecvențelor proprii ale vibrațiilor fundațiilor de mașini. 333

TERMOTEHNICA ȘI CONSTRUCȚII DE MAȘINI

M. POSTELNICESCU — Contribuții la calculul suprafețelor fierbătoare de convecție ale cazanelor de aburi cu țevi de apă 345
M. RENERT, G. TĂNASE — Contribuții la calculul flanșelor . 357

METALURGIE

AL. RĂU — Contribuții la stabilirea relațiilor dintre cantitatea de incluziuni nemetalice și elaborarea oțelului de rulmenți 369
AL. RĂU, S. DASCĂLU — Contribuții la stabilirea relațiilor dintre modul de elaborare și incluziunile nemetalice într-un oțel nealiat 377

RECENZII

R. STERE — Măsurări în radiotehnica de Edmond Nicolau . 387
GH. BUZDUGAN — Calculul de rezistență în construcția de mașini de S. D. Ponomarev, V. L. Biderman, K. K. Liharev, V. M. Makușin, M. N. Malinin, V. I. Feodosiev . . 391

NOTE

C. DINCULESCU — Aniversarea a 250 ani de la înființarea primii școli de învățământ tehnic superior civil din Praga (C.S.R.) 393

INFORMAȚII 395

СОДЕРЖАНИЕ

Математика

Pag.

К. ИОНЕСКУ—БУЖОР—По поводу некоторых групп преобразований 15
К. ИОНЕСКУ—БУЖОР—По поводу инвариантов группы преобразований 27
М. ГУТМАНН—Некоторые примечания относительно группы преобразований с одним параметром в пространстве Z_n. 31
М. ГУТМАНН—Новый элементарный критерий устойчивости и его примененне к классу передаточных, трансцендентых и однозначных функций 37
М. ГУТМАНН—Некотоые элементы секториальной механики 45
М. ИОРГА—Новые спссобы для определения порядка последовательности вершин многогранников 55
А. ТАНАСЕСКУ—Метод параследов в проэкционной системе Монжа. 69

Физика

I. АГИРБИЧЕАНУ, Н. СТАНЕСКУ, А ПОПА, I. ВИЕРОШАНУ—Ультрафиолетовый коэффициент полезного действия воздушной разрядной трубки 79
В. ПАВЛУ—Л. ШЕХТЕР—Аппарат, применяющийся для прямой регистрации полярографа типа Гейровский V 301. 89
Л. БАРБИЧ—Исследование фотоэластичности кристаллов сегнетовой соли 95
Д. АНГЕЛЕСКУ—По поводу диффузии атомов торона в эмульсии толстослойных пластинок 99

Механика

Р. ВОЙНЕА, П. БАРАНИ—По поводу движения материальной точки по поверхности вращения 103
Е. ФИШЕР—О решении вопросов статики с трением . . . 117

Гидравлика

Pag.

Д. ТАШКА—К вопросу об исследовании сходства турбомашин 123
Ш. ЗАРЯ—Неустановившееся винтовое движение вязких жидкостей. 133

Химия и органическая технология

И. БЛЮМ, Д. ПОПЕСКУ, Б. БЕРКОВИЧ—По поводу исследования pH угля, встречающегося на территории Румынской Народной Республики 143
И. БЛЮМ, Ф. БОЛКИ, Г. МУСКА—Брикетирование бурого древесного угля. 155
И. БЛЮМ, Ф. БОЛКИ, Е. КАБА, Е. ВЕРЕШ—Исследование характеристик коксификации различных гранулометрических сортов угля, добываемых в долине реки Жиу. . 173

Неорганическая и аналитическая химия

П. СПАКУ, А. ОВАНЕСИЯН, О. ГАВАНЕСКУ—К вопросу об аналитическом применении хлорамина Т. 183

Электрохимия

И. АТАНАСИУ, Л. БЛЮМ, М. ПОПЕСКУ—Восстановление п — нитрофенетола в п — фенетидин. 189
С. СОЛАКОЛУ, П. БАЛТА, А. ДИНЕСКУ—Дифференциальные электоронные весы. 199
Г. ХАДЖИМАШ—К вопросу о рассеивающей способности злектролитов. 205

Электротехника

К. МОКАНУ—Топологисеские видоизменения здектрических сетей. 215

Машины и электрическая аппаратура

К. АПЕТРЕЙ—Метод проектирования машин постоянного тока с заданными функциональными характеристиками 255

Электроника

Е. НИКОЛАУ, Е. ЛАБУШКА, Т. СТАНКУ—Исследования по поводу ферритов румынской фабрикации. 275

Pag.

М. БЕРЛАДСКИЙ—Транзитронные усилители. 289

Радиосвязь

А. МИРЧА, Г. ЗАМФИР—Прохожденне частотно модулированных сигналов через четырехполюснки. 299

Телефония-Телеграфия

С. КОНДРЯ—Цепи, не удовлетворяющие принципу взаимности с пассивными и активными элементами. . . . 319

Теория вибрации

Г. БУЗДУГАН—По поводу методов расчета для определения амплитуд и частот собственных вибраций фундаментов машин. 333

Термотехника и машиностроение

М. ПОСТЕЛЬНИЧЕСКУ — К вопросу о расчете величины кипящих конвективных поверхностей паровых водотрубных котлов. 345

М. РЕННЕРТ, Г. ТАНАСЕ. — К вопросу о расчете фланцев. Расчет жестких фланцев. 357

Металловедение

А. РЭУ — К вопросу об установлении зависимости количества неметаллических включений от условий выплавки шарикоподшипниковой стали 369

А. РЭУ, С. ДАСКЖУ—К вопросу об установлении зависимости содержання неметалличес их включений в углеродистых сталях от условий их выплавки. 377

Рецензии

Р. СТЕРЕ—Хзмерения в радиотехнике проф. Э. Николау . 387

Г. БУЗДУГАН—Расчеты а прочность в машиностроении—С. А. Пономарев, В. Л. Бидерман, К. К. Лихарев, В. М. Макушин, Н. Н. Малинин, В, И. Федосьев. 391

Сообщения

К. ДИНКУЛЕСКУ — Празднова ие 250-летнего юбилея со дня откры ия первог гражд нского В.Т.У.З.-а в Праге. 393

ИЗВЕСТИЯ 395

SOMMAIRE

Pag.

MATHEMATIQUES

C. IONESCU BUJOR — Sur certains groupes de transformations. 15
C. IONESCU BUJOR — Au sujet des invariants d'un groupe de transformations 27
M. GUTMANN. — Quelques remarques sur un groupe de transformations à un paramètre sur l'espace Z_n . . 31
M. GUTMANN — Un nouveau critère élémentaire de stabilité et son extension à une classe de fonctions de transfert, transcendentes, uniformes 37
M. GUTMANN — Quelques éléments de mécanique aréolaire 45
M. IORGA — Nouveaux procedés pour l'identification de l'ordre de succession des sommets dans les polygones d'intersection de deux polyèdres 55
A. TĂNĂSESCU — La méthode des paratraces dans le système de projection Monge 69

PHYSIQUE

I. AGÎRBICEANU, N. STĂNESCU, A. POPA, I. VIEROȘANU — Le rendament ultraviolet d'une décharge en air . . 79
V. PAVLU, L. SCHECHTER — Adapteur paur l'enregistrement direct au polarographe Heyrovsky 301 V. . . . 89
L. BARBICI — L'étude photoélastique des cristaux du sel de la Rochelle 95
D. ANGHELESCU — On the Diffussion of Thoron Atoms in the Emulsion of Nuclear Research Plates 99

MECANIQUE

R. VOINEA, P. BARANY — Le mouvement d'un point matériel sur une surface de révolution 103
E. FISCHER — Sur la solution des problèmes de statique à frottement 117

HYDRAULIQUE

D. TAȘCĂ — Contributions à l'étude de la similitude des turbomachines 123
ST. ZAREA — Sur le mouvement hélicoidal non-permanent des fluides visqueux 133

Pag.

CHIMIE ET TECHNOLOGIE ORGANIQUE

I. BLUM, D. IONESCU, B. BERCOVICI — L'étude du pH des charbons de la R.P.R. 143
I. BLUM, FR. BOLCHI, G. MUSCĂ — Untersuchungen über die möglichkeiten holzigen braunkohlen brikettieren. . 155
I. BLUM, FR. BOLCHI, E. KABA, E. VEREȘ — Untersuch ung der verkokungseigenschaften verschiedener granulometrischer kohlensorten des Jiu Tales 173

CHIMIE ANORGANIQUE ET ANALITIQUE

P. SPACU, A. OVANESIAN, D. GĂVĂNESCU — Contributions à l'emploi de la chloramine T dans la Chimie Analytique 183

ELECTROCHIMIE

I. ATANASIU, L. BLUM, M. POPESCU — La réduction du p-nitrophénétol à p-phénétidine 189
S. SOLACOLU, P. BALTĂ, R. DINESCU — Une thermobalance élétronique différentielle 199
GH. HAGYMAȘ — Au sujet de la puissance de pénétration des solutions des éléctrolytes 205

ELECTROTECHNIQUE

C. MOCANU — The topological transformations of the electrical networks 215

MASCHINES ET APPAREILS ÉLECTRIQUES

C. APETREI — Une méthode de calcul des maschines à courant continu ayant les caractéristiques fonctionelles données 255

ELECTRONIQUES

E. NICOLAU, E. LĂBUȘCĂ, GH. STANCU — Recherches sur les ferrites indigènes 275
E. BERLADSKI — Electronic osocillator with external non-linearity 289

RADIOCOMMUNICATIONS

A. MIRCEA, G. ZAMFIR — Calcul de la réponse des quadripôles linéaires aux oscillations modulées en fréquence . . 299

TELEPHONIE ET TELEGRAPHIE

S. CONDREA — Circuit non-réciprociques à éléments passifs et actifs 319

Pag

LA THEORIE DES VIBRATIONS

GH. BUZDUGAN — Über die Berechnungsverfahren der Eigenfrequenzen und Schwingweiten von Maschinenfundamenten 333

THERMOTECHNIQUE ET CONSRUCTION DE MASCHINES

M. POSTELNICESCU — Contributions au calcul des surfaces de convection pour la vaporisation de l'eau dans les chaudières à vapeur multibulaires 345

M. RENERT, G. TĂNASE — Beiträge zur Berechnung von Flanschverbindungen (III). Berechnung fester Flanschèen 357

METALLURGIE

AL. RĂU — Contributions to establish relation between the quantity of nonmetalic inclusions and the melting process of roller bearing steel 369

AL. RĂU, S. DASCĂLU — Contributions to establish relation between melting process and nonmetalic inclusions by carbon-steel 377

COMPTES RENDUS

R. STERE — Mesurages en radiotechnique par prof. Ed. Nicolau 387

GH. BUZDUGAN — Le calcul de rezistance dans la construction des machines par S. D. Ponomarev, V. L. Biderman, K. K. Liharev, V. M. Makuskin, N. N. Malinin, V. I. Feodosiev 391

NOTES

C. DINCULESCU — L'aniversaire de 250 ans depuis la fondation de la premiere école d'enseignement technique civil de Prague 393

INFORMATIONS 395

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

MATEMATICĂ

517 5

ASUPRA UNOR GRUPURI DE TRANSFORMĂRI*)

de CONSTANTIN IONESCU-BUJOR

1°. GRUPUL DE OMOLOGII $\omega_2, (O, \lambda)$. Îmi propun să determin, în spațiul proiectiv bidimensional ecuațiile omologiilor care au drept centru punctul O $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ și ca axă de omologie polara triliniară Δ a acestui punct în raport cu triunghiul fundamental:

$$(\Delta) \qquad \frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_2} + \frac{x_3}{\alpha_3} = 0.$$

Considerînd că o astfel de omologie transformă vîrfurile A_1 (1, 0, 0), A_2 (0, 1, 0), A_3 (0, 0, 1) ale triunghiului fundamental în B_1 $(\lambda\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, B_2 $(\alpha_1, \lambda\alpha_2, \alpha_3)$, B_3 $(\alpha_1, \alpha_2, \lambda\alpha_3)$, o vom nota $\omega_2(O, \lambda)$, λ fiind un parametru, mulțimea de omologii $\omega_2(O, \lambda)$ va fi notată $[\omega_2]$.

Dacă $M(x_1, x_2, x_3)$ este un punct al planului și M_1 (y_1, y_2, y_3) transformatul său prin omologia $\omega_2(O, \lambda)$, se pot scrie ecuațiile omologiei sub următoarea formă care este caracteristică omologiilor $\omega_2(O, \lambda)$:

$$\begin{aligned} \varrho\frac{y_1}{\alpha_1} &= \lambda\frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_2} + \frac{x_3}{\alpha_3} \\ \varrho\frac{y_2}{\alpha_2} &= \frac{x_1}{\alpha_1} + \lambda\frac{x_2}{\alpha_2} + \frac{x_3}{\alpha_3} \\ \varrho\frac{y_3}{\alpha_3} &= \frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_2} + \lambda\frac{x_3}{\alpha_3}. \end{aligned} \qquad (1)$$

Determinantul transformării fiind

$$D = \frac{(\lambda-1)^2(\lambda+2)}{\alpha_1\alpha_2\alpha_3},$$

rezultă că se vor excepta valorile $\lambda = 1$, $\lambda = -2$.

Ecuațiile (1) caracterizează omologiile care au pe O drept centru de omologie și pe Δ axă de omologie, întrucît căutînd punctele duble ale omografiei definită de aceste ecuații, se găsește că ele exprimă o omologie cu punct dublu O și cu Δ dreaptă de puncte duble.

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

Se știe că mulțimea de omologii $[\omega_2]$ formează un grup.

2°. OMOLOGIILE $\omega_p\ (O, \lambda)$. Consider în spațiul proiectiv cu p dimensiuni L_p transformările definite de ecuații similare ecuațiilor (1). Fiind dat punctul $O(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_{p+1})$, voi numi $\omega_p\ (O, \lambda)$ transformarea proiectivă care transformă punctul $M\ (x_1, x_2, \cdots, x_{p+1})$ în $M_1\ (y_1, y_2, \cdots, y_{p+1})$ cu ecuațiile

$$\varrho \frac{y_i}{\alpha_i} = \frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_2} + \cdots + \frac{x_{i-1}}{\alpha_{i-1}} + \lambda \frac{x_i}{\alpha_i} + \frac{x_{i+1}}{\alpha_{i+1}} + \cdots + \frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}} \qquad (2)$$

$$(i = 1, 2, \cdots, p+1).$$

Determinantul transformării fiind

$$D = \frac{(\lambda - 1)^p\ (\lambda + p)}{\alpha_1\ \alpha_2 \cdots \alpha_{p+1}},$$

rezultă că λ ia valori diferite de 1 și de $-p$; fiecărei valori a lui λ corespunde o tranformare $\omega_p\ (O, \lambda)$.

Numesc $[\omega_p]$ mulțimea acestor transformări.

Transformările $\omega_p\ (O, \lambda)$ au în spațiul E_p o semnificație geometrică analoagă aceleia pe care o au transformările $\omega_2\ (O, \lambda)$ în E_2. În adevăr, punctele duble ale transformării $\omega_p\ (O, \lambda)$ sînt date de sistemul

$$\frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_2} + \cdots + \frac{x_{i-1}}{\alpha_{i-1}} + (\lambda - \varrho) \frac{x_i}{\alpha_i} + \frac{x_{i+1}}{\alpha_{i+1}} + \cdots + \frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}} = 0 \qquad (3)$$

$$(i = 1, 2, \cdots, p+1)$$

unde ϱ ia ca valori rădăcinile ecuației:

$$\begin{vmatrix} \lambda - \varrho & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & \lambda - \varrho & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & \lambda - \varrho & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & \lambda - \varrho \end{vmatrix} = 0$$

sau

$$(\lambda - \varrho - 1)^p\ (\lambda - \varrho + p) = 0.$$

Pentru $\varrho = \lambda + p$ se găsește că O este punct dublu. Pentru $\varrho = \lambda - 1$, se găsesc o infinitate de puncte duble în hiperplanul

$$(\Delta) \qquad \frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_2} + \cdots + \frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}} = 0. \qquad (4)$$

Transformările $\omega_p\ (O, \lambda)$ sînt omologii cu centru O și hiperplan de omologie Δ.

Fie în E_p, $(p+1)$ — punctul $A_1\ A_2 \ldots A_{p+1}$ unde $A_1\ (1, 0, 0, \ldots, 0)$, $A_2\ (0, 1, 0, \ldots, 0)$, $A_3\ (0, 0, 1, \ldots, 0), \ldots, A_{p+1}\ (0, 0, 0, \ldots, 1)$ Prin transformarea $\omega_p\ (O, \lambda)$ punctul A_i se transformă în $B_i\ (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \lambda\alpha_i, \ldots, \alpha_{p+1})$, $(i = 1, 2, \ldots, p+1)$.

Coordonatele unui punct al dreptei A_1O fiind

$$(\alpha_1+\mu,\ \alpha_2,\ldots,\ \alpha_{p+1}),$$

intersecția dreptei A_1O cu hiperplanul $A_2A_3\ldots A_{p+1}$ de ecuație

$$x_1=0$$

este punctul C_1 $(0,\ \alpha_2,\ \alpha_3,\ldots,\ \alpha_{p+1})$. În general, intersecția dreptei A_iO cu hiperplanul $x_i=0$ este punctul C_i $(\alpha_1,\ \alpha_2,\ldots,\ \alpha_{i-1},\ 0,\ \alpha_{i+1},\ldots,\ \alpha_{p+1})$.

Hiperplanul $C_2C_3\ldots C_{p+1}$ are ecuația

$$(p-1)\frac{x_1}{\alpha_1}-\frac{x_2}{\alpha_2}-\cdots-\frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}}=0.$$

Un hiperplan care trece prin intersecția hiperplanului $x_1=0$ cu hiperplanul $C_2C_3\ldots C_{p+1}$ are ecuația

$$\mu x_1+(p-1)\frac{x_1}{\alpha_1}-\frac{x_2}{\alpha_2}-\cdots-\frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}}=0.$$

Luînd $\mu=-\frac{p}{\alpha_1}$, rezultă că hiperplanul Δ trece prin intersecția hiperplanelor $x_1=0$ și $C_2C_3\ldots C_{p+1}$.

La fel se arată că hiperplanul Δ conține intersecția hiperplanelor

$$x_i=0,\quad C_1C_2\cdots C_{i-1}\,C_{i+1}\cdots C_{p+1}.$$

Rezultă că în spațiul E_p, hiperplanul Δ are față de punctul O și de $(p+1)$ — punctul $A_1A_2\ldots A_{p+1}$ același rol pe care în spațiul proiectiv bidimensional îl are polara triliniară a punctului O în raport cu triunghiul fundamental.

3°. CORESPONDENȚA ÎNTRE OMOLOGIILE $\omega_p(O,\lambda)$ ȘI PUNCTELE UNEI DREPTE CARE TRECE PRIN O.

a) Ecuațiile (2) ale omologiei $\omega_p(O,\lambda)$ se mai scriu

$$\varrho\,y_i=(\lambda-1)x_i+\alpha_i\left(\frac{x_1}{\alpha_1}+\frac{x_2}{\alpha_2}+\cdots+\frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}}\right)$$
$$(i=1,2,\cdots,p+1)$$

și dacă

$$\varrho'=\frac{\varrho}{\frac{x_1}{\alpha_1}+\frac{x_2}{\alpha_2}+\cdots+\frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}}},\qquad \lambda'=\frac{\lambda-1}{\frac{x_1}{\alpha_1}+\frac{x_2}{\alpha_2}+\cdots+\frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}}},$$

avem

$$\varrho'\,y_i=\lambda'x_i+\alpha_i,\qquad (i=1,2,\cdots,p+1),$$

ecuații care exprimă faptul că M_1 se află pe dreapta OM.

b) Ecuațiile (2) se mai scriu

$$\varrho\, y_i = \lambda\, x_i + \alpha_i \left(\frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_2} + \cdots + \frac{x_{i-1}}{\alpha_{i-1}} + \frac{x_{i+1}}{\alpha_{i+1}} + \cdots + \frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}} \right) \quad (5)$$

$$(i = 1,2, \cdots, p+1).$$

Din acestea rezultă că punctul

$$N\left[\alpha_1 \left(\frac{x_2}{\alpha_2} + \cdots + \frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}} \right),\ \alpha_2 \left(\frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_3}{\alpha_3} + \cdots + \frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}} \right), \cdots \right]$$

se află pe dreapta $M M_1$, deci pe $O M$.

Relațiile (5) exprimă, în același timp, că pentru o valoare dată lui λ, deci pentru o omologie $\omega_p (O, \lambda)$ corespunde pe $O M$ un punct M_1, transformat al lui M prin această omologie. Reciproc, punctului M_1 luat pe OM îi corespunde o valoare λ, deci o omologie $\omega_p (O, \lambda)$ prin care M se transformă în M_1. Astfel, între punctele dreptei $O M$ și valorile parametrului λ există o corespondență biunivocă. Se exceptează din mulțimea valorilor lui λ valorile $\lambda = 1$, $\lambda = -p$, iar din mulțimea punctelor dreptei OM punctul O și punctul în care OM întâlnește hiperplanul Δ.

c) Dacă în relațiile (2) se înlocuiește

$$\lambda = \frac{\lambda'}{\lambda''} \text{ și } \varrho' = \varrho \lambda'',$$

ele se scriu

$$\varrho' \frac{y_i}{\alpha_i} = \lambda'' \left(\frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_2} + \cdots + \frac{x_{i-1}}{\alpha_{i-1}} \right) + \lambda' \frac{x_i}{\alpha_i} + \lambda'' \left(\frac{x_{i+1}}{\alpha_{i+1}} + \cdots + \frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}} \right)$$

$$(i = 1,2, \cdots, p+1).$$

Pentru $\lambda'' = 0$, deci $\lambda = \infty$, avem

$$\varrho' y_i = \lambda' x_i \qquad (i = 1,2, \cdots, p+1).$$

Rezultă că transformarea $\omega_p (O, \infty)$ transformă punctele spațiului E_p în ele însele, este deci transformarea identică a mulțimii $[\omega_p]$.

4°. MULȚIMEA DE TRANSFORMĂRI $[\omega_p]$ FORMEAZĂ UN GRUP COMUTATIV.

a) *Inversa transformării* $\omega_p (O, \lambda)$ *este transformarea* $\omega_p (O, 1-p-\lambda)$.

Adunînd ecuațiile ce definesc omologia $\omega_p (O, \lambda)$ se găsește

$$\frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_2} + \cdots + \frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}} = \frac{\varrho}{\lambda + p} \left(\frac{y_1}{\alpha_1} + \frac{y_2}{\alpha_2} + \cdots + \frac{y_{p+1}}{\alpha_{p+1}} \right).$$

Scăzînd din aceasta pe rînd ecauțiile (2) și notînd

$$\varrho' = \frac{(\lambda - 1)(\lambda + p)}{\varrho},$$

rezultă

$$\varrho' \frac{x_i}{\alpha_i} = \frac{y_1}{\alpha_1} + \frac{y_2}{\alpha_2} + \cdots + \frac{y_{i-1}}{\alpha_{i-1}} + (1-p-\lambda)\frac{y_i}{\alpha_i} + \frac{y_{i+1}}{\alpha_{i+1}} + \cdots + \frac{y_{p+1}}{\alpha_{p+1}}, \quad (6)$$

care sînt ecuațiile omologiei $\omega_p(O, 1-p-\lambda)$.

Avem

$$\boxed{\omega_p^{-1}(O,\lambda) = \omega_p(O, 1-p-\lambda)}, \quad (7)$$

deci inversa unei transformări a mulțimii $[\omega_p]$ *aparține mulțimii.*

b) *Produsul a două omologii ale mulțimii* $[\omega_p]$, *corespunzînd valorilor* λ_1, λ_2 *ale parametrului este echivalent cu omologia mulțimii* $[\omega_p]$ *corespunzînd valorii* $\dfrac{\lambda_1\lambda_2 + p}{\lambda_1 + \lambda_2 + p - 1}$ *a parametrului.*

Prin omologia $\omega_p(O, \lambda_1)$

$$\varrho \frac{y_i}{\alpha_i} = \frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_2} + \cdots + \frac{x_{i-1}}{\alpha_{i-1}} + \lambda_1 \frac{x_i}{\alpha_i} + \frac{x_{i+1}}{\alpha_{i+1}} + \cdots + \frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}}$$

$$(i = 1, 2, \cdots, p+1)$$

un punct oarecare M $(x_1, x_2, \cdots, x_{p+1})$ al spațiului E_p se transformă în $M_1(y_1, y_2, \cdots, y_{p+1})$ situat pe OM.

Prin omologia $\omega_p(O, \lambda_2)$,

$$\varrho' \frac{z_i}{\alpha_i} = \frac{y_1}{\alpha_1} + \frac{y_2}{\alpha_2} + \cdots + \frac{y_{i-1}}{\alpha_{i-1}} + \lambda_2 \frac{y_i}{\alpha_i} + \frac{y_{i+1}}{\alpha_{i+1}} + \cdots + \frac{y_{p+1}}{\alpha_{p+1}},$$

punctul M_1 se transformă în M_2 $(z_1, z_2, \ldots, z_{p+1})$.

Notînd

$$\varrho'' = \frac{\varrho\varrho'}{\lambda_1 + \lambda_2 + p - 1},$$

se deduce

$$\varrho'' \frac{z_i}{\alpha_i} = \frac{x_1}{\alpha_1} + \cdots + \frac{x_{i-1}}{\alpha_{i-1}} + \frac{\lambda_1\lambda_2 + p}{\lambda_1 + \lambda_2 + p - 1} \frac{x_i}{\alpha_i} + \frac{x_{i+1}}{\alpha_{i+1}} + \cdots + \frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}}$$

$$(i = 1, 2, \cdots, p+1),$$

care sînt ecuațiile omologiei $\omega_p\left(O, \dfrac{\lambda_1\lambda_2 + p}{\lambda_1 + \lambda_2 + p - 1}\right)$ ce transformă pe M în M_2. Astfel

$$\boxed{\omega_p(O,\lambda_2) \cdot \omega_p(O,\lambda_1) = \omega_p\left(O, \frac{\lambda_1\lambda_2 + p}{\lambda_1 + \lambda_2 + p - 1}\right)} \quad (8)$$

De asemenea rezultă că

$$\omega_p(O,\lambda_2)\ \omega_p(O,\lambda_1)=\omega_p(O,\lambda_1)\ \omega_p(O,\lambda_2). \tag{9}$$

Concluzii: Mulțimea $[\omega_p]$ *formează un grup comutativ depinzînd de un parametru.*

5°. TRANSFORMAREA ECHIVALENTĂ CU PRODUSUL A n TRANSFORMĂRI ALE MULȚIMII $[\omega_p]$.

Fiind date omologiile $\omega_p(O,\lambda_i)$ $(i=1,2,\cdots,n)$,

dacă

$$\omega_p(O,\mu)=\omega_p(O,\lambda_n)\cdot\omega_p(O,\lambda_{n-1})\cdots\omega_p(O,\lambda_1),$$

atunci

$$\frac{1}{\mu-1}=\sum_1^n\frac{1}{\lambda_1-1}+(p+1)\sum_1^n\frac{1}{(\lambda_1-1)(\lambda_2-1)}+$$
$$+(p+1)^2\sum_1^n\frac{1}{(\lambda_1-1)(\lambda_2-1)(\lambda_3-1)}+\cdots \tag{10}$$
$$\cdots+(p+1)^{n-1}\sum_1^n\frac{1}{(\lambda_1-1)(\lambda_2-1)\cdots(\lambda_n-1)},$$

simbolul

$$\sum_1^n\frac{1}{(\lambda_1-1)(\lambda_2-1)\cdots(\lambda_k-1)}$$

însemnînd suma tuturor termenilor ce se pot deduce din cel notat făcînd toate combinările cu parametrii $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n$ luați cîte k în produs.

În adevăr, dacă

$$\omega_p(O,\mu_2)=\omega_p(O,\lambda_2)\cdot\omega_p(O,\lambda_1),$$

atunci, din (8) se deduce

$$\frac{1}{\mu_2-1}=\frac{1}{\lambda_1-1}+\frac{1}{\lambda_2-1}+\frac{p+1}{(\lambda_1-1)(\lambda_2-1)}.$$

Presupunînd că pentru

$$\omega_p(O,\mu_k)=\omega_p(O,\lambda_k)\ \omega_p(O,\lambda_{k-1})\cdots\omega_p(O,\lambda_1)$$

relația (10) este verificată, voi arăta că (10) este adevărată și pentru

$$\omega_p(O,\mu_{k+1})=\omega_p(O,\lambda_{k+1})\ \omega_p(O,\lambda_k)\cdots\omega_p(O,\lambda_1).$$

Deoarece

$$\omega_p(0, \mu_{k+1}) = \omega_p(O, \lambda_{k+1}) \cdot \omega_p(O, \mu_k),$$

$$\frac{1}{\mu_{k+1}-1} = \frac{1}{\lambda_{k+1}-1} + \frac{1}{\mu_k - 1} + \frac{p+1}{(\lambda_{k+1}-1)(\mu_k - 1)} = \frac{1}{\lambda_{k+1}-1} +$$

$$+ \sum_1^k \frac{1}{\lambda_1 - 1} + (p+1) \sum_1^k \frac{1}{(\lambda_1 - 1)(\lambda_2 - 1)} +$$

$$+ (p+1)^2 \sum_1^k \frac{1}{(\lambda_1-1)(\lambda_2-1)(\lambda_3-1)} + \ldots + (p+1)^{k-1} \sum_1^k \frac{1}{(\lambda_1-1)\ldots(\lambda_k-1)} +$$

$$+ \frac{p+1}{\lambda_{k+1}-1} \left[\sum_1^k \frac{1}{\lambda_1 - 1} + (p+1) \sum_1^k \frac{1}{(\lambda_1-1)(\lambda_2-1)} + \right.$$

$$\left. + (p+1)^2 \sum_1^k \frac{1}{(\lambda_1-1)(\lambda_2-1)(\lambda_3-1)} + \ldots + (p+1)^{k-1} \sum_1^k \frac{1}{(\lambda_1-1)\ldots(\lambda_k-1)} \right]$$

Dar

$$\frac{1}{\lambda_{k+1}-1} + \sum_1^k \frac{1}{\lambda_1 - 1} = \sum_1^{k+1} \frac{1}{\lambda_1 - 1},$$

$$\sum_1^k \frac{1}{(\lambda_1-1)(\lambda_2-1)} + \frac{1}{\lambda_{k+1}-1} \sum_1^k \frac{1}{\lambda_1 - 1} = \sum_1^{k+1} \frac{1}{(\lambda_1-1)(\lambda_2-1)}, \text{ etc.}$$

Incît,

$$\frac{1}{\mu_{k+1}-1} = \sum_1^{k+1} \frac{1}{\lambda_1 - 1} + (p+1) \sum_1^{k+1} \frac{1}{(\lambda_1-1)(\lambda_2-1)} + \ldots$$

$$\ldots + (p+1)^k \sum_1^{k+1} \frac{1}{(\lambda_1-1)\ldots(\lambda_{k+1}-1)}.$$

Relația (10) fiind adevărată pentru $n = 2$ și adevărată pentru $n = k + 1$, dacă este valabilă pentru $n = k$, există pentru orice valoare a lui n.

6⁰. PRODUSUL A n TRANSFORMĂRI $\omega_p(O, \lambda)$.

Dacă

$$\omega_p(O, \mu) = \omega_p^n(O, \lambda),$$

există relația

$$\frac{\mu + p}{\mu - 1} = \left(\frac{\lambda + p}{\lambda - 1}\right)^n \qquad (11)$$

Dacă în § 5 se ia $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = \lambda$, atunci

$$\frac{1}{\mu - 1} = C_n^1 \frac{1}{\lambda - 1} + (p+1) C_n^2 \frac{1}{(\lambda-1)^2} + (p+1)^2 C_n^3 \frac{1}{(\lambda-1)^3} + \ldots$$

$$\ldots + (p+1)^{n-1} C_n^n \frac{1}{(\lambda-1)^n},$$

de unde

$$1 + \frac{p+1}{\mu - 1} = \left(1 + \frac{p+1}{\lambda - 1}\right)^n,$$

din care rezultă (11), iar din aceasta,

$$\mu = \frac{\left(\frac{\lambda+p}{\lambda-1}\right)^n + p}{\left(\frac{\lambda+p}{\lambda-1}\right)^n - 1} \tag{12}$$

7°. ȘIRUL DE PUNCTE TRANSFORMATE, GENERAT DE UN PUNCT M PRINTR-O TRANSFORMARE $\omega_p(O, \lambda)$.

Prin transformarea $\omega_p(O, \lambda)$ un punct M al spațiului E_p se transformă în punctul M_1, situat pe OM, punctul M_1 se transformă în M_2 etc. Se obține astfel șirul de puncte

$$M, M_1, M_2, \ldots, M_n, \ldots \tag{13}$$

situate pe OM, pe care îl numesc *șir de puncte transformate, generat de punctul M, prin transformarea* $\omega_p(O, \lambda)$.

Acest șir este finit, dacă transformarea este involutivă. Presupunînd că $\omega_p(O, \lambda)$ este involutivă de ordin k,

$$M_{k+1} \equiv M.$$

Observăm însă că M_{k+1} se deduce din M prin $\omega_p^{k+1}(O, \lambda)$ și dacă

$$\omega_p(O, \mu) = \omega_p^{k+1}(O, \lambda),$$

avem

$$1 + \frac{p+1}{\mu - 1} = \left(1 + \frac{p+1}{\lambda - 1}\right)^{k+1}.$$

Pentru ca M_{k+1} să coincidă cu M, oricare ar fi M, $\omega_p(O, \mu)$ trebuie să fie transformarea identică, deci $\mu = \infty$ și ca urmare,

$$\left(1 + \frac{p+1}{\lambda - 1}\right)^{k+1} = 1$$

Se obțin valori reale, finite pentru λ, dacă se ia pentru $k+1$ valori pare. În acest caz,

$$1 + \frac{p+1}{\lambda - 1} = -1,$$

deci

$$\lambda = \frac{1-p}{2}.$$

Valoarea cea mai mică a lui k, corespunzînd ipotezei $k+1$ par, este $k=1$. În consecință, mulțimea de omologii $[\omega_p]$ conține o singură omologie involutivă, de ordinul 1, anume

$$\omega_p\left(O, \frac{1-p}{2}\right).$$

Pentru valorile lui λ diferite de $\frac{1-p}{2}$, șirul (i3) este infinit, cu termeni distincți.

8⁰. ȘIRURI DE PUNCTE TRANSFORMATE APLICABILE.

Consider într-un spațiu cu p dimensiuni un grup de transformări $[T]$. Fie

$$M, M_1, M_2, \cdots, M_k, \cdots$$
$$N, N_1, N_2, \cdots, N_k, \cdots$$

două șiruri de puncte transformate, generate de punctele M, N printr-o transformare T a grupului.

Cele două șiruri sînt aplicabile, dacă există o transformare $\mathcal{T}$ *a grupului* $[T]$ *care transformă fiecare termen al primului șir în termenul corespunzător al celui de al doilea șir.*

Teoremă. Șirurile de puncte transformate generate de două puncte M, N *printr-o transformare* T *a grupului* $[T]$ *sînt aplicabile, dacă*

grupul $[T]$ *este comutativ.*

există o transformare $\mathcal{T}$ *a grupului care transformă pe* M *în* N.

În adevăr, termenul M_k al primului șir se transformă în M prin produsul de transformări $(T^{-1})^k$, M se transformă în N prin $\mathcal{T}$, iar N se transformă în N_k prin produsul T^k. Rezultă că M_k se transformă în N_k prin produsul de transformări

$$T^k\,\mathcal{T}\,(T^{-1})^k.$$

Grupul $[T]$ fiind comutativ, acest produs este echivalent cu

$$\mathcal{T}\,T^k\,(T^{-1})^k = \mathcal{T}\,(T\,T^{-1})^k = \mathcal{T}.$$

Deci transformarea $\mathcal{T}$ transformă orice termen al șirului generat de M în termenul corespunzător generat de N.

Consecințe: a) Șirul

$$M_i, M_{i+1}, \cdots, M_{i+k}, \cdots$$

este aplicabil pe șirul

$$N_j, N_{j+1}, \cdots, N_{j+k}, \cdots$$

deoarece $[T]$ este comutativ și M_i se transformă în N_j prin transformarea grupului $[T]$ echivalent cu

$$T^j \mathcal{T} (T^{-1})^i = \mathcal{T} T^j (T^{-1})^i = T^{j-i} \mathcal{T} \cdot$$

b) Deoarece mulțimea de omologii $[\omega_p]$ aplicată spațiului proiectiv E_p formează un grup comutativ și există o transformare $\omega_p(O, \lambda)$ a grupului care transformă un punct M al spațiului într-un punct N dat pe dreapta OM, rezultă proprietatea:

„Dacă în spațiul proiectiv E_p sînt date două puncte M, N pe o dreaptă ce trece prin O, șirurile de puncte transformate, generate de M, N prin o transformare $\omega_p(O, \lambda)$ sînt aplicabile".

Catedra de Matematici I
Institutul Politehnic București

ПО ПОВОДУ НЕКОТОРЫХ ГРУПП ПРЕОБРАЗОВАНИИ

(Краткое содержание)

Рассматривая в проективном пространстве с двумя измерениями гомологии $\omega_2(O,\lambda)$ с центром O $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ и с осью гомологий, являющейся трёхлинейной полярной этой точки по отношению к основному треугольнику — автор дает уравнения этих гомологий, зависящих от параметра λ под формой (1), характерной им.

Предложенный метод может быть распространен на проективное пространство E_p с p измерениямн; в том случае, когда $O(\alpha_1, \alpha_2 \cdots \alpha_{p+1})$ является точкой этого пространства, уравнения (2) характерны для проективных преобразований, имеющих 0 в качестве двойной точки и гиперплоскости

$$\frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_2} + \cdots + \frac{x_{p+i}}{\alpha_{p+1}} = 0,$$

представляющее гиперплоскость двойных точек.

$\omega_p(O,\lambda)$ являются гомологиями, обобщающими гомологии $\omega_2(O,\lambda)$. Множество этих гомологий $[\omega_p]$ имеют в качестве идентичного преобразования $\omega_p(O, \infty)$

Соотношение (7) указывает, что обратное гомологии $\omega_p(O,\lambda)$ принадлежит множеству $[\omega_p]$; соотношение (8) указывает, что произведение двух гомологий множества $[\omega_p]$ эквиваленто преобразованию множества $[\omega_p]$ и что это произведение является комутативным.

Следовательно множество $[\omega_p]$ является комутативной группой.

Дано отношение (10) между значением параметра преобразования $\omega_p(0, \mu)$ эквивалентное произведению и гомологии группы $[\omega_p]$ и параметрам $(\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n)$ этих гомологий.

Если $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_n = \lambda$ то получается соотношенио (2). Группа $[\omega_p]$ допускает инволютивное преобразование первого порядка для $\lambda = \frac{1-p}{2}$.

Определяется понятие последовательности преобразованных точек, приложимых следующим образом: $[T]$ являясь группой преобразования и

$$M, M_1, M_2, \cdots, M_k, \cdots$$
$$N, N_1, N_2, \cdots, N_k, \cdots$$

две последовательности точек, образуемых точками M и N путем приложения преобразования T на эти точки и их последовательных преобразований — обе эти последовательности приложимы, если существует преобразованяе $\mathcal{T}$ на группы $[T]$, преобразующее каждый член первой последовательности в соответствующий член второй последовательности.

Автор доказывает, что последовательности приложимы, если $[T]$ является комутативной группой и если существует преобразование $\mathcal{T}$ группы T, преобразующая M в N.

В частности, если M и N — точки, расположенные на прямой, проходящей через 0 — последовательности точек, образуемых точками M и N путем преобразования группы $[\omega_p]$ являются приложимыми.

SUR CERTAINS GROUPES DE TRANSFORMATIONS

Résumé

On considère dans l'espace projectif à deux dimensions les homologies $\omega_2(O,\lambda)$ ayant le même sommet $O(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ et le même axe: la polaire trilinèaire de O par rapport au triangle de référence.

L'auteur exprime les équations (1) de ces homologies, qui dépendent d'un paramètre λ, d'une manière qui caractérise ces homologies.

On donne l'extension du problème à un espace projectif E_p à p dimensions. Si $O(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_{p+1})$ est un point de cet espace, les équations (2) caractérisent les transformations projectives qui ont O comme point double et le hyperplan

$$\frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_2} + \cdots + \frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}} = 0$$

comme hyperplan des points doubles. $\omega_p(O, \lambda)$ sont des homologies qui généralisent les homologies $\omega_2(O, \lambda)$. L'ensemble $[\omega_p]$ de ces homologies a $\omega_p(O, \infty)$ comme transformation identique.

La relation (7) montre que l'inverse de l'homologie $\omega_p(O, \lambda)$ appartient à l'ensemble $[\omega_p]$; la relation (8) montre que le produit des deux homologies de l'ensemble $[\omega_p]$ équivaut à une transformation de $[\omega_p]$, de même qu'il est commutatif.

Donc l'ensemble $[\omega_p]$ constitue un groupe commutatif.

La relation (10) exprime le paramètre de la transformation $\omega_p(O, \mu)$, équivalente au produit de n homologies du groupe $[\omega_p]$ en fonction des valeurs du paramètre $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n$ de ces homologies.

Si $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_n = \lambda$, on a la relation (11).

Le groupe $[\omega_p]$ contient une transformation involutive d'ordre 1 pour $\lambda = \frac{1-p}{2}$.

On donne cette définition des suites applicables des points transformés déduits de deux points quelconques :

Soit $[T]$ un groupe de transformations et

$$M,\ M_1,\ M_2, \ldots,\ M_k, \ldots$$
$$N,\ N_1,\ N_2, \ldots\ N_k\ \ldots$$

deux suites de points déduits de M, N par une transformation T du groupe, appliquée à ces points, de même qu'à leurs transformées successives.

Les deux suites sont applicables s'il existe une transformation $\mathcal{T}$ du groupe $[T]$ qui met en correspondance les termes de deux suites dont le rang est le même.

Si $[T]$ est un groupe commutatif, s'il existe une transformation $\mathcal{T}$ du groupe qui fait correspondre le point M à N, les deux suites sont applicables.

En particulier, si M et N appartiennent à une droite qui passe par O, les suites déduites de M, N par une transformation du groupe $[\omega_p]$ sont applicables.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

ASUPRA INVARIANȚILOR UNUI GRUP DE TRANSFORMĂRI

de CONSTANTIN IONESCU - BUJOR

1. *Grupul de omologii* $\omega_p\ (O, \lambda)$. Fiind dat în spațiul proiectiv cu p dimensiuni punctul $O(\alpha_1, \alpha_2 \cdot \cdots, \alpha_{p+1})$, am considerat *) transformările $\omega_p\ (O, \lambda)$ definite de relațiile

$$\varrho \frac{y_i}{\alpha_i} = \frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_2} + \cdots + \frac{x_{i-1}}{\alpha_{i-1}} + \lambda \frac{x_i}{\alpha_i} + \frac{x_{i+1}}{\alpha_{i+1}} + \cdots + \frac{x_{p+1}}{\alpha_{p+1}} \qquad (1)$$

unde λ este un parametru și $i = 1, 2, \ldots, p+1$.

Cînd λ variază, obținem o mulțime de transformări, care am arătat că formează un grup comutativ.

Ne propunem să găsim unii invarianți ai acestui grup.

2. *Raportul a doi determinanți oarecari de ordin doi, formați din matricea*

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \cdots x_{p+1} \\ \alpha_1 & \alpha_2 \cdots \alpha_{p+1} \end{pmatrix} \qquad (2)$$

este invariant față cu transformările grupului $[\omega_p]$.

În adevăr, scăzînd relațiile (1) corespunzătoare la $i = 1$, $i = 2$, obținem :

$$\varrho \left(\frac{y_1}{\alpha_1} - \frac{y_2}{\alpha_2} \right) = (\lambda - 1) \left(\frac{x_1}{\alpha_1} - \frac{x_2}{\alpha_2} \right)$$

Scăzînd relațiile (1) corespunzătoare la $i = m$, $i = n$ $(m, n \leq p+1)$, avem

$$\varrho \left(\frac{y_m}{\alpha_m} - \frac{y_n}{\alpha_n} \right) = (\lambda - 1) \left(\frac{x_m}{\alpha_m} - \frac{x_n}{\alpha_n} \right)$$

Rezultă, prin împărțire,

$$\frac{y_1 \alpha_2 - y_2 \alpha_1}{y_m \alpha_n - y_n \alpha_m} = \frac{x_1 \alpha_2 - x_2 \alpha_1}{x_m \alpha_n - x_n \alpha_m}$$

*) Buletinul Institutului Politehnic din București, Tomul XIX Fascicola 3—4 pag. 15

sau

$$\begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ \alpha_1 & \alpha_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} y_m & y_n \\ \alpha_m & \alpha_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ \alpha_1 & \alpha_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} x_m & x_n \\ \alpha_m & \alpha_n \end{vmatrix} \tag{3}$$

Cum prin $\omega_p\ (O, \lambda)$ punctul O se transformă în el însuș iar $M(x_1, x_2, \ldots, x_{p+1})$ se transformă în $M_1(y_1, y_2, \ldots, y_{p+1})$ proprietatea este dovedită.

În concluzie, expresiile

$$I = \begin{vmatrix} x_a & x_b \\ \alpha_a & \alpha_b \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} x_m & x_n \\ \alpha_m & \alpha_n \end{vmatrix} \tag{4}$$

(a, b, m, n numere întregi între zero și p + 1), sînt invarianți ai grupului de transformări $\omega_p\ (O, \lambda)$.

Observare. Dacă O este punctul unitar (1, 1, ... 1) al sistemului de coordonate proective, invarianții (4) au forma

$$(x_a - x_b) : (x_m - x_n) \tag{5}$$

Deci, față cu grupul de transformări $[\omega_p]$, *în care* O *este punctul unitar al sistemului de coordonate proective, raportul diferențelor perechilor de coordonate proective ale unui punct oarecare este invariant.*

3. — *Interpretări geometrice în spațiul proectiv cu două dimensiuni.* Să considerăm grupul de transformări $\omega_2\ (O, \lambda)$ în spațiul proectiv cu două dimensiuni.

Invarianții I ai grupului sînt:

$$I_1 = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ \alpha_1 & \alpha_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} x_1 & x_3 \\ \alpha_1 & \alpha_3 \end{vmatrix}, \qquad I_2 = \begin{vmatrix} x_2 & x_3 \\ \alpha_2 & \alpha_3 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} x_2 & x_1 \\ \alpha_2 & \alpha_1 \end{vmatrix},$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} x_3 & x_1 \\ \alpha_3 & \alpha_1 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} x_3 & x_2 \\ x_3 & \alpha_2 \end{vmatrix}$$

I_1 se mai poate scrie

$$I_1 = \frac{x_2\,\alpha_2 - x_2\,\alpha_1}{x_1\,\alpha_3 - x_3\,\alpha_1}$$

sau

$$I_1 = \frac{\dfrac{\alpha_2}{\alpha_1} - \dfrac{x_2}{x_1}}{\dfrac{\alpha_3}{\alpha_1} - \dfrac{x_3}{x_1}}$$

Dacă $A_1 A_2 A_3$ este triunghiul de referință și notăm $U(1, 1, 1)$, $O\ (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), M(x_1, x_2, x_3)$ atunci — dacă

$$V.\ (A\,B\,C\,D)$$

este raportul anarmonic al fascicolului de drepte cu vîrful în V, trecînd prin punctele A, B, C, D, avem

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = A_3(A_2\,A_1\,U\,O)\,, \qquad \frac{\alpha_3}{\alpha_1} = A_2(A_3\,A_1\,U\,O),$$

$$\frac{x_2}{x_1} = A_3(A_2\,A_1\,U\,M)\,, \qquad \frac{x_3}{x_1} = A_2(A_3\,A_1\,U\,M).$$

Rezultă astfel că expresia

$$E_1 = \frac{A_3(A_2\,A_1\,U\,O) - A_3(A_2\,A_1\,U\,M)}{A_2(A_3\,A_1\,U\,O) - A_2(A_3\,A_1\,U\,M)} \tag{6}$$

nu-și schimbă valoarea, dacă se înlocuește M cu transformatul său M_1 prin o omologie $\omega_2(O, \lambda)$.

La fel se arată, pornind de la I_2 și I_3, că expresiile

$$E_2 = \frac{A_1(A_3\,A_2\,U\,O) - A_1(A_3\,A_2\,U\,M)}{A_3(A_1\,A_2\,U\,O) - A_3(A_1\,A_2\,U\,M)},$$

$$E_3 = \frac{A_2(A_1\,A_3\,U\,O) - A_2(A_1\,A_3\,U\,M)}{A_1(A_2\,A_3\,U\,O) - A_1(A_2\,A_3\,U\,M)},$$

nu-și schimbă valoarea cînd se înlocuiește M prin M_1.

Observare: Dacă O, centrul omologiilor $\omega_2\ (O, \lambda)$ coincide cu U, atunci

$$E_1 = \frac{1 - A_3(A_2\,A_1\,U\,M)}{1 - A_2(A_3\,A_1\,U\,M)},$$

de unde proprietatea:

Dacă $A_1\,A_2\,A_3$ este un triunghi dat, U un punct oarecare în planul său, expresiile

$$E_1 = \frac{A_3(A_2\,A_1\,U\,M) - 1}{A_2(A_3\,A_1\,U\,M) - 1}\,, \qquad E_2 = \frac{A_1(A_3\,A_2\,U\,M) - 1}{A_3(A_1\,A_2\,U\,M) - 1}$$

$$E_3 = \frac{A_2(A_1\,A_3\,U\,M) - 1}{A_1(A_2\,A_3\,U\,M) - 1} \tag{7}$$

rămîn invariante, cînd se înlocuiește M prin transformatul său M_1, într-o omologie de centru U și axă polara triliniară a lui U în raport cu $A_1\,A_2\,A_3$.

Catedra de Matematici I
Institutul Politehnic București

ПО ПОВОДУ ИНВАРИАНТОВ ГРУППЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

(Краткое содержание)

Касаясь вопроса групп преобразований $\omega_p\,(O\,\lambda)$, определяемых отношениями (1), изложенного в Бюлетене Политехнического Инсти-

тута города Бухареста (том 19* Брошюра 3-4), автор указывает, что отношения определителей, полученных из матрицы:

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \cdots x_{p+1} \\ \alpha_1 & \alpha_2 \cdots \alpha_{p+1} \end{pmatrix}$$

являются инвариантными по отношению к преобразованиям этой группы.

Следовательно, в проективном пространстве с двумя измерениями, в котором рассматривается треугольник $A_1 A_2 A_3$ точки U, O, M и отмечается $V(A\,B\,C\,D)$ — анаргамоническое отношение пучка с центром V, лучи которого проходят через A, B, C, D — отношения (6) E_1, E_2, E_3 имеют тоже значение при замене M своим гомологом в гомологии $\omega_2(O\,\lambda)$.

Выражение (7) для E_1, E_2, E_3 остаются инвариантными и в случае замены M его преобразованием в гомологии $\omega_3(U, \lambda)$.

AU SUJET DES INVARIANTS D'UN GROUPE DE TRANSFORMATIONS.

Résumé

Par rapport au groupe de transformations ω_p (O, λ), définies par les relations (1), étudiées dans le Bull. de l'Institut Polytéchnique de Bucarest, Tome XIX, Fasc. 3—4, les rapports des déterminants de la matrice

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \cdots x_{p+1} \\ \alpha_1 & \alpha_2 \cdots \alpha_{p+1} \end{pmatrix}$$

sont invariants à l'égard des transformations de ce groupe.

Par conséquent, dans l'espace projectif à deux dimensions, dans lequel on considère le triangle $A_1 A_2 A_3$, les points U, O, M et on note V (A B C D) le rapport anharmonique du faisceau dont le centre est V et les rayons passent par A, B, C, D les expressions (6) E_1, E_2, E_3 ont la même valeur lorsqu'on remplace M par son homologue dans une homologie $\omega_2(O, \lambda)$.

Les expressions (7) E_1, E_2, E_3 restent invariantes lorsqu'on remplace M par son transformé dans une homologie $\omega_2(U, \lambda)$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

517.5

UNELE OBSERVAȚII ASUPRA UNUI GRUP DE TRANSFORMĂRI CU UN PARAMETRU PE SPAȚIUL Z_n *)

de MARCIAN GUTMANN

1. În cele ce urmează vom face unele observații în legătură cu grupul de transformări (T) dat de:

$$(T) \qquad \varrho \frac{y_\alpha}{a_\alpha} = \frac{x_1}{a_1} + \cdots + \frac{x_{\alpha-1}}{a_{\alpha-1}} + t\frac{x_\alpha}{a_\alpha} + \frac{x_{\alpha+1}}{a_{\alpha+1}} + \cdots + \frac{x_n}{a_n} \qquad (1)$$

unde $(x_1, x_2 \ldots x_n)$, $(y_1, y_2 \ldots y_n) \in Z_n$ (spațiul complex cu n dimensiuni), ϱ = parametru de proporționalitate, t = parametrul care definește transformarea T a grupului (T); se vede că putem face substituțiile:

$$\frac{x_\alpha}{a_\alpha} = X_\alpha, \quad \frac{y_\alpha}{a_\alpha} = Y_\alpha \qquad (\alpha = 1,2,\ldots n)$$

care reprezintă niște omotetii în raport cu origina; întrucît în limbajul geometric folosit, nu vom face distincție între punctul $(x_1, x_2 \ldots x_n)$ și direcția dată de $\vec{x} = (x_1, x_2 \ldots x_n)$, putem lua $\varrho = 1$, **) astfel că

$$\vec{x} = \mathcal{H}\vec{X}, \quad \vec{y} = \mathcal{H}\vec{Y},$$

unde $\vec{X} = (X_1, X_2, \cdots X_n), \qquad \vec{Y} = (Y_1, Y_2, \cdots Y_n)$

iar
$$\mathcal{H} = \begin{Vmatrix} a_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & a_2 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & a_n \end{Vmatrix} \qquad (\det. \mathcal{H}. \neq 0)$$

De aici rezultă că transformarea T se scrie pe Z_n sub următoarea formă condensată:

$$\vec{y} = T\vec{x} = \begin{Vmatrix} t & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & t & \cdots & 1 \\ & & & \\ 1 & 1 & \cdots & t \end{Vmatrix} \vec{x}$$

*) Vezi [3]; [4].
**) Vezi nota de la 5.

și cum $\vec{x} = \mathcal{H}\vec{X}, \quad \vec{y} = \mathcal{H}\vec{Y},$

se obține $\mathcal{H}\vec{Y} = T(\mathcal{H}\vec{X})$, sau

$$\vec{Y} = (\mathcal{H}^{-1} T \mathcal{H})\vec{X}, \quad \vec{Y} = \tau\vec{x},$$

cu $$\boxed{\mathcal{T} = \mathcal{H}^{-1} T \mathcal{H}}$$

Se vede deci că elementele constante a_α nu modifică structura operațiilor și rezultatelor, întrucît T și $\mathcal{T}$ sînt una transmutata celeilalte prin omotetia nesingulară $\mathcal{H}$ (care joacă aici rolul de element al automorfismului interior); putem lua deci, fără a restrînge datele problemei, drept corespondent al transformării T (t) matricea

$$T = \begin{Vmatrix} t & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & t & 1 & \cdots & 1 \\ & & \ddots & & \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & t \end{Vmatrix} \qquad (\vec{y} = \vec{T}x)$$

Polinomul caracteristic al lui T este evident același cu al $\mathcal{T}$ (și deci aceiași invarianți scalari I_k).

$$\det.(A^{-1}\mathcal{T}A - \lambda E) = \det.[A^{-1}(T - \lambda E)A] = \det.(T - \lambda E) =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} (-1)^{n-k} \lambda^{n-k} I_k \quad (I_0 = 1)$$

unde A este o transformare oarecare nesingulară;
avem

$$\det.(T - \lambda E) = (t - \lambda - n + 1)(t - \lambda - 1)^{n-1}$$

Dacă

$(\vec{e}_\alpha)$ $(\alpha = 1, 2, \cdots n)$ este un reper pe Z_n,

atunci avem:

$$\vec{x} = \sum_{\alpha=1}^{n} x_\alpha \vec{e}_\alpha, \quad \vec{y} = \sum_{\alpha=1}^{n} y_\alpha \vec{e}_\alpha$$

iar transformarea se scrie

$$\vec{y} = \sum_{\alpha=1}^{n} y_\alpha \vec{e}_\alpha = \sum_{\alpha=1}^{n} \left[\sum_{\beta=1}^{n} x_\beta + (t-1)\, x_\alpha \right] \vec{e}_\alpha .$$

Punînd

$$\vec{e} = \sum_{\alpha=}^{n} \vec{e}_\alpha = \text{const.},$$

avem

$$\sum_{\beta=1}^{n} x_\beta = \vec{e} \cdot \vec{x}$$

și deci transformarea se mai scrie

$$\vec{y} = (t-1)\vec{x} + (\vec{e}\cdot\vec{x})\vec{e}$$

sau

$$\vec{y} = T\vec{x}$$

unde

$$T = t \cdots + \vec{e}\ (\vec{e}\cdots)$$

punînd t în locul lui t—1.

În rezumat, *transformările grupului sînt succesiuni de omotetii și proecții pe un vector* $\vec{e}$ *fix al spațiului* (aici baza $\vec{e}_\alpha$ este reală și ortonormată), proprietate care explică între altele faptul că polinomul caracteristic are un zero multiplu de ordinul n—1.

Întrucît grupul este analitic (sau chiar numai continuu) de *un parametru,* rezultă că e *izomorf cu un grup de translații* și putem deci evident transpune proprietățile corespunzătoare în limbajul grupului dat inițial.

2. Cîteva din configurațiile învariante relativ la grupul de transformări

$$\vec{y} = T\vec{x} = t\vec{x} + (\vec{e}\cdot\vec{x})\vec{e}\quad \vec{e}, \vec{x}, \vec{y} \in Z_n,\ T \in (T)_{Zn}$$

se pot exprima imediat, folosind metoda formelor (produselor) exterioare (aplicații liniare și antisimetrice).

Avem

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \vec{x} \wedge \vec{y} = \left(\vec{e}\ \vec{x}\right)\left[\vec{x}, \vec{e}\right],\ (\text{căci } \vec{x} \wedge \vec{x} = \vec{0})$$

pentru orice $T \in (T)$.

3. Din

$$\vec{y}_\alpha = t\vec{x}_\alpha + \left(\vec{e}\cdot\vec{x}_\alpha\right)\vec{e} \qquad (\alpha = 1,2,\cdots m),$$

se obține:

$$\left[\vec{x}_\alpha, \vec{y}_\beta\right] + \left[\vec{x}_\beta, \vec{y}_\alpha\right] = \left[(\vec{e}\cdot\vec{x}_\alpha)\vec{x}_\beta + (\vec{e}\cdot\vec{x}_\beta)\vec{x}_\alpha, \vec{e}\right] \quad (\sigma, \beta = 1,2,\cdots m)$$

întrucît avem

$$\left[\vec{u}, \vec{v} + \vec{w}\right] = \left[\vec{u}, \vec{v}\right] + \left[\vec{u}, \vec{w}\right]$$

$$\left[\alpha\vec{u}, \beta\vec{v}\right] = \alpha\beta\left[\vec{u}, \vec{v}\right]$$

$$\left[\vec{u}, \vec{v}\right] + \left[\vec{v}, \vec{u}\right] = 0$$

Idem pentru produse cu mai mulți factori (în număr finit).

4. Analog obținem expresii invariante, calculînd produsele scalare $\vec{e}\cdot\vec{y}_\alpha$;

avem

$$\vec{e}\cdot\vec{y}_\alpha = t\,(\vec{e}\cdot\vec{x}_\alpha) + (\vec{e}\cdot\vec{x}_\alpha)\,\vec{e}^{\,2} = (t+\vec{e}^{\,2})\,\vec{e}\cdot\vec{x}_\alpha,$$

deci

$$\mathcal{J}(\vec{y}_\alpha, \vec{y}_\beta) = \frac{\vec{e}\cdot\vec{y}_\alpha}{\vec{e}\cdot\vec{y}_\beta} = \frac{\vec{e}\cdot\vec{x}_\alpha}{\vec{e}\cdot\vec{x}_\beta} = \mathcal{J}(\vec{x}_\alpha, \vec{x}_\beta) \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \cdots m)$$

5. Întrucît o parte din relațiile stabilite la paragrafele anterioare, pentru grupul de transformări dat prin $\vec{y} = t\vec{x} + (\vec{e}\cdot\vec{x})\,\vec{e}$ *), sînt demonstrate fără a folosi noțiunea de dimensiune, se vede că putem extinde transformarea dată și pe spații vectoriale oarecari, pe care s-a definit un produs scalar (scalar = element de corp comutativ), cum ar fi spre exemplu spațiile funcționale; de asemenea putem defini și un produs exterior, printr-o formulare cu caracter axiomatic (produs cu proprietățile de omogenitate, distributivitate și antisimetrie), fără a-i preciza forma particulară. Proprietățile precedente relativ la grupul (T) sînt așadar valabile și pe asemenea spații.

Catedra de matematici I
Institutul Politehnic Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *N. Bourbaki:* Algèbre multilinéaire, Paris 1948.
2. *Cl. Chevalley:* Theorie of Lie groups, Princeton 1952.
3. *C. Ionescu-Bujor*: Asupra unor grupuri de transformări, Buletinul I. P. B. (Fasc. 3—4, 1957). pag. 15
4. *C. Ionescu-Bujor:* Asupra invarianților unui grup de transformări, Buletinul I. P. B. (Fasc. 3—4, 1957). pag. 27

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕЧАНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ГРУППЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ С ОДНИМ ПАРАМЕТРОМ В ПРОСТРАНСТВЕ Z_n

(Краткое содеужание)

В работе устанавливается непосредственно несколько инвариантных соотношений относительно линейной группы (T), данной в форме

$$\vec{y} = t\vec{x} + (\vec{e}\,\vec{x})\,\vec{e} \quad (\text{где } \vec{x}, \vec{y} \in Z_n)$$

*) Dacă vrem să punem în evidență lungimea vectorilor care se transformă, atunci vom pune $\vec{y} = \alpha\vec{x} + \beta\,(\vec{e}\,.\,\vec{x})\,\vec{e} = T_{\alpha\beta}\,\vec{x}$ $(\alpha \neq 0)$.

Proprietățile care definesc mulțimea $(T_{\alpha\beta})$ ca grup, sînt verificate:

I, $T_{\alpha\beta}\cdot T_{\alpha'\beta'} = T_{\alpha''\beta''}$, unde $\alpha'' = \alpha\alpha'$, $\beta'' = \alpha\beta' + \alpha'\beta + \beta\beta'\,\vec{e}^{\,2}$; comutativitatea e evidentă.

II. $T_{\alpha\beta}\;T_{\alpha'\beta'}\cdot T_{\alpha''\beta''} = T_{\alpha\beta}\cdot T_{\alpha'\beta'}T_{\alpha''\beta''} = T_{ab}$ unde

$a = \alpha\alpha'\alpha''$ și $b = \alpha'\alpha''\beta + \alpha''\alpha\beta' + \alpha\alpha'\beta'' + (\alpha\beta'\beta'' + \alpha'\beta\beta'' + \alpha''\beta\beta')\,\vec{e}^{\,2} + \beta\beta'\beta''\,\vec{e}^{\,4}$

III. $T_{\alpha\beta}$. $T_{10} = T_{\alpha\beta}$, deci $\alpha = 1$, $\beta = 0$ sînt parametrii ce corespund identității $(T_{10} = E)$.

IV. $T_{\alpha\beta}\cdot T_{\alpha'\beta'} = E$, unde $\alpha' = \frac{1}{\alpha}$, $\beta' = -\frac{\beta}{\alpha(\alpha+\beta\,\vec{e}^{\,2})}$

а t — действительный или комплексный скаляр

и $\vec{e}$ — постоянный вектор.

Эту форму выводят из соотношения (I) внутренним автоморфизмом. Группа состоит из гомотетий и проекции на постоянном векторе. Эти соотношения правильны для любых векторных пространств, для которых установлены скалярное и внешнее произведения.

QUELQUES REMARQUES SUR UN GROUPE DE TRANSFORMATIONS À UN PARAMÈTRE SUR L'SPACE Z_n (VOIR [3], [4])

(Résumé)

On établit directement quelques relations invariantes relativement au groupe linéaire (T), donné par

$$\vec{y} = t.\ \vec{x} + (\vec{e} \cdot \vec{x})\ \vec{e} \quad , \quad (\text{où } \vec{x},\ \vec{y}\ \varepsilon\ Z_n)$$

(t = scalaire réel ou complexe et $\vec{e} = \text{const}\ \varepsilon Z_n$), forme déduite des relations (1) par un automorphisme intérieur ; le groupe est formé par des homothéties et projections sur un vecteur constant ($\vec{e}$) ; ces relations sont valables pour des espaces vectoriels quelconques, pour lesquels un produit scalaire et un produit extérieur sont définis.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

517,5

UN NOU CRITERIU ELEMENTAR DE STABILITATE ȘI EXTINDEREA LUI LA O CLASA DE FUNCȚII DE TRANSFER TRANSCENDENTE UNIFORME*)

de MARCIAN GUTMANN

1. Fie $$Y(p) = R(p) \cdot X(p) \qquad (1)$$ relația operațională care leagă imaginile Laplace ale funcțiilor de intrare și ieșire x(t) și y(t), relative la un sistem caracterizat prin funcția de transfer R(p), algebrică, rațională, de variabila $p = s + j\omega$; funcția $R(p)$ are coeficienți reali, adică $R(p) =$ real, pentru $p =$ real (invarianța axului real) și $|R(p)| \to 0$ pentru $s \to +\infty$.

Sistemul determinat de funcția de transfer $R(p)$ este stabil, dacă toți polii p_k ai lui $R(p)$ se află în semiplanul stîng $s<0$, adică

$$\frac{1}{R(p_k)} = 0 \quad , \quad s_k = \mathcal{R}\, p_k < 0 \quad (k = 1, 2, \cdots n) \qquad (2)$$

Dacă notăm $$F(p) = \lambda \prod_{k=1}^{n} (p - p_k) \qquad (\lambda = \text{const.}) \qquad (3)$$ atunci stabilitatea ssitemului dat de (1) este echivalentă cu aceia a sistemului dat de

$$Y(p) = \frac{1}{F(p)} \cdot X(p) \qquad (4)$$

Pentru stabilitatea sistemului dat de (4), se observă însă că funcția $w = F(p)$ este un polinom, deci o funcție olomorfă în tot planul complex deschis și ca atare, realizează o transformare conformă a semiplanelor $Rp > 0$, $Rp < 0$, peste domenii cu frontiera comună (Γ), transformată a axului imaginar $s = 0$ ($-\infty < \omega < +\infty$), din planul p.

Cînd $p = j\omega$ descrie axul imaginar, $w = F(p)$ descrie frontiera Γ și cum $\mathcal{R}_{p_k} < 0$, rezultă

$$\Delta_{\omega=0}^{\omega=+\infty} \arg F(p) = n\frac{\pi}{2} \qquad (5)$$

$$\Delta_{\omega=-\infty}^{\omega=+\infty} \arg F(p) = n\pi \qquad (6)$$

Proprietatea dată de relația (5) este criteriul lui Leonard-Mihailov, iar cea dată de relația (6) este criteriul amplitudine-fază. Aceste relații se referă însă la intervale particulare de variație a lui ω și sînt consecințe ale proprietății lui $\arg F(p)$ de a fi o funcție crescătoare de ω pe axul imaginar (arcele lui Γ din fiecare cadran fiind convexe):

$$\frac{d}{d\omega}\left(\arg F(p)\right) > 0 \qquad (s=0) \qquad (7)$$

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

În adevăr, în virtutea teoremei variației argumentului, $\Omega = \arg F(p)$ are pentru $p = j\omega$ $(-\infty < \omega < +\infty)$, o variație egală cu $n\pi$, căci $\Delta_c \Omega + \Delta_{-\infty}^{+\infty} \Omega = 2n\pi$, iar $\Delta_c \Omega = \Delta_{-\infty}^{+\infty} \Omega$ [$\Delta_c \Omega$ este variația lui Ω pe C dat de $|p| \to \infty$, $\frac{\pi}{2} < \arg p < \frac{3\pi}{2}$, și $\Delta_{-\infty}^{+\infty}$ este variația lui Ω pe $s = 0, -\infty < \omega < +\infty$].

Așadar, Γ parcurge în sens direct ($\Omega'_\omega > 0$) $2n$ cadrane consecutive din planul w; cum $F(p^*) = [F(p)]^*$ și cum pe axul imaginar: $p = -j\omega$, rezultă că arcele Γ' și Γ'' ale lui Γ, corespunzătoare intervalelor $(0 \leq \omega < +\infty)$ și $(-\infty < \omega \leq 0)$, sînt simetrice în raport cu axul real din planul w; de aici reiese că imaginea Γ' descrie n cadrane consecutive în sens direct și deci criteriile date de relațiile (5) și (6) sînt consecințe ale inegalității (7).

2. Inegalitatea (7): $\frac{d}{d\omega}\left(\arg F(p)\right) > 0$

poate însă servi pentru extinderea noțiunii de stabilitate relativă la un sistem determinat printr-o funcțiune de transfer, transcendentă uniformă, astfel:

Fie
$$Y(p) = F(p) \cdot X(p) \tag{8}$$

relația operațională care definește un asemenea sistem și unde F(p) este o funcțiune analitică uniformă, avînd infinitul drept singularitate izolată; potrivit observației relativă la echivalența stabilității sistemelor date prin ecuațiile (1) și (4), putem pentru determinarea stabilității sistemului dat prin (8), să presupunem că funcțiunea uniformă $F(p)$ nu are zerouri la distanță finită (în caz contrar se construiește o funcție asociată, cu aceleași singularități, dar fără zerouri).

În aceste condițiuni, se poate enunța următorul *criteriu de stabilitate:*

Ecuația operațională $Y(p) = F(p) \cdot X(p)$
reprezintă un *sistem stabil, dacă*

$$\frac{d}{d\omega}\left[\arg F(p)\right] < 0 \quad (p = j\omega) \tag{9}$$

Mai întîi se vede imediat că un sistem stabil în sens clasic, este stabil și în acest sens; în adevăr, dacă $F(p) = \frac{1}{(p-a)^\lambda}$,

atunci $\Omega = \arg F(p) = \lambda \, arg\, tg \frac{\omega - \beta}{\alpha}$ $(a = \alpha + j\beta)$ astfel că

$$\Omega'_\omega = \frac{\lambda \alpha}{\alpha^2 + (\omega - \beta)^2} < 0 \qquad \lambda > 0, \alpha < 0$$

adică stabilitate în sens clasic. Cazul unui număr finit, oarecare de factori e reductibil, în mod evident, la cazul precedent, căci argumentul unui produs este suma argumentelor factorilor:

$$F(p) = \frac{1}{K \prod (p - a_k)^{\lambda_k}}, \quad \Omega'_\omega = \frac{d}{d\omega}\left[-\arg k + \sum_{k=1}^{m} \lambda_k \arg tg \frac{\omega - \beta_k}{\alpha_k}\right] < 0$$

$$\left(a_k = \alpha_k + j\beta_k, \ \lambda_k > 0, \alpha_k < 0 \cdot\right)$$

Așadar această extindere este consistentă și efectivă; este deci cazul să dăm cîteva exemple de transcendente uniforme care se înglobează în clasa funcțiilor de transfer ce verifică acest criteriu de stabilitate.

Printre cele mai simple transcendente se găsesc funcțiile întregi; astfel se vede ușor, că acest mod de a trata stabilitatea, face să intervină în calcule, în afară de funcțiile uzuale și alte funcții, cu caracter singular, cum sînt funcțiile „delta" ale lui Dirac (distribuții în sensul lui L. Schwarz). Deltele lui Dirac, a căror imagini operaționale sînt funcții analitice, au proprietăți oarecum paradoxale față de funcțiile uzuale, ceeace face întrebuințarea lor mai dificilă în mod curent; existența lor ca funcții este uneori contestată; acest lucru dovedește însă caracterul istoric al noțiunii de funcție, a cărei schemă actuală este depășită de evoluția experienței istorice. Relațiile care leagă funcțiile clasice de cele trei funcții unitate ale lui Heaviside, de funcțiile „top" ale lui Poincaré, de funcția semn a lui Kronecker, de funcțiile delta și semidelta cît și de funcția „ac" sînt relații integrale, relații de limită, corespondente ale unor procese de convergență diferite; comutarea unor operații care de fapt nu sînt decît uneori comutative, dă naștere la rezultate diferite; deaceea calculul cu deltele lui Dirac este de prea adesea ori evitat, deși rapiditatea calculului cu ele este unanim recunoscută. Calculul funcțional care operează cu asemenea forme lineare integrale, pune tocmai în evidență aceste diferențe de convergență; distribuțiile, care sînt funcționale cu nuclee indefinit derivabile, înmulțite cu o diferență de funcții Heaviside, se impun tot mai mult în atenția fizicei — în special a electronicei — și a biologiei, datorită posibilității de a descrie simplu și cu un calcul precis și complet, fenomene discontinue destul de variate. Sigur că funcțiile clasice nu vor fi eliminate ca prea simple, ci calculul cu ele va fi înțeles prin prizma unor noui definiții ale funcțiilor, iar funcția delta a lui Dirac nu va mai fi considerată ca o simplă notație, ci ca o funcție care dă naștere la relații valabile și nu la o mitologie numerică. Calculul cu delte se poate face efectiv, riguros și complet numai dacă definițiile și operațiile sînt date în mod corect.

3. Să trecem acum la stabilirea condițiilor în care diferite transcendente uniforme corespund unor sisteme stabile în sensul definit anterior.

Fie

$$F(p) = e^{ap} \subset \delta(t+a);$$

așadar

$$F(j\omega) = e^{ja\omega}, \quad \Omega = arg\, F(p) = a\omega$$
$$\Omega'_\omega = a < 0$$

ceeace corespunde la o oscilație bruscă, cu caracter finit-impulsiv, $\left[\text{căci } \int_{-\infty}^{+\infty} k\,\delta(t+a)\,dt = k\right]$, de amplitudine infinită, dar care durează numai un moment.

4. Fie

$$F(p) = p^n e^{ap} \subset \delta^{(n)}(t+a)$$

$$F(j\omega) = \omega^n e^{jn\frac{\pi}{2}} \cdot e^{ja\omega}$$

$$\Omega = n\frac{\pi}{2} + a\omega \qquad \Omega'_\omega = a < 0$$

care dă condiția de stabilitate. De altfel situația este analoagă cu cea dela (3).

5. Mulțimea funcțiilor de transfer corespondente stabilității definite la (2), formează un semigrup multiplicativ ($\mathcal{H}$) cu operatori, în sensul următor:

$F_1, F_2 \varepsilon \mathcal{H} \rightarrow F_1 \cdot F_2 \varepsilon \mathcal{H}$, căci $[arg(F_1 F_2)]'_\omega = (arg F_1)'_\omega + (arg F_2)'_\omega < 0$

$F \varepsilon \mathcal{H}$, $\lambda = \text{const.} \rightarrow \quad \lambda F \varepsilon \mathcal{H}$

6. Dacă $f_k(p)$ sînt polinoame arbitrare cu coeficienți reali și a_k constante reale, atunci: condiția necesară și suficientă ca funcția de transfer transcendentă

$$F(p) = \sum_1^\infty f_k(p) \cdot e^{a_k p} = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{m_k} c_{kl}\, p^l\, e^{a_k p} \subset \sum\sum c_{kl}\, \delta^{(l)}(t+a_k)$$

să corespundă la un sistem stabil

este $\qquad a_k < 0 \quad (k = 1, 2, \cdots n, \cdots)$ și $|a_k| < M$.

Mulțimea funcțiilor de transfer $F(p)$ care se bucură de această proprietate formează un spațiu vectorial $\overset{v}{\mathcal{H}}$; este evident că această proprietate o are și $\mathcal{L}^{-1}[\overset{v}{\mathcal{H}}]$ cu care se află într-o relație de isomorfism. De asemenea $\overset{v}{\mathcal{H}}$ și $\mathcal{L}^{-1}(\overset{v}{\mathcal{H}})$ au ca spații vectoriale, o infinitate de dimensiuni.

Multimile $\overset{v}{\mathcal{H}}$ și $\mathcal{L}^{-1}(\overset{v}{\mathcal{H}})$ sînt și inele — comutative —, căci dacă

$\Sigma f_k \varepsilon e^{a_k p}$, $\Sigma g_k e^{a_k p} \varepsilon \overset{v}{\mathcal{H}}$

atunci

$$\Sigma f_k e^{a_k p} \cdot \Sigma g_k e^{a_k p} \varepsilon \overset{v}{\mathcal{H}} \quad ;$$

ele nu au element unitate, căci $\delta(t) \varepsilon \overset{-1}{\mathcal{L}}(\overset{v}{\mathcal{H}}) \qquad (\Omega'_\omega = 0)$.

Acest spațiu are un rol oarecum analog cu spațiul vectorial de funcții meromorfe definit prin

$$F(p) \varepsilon \mathcal{H}_o, \text{ dacă } F(p) = \sum_{\alpha=1}^{+\infty} \sum_{\beta=0}^{+\infty} \frac{c_{\alpha\beta}}{(p-p_\alpha)^\beta} \quad (\mathcal{R}p_\alpha < 0).$$

și care reprezintă o extindere a funcțiilor raționale de tip Hurwitz

$$F(p) = \sum_{\alpha=1}^{m} \sum_{\beta=1}^{m_\alpha} \frac{c_{\alpha\beta}}{(p-p_\alpha)^\beta} \quad (\mathcal{R}p_\alpha < 0)$$

7. *Exprimarea analitică a criteriului derivatei funcțiunii de transfer în raport cu frecvența.*

Pentru a obține o exprimare analitică a relației

$$\frac{d}{d\omega}\left(arg\ F(p)\right) < 0 \qquad (p = j\omega),$$

vom pune:

$$w = F(s + j\omega) = \frac{1}{u + jv},\ u = u(s, \omega),\ v = v(s, \omega)$$

de unde

$$\Omega = arg\ F(p) = arg tg \frac{u(0, \omega)}{v(0, \omega)} \quad (p = j\omega)\ .$$

De aici rezultă

$$\frac{d\Omega}{d\omega} = \frac{vu'_\omega - uv'_\omega}{v^2} \cdot \frac{v^2}{u^2 + v^2} < 0 \qquad (p = j\omega).$$

Se obține astfel inegalitatea

$$uv'_\omega - vu'_\omega > 0 \qquad (p = j\omega)$$

unde $F(p) = \frac{1}{u + jv}$ este funcțiunea de transfer a sistemului (linear sau linearizat).

8. În cazul particular $v = 0$

rezultă $u \cdot v'_\omega > 0$

care nu este altceva decît criteriul lui Gh. Cartianu (zis criteriul la rezonanță).

9. Analog cu cazul $v = 0$, avem de asemenea și cazul particular $u = 0$

cînd rezultă $v\, u'_\omega < 0$

pentru toate valorile lui ω, rădăcini ale ecuației $u(0, \omega) = 0$.

Catedra de Matematici I
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *Bruns R., Saunders R :* Analysis of feedback control systems, Ne-wYork, 1955
2. *Cartianu Gh.* Stabilitatea unui circuit electric oarecare cu rezistențe negative în sisteme lineare și nelineare, Bul, St, Matematică și Fizică III (1951), pag. 261—292,
3. *James H, M., Nichols N. B., Phillips R. S.:* Theory of Servomechanisms, Mass. Inst, of. Technology 1947.
4. *Thaler G. J.:* Elements of Servomechanisms, New York, 1955.

НОВЫЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К КЛАССУ ПЕРЕДАТОЧНЫХ, ТРАНСЦЕ ДЕНТНЫХ И ОДНОЗНАЧНЫХ ФУНКЦИЙ.

(Краткое содержание)

Если $Y(p) = F(p) \cdot X(p)$ $(p = s + j\omega)$ является операционным уравнением системы $Y(p)$, $X(p)$ преобразования входных и выходных

функций Лапласса, данные однообразоной аналитической функциой $F(p)$ (алгебраической или нет), т. н. передаточная функция, тогда устанавливается следующе условие устойчивости :

$$\frac{d}{d\omega}\left[\arg F(p)\right] < 0 \qquad (p = j\omega)$$

Даются несколько применений для случая, когда

$$F(p) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(p) \cdot e^{a_k p} \subset \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} c_{kl}\, \delta^{(l)}(t + a_k),\ a_k < 0$$

где $\delta^{(k)}(t)$ являются особенными дельта функции Дирака.

Эти критерии охватывают частные случаи :

1. Критерии Леонарда Михайлова

$$\Delta_{+0}^{+\infty} \arg F(p) = n\frac{\pi}{2} \qquad (n = gr.F(p),\ p = j\omega)$$

2. Амглитудно — фазовый критерий

$$\Delta_{-\infty}^{+\infty} \arg F(p) = n\pi \qquad (n = gr.F(p),\ p = j\omega)$$

3. Критерий Картино (называемый резонансовым). $v = 0$

$$u\, v'_{\omega} > 0, \qquad F(p) = \frac{1}{u + jv}$$

и аналогичный критерий $v\, u'_{\omega} < 0$ для всех корней уравнения : $u(0, \omega) = 0$

UN NOUVEAU CRITÈRE ÉLÉMENTAIRE DE STABILITÉ ET SON EXTENSION À UNE CLASSE DE FONCTIONS DE TRANSFERT, TRANSCENDENTES UNIFORMES.

(Résumé)

Si $Y(p) = F(p) \cdot X(p) \qquad (p = s + j\omega)$

est l'équation d'un système (X(p), Y(p) transformées Laplace des fonctions d'éntrée et de sortie), donné par la fonction analytique $F(p)$ uniforme, algébrique ou non, dite fonction de transfert, on donne comme critère de stabilité, dans un sens large, l'inégalité :

$$\frac{d}{d\omega}\left[\arg F(p)\right] < 0 \qquad (p = j\omega)$$

On donne quelques applications pour les cas où

$$F(p) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(p) \cdot e^{a_k p} \subset \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} c_{kl}\, \delta^{(l)}(t + a_k),\ a_k < 0$$

et ou $\delta^{(k)}(t)$ sont les déltas singuliers de Dirac.

Ce critère comprend comme cas particuliers :
Le critère de Léonard-Mikhailov :

$$\Delta_{+0}^{+\infty} \arg F(p) = n\frac{\pi}{2} \quad (n = gr.\,F(p)\,,\, p = j\omega)$$

La critère amplitude-phase :

$$\Delta_{-\infty}^{+\infty} \arg F(p) = n\,\pi \quad (n = gr.\,F(p)\,,\, p = j\omega)$$

Le critère de G. Cartiano (dit „de résonance", $v = 0$).

$$u\,v'_{\omega} > 0 \;,\; F(p) = \frac{1}{u + jv}$$

et un critère analogue

$$v\,u'_{\omega} < 0$$

pour toutes les racines de l'équation $u(0, \omega) = 0$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

517.5

UNELE ELEMENTE DE MECANICĂ AREOLARĂ

de MARCIAN GUTMANN

I. Acest articol prezintă într-o formă mai succintă, unele analogii care există între elemente lineare și elemente areolare, atît în mecanica punctului cît și în cea a sistemelor; unele desvoltări cît și aplicațiile uzuale vor apare separat, din lipsă de spațiu.

În prima parte se pun în evidență, pentru viteze și accelerații de suprafață, teoreme analoage celor ale lui Roberval și Coriolis, după care se trece la stabilirea formulelor care dau distribuția de viteze și accelerații de suprafață în mișcarea unui solid cu punct sau axă fixă. Toate aceste teoreme introduc unele elemente mecanice zise de schimb — sau de transfer —, ce provin din transpunerea mișcării unui punct sau sistem la alt punct sau sistem; teoreme clasice relative la mișcarea centrului de greutate al unui sistem prezintă asemenea proprietăți de transfer în privința masei, impulsurilor și momentelor cinetice.

În continuare, se prezintă o aplicație a elementelor de schimb la reprezentarea impulsurilor și momentelor cinetice lineare în cazul mișcării relative a unui sistem rigid, stabilindu-se apoi și forma momentului cinetic de suprafață.

II. *Analoaga teoremei lui Roberval pentru vitesele de suprafață.* *)

Fie M punctul care se mișcă în sistemul (O) care e mobil față de sistemul (O_1); dacă punem

$$\overline{OM}=\bar{r}\ ,\quad \overline{O_1M}=\bar{R}\ ,\quad \overline{O_1O}=\bar{p}\ ,$$

atunci avem

$$\bar{R}=\bar{p}+\bar{r}$$

$$\bar{v}_a=\bar{v}_t+\bar{v}_r \qquad \text{(teorema lui Roberval)},$$

unde $\bar{v}_a, \bar{v}_t, \bar{v}_r$ sînt respectiv vitesele lineare absolută, de transport și relativă ale lui M; de asemenea

$$\bar{a}_a=\bar{a}_t+\bar{a}_r+\bar{a}_c \qquad \text{(teorema lui Coriolis)},$$

unde $\bar{a}_a, \bar{a}_t, \bar{a}_r$ au semnificații analoage, iar $\bar{a}_c$ este accelerația complementară a lui Coriolis.

Vitesa de suprafață (sau kepleriană) absolută este, prin definiție:

$$\bar{\Omega}_a=\frac{1}{2}\bar{R}\times\bar{v}_a\ .$$

De asemenea, vitesa kepleriană relativă este:

$$\bar{\Omega}_r=\frac{1}{2}\bar{r}\times\bar{v}_r$$

*) Viteza areolară este mărimea vitezei de suprafață, căreia i se mai zice și viteză kepleriană.

Este ușor de văzut că există relația

$$\bar{\Omega}_a = \frac{1}{2}\bar{R} \times \bar{v}_a = \frac{1}{2}(\bar{p} + \bar{r}) \times (\bar{v}_t + \bar{v}_r)$$

De aici rezultă vitesa kepleriană *de transport,* care se obține din cea absolută, considerînd pe M fix în sistemul mobil, adică:

$$\bar{\Omega}_t = \frac{1}{2}\bar{R} \times \bar{v}_t$$

Avem așadar $$\boxed{\bar{\Omega}_a = \bar{\Omega}_r + \bar{\Omega}_s + \bar{\Omega}_t}$$

unde $\bar{\Omega}_s$ este un termen complementar: $\bar{\Omega}_s = \frac{1}{2}\bar{p} \times \bar{v}_r$; interpretarea lui $\bar{\Omega}_s$ este imediată: $\bar{\Omega}_s$ este viteza kepleriană a lui O față de O_1 (fix), dacă O s-ar mișca față de O_1 așa cum se mișcă M față de O; ea este așa dar o viteză kepleriană *de schimb* — sau de transfer — întrucît se referă la un transfer al mișcării relative a lui M față de centrul mobil 0. Relația precedentă este analoaga „areolară" a relației lui Roberval pentru adunarea vitezelor liniare în mișcarea relativă.

III. *Analoaga teoremei lui Coriolis pentru accelerațiile de suprafață.*

Păstrînd notațiile dela paragraful anterior, avem prin definiție, pentru accelerația kepleriană absolută:

$$\bar{A}_a = \frac{1}{2}\bar{R} \times \bar{a}_a \cdot$$

De asemenea pentru accelerația kepleriană relativă:

$$\bar{A}_r = \frac{1}{2}\bar{r} \times \bar{a}_r \cdot$$

Însă cum

$$\bar{A}_a = \frac{1}{2}(\bar{p} + \bar{r}) \times (\bar{a}_t + \bar{a}_r + \bar{a}_c),$$

pentru a obține accelerația kepleriană *de transport,* vom considera pe M fix în sistemul mobil, astfel că

$$\bar{A}_a = \frac{1}{2}(\bar{p} + \bar{r}) \times \bar{a}_t$$

Ținînd seamă de definițiile precedente, căpătăm:

$$\boxed{\bar{A}_a = \bar{A}_r + \bar{A}_s + \bar{A}_t + \bar{A}_c}$$

unde s-a pus

$$\bar{A}_s = \frac{1}{2}\bar{p} \times \bar{a}_r \quad \text{și} \quad \bar{A}_c = \frac{1}{2}(\bar{p} + \bar{r}) \times \bar{a}_c.$$

Să vedem care este semnificația acestor termeni. În primul rînd se vede imediat că

$$\bar{A}_s = \frac{1}{2}\bar{p} \times \bar{a}_r$$

este analoaga vitezlei kepleriene de schimb $\bar{\Omega}_s$ și anume: $\bar{A}_s$ este accelerația keplerianã lui O față de O_1 (fix), dacă O s-ar mișca față de O_1, așa cum se mișcă M față de O: ea este *accelerația keplerianã de schimb (de transfer).*

Pentru a găsi semnificația termenului notat cu $\bar{A}_c$:

$$\bar{A}_c = \frac{1}{2}(\bar{p} + \bar{r}) \times \bar{a}_c$$

vom observa că $\frac{1}{2}\bar{r} \times \bar{a}_c$ este aplicată lui M și reprezintă un moment *relativ* al accelerației lui Coriolis $\bar{a}_c$: ea este deci accelerația keplerianã Coriolis *relativă:*

$$\bar{A}_{c \cdot r} = \frac{1}{2}\bar{r} \times \bar{a}_c \quad ;$$

termenul

$$\frac{1}{2}\bar{p} \times \bar{a}_c$$

este și el o accelerație keplerianã Coriolis, dar aplicată în O (dacă acesta s-ar mișca față de O_1, așa cum se mișcă M față de O): ea este așadar o accelerație keplerianã Coriolis *de schimb:*

$$\bar{A}_{c \cdot s} = \frac{1}{2}\bar{p} \times \bar{a}_c$$

astfel că:

$$\boxed{\bar{A}_c = \bar{A}_{c \cdot r} + \bar{A}_{c \cdot s}}$$

IV. *Distribuția de viteze kepleriene în mișcarea unui solid cu punct sau axă fixă.*

Dacă

$$\bar{v} = \bar{\omega} \times \bar{r}$$

este distribuția de viteze lineare, atunci cîmpul de distribuție al vitezelor kepleriene este

$$\bar{\Omega} = \frac{1}{2}\bar{r} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}) = \frac{1}{2} \cdot I\bar{\omega} = \frac{1}{2}\left[\bar{r}^2 \cdot \bar{\omega} - (\bar{\omega}\,\bar{r})\,\bar{r}\right]$$

unde $I\bar{\lambda}$ este un operator vectorial *linear* (sau tensor), adică

$$I(\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2) = I\bar{\lambda}_1 + I\bar{\lambda}_2$$
$$I(s \cdot \bar{\lambda}) = s \cdot I\bar{\lambda}$$

Prin analogie cu tensorul de inerție mecanică, vom numi $I(\lambda)$ tensor punctual de *inerție geometrică;* se vede că $I\bar{\lambda} = p^2\bar{\lambda} - (\bar{\lambda}\,\bar{r})\,\bar{r}$ este un tensor simetric: $I_c = I \cdot$

Vitezele kepleriene iterate $\bar{\Omega}_k$ se definesc în felul următor:

$$\bar{\Omega}_1 = \bar{\Omega}$$

$$\bar{\Omega}_n = \frac{1}{2} I\, \bar{\Omega}_{n-1}$$

Avem evident:

$$\bar{\Omega}_2 = \frac{1}{2} I\, \bar{\Omega}_1 = \frac{1}{2^2} I\,(I\bar{\omega}) = \frac{1}{2^2} I^2(\bar{\omega})$$

și

$$\bar{\Omega}_n = \frac{1}{2^n} I^n(\bar{\omega})$$

unde I^2 este un produs tensorial contractat (produs interior, analog cu produsul ordinar a două matrici).

În particular $\bar{\Omega}_0 = \bar{\omega} = I^0(\bar{\omega})$: așadar vectorul-rotație instantanee poate fi interpretat ca o viteză de suprafață.

Pentru a calcula mărimea vitezei areolare, vom ține seamă de expresia lui $\bar{\Omega}$ în funcție de $\bar{\omega}$:

$$\bar{\Omega}^2 = \frac{1}{4} I\bar{\omega} \cdot I\bar{\omega} = \frac{1}{4}\bar{\omega} \cdot I_c(I\bar{\omega}) = \frac{1}{4}\bar{\omega} \cdot I^2\bar{\omega},$$

din cauza simetriei lui I.

Este ușor de văzut că

$$\bar{\Omega}^2 = \bar{\omega} \cdot \bar{\Omega}_2 = \bar{\omega} \cdot \frac{1}{4} I^2\bar{\omega} = \bar{\Omega}_2 \cdot \bar{\Omega}_0 \cdot$$

De asemenea pentru calculul vitezelor areolare de ordin superior, avem

$$\bar{\Omega}_k^2 = \bar{\Omega}_k \cdot \bar{\Omega}_k = \frac{1}{2^{2k}}(I^k\bar{\omega}) \cdot I^k\bar{\omega} = \frac{1}{2^{2k}}\bar{\omega}\, I_c^k(I^k\bar{\omega}) = \frac{1}{2^{2k}}\bar{\omega} \cdot I^{2k}\bar{\omega};$$

dar

$$\bar{\Omega}_{2k} = \frac{1}{2^{2k}} I^{2k}\bar{\omega},$$

astfel că

$$\bar{\Omega}_k^2 = \bar{\Omega}_k^2 = \bar{\omega} \cdot \bar{\Omega}_{2k} = \bar{\Omega}_0 \cdot \bar{\Omega}_{2k}$$

$$\boxed{\bar{\Omega}_k^2 = \bar{\Omega}_0 \cdot \bar{\Omega}_{2k}}$$

V. *Distribuția de accelerații kepleriene în mișcarea unui solid cu punct sau axă fixă.*

Accelerația de suprafață este evident

$$\bar{A} = \dot{\bar{\Omega}} = \frac{1}{2}\bar{r} \times \dot{\bar{v}} = \frac{1}{2}\bar{r} \times (\bar{\omega} \times \bar{r})^{\cdot} = \frac{1}{2}\bar{r} \times [\dot{\bar{\omega}} \times \bar{r} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r})]$$

care se mai scrie și

$$\bar{A}=\frac{1}{2}\left[I\dot{\bar{\omega}}+(I\bar{\omega})\times\bar{\omega}\right],$$

folosind definiția lui $I\bar{\lambda}$ și relația

$$\frac{d}{dt}(I\bar{\omega})=I\dot{\bar{\omega}}+(I\bar{\omega})\times\bar{\omega}$$

care prezintă o analogie cu formula lui Sudria.

Pentru a demonstra această proprietate, vom stabili mai întîi derivata tensorului $I\bar{\lambda}$, în raport cu parametrul t, $\bar{\lambda}$ find un vector oarecare.

Fie $$\bar{\Lambda}=I\bar{\lambda}=\bar{r}\times(\bar{\lambda}\times\bar{r})$$

Avem atunci pentru derivata $\dot{\bar{\Lambda}}$:

$$\dot{\bar{\Lambda}}=\dot{\bar{r}}\times(\bar{\lambda}\times\bar{r})+\bar{r}\times[\dot{\bar{\lambda}}\times\bar{r}+\bar{\lambda}\times\dot{\bar{r}}] \quad \text{unde } \dot{\bar{r}}=\bar{\omega}\times\bar{r};$$

desvoltînd se obține:

$$\dot{\bar{\Lambda}}=\bar{r}\times(\dot{\bar{\lambda}}\times\bar{r})-(\bar{\lambda}\,\bar{\omega}\,\bar{r})\,\bar{r}-(\bar{\lambda}\,\bar{r})\,\bar{\omega}\times\bar{r}\;;$$

reconstituind produsele duble, se obține

$$\dot{\bar{\Lambda}}=\bar{r}\times(\dot{\bar{\lambda}}\times\bar{r})+\bar{\omega}\times[\bar{r}\times(\bar{\lambda}\times\bar{r})]+\bar{r}\times[(\bar{\lambda}\times\bar{\omega})\times\bar{r}]$$

adică $$\boxed{\frac{d}{dt}(I\bar{\lambda})=I\dot{\bar{\lambda}}+\bar{\omega}\times I\bar{\lambda}+I(\bar{\lambda}\times\bar{\omega})}$$

Pentru $\bar{\lambda}=\bar{\omega}$ $\quad (I\bar{\omega})^{\cdot}=\bar{A}=\dot{\bar{\Omega}}=I\dot{\bar{\omega}}+\bar{\omega}\times I\bar{\omega}$

În cazul $\bar{\omega}=\text{const.}$ $\quad (I\bar{\omega})^{\cdot}=\bar{\omega}\times I\bar{\omega}\cdot$

VI. *Elemente de schimb în mișcarea relativă a unui solid (E).*

— Impulsuri și momente cinetice —

În această parte a lucrării, vom pune în evidență anumite elemente „de schimb", de tipul celor introduse anterior și care vor arăta și mai bine legătura dintre viteza de suprafață și moment cinetic, legătură care de multe ori este considerată artificială.

Întrucît sistemele rigide *(E)* considerate, sînt discrete, continue sau cu discontinuități finite, integralele relative la *(E)* vor fi integrale de tip Stieltjes.

VI. Expresia

$$\bar{H}_a=\int_E \bar{v}_a\cdot dm$$

este prin definiție impulsul total absolut al sistemului *(E)*, iar

$$\bar{H}_r=\int_E \bar{v}_r\, dm$$

este impulsul total relativ și cum

$$\bar{v}_a=\bar{v}_r+\bar{v}t$$

rezultă $\boxed{\overline{H}_a = \overline{H}_r + \overline{H}_t}$

unde s-a pus $\overline{H}_t = \int_E \overline{v}_t \, dm$ (impulsul total de transport).

Care este interpretarea lui $\overline{H}_t$?

Avem $\overline{H}_t = \int_E (\dot{\overline{p}} + \overline{\omega} \times \overline{r}) \, dm$, unde $\overline{p} = \overline{0_1 0}, \overline{r} = \overline{0M}$ $(M \in E)$

dm = „element de massă relativ la E" (de dimensiune oarecare), iar $\overline{\omega}$ este rotația instantanee relativă; însă

$$\overline{H}_t = \dot{\overline{p}} \int_E dm + \overline{\omega} \times \int_E \overline{r} \, dm = \mathcal{M}\dot{\overline{p}} + \overline{\omega} \times \mathcal{M}\overline{r}_G = \overline{H}_S + H_G$$

unde $\mathcal{M}$ este massa lui (E), iar $\overline{r}_G = \overline{OG}$ este vectorul de poziție relativ al centrului de greutate al lui E.

Expresia $\overline{H}_S = \mathcal{M}\dot{\overline{p}}$ este impulsul relativ la 0_1, al lui 0, ca și cum massa întregului sistem (E) ar fi concentrată în centrul mobil (0); $\overline{H}_S$ este așadar un *impuls de schimb*.

Expresia $\overline{H}_G = \overline{\omega} \times \mathcal{M}\overline{r}_G$ este impulsul relativ la 0 al centrului de greutate ca și cum massa lui (E) ar fi concentrată în G, iar mișcarea relativă a lui (E), ar fi doar mișcare de rotație; $\overline{H}_G$ este deci un *impuls de rotație relativă*.

Astfel că $\boxed{\overline{H}_a = \overline{H}_r + \overline{H}_S + \overline{H}_G + \overline{H}_t}$

VI. b. În privința *momentelor cinetice*, avem definiții și relații analoage, care însă sînt direct legate de mărimile areolare.

Momentul cinetic absolut este prin definiție:

$$\overline{K}_a = \int_E \overline{R} \times \overline{v}_a \, dm \quad (\overline{R} = \overline{p} + \overline{r} = \overline{0_1 M}, \; 0_1 \; fix, \; M \in E)$$

iar momentul cinetic relativ este

$$\overline{K}_r = \int_E \overline{r} \times \overline{v}_r \, dm$$

Avem evident

$\overline{K}_a = \int_E (p + r) \times (v_t + v_r) dm = K_r + K_s + K_t$, relație cu totul analoagă cu aceia a vitezelor kepleriene și unde s-a pus:

$$\overline{K}_r = \int_E \overline{r} \times \overline{v}_r \, dm$$
$$\overline{K}s = \int_E \overline{p} \times \overline{v}_r \, dm$$
$$\overline{K}_t = \int_E \overline{R} \times \overline{v}_t \, dm$$

Mărimea $\overline{K}_s = \overline{p} \times \overline{H}_r$ este momentul cinetic în raport cu 0_1 (fix), al impulsului total relativ $\overline{H}_r$, aplicat în 0 (mobil), ca și cum massa lui E ar fi concentrată în 0 și nu în centrul de greutate G; $\overline{K}_s$ este deci un *moment cinetic de schimb relativ*.

Mărimea $\overline{K}_t = \int_E (\overline{p} + \overline{r}) \times (\dot{\overline{p}} + \overline{\omega} \times \overline{r})\, dm$

are o interpretare mai complicată și e formată din următorii 4 termeni:

1. Expresia $\overline{p} \times \dot{\overline{\mathcal{M}p}}$ este un moment cinetic față de O_1 (fix) al lui O, ca și cum massa lui (E) ar fi concentrată în $O\,(\overline{p} = \overline{O_1O})$: este un *moment cinetic de schimb.*

2. Expresia

$$\overline{p} \times (\overline{\omega} \times \int_E \overline{r}\, dm) = \overline{p} \times (\mathcal{M}\overline{\omega} \times \overline{r}_G) = \overline{p} \times \overline{H}_G = \overline{K}_{s \cdot rot}\,.$$

este momentul față de O_1, al lui $\overline{H}_G$, definit anterior, dacă O s-ar mișca față de O_1, cu mișcarea de rotație relativă pe care o are C față de O (massa fiind evident concentrată în G); așadar $\overline{K}_{s \cdot rot} = \overline{p} \times \overline{H}_G$ este un *moment rotatoriu de schimb.*

3. Expresia $(\int_E \overline{r}\, dm) \times \dot{\overline{p}} = \overline{r}_G \times \dot{\overline{\mathcal{M}p}}$ este momentul față de O, dacă G s-ar mișca față de O, așa cum se mișcă O față de O_1; acest moment este deci un *moment de schimb invers*, ordinea de transfer a mișcărilor parțiale fiind inversă.

4. Expresia $\int_E \overline{r} \times (\overline{\omega} \times \overline{r})\, dm = \overline{K}_{r \cdot rot}$. este momentul cinetic de rotație relativă.

VII. *Teorema momentului cinetic keplerian.*

Prin definiție momentul cinetic keplerian absolut este

$$\overline{\mathcal{K}}_a = \overline{R} \times \overline{\Omega}_a$$

iar momentul cinetic keplerian relativ este

$$\overline{\mathcal{K}}_p = \overline{r} \times \overline{\Omega}_r$$

Însă cum momentul de transport $\overline{\mathcal{K}}_t$, se obține din cel absolut, considerînd pe M fix în sistemul mobil (O), rezultă că din

$$\overline{\mathcal{K}}_a = (\overline{p} + \overline{r}) \times (\overline{\Omega}_r + \overline{\Omega}_s + \overline{\Omega}_t)$$

vom căpăta

$$\overline{\mathcal{K}}_t = \overline{R} \times \overline{\Omega}_t$$

De aici rezultă relația definitivă

$$\boxed{\overline{\mathcal{K}}_a = \overline{\mathcal{K}}_p + \overline{\mathcal{K}}_{s \cdot r} + \overline{\mathcal{K}}_{s \cdot tot.} + \overline{\mathcal{K}}_t}$$

unde $\overline{\mathcal{K}}_{s \cdot r} = \overline{p} \times \overline{\Omega}_r$, este momentul cinetic keplerian față de O_1, dacă O mișca față de O_1, așa cum se mișcă M față de O, iar $\overline{\mathcal{K}}_{s \cdot tot.} = \overline{R} \times \overline{\Omega}_s$ momentul cinetic keplerian față de O_1 al lui M, dacă acesta ar avea numai mișcarea de schimb.

În cazul sistemelor, vom nota

$$\overline{\mathcal{K}}_a = \sum_E \overline{R} \times \overline{\Omega}_a$$
$$\overline{\mathcal{K}}_r = \sum_E \overline{r} \times \overline{\Omega}_r$$
$$\overline{\mathcal{K}}_{s\cdot r} = \sum_E \overline{p} \times \overline{\Omega}_r = \overline{p} \times \sum_E \overline{\Omega}_r$$
$$\overline{\mathcal{K}}_{s\cdot tot} = \sum_E \overline{R} \times \overline{\Omega}_s$$

şi teorema momentului cinetic keplerian se exprimă printr-o relaţie identică cu cea din cazul unui singur punct material.

Catedra de Matematici III
Institutul Politehnic Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

Vîlcovici V.: Curs de Mecanică, lito Ed. Universităţii Buc, 1946.

НЕКОТОРЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СЕКТОРИАЛЬНОЙ МЕХАНИКИ

(Краткое содержание)

После краткого исторического обзора в работе устанавливаются секториальные аналогии для теоремы Робервaля и Кориолиса. Таким образом мы имеем :

$\overline{\Omega}_a = \overline{\Omega}_r + \overline{\Omega}_s + \overline{\Omega}_t$ для секториальной скорости

$\overline{A}_a = \overline{A}_r + \overline{A}_s + \overline{A}_t + \overline{A}_c$ для секториального ускорения, где $\overline{\Omega}_a, \overline{A}_a$), ($\overline{\Omega}_r, \overline{A}_r$) и ($\overline{\Omega}_t, \overline{A}_t$) представляет абсолютные, относительные и переносные элементы при следующих значениях $\overline{\Omega}_s$ $\overline{A}_s$ $\overline{A}_c$, $\overline{\Omega}_s$ является скоростью Кеплера, движущейся точки O относительно неподвижной точки 0_1 в том случае, если **0** двигалось бы в отношении 0_1 как M в отношении **0**. (переменная скорость Каплера), а также для $\overline{A}_s$.

Выражение $\overline{A}_c$ равно $\overline{A}_{cr} + \overline{A}_{cs}$ т. е. относительному ускорению Кеплера — Кориолиса ($\overline{A}_{cr}$) и переменному ускорению Кеплера—Кориолиса A_{cs}.

Затем для случая движения твердого тела с неподживной точкой и осью дается распределение скоростей и ускорений Кеплера, применяя произвоеное относительно местного геометрического тензора, совместно с каким либо произвольным вектором.

В работе устанавливаются также несколько соотношений, касающихся количества движения и кинетических моментов при относительнем движении твердого тела (E), которые содержат переменные элементы и представляют аналогию с теоремами Кеплера в отношении скоростп и ускорения.

В заключение дается теорема, касающаяся кинематическоrо момента Кеплера. которая вводит одновременно и переменные элементы.

QUELQUES ÉLÉMENTS DE MÉCANIQUE ARÉOLAIRE.

(Résumé)

Après un coup d'oeil historique, on établit des analogues aréolaires pour les théorèmes de Roberval et Coriolis ; ainsi on a

$\overline{\Omega}_a = \overline{\Omega}_r + \overline{\Omega}_s + \overline{\Omega}_t$ pour les vitesses de surface (keplerienes) et

$\overline{A}_a = \overline{A}_r + \overline{A}_s + \overline{A}_t + \overline{A}_c$ pour les accélérations de surface où $(\overline{\Omega}_a, \overline{A}_a), (\overline{\Omega}_r, \overline{A}_r)$ et $(\overline{\Omega}_t, \overline{A}_t)$ représentent les éléments absolues, relatives et de transport, tandis que $\overline{\Omega}_s, \overline{A}_s$ et $\overline{A}_c$ ont les significations suivantes :

$\overline{\Omega}_s$ est la vitesse képlerienne du point 0 (mobile) par rapport à 0_1 (fixe), si 0 aurait par rapport à 0_1 le mouvement du point M par rapport à 0 *(vitesse képlerienne de transfert);* de même pour $\overline{A}_s$.

Le terme $\overline{A}_c$ est égal à $\overline{A}_{c.r} + \overline{A}_{c.s}$ c'est-à-dire une accélération képlerienne Coriolis relative $(\overline{A}_{c.r})$ plus une accélération képlerienne Coriolis *de transfert* $(\overline{A}_{c.s})$.

On donne ensuite la distribution des vitesses et des accélérations képleriennes dans le mouvement d'un solide avec point ou axe fixe, en utilisant la dérivée par rapport à un paramètre d'un tenseur géométrique local, contracté avec un vecteur quelconque.

On établit également, quelques relations concernant les impulsions et les moments cinétiques dans le mouvement relatif d'un solide *(E)*, qui contiennent *des éléments de transfert* et qui présentent une analogie avec les théorèmes relatifs aux vitesses et aux accélérations képleriennes.

On donne enfin, un théoreme concernant le moment cinétique képlerien, qui introduit également des éléments de transfert.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

NOI PROCEDEE PENTRU IDENTIFICAREA ORDINEI DE SUCCESIUNE A VÎRFURILOR LA POLIGOANELE DE INTERSECȚIE A DOUĂ POLIEDRE

de MIRCEA IORGA

Cînd avem două poliedre care se intersectează și voim să reprezentăm, în epură, poligonul de intersecție (în cazul ruperii) sau poligoanele de intrare și ieșire (în cazul pătrunderii totale), trebuie ca, după ce am reușit să determinăm vîrfurile acestui poligon sau ale acestor poligoane, *să stabilim ordinea lor de succesiune.*

Această latură a problemei prezintă, pentru unii, oarecari dificultăți, datorite, în primul rînd, faptului că metodele recomandate, în acest scop, nu sînt întotdeauna destul de simple și deci ușor de aplicat.

Pentru a înlătura aceste dificultăți, am căutat să completez, prin cîteva elemente noi, procedeele care se aplică în mod curent și, în plus, pentru cazurile în care poliedrele ocupă anumite poziții particulare față de planele de proecție, să stabilesc *o nouă metodă, rapidă,* capabilă să înlăture incertitudinile și să garanteze o rapiditate de procedură.

În prezentarea pe care o fac mai jos a acestor contribuții noi în domeniul Geometriei descriptive, voi pleca dela cazul cel mai simplu și anume dela cazul cînd cele două poliedre au, ca în fig. 1, fețele laterale proectante pe cîte unul din planele de proecție.

Să admitem, de exemplu, că am avea de a face cu *două prizme drepte, triunghiulare,* dintre cari:

— prizma I are muchiile laterale verticale iar baza situată în planul orizontal de proecție, pe cînd

— prizma II are muchiile laterale paralele cu axa *Ox* iar baza situată în planul lateral de proecție,

și să presupunem că *toate muchiile prizmei II înțeapă fețele prizmei I.*

În consecință, vom avea de a face cu *o pătrundere totală* și deci, din intersecția suprafețelor laterale ale celor două prizme, va rezulta *un poligon de intrare* și *un poligon de ieșire.*

Pentru a construi aceste poligoane, va trebui să aflăm mai întîi punctele în care muchiile prizmei II înțeapă fețele prizmei I și punctele în care muchiile prizmei I înțeapă fețele prizmei II.

Dată fiind însă poziția particulară pe care o au fețele laterale ale celor două prizme față de planele de proecție, determinarea acestor puncte se poate face cu multă ușurință.

În adevăr, întrucît fețele laterale ale prizmei I sînt proectante pe planul orizontal de proecție, înseamnă că:

— proecțiile orizontale ale punctelor în care muchiile prizmei II înțeapă fețele prizmei I se vor găsi la intersecțiile proecțiilor orizontale ale acestor muchii cu urmele orizontale ale fețelor laterale ale prizmei I;

— proecțiile verticale ale acestor puncte se vor găsi în punctele în care respectivele linii de ordine taie proecțiile verticale ale acestor muchii iar

proecțiile laterale se vor găsi chiar în urmele laterale ale muchiilor.

La rîndul lor, datorită faptului că fețele laterale ale prizmei II sînt proectante pe planul lateral de proecție, ne va rezulta că:

— proecțiile laterale ale punctelor în care muchiile prizmei I înțeapă fețele prizmei II se vor găsi la intersecțiile proecțiilor laterale ale acestor muchii cu urmele laterale ale fețelor prizmei II;

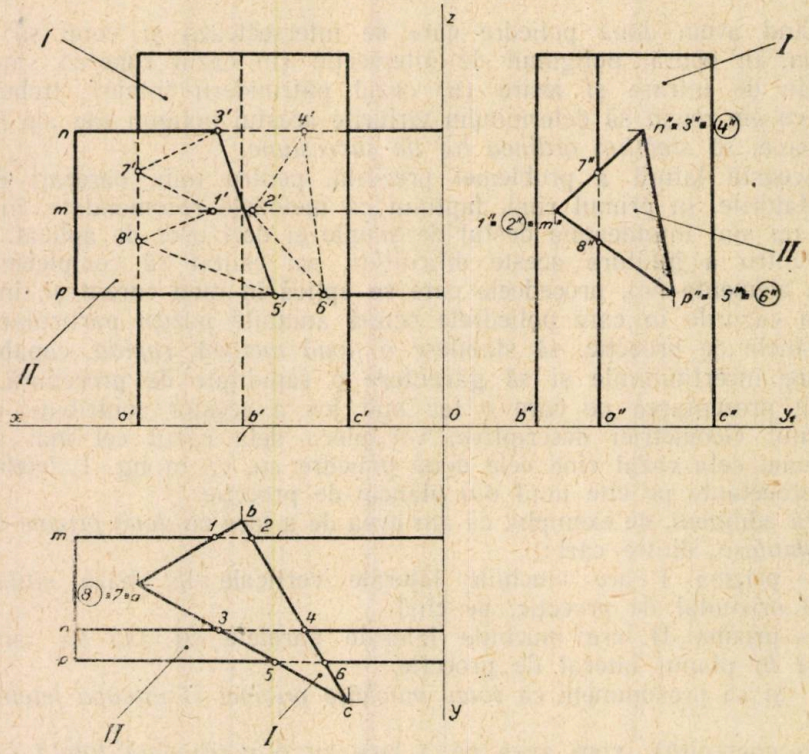


Fig. 1

— proecțiile verticale ale acestor puncte se vor găsi în punctele în care respectivele linii de ordine taie proecțiile verticale ale muchiilor iar

— proecțiile orizontale ale punctelor se vor afla chiar în urmele orizontale ale muchiilor laterale ale prizmei I.

Pentru a stabili însă care din aceste puncte aparțin poligonului de intrare și care aparțin poligonului de ieșire precum și pentru a identifica ordinea de succesiune a vîrfurilor acestor poligoane, trebuiesc sta-

bilite anumite reguli. Deducerea acestora se poate face în mod foarte simplu, plecînd dela observațiile de mai jos, în cadrul cărora, pentru mai multă ușurință, *vom denumi fiecare element al prizmelor cu simbolul proecției sale orizontale.*

Dacă examinăm, de exemplu, punctul 1, observăm că el aparține:
— muchiei *m* a prizmei II și
— feței *ab* a prizmei I.

La rîndul său, muchia *m* aparține fețelor *mn* și *mp* ale prizmei II. În consecință, *punctul 1 aparține:*
— feței *ab* a prizmei I și
— fețelor *mn* și *mp* ale prizmei II.

Observăm apoi că *punctul 7 aparține:*
— muchiei *a* a prizmei I și
— feței *mn* a prizmei II

și, întrucît muchia *a* este comună fețelor *ab* și *ac,* ale prizmei I, înseamnă că punctul 7 aparține, în același timp,:
— fețelor *ab* și *ac* ale prizmei I și
— feței *mn* a prizmei II.

Fiecare latură a poligonului de intersecție rezultînd din intersecția uneia din fețele prizmei I cu una din fețele prizmei II, înseamnă că două puncte, pentru a fi capetele uneia din aceste laturi și deci pentru a fi două vîrfuri consecutive ale poligonului de intersecție, vor trebui să aibă în comun o față a prizmei I și o față a prizmei II.

Dacă ne referim la cele spuse mai sus, constatăm că punctele 1 și 7 au în comun:
— fața *mn* a prizmei II și
— fața *ab* a prizmei I.

În concluzie, *ele vor fi două vîrfuri consecutive ale poligonului* și deci *segmentul 1—7 va fi una din laturile acestuia.*

La rîndul său, *punctul 3 aparține:*
— muchiei *n* a prizmei II și
— feței *ac* a prizmei I

adică:
— fețelor *mn* și *np* ale prizmei II și
— feței *ac* a prizmei I.

Observăm însă că punctul 7 aparține și el fețelor *mn* și *ac.*

În consecință, *vîrful care va urma vîrfului 7 va fi vîrful 3* și deci *latura 7—3 va fi următoarea laturii 1—7.*

Procedînd în același mod, deducem, succesiv, punctele 5 și 8 și, ca urmare, laturile 3—5 și 5—8.

Observăm apoi că *punctul 8 nu are două fețe în comun cu niciun alt punct în afară de punctul 1,* ceeace ne arată că *poligonul se închide în punctul 1.*

Ne rezultă astfel că *ordinea de succesiune a vîrfurilor poligonului de intrare* va fi:

$$1 \rightarrow 7 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 1$$

Procedînd apoi în același mod, deducem că *ordinea de succesiune a vîrfurilor poligonului de ieșire* va fi:

$$2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 2$$

Principiul dela care plecăm în stabilirea ordinei de succesiune se poate deci formula astfel:

pentru ca două vîrfuri ale unui poligon de intersecție să aparțină unei aceleiași laturi a poligonului și deci să fie vîrfuri succesive, trebuie ca ele să aibă în comun două din fețele celor două poliedre care se intersectează și anume *o față de pe unul din ele și o față de pe celălalt.*

Acest principiu, căruia îi dau denumirea de **principiul comunității apartenență,** ne conduce spre o soluție cît se poate de simplă a problemei identificării ordinei de succesiune a vîrfurilor unui poligon de intersecție.

Pentru aceasta, se întocmește mai întîi o tabelă, de tipul tabelei I, de mai jos (care se referă la cazul ilustrat în fig. 1), căreia îi dau denumirea de **tabela comunității de apartenență.** În această tabelă, se notează mai întîi, în coloana I, numerele de ordine ale vîrfurilor poligonului (sau poligoanelor) de intersecție iar apoi, pentru fiecare din aceste puncte, se marchează cu semnul × căsuța din dreptul fiecărei fețe căreia-i aparține punctul. De exemplu: pentru vîrful 1 se marchează căsuțele corespunzătoare fețelor *mn, pm* și *ab*, care sînt comune acestui punct; pentru vîrful 2 se marchează căsuțele corespunzătoare fețelor *mn, pm* și *bc* și așa mai departe.

TABELA I (corespunzătoare fig. 1)

N-rul de ordine al punctului	Prizma I			Prizma II		
	mn	np	pm	ab	bc	ca
1	×		×	×		
2	×		×		×	
3	×	×				×
4	×	×			×	
5		×	×			×
6		×	×		×	
7	×			×		×
8			×	×		×
V	—	+	—	—	—	+

Plecînd apoi dela oricare din punctele înscrise în tabelă, de preferință dela punctul înscris în primul rînd, se caută care din celelalte puncte are în comun cu acesta o față de pe prizma I și una de pe prizma II. Acesta va fi punctul succesiv.

Pornind după aceea dela acest de al doilea punct și aplicînd aceiași regulă, se deduce punctul al treilea în ordinea de succesiune și așa mai departe.

Pentru a ușura însă urmărirea ordinei de succesiune, este bine ca, după identificarea fiecărui vîrf, să se taie sau, mai curînd, să se încercuiască numărul de ordine al acestuia, în coloana I.

În plus, *pentru a stabili care dintre laturile poligonului se văd și care nu se văd în proecția de pe planul* (fig. 1...3) sau de pe planele

(fig. 4) *pe care niciuna din prizme nu este proectantă,* se completează tabela cu un rînd final (ca în tabelele I...III), în care se notează cu semnul + sau — fețele care se văd sau nu se văd pe acest plan, sau cu două rînduri finale (ca în tabela IV), în care se notează cu aceste semne fețele care se văd sau nu se văd pe planul vertical și pe planul orizontal de proecție.

Se pleacă apoi dela observația că:

— dacă cele două fețe care aparțin uneia din laturile poligonului de intersecție se văd în proecția respectivă, înseamnă că și latura respectivă se va vedea;

— dacă una din ele se vede iar cealaltă nu se vede, înseamnă că latura nu se vede iar

— dacă amîndouă nu se văd, înseamnă că latura nu se vede.

În concluzie:

dintre laturile poligonului de intersecție, se văd numai cele care au în comun două din fețele care se văd ale celor două poliedre.

De exemplu, în cazul prizmelor reprezentate în fig. 1, observăm că, întrucît

latura	are în comun fețele	pe planul V, latura va fi
1 — 7	— mn și — ab	nevăzută
7 — 3	— mn „ + ca	„
3 — 5	+ np „ + ca	văzută
5 — 8	— pm „ + ca	nevăzută
8 — 1	— pm „ — ab	„

În fig. 2, de pe pag. 60, este dat, ca exemplu, *cazul a două prizme care se interpătrund prin rupere.* Una este proectantă pe planul orizontal de proecție iar cealaltă pe planul lateral.

În acest caz, vom avea de a face cu *un singur poligon de intersecție* și anume cu poligonul

$$9 \to 5 \to 1 \to 6 \to 3 \to 10 \to 8 \to 4 \to 2 \to 7 \to 9$$

ordinea de succesiune a vîrfurilor poligonului fiind stabilită cu ajutorul tabelei II, a comunității de apartenență.

Tot cu ajutorul acestei tabele și a regulii enunțate mai sus se ajunge la concluzia că *singurele laturi ale poligonului, vizibile pe planul vertical de proecție,* sînt laturile 5—9, 9—7, 3—10 și 10—8, dat fiind că:

latura	are în comun fețele
5— 9	+ da și + eg
9— 7	+ cd și + eg
3—10	+ da și + gf iar
10— 8	+ cd și + gf.

În fig. 3 este dat, ca exemplu, *cazul a două prizme dintre care numai una este proectantă pe unul din planele de proecție* și anume pe planul orizontal.

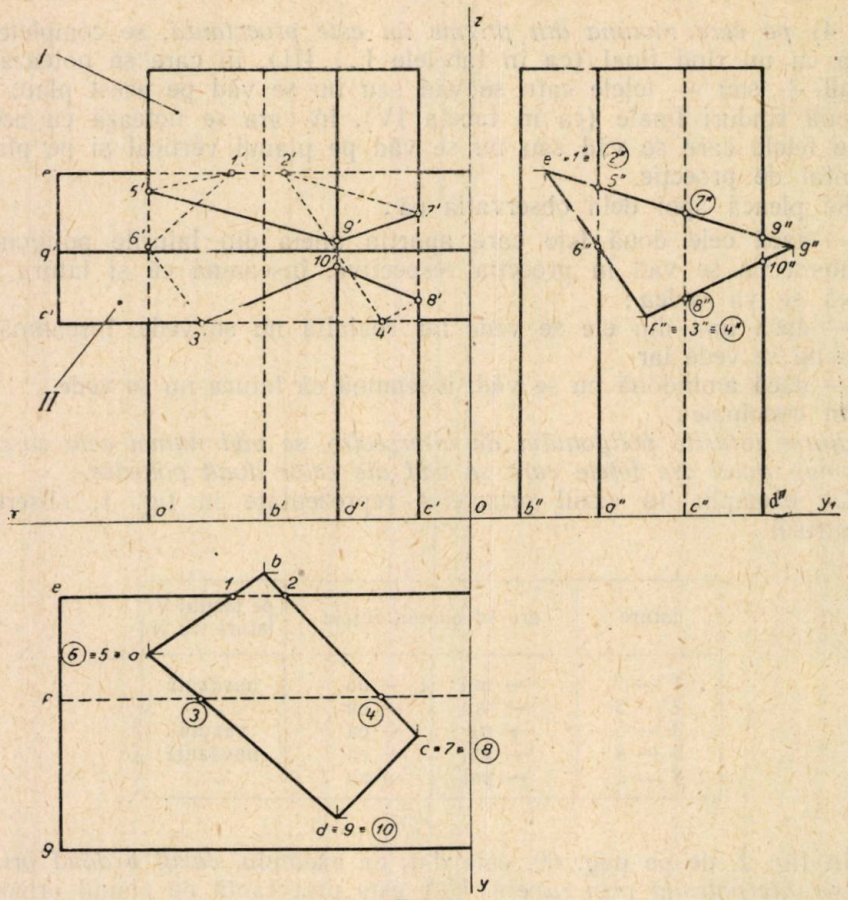


Fig. 2

TABELA II (corespunzătoare fig. 2)

N-rul de ordine al punctului	Prizma I				Prizma II		
	ab	bc	cd	da	eg	gf	fe
1	×				×		×
2		×			×		×
3				×		×	×
4		×				×	×
5	×			×	×		
6	×			×			×
7		×	×		×		
8		×	×			×	
9			×	×	×		
10			×	×		×	
V	−	−	+	+	+	+	−

În fig. 3, avem de a face cu o *pătrundere totală,* din care cauză ne vor rezulta *două poligoane de intersecție* și anume poligoanele:

$$1 \to 9 \to 7 \to 5 \to 3 \to 8 \to 10 \to 1 \text{ și}$$
$$2 \to 6 \to 4 \to 2$$

Ordinea de succesiune a vîrfurilor ne este dată de tabela III, a comunităţii de apartenenţă.

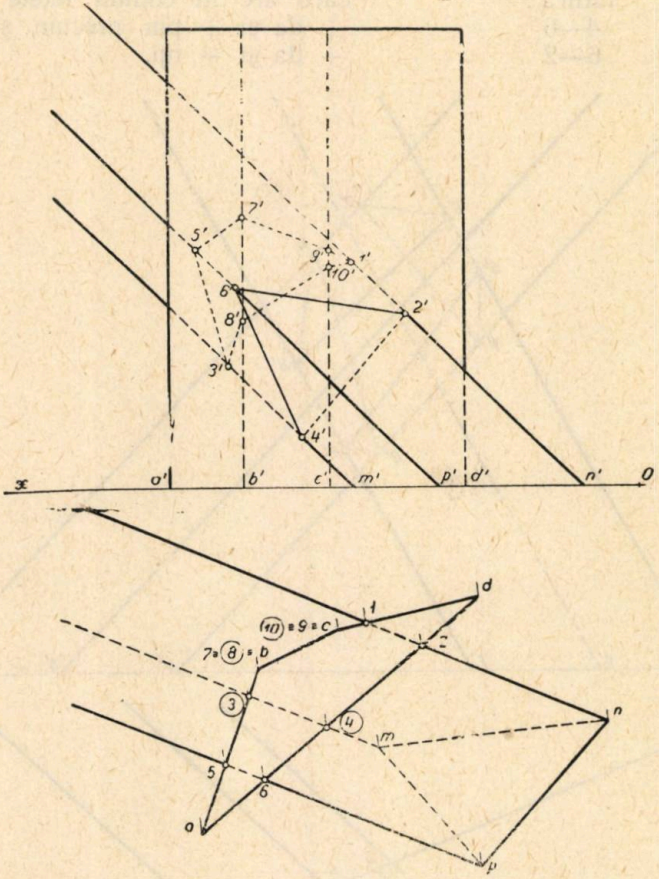


Fig. 3

TABELA III (corespunzătoare fig 3)

N-rul de ordine al punctului	Prizma I				Prizma II		
	ab	bc	cd	da	mn	np	pm
1			×		×	×	
2				×	×	×	
3	×				×		×
4				×	×		×
5	×					×	×
6				×		×	×
7	×	×				×	
8	×	×			×		
9		×	×			×	
10		×	×		×		
V	−	−	−	+	−	+	+

Tabela III (pag. 61) ne arată, în plus, că, dintre laturile celor două poligoane, de intrare și de ieșire, *nu se văd în proecție verticală decît:*

latura :	care are în comun fețele :
4—6	+ da și + pm precum și
6—2	+ da și + np.

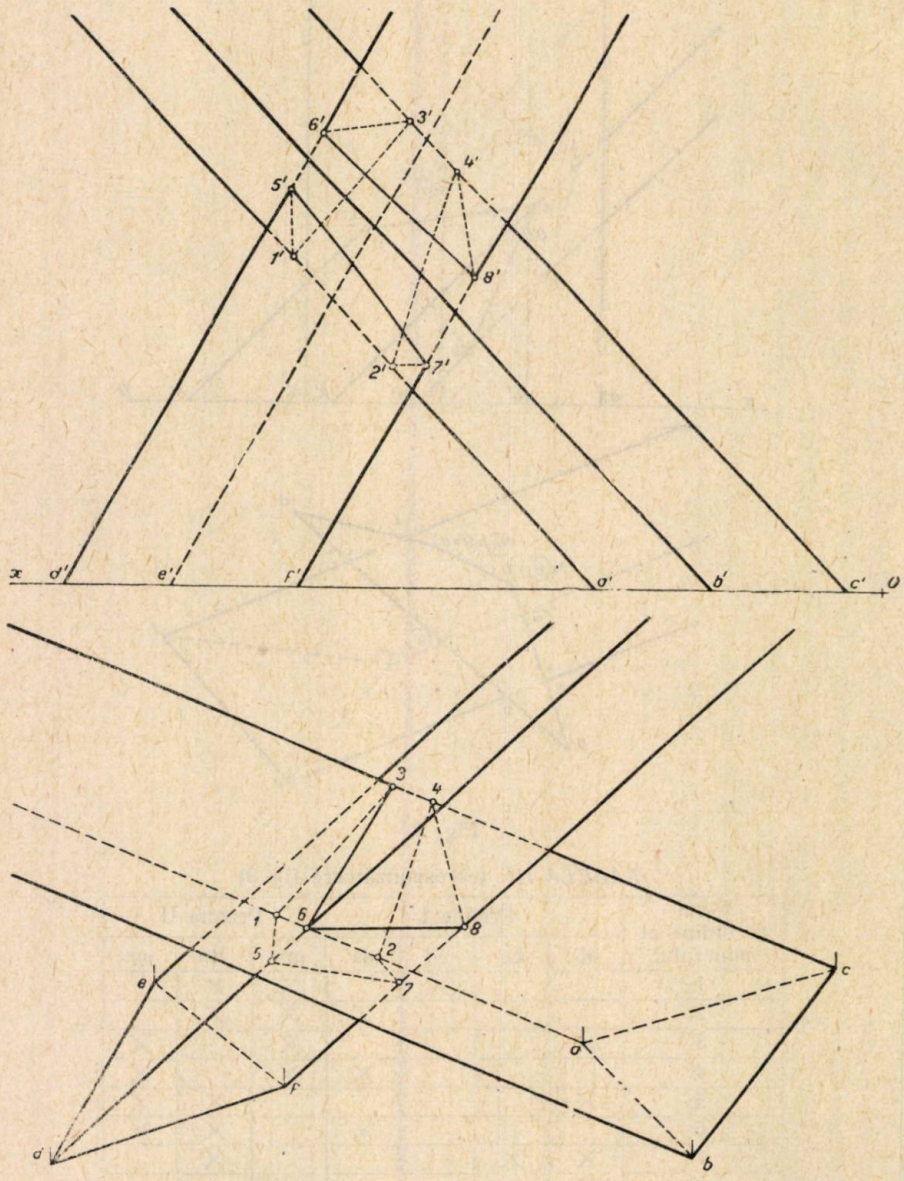


Fig. 4

În cazul ilustrat în fig. 4 *niciuna din prizme nu este proectantă pe vreunul din planele de proecție.*

De data aceasta, avînd de a face cu *o rupere,* nu va fi decît un singur poligon de intersecție și anume poligonul

$$1 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 1$$

ordinea de succesiune a vîrfurilor fiindu-ne dată de tabela IV, de mai jos.

TABELA IV (corespunzătoare fig. 4)

N-rul de ordine al punctului	Prizma I			Prizma II		
	ed	df	fe	ab	bc	ca
1	×			×		×
2			×	×		×
3	×				×	×
4			×		×	×
5	×	×		×		
6	×	×			×	
7		×	×	×		
8		×	×		×	
V	−	+	−	+	+	−
H	+	+	−	−	+	−

Din aceiași tabelă, deducem apoi că, dintre laturile poligonului de intersecție, se văd, pe planul vertical de proecție, :

latura	care are în comun fețele
6—8	+ fd și + cb • și
5—7	+ fd și + ba

iar pe planul orizontal de proecție :

latura	care are în comun fețele
6—8	+ fd și + cb și
6—3	+ ed și + cb.

Din cele expuse mai sus, rezultă deci că, ori de cîte ori avem de construit poligonul sau poligoanele de intersecție a două poliedre, procedeul de aplicat este următorul :

a) se determină mai întîi, prin procedeele cunoscute, intersecțiile dintre muchiile poliedrului I cu fețele poliedrului II și intersecțiile dintre muchiile poliedrului II cu fețele poliedrului I, înscriind rezultatele în tabela comunității de apartenență ;

b) se pleacă apoi dela oricare din vîrfuri (de preferință dela primul vîrf înscris în tabelă) și se caută, succesiv, care din ele au în comun o față a unui poliedru și o față a celuilalt iar, în cele din urmă,

c) se stabilește vizibilitatea laturilor poligonului sau a poligoanelor de intersecție, în funcție de semnele înscrise, în tabela comunității de apartenență, pentru diferitele fețe ale celor două poliedre.

*

* *

Pentru cazurile în care cel puțin unul din poliedre este proectant față de unul din planele de proecție, am stabilit *o nouă metodă, mult mai rapidă,* care se poate urmări în fig. 1 . . . 3.

Metoda constă din următoarele operațiuni:

— se identifică mai întîi poliedrul ale cărui muchi laterale sînt proectante față de unul din planele de proecție, plan căruia-i dau denumirea de *plan de orientare.*

Dacă amîndouă poliedrele sînt, ca în fig. 1 sau 2, proectante pe cîte unul din planele de proecție, se ia în considerație, de preferință, cel care este proectant față de planul lateral sau vertical de proecție.

— Se observă apoi care dintre muchiile acestui poliedru înțeapă în cîte două puncte fețele celuilalt și se notează, pe respectivul plan de orientare (în cazul nostru, pe planul lateral de proecție), în mod special (de obicei încercuind notația) proecția aceluia din aceste puncte care este mai apropiat de planul de orientare. Astfel, în fig. 1, se notează, în mod special, punctele 2″, 4″ și 6″.

— Tot așa se notează și proecțiile pe planul de orientare ale punctelor care aparțin muchiilor care nu se văd în proecția pe acest plan, din care cauză se și reprezintă prin linii segmentate (ca, de exemplu, proecțiile 7″ și 8″, din fig. 2).

— Plecînd apoi dela proecția pe planul de orientare a unuia din punctele de intersecție, se parcurge, într-un sens sau în altul, conturul aparent al poliedrului proectant pe acest plan, înșiruind mai întîi punctele care nu-s notate în mod special iar apoi pe celelalte.

Dacă revenim într-unul din punctele care nu-s notate în mod special, mai înainte de a fi luat în considerare pe celelalte, înseamnă că avem de a face, ca în fig. 1, cu o pătrundere totală și ordinea de succesiune astfel găsită este ordinea vîrfurilor *unuia* dintre cele două poligoane de intersecție.

În acest caz, dacă parcurgem din nou conturul, luînd însă, de data aceasta, în considerare numai punctele notate în mod special, găsim ordinea de succesiune a vîrfurilor celui de al doilea poligon de intersecție.

De exemplu, în cazul ilustrat în fig. 1, dacă plecăm din punctul 1″ și parcurgem, în sensul în care se învîrt acele unui ceasornic, conturul aparent, pe planul lateral de proecție, al prizmei II, găsim, în șir, dintre punctele care nu-s notate în mod special, punctele 7″, 3″, 5″, 8″ și, din nou, punctul 1″, ceeace ne arată că avem de a face cu o pătrundere totală, punctele înșiruite fiind vîrfurile unuia din poligoane.

Dacă plecăm apoi din punctul 2″ și parcurgem conturul aparent al poliedrului în același sens, căutînd însă numai punctele special notate, găsim succesiv vîrfurile 4″ și 6″ ale celui de al doilea poligon.

În cazurile însă *în care avem de a face,* ca în fig. 2, *cu o rupere:*

— trebuie să plecăm dela unul din punctele în care conturul aparent al unui poliedru, pe planul de orientare, taie conturul aparent al celuilalt iar

— punctele notate în mod special trebuie să fie adăugate, la urma celorlalte, în ordinea în care le întîlnim cînd parcurgem în sens invers conturul aparent, după ce am ajuns în cel de al doilea punct în care se taie contururile aparente ale celor două poliedre.

De exemplu, în cazul ilustrat în fig. 2, se pleacă dela punctul 9″ și, după ce se parcurge conturul aparent al prizmei II, în sens contrar celui în care se învîrt acele unui ceasornic, pînă ce se ajunge în punctul 10″ (de unde nu se poate merge mai departe, în același sens, deoarece

conturul aparent al prizmei II este rupt de conturul aparent al prizmei I), se revine pe același drum, cu singura deosebire că, prima dată, se iau în considerare numai punctele care nu-s notate în mod special, pe cînd a doua oară se iau în considerare numai punctele notate în mod special, rezultîndu-ne, astfel, următoarea ordine de succesiune:

$$9 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \rightarrow 9$$

Pentru a deduce apoi care dintre laturile poligonului se văd sau nu se văd pe planul vertical de proecție, se aplică regula generală de pe pag. 7.

Catedra de geometrie descriptivă și desen industrial (II)
Institutul Politehnic București

НОВЫЕ СПОСОБЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОРЯДКА ПОЕЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ВЕРШИН МНОГОУГОЛЬНИКОВ В ПЕРЕСЕЧСНИИ ДВУХ МНОГОГРАННИКОВ

(Краткое согержание)

Один из этих способов используется во всех случаях, независимо от положения, которое занимают многогранки по отношению к плоекции. Для тога чтобы установить посредством этого способа порядок последовательности вершин, заполняется табель типа табелей I. . . III, которые мы назовем *табель общей принадлежности.*

Табель состоит из $n_1 + n_2 + 1$ колонок, где n_1 является числом боковых поверхностей одного многогранника, а n_2 число боковых поверхностей второго.

В I-ой колонке записываем номер порядка вершин многоугольника (или многогранников) пересечения.

Во главе других колонок записываются по очереди, сначала боковые поверхности одного, а потом другого многосторонника.

Для каждой вершины отмечаются в соответствующей колонке поверхности, которым принадлежит вершина.

Если две вершины имеют общую поверхность одного многогранника и одну поверхность другого, они ппинаглежат одной и той же стороне многоугольника пересечения и значит они последовательны.

Помимо этого, в нижией части табели оставлены две строки для записи со знаком + видимых сторон и со знаком — невидимых сторон, в вертикальных и горизонтальных проекциях.

Второй способ, являющийся более быстрым, применяется лишь в случае, когда хоть один из многогранников является проектирующим на одной из плоскостей проекции.

Отмечают во первых, на этой плоскости, проекции точки пересечения между ребрами одного многогранника с поверхностями другого, следя однакб чтобы между проекциями дхух точек, в которых вообще одно ребро, проектирующего многограника прокалывает поверхность другого, было бзято в кружсок то, которое находится на меньшем расстоянии от проектирующей плоскости. Кроме того, дерут в кружок

и те точки, в которых видимый чонтур на этой плоскости проектирующего многогранника, пересечен на этой грани, невидимыми ребрами другого.

Получаем таким образом на видимом контуре опредлленное чи́сло точек, обведенных и необведенных кружком.

Исходя, в случае взаимного пронизывания, от любой неокруженной точки, отмечается сначала в таком — же порядке неокруженные точки, которые встречаются при проходе в одном из направлений видимый контур проектирующего многогранника, получая таким образом порядок последования вершин входящего или выходящего многоугольника. Порядок, н котором встречаются окруженные точки, когда исходя от одной из них, снова проходят видимый контур проектирующего многогранника, показываег порядок посчедования вершин другого многоугольника пересечения.

В случае прорыва исходят из одной из точек, в которых видимый контур одного из многогранников пересекает видимый контур другого, отмечая сначала неокруженные точки, после того как дошли до второй точки пересечения, контуров, затем возвращаются по пройденному пути, чтобш наметить окруженные точки.

Видимость в разных проекциях сторон многоугольника или многогранника пересечения, производится на основе єтого же принципа общей принадлежности.

NOUVEAUX PROCÉDÉS POUR L'IDENTIFICATION DE L'ORDRE DE SUCCESSION DES SOMMETS DANS LES POLYGONES D'INTERSECTION DE DEUX POLYÈDRES

(Résumé)

Un premier procédé s'applique à la totalité des cas, indifférement des positions que les polyèdres occupent en regard des plans de projection.

Pour établir, grâce a ce procédé, l'ordre de succession des sommets, on emploie un tableau, du type des tableaux I ... III, que l'on dénomme *"tableau de la communauté d'appartenence"*.

Ce tableau se compose de $n_1 + n_2 + 1$ colonnes, n_1 étant le nombre des faces latérales d'un des polyèdres et n_2 le nombre des faces latérales de l'autre.

On inscrit dans la première colonne les numéros d'ordre des sommets du polygone (ou des polygones) d'intersection.

A la tête des autres colonnes, on inscrit, les unes après les autres, d'abord les faces latérales d'un des polyèdres, ensuite les faces de l'autre polyèdre.

Pour chaque sommet, on note, dans les colonnes respectives, les faces qui tiennent du même sommet.

Si deux sommets ont en commun deux faces, appartenant chacune à l'un des polyèdres, ils appartiennent à la même arête du polygone d'intersection et sont donc consecutifs.

De plus, en bas du tableau, on réserve deux lignes, afin de noter avec un + les faces visibles et avec un — les faces non visibles, tant en projection verticale qu'en projection horizontale.

Le deuxième procédé, beaucoup plus rapide, ne peut toutefois s'appliquer que dans les cas où l'un au moins des polyèdres est projetant sur l'un des plans de projection.

On note en premier lieu, sur ce plan, les projections des points d'intersection entre les arêtes d'un des polyèdres et les faces de l'autre, en ayant soin d'encercler celui des 2 points (où généralemente une arête du polyèdre projetant coupe la surface de l'autre polyèdre) qui se trouve le plus proche du plan de projection.

On encercle de même les points dans lesquels le contour apparent sur ce plan du polyèdre projetant est coupé par les projections sur ce même plan des arêtes non visibles de l'autre polyèdre. On obtient ainsi, sur le contour apparent, un nombre de points non encerclés et de points encerclés.

Au cas d'une pénétration totale, l'on part de n'importe quel point non encerclé et l'on note, en premier lieu, dans le même ordre, les points non encerclés que l'on trouve lorsque l'on parcourt, dans un sens ou dans un autre, le contour apparent du polyèdre projetant et l'on obtient ainsi l'ordre de succession des sommets du polygone d'entrée (ou de sortie).

L'ordre dans lequel on rencontre ensuite les points encerclés, lorsque, à partir de l'un d'eux, l'on parcourt à nouveau le contour apparent du polyèdre projetant, nous montre l'ordre de succession des sommets de l'autre polygone d'intersection.

Au cas d'une pénétration partielle (par arrachement), on prend le départ à l'un des points où le contour apparent d'un polyèdre coupe le contour apparent de l'autre. On note d'abord les points non encerclés et lorsque l'on arrive au deuxième point d'intersection des contours, l'on retourne, sur le même contour deja parcouru, pour noter les points encerclés.

La visibilité, dans les divers plans de projection, des cotés du polygone (ou des polygones) peut être établie grâce au même principe de la communauté d'appartenence.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

METODA PARAURMELOR ÎN SISTEMUL DE PROIECȚIE MONGE *)

de AURELIAN TĂNĂSESCU

Plecînd de la o proiecție centrală particulară, L. I. Laletin definește elementele metodei paraurmelor referindu-se la un singur plan de reprezentare pe care-l alege arbitrar.

Din acest punct de vedere, metoda paraurmelor este legată de metoda proiecțiilor perspective și constituie una dintre cele mai noi metode de reprezentare din Geometria descriptivă.

Să aplicăm elementele metodei paraurmelor în cazul a două plane de reprezentare, perpendiculare, care alcătuiesc sistemul de proiecție Monge, ținînd cont de faptul că datele problemelor sînt definite în dublă proiecție.

Pentru aceasta alegem centrul S al sistemului de reprezentări, situat, fie în planul vertical, fie în planul orizontal de proiecție. De asemenea fixăm polul 0 al reprezentărilor pe linia de pămînt în proiecția orizontală (verticală) a centrului S.

În felul acesta constanta sistemului de reprezentări se stabilește în raport cu centrul S și poate fi luată arbitrar.

Construcțiile paraurmelor elementelor geometrice (paraurma punctului, paraurma dreptei și paraurma planului) pot fi executate pe epura paraurmelor cu ușurință, utilizînd proiecțiile lor dublu ortogonale date în epura propriu-zisă.

Din studiul întreprins asupra transformărilor condițiilor de paralelism și de perpendicularitate dintre două drepte, dintre două plane sau dintre o dreaptă și un plan au rezultat proprietăți importante ale noului sistem de reprezentare, dintre care deosebim, în special, următoarele:

a) Dreptele paralele au o paraurmă comună redusă la un punct.

b) Planele paralele au o paraurmă comună redusă la o dreaptă.

c) O dreaptă este paralelă cu un plan, dacă paraurma dreptei se află situată pe paraurma planului, urmele lor nefiind incidente.

d) Un plan este paralel cu o dreaptă dacă paraurma planului trece prin paraurma dreptei, urmele lor nefiind incidente.

e) O dreaptă este conținută într-un plan dacă urma dreptei este situată pe urma planului și paraurma dreptei pe paraurma planului.

f) Două drepte sînt concurente dacă dreapta ce le unește urmele este paralelă cu dreapta ce le unește paraurmele.

---

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

g) Un punct este situat pe o dreaptă dacă dreapta ce trece prin urma punctului și prin urma dreptei este paralelă cu dreapta ce trece prin paraurmele lor.

h) Un punct este situat într-un plan dacă dreapta ce trece prin punct și printr-un punct arbitrar de pe urma planului, are paraurma incidentă cu paraurma planului.

i) Dreapta D este perpendiculară pe planul P dacă paraurma d^* a dreptei este antipolul paraurmei P^* a planului față de cercul paraurmelor.

j) Planul P este perpendicular pe dreapta D dacă paraurma P^* a planului este antipolara paraurmei d^* a dreptei față de cercul paraurmelor.

k) Dreapta D este perpendiculară pe dreapta Δ dacă paraurma δ^* a dreptei Δ se află pe antipolara P^* a paraurmei d^* a dreptei D și reciproc.

l) Planul Q este perpendicular pe planul P dacă paraurma sa Q^* trece prin antipolul d^* al paraurmei P^* a planului P și reciproc.

Pe baza acestor teoreme putem dezvolta studiul tuturor problemelor fundamentale de Geometrie descriptivă ca intersecții de plane, intersecții dintre drepte și plane, intersecții dintre drepte și suprafețe poliedrale sau suprafețe cilindro-conice, secțiuni plane în poliedre sau în suprafețele cilindro-conice, intersecții de poliedre sau de suprafețe cilindro-conice, plane tangente, etc.

Aplicarea metodei paraurmelor la rezolvarea problemelor ale căror date sînt considerate în sistemul de proiecție Monge conduce, în fiecare grup de probleme, cum este și normal, fie la soluții avantajoase, fie la soluții mai dificile.

Dintre problemele care comportă soluții avantajoase prin aplicarea metodei paraurmelor amintim, în special, secțiunile plane în poliedre și în suprafețele cilindro-conice iar apoi problemele de intersecție dintre o dreaptă și aceste suprafețe. De aici rezultă utilitatea acestei metode și în cazul problemelor de intersecții de poliedre sau de suprafețe cilindro-conice.

De asemenea trebuie remarcat în mod deosebit avantajul pe care-l oferă, în rezolvarea problemelor, epura paraurmelor, pentru executarea construcțiilor auxiliare, epurele propriu-zise ale problemelor rămînînd neîncărcate.

Exemple:

I. *Secțiunea plană în prismă.*

Considerăm prisma triunghiulară oblică, situată cu baza ABC în planul orizontal de proiecție, care este secționată de planul P dat prin urme. *(Fig. 1).*

Pe epura paraurmelor obținem dreapta P^* (paraurma planului P) și punctul $a^* \equiv b^* \equiv c^*$ paraurma comună a celor trei muchii ale prismei.

Paralela Q^* dusă prin a^* la ba reprezintă paraurma planului Q, planul determinat de muchiile A și B.

Direcția proiecției orizontale a dreptei de intersecție dintre planele P și Q este h^*o, deci paralela prin h la h^*o dă una din laturile poligonului de secțiune.

Punctul (γ, γ') se determină cu ușurință și cu aceasta problema este rezolvată.

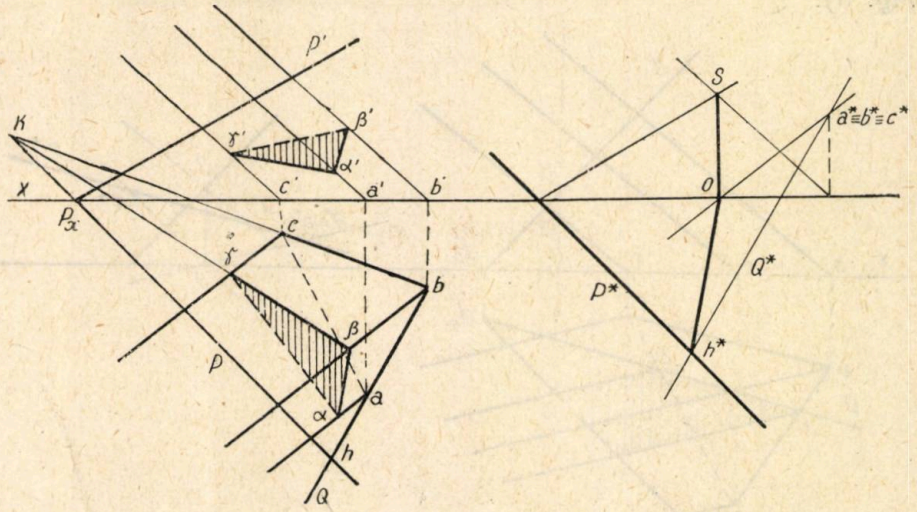


Fig. 1.

II. *Secțiunea plană în piramidă.*

Este suficient să considerăm paraurma b^* a unei singure muchii. *(Fig. 2).*

Obținem Q^* apoi h^* care este paraurma dreptei de intersecție h $\alpha\beta$ dintre planele P și Q.

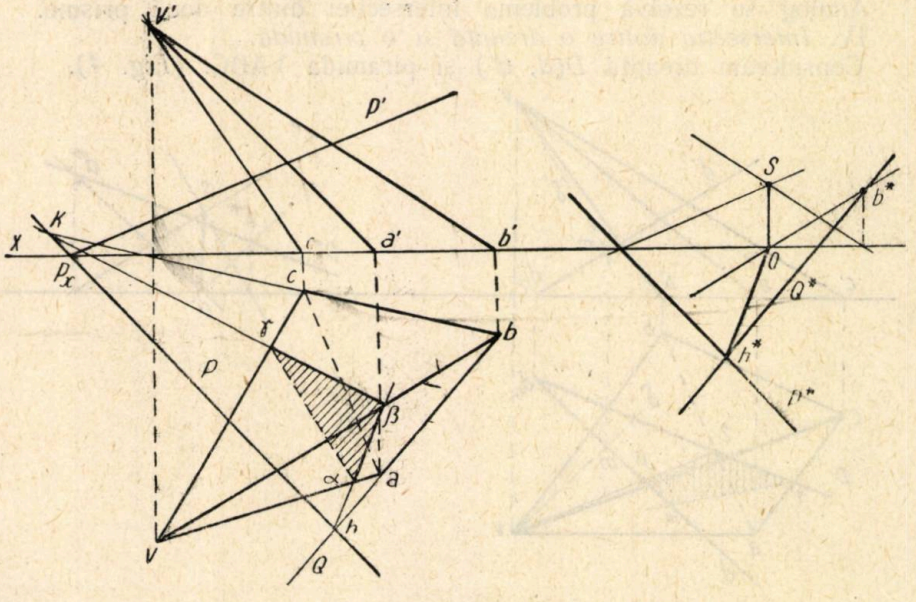


Fig. 2.

III. *Intersecția dintre o dreaptă și o prismă.*

Fie d^* paraurma dreptei D și $a^* \equiv b^* \equiv c^*$ paraurma prismei. *(Fig. 3).*

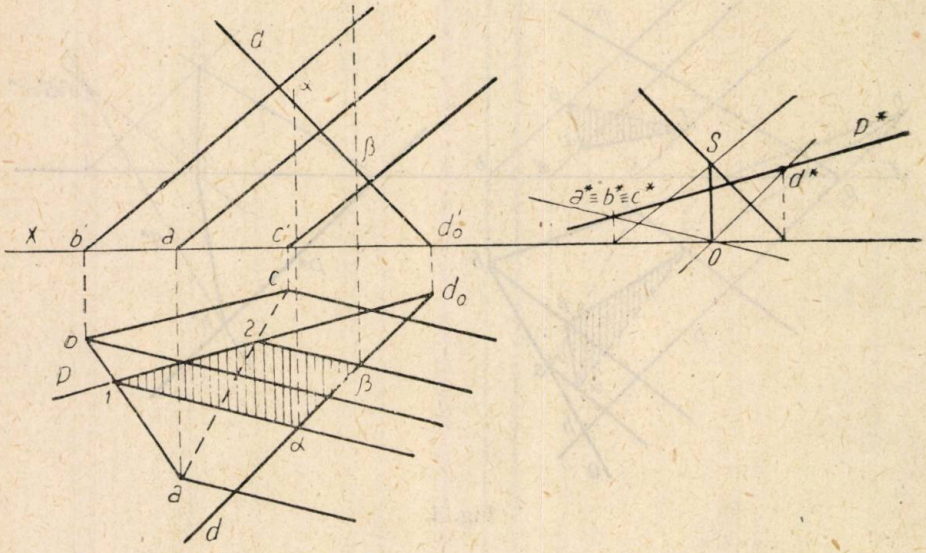


Fig. 3.

Dreapta P^* care unește d^* cu a^* constituie paraurma planului P paralel cu muchiile prismei pe care-l ducem prin dreapta D. Acest plan secționează prisma după dreptele paralele $(1\alpha, 1\beta)$ și cu aceasta problema este rezolvată.

Analog se rezolvă problema intersecției dintre două prisme.

IV. *Intersecția dintre o dreaptă și o piramidă.*

Considerăm dreapta $D(d, d')$ și piramida VABC. *(Fig. 4).*

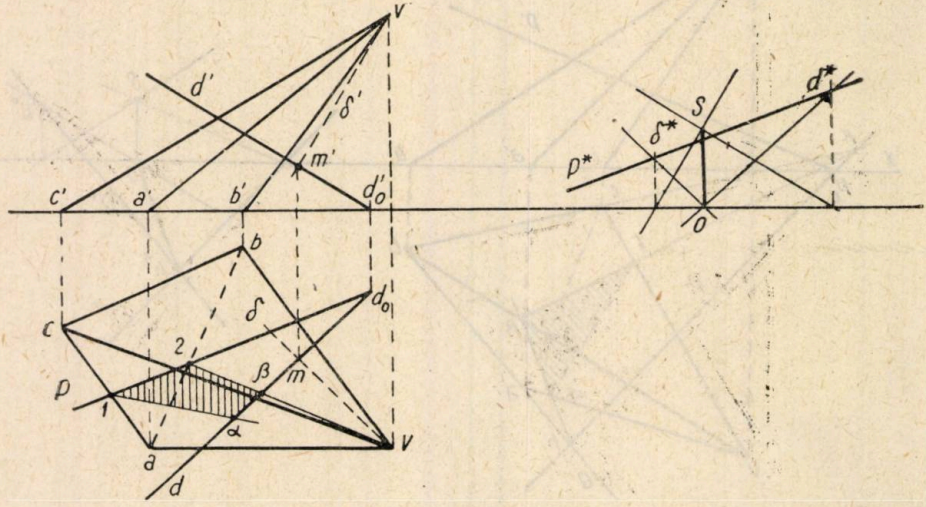


Fig. 4.

Secționăm piramida cu planul P dus prin dreapta D și prin vîrful piramidei. Pentru aceasta, considerăm prin V dreapta Δ (δ, δ') concurentă în punctul $M(m, m')$ cu dreapta $D(d, d')$. Paraurmele δ^* și d^* determină paraurma P^* a planului de secțiune P.

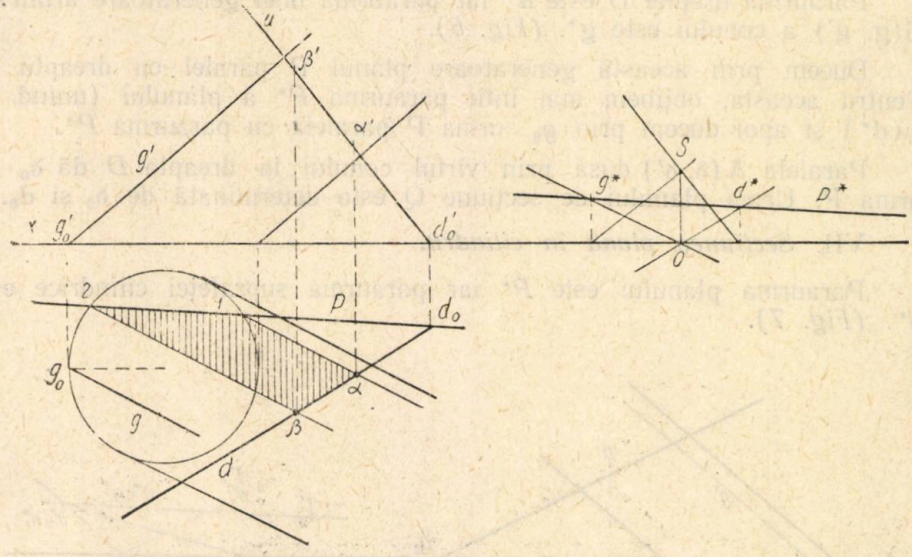


Fig. 5.

V. *Intersecția dintre o dreaptă și un cilindru.*

Paraurma suprafeței cilindrice este g^* iar paraurma dreptei D este d^*. *(Fig. 5).*

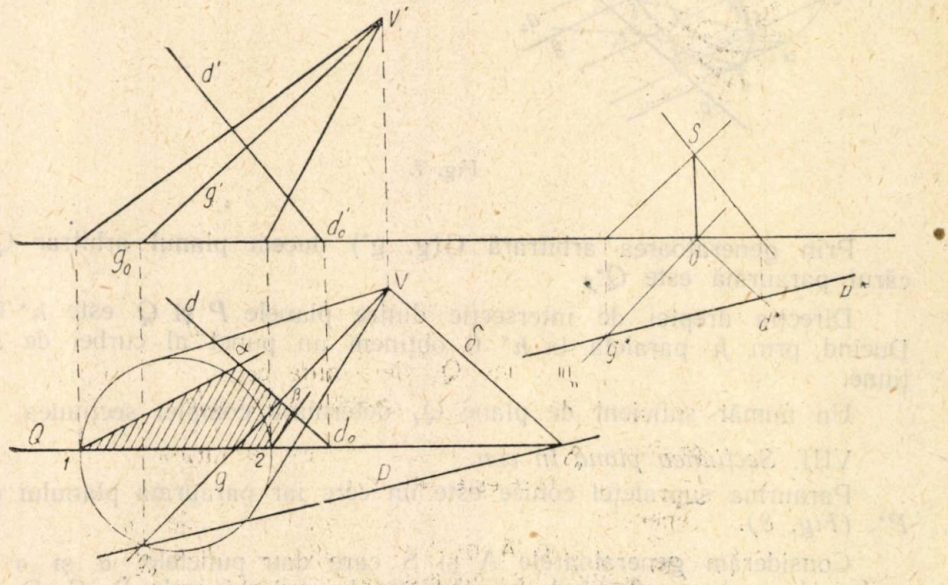


Fig. 6

Unind d^* cu g^* obținem paraurma P^* a planului de secțiune P dus prin dreapta D paralel cu generatoarele cilindrului.

VI. *Intersecția dintre o dreaptă și un con.*

Paraurma dreptei D este d^* iar paraurma unei generatoare arbitrare G(g, g') a conului este g^*. *(Fig. 6).*

Ducem prin această generatoare planul P paralel cu dreapta D. Pentru aceasta, obținem mai întîi paraurma P^* a planului (unind g^* cu d^*) și apoi ducem prin g_0 urma P paralelă cu paraurma P^*.

Paralela $\Delta(\delta, \delta')$ dusă prin vîrful conului la dreapta D dă δ_0 pe urma P. Urma planului de secțiune Q este determinată de δ_0 și d_0.

VII. *Secțiunea plană în cilindru.*

Paraurma planului este P^* iar paraurma suprafeței cilindrice este g^*. *(Fig. 7).*

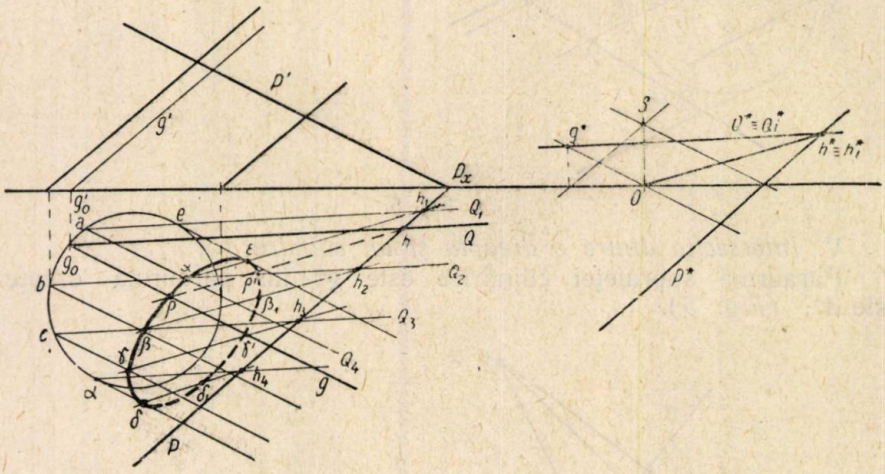


Fig. 7.

Prin generatoarea arbitrară G(g, g') ducem planul arbitrar Q a cărui paraurmă este Q^*.

Direcția dreptei de intersecție dintre planele P și Q este h^* 0. Ducînd prin h paralela la h^* 0 obținem un punct al curbei de secțiune.

Un număr suficient de plane Q_i determină complet secțiunea.

VIII. *Secțiunea plană în con.*

Paraurma suprafeței conice este un cerc iar paraurma planului este P^*. *(Fig. 8).*

Considerăm generatoarele A și S care dau punctele α și σ ale curbei de secțiune. Trecînd mai departe la generatoarele B, C, D, etc.

obținem celelalte puncte ale curbei de secțiune, efectuînd construcțiile numai pe epura paraurmelor.

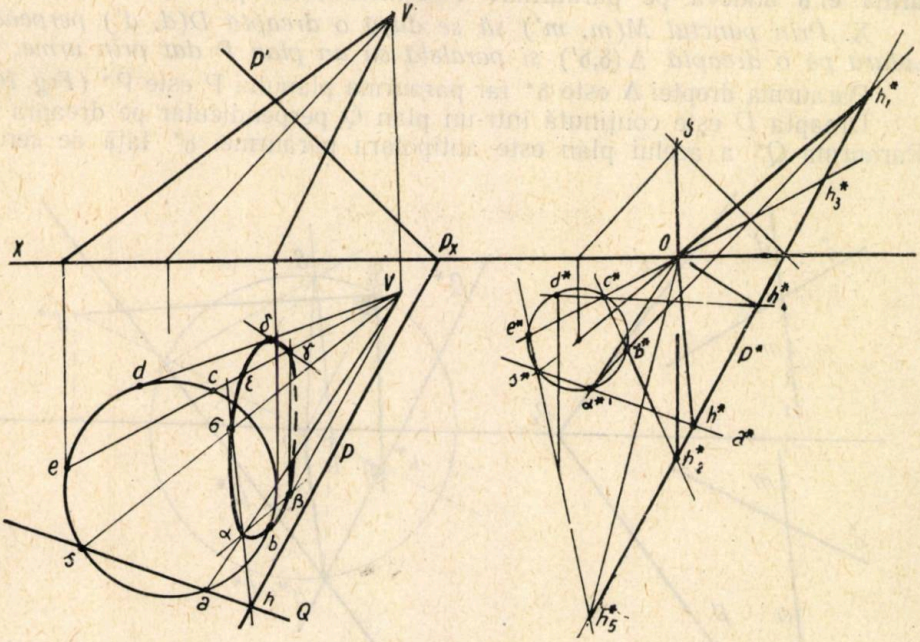


Fig. 8.

IX. *Să se construiască o dreaptă* Δ (δ, δ′) *perpendiculară pe o dreaptă D(d, d′) dată.*

Dreapta Δ este situată într-un plan P perpendicular pe dreapta *D* Fie d^* paraurma dreptei D. *(Fig. 9).*

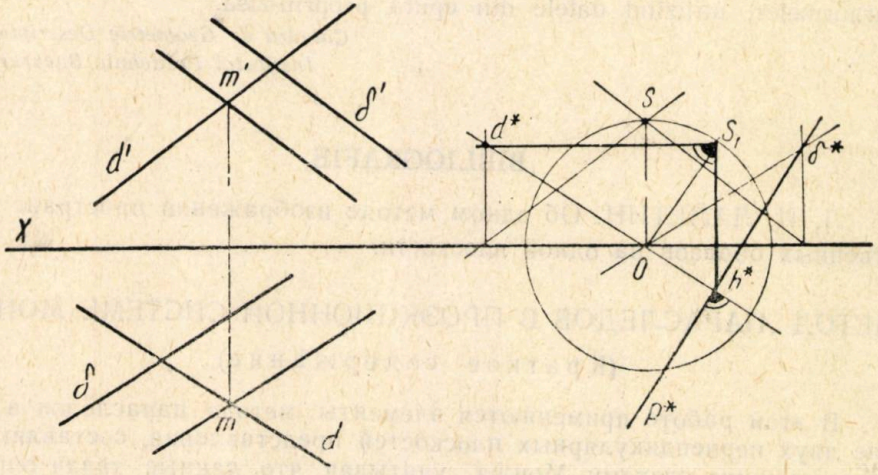


Fig. 9.

Rezultă paraurma P^* ca antipolară **a paraurmei** d^* față de cercul paraurmelor. Dreapta Δ fiind situată arbitrar în planul P alegem paraurma ei δ^* undeva pe paraurma P^*. Obținem astfel proiecțiile sale δ și δ'.

X. *Prin punctul $M(m, m')$ să se ducă o dreaptă $D(d, d')$ perpendiculară pe o dreaptă $\Delta(\delta,\delta')$ și paralelă cu un plan P dat prin urme.*

Paraurma dreptei Δ este δ^* iar paraurma planului P este P^* *(Fig. 10)*.

Dreapta D este conținută într-un plan Q perpendicular pe dreapta Δ. Paraurma Q^* a acelui plan este antipolara paraurmei δ^* față de cercul

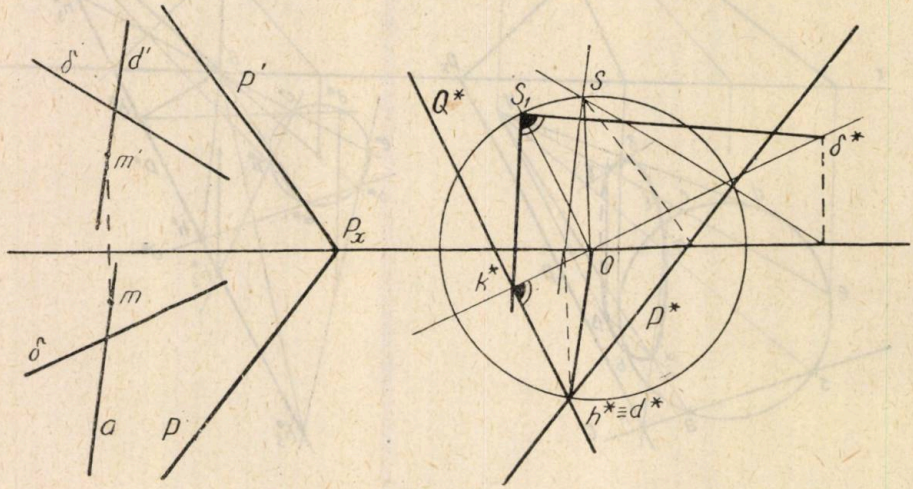


Fig. 10.

paraurmelor. De asemenea, dreapta D este paralelă cu direcția intersecției h^* 0 dintre planele P și Q. Rezultă proiecțiile d și d' ale dreptei D căutate.

Se remarcă rezolvarea în întregime a problemei numai pe epura paraurmelor, utilizînd datele din epura propriu-zisă.

Catedra de Geometrie Descriptivă I
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

Л. И. ЛАЛЕТИН. Об одном методе изображений пространственных образов на одной плоскости.

МЕТОД ПАРАСЛЕДОВ В ПРОЭКЦИОННОЙ СИСТЕМЕ МОНЖА

(Краткое содержание)

В этой работе применяются элементы метода парасследов в случае двух перпендикулярных плоскостей представления, составляющих проэкционную систему Монжа, учитывая что данные задач определяются двойной проэкцией.

Даны результаты исследований над изменением теорем параллелизма и перпендикулярности, а также разрешены некоторые основные вопросы.

Особенно подчеркиваётся преимущество, которое имеет чертеж парасследов в разрешении задач, для выполнения вспомогательных конструкций, благодаря чему чертежи задач остаются неперегруженными.

LA MÉTHODE DES PARATRACES DANS LE SYSTEME DE PROJECTION MONGE

Dans cette étude on applique les éléments de la méthode des paratraces dans le cas à deux planes de représentation orthogonales, qui forment le système de projection Monge en tenant compte que les données des problèmes sont définies par double projection.

On a doné les résultats des études concernant les transformation des théorèmes du parallélisme et de l'orthogonalité, en résolvant en même temps quelques problèmes.

On remarque l'avantage de l'épure des paratraces qui permet de dégager considérablement l'épure dans la résolution des problèmes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

FIZICA

537.541

RANDAMENTUL ULTRAVIOLET AL UNUI TUB DE DESCĂRCARE CU AER *)

de ION AGARBICEANU, NICOLAE STĂNESCU, ARIANA POPA și ION VIEROȘANU

Introducere

Comunicarea de față prezintă pe scurt instalația experimentală, metoda de măsură și rezultatele măsurătorilor făcute pentru determinarea randamentului ultraviolet la descărcarea în aer, în diferite condiții de presiune, curent și moduri de excitare. Lucrarea face parte din programul de cercetare pentru ameliorarea randamentului ultraviolet al emisiei continue a hidrogenului.

Instalația experimentală

constă din următoarele părți distincte pe care le vom descrie pe rînd:

1. Tubul de descărcare.
2. Instalația de vid.
3. Instalația electrică pentru excitarea tubului.
4. Termopila și galvanometrul pentru măsurarea energiei luminoase a descărcării.

1. Tubul de descărcare este cel din fig. 1. Modelul este luat din Zs. f. Phys. 136 (1953) din articolul lui Klauss Weltner asupra continuum-ului obținut la descărcări prin ciocniri în interiorul capilarelor și care ni s-a părut cel mai potrivit pentru scopul pe care-l urmărim. Tubul este format din doi electrozi circulari de aluminiu pe care poate fi aplicat un șlif de sticlă rodat, ce face legătura cu restul instalației și permite menținerea unui vid cît mai bun. De cealaltă parte, electrozii au cîte un șanț inelar în care, poate intra capătul unui tub de sticlă de diametru 2 cm. Unul din electrozi și anume, cel dinspre termopilă, are în centru o deschidere circulară care permite observarea „end on" a descărcării și care este înconjurată spre interior de un inel, ce face masă compactă cu electrodul de aluminiu și care este necesar pentru ca descărcarea să fie concentrată în tubul capilar. Pentru cercetările noastre preliminare a fost suficient să aplicăm geamul de cuarț direct la capătul conului de aluminiu. Electrodul din partea cealaltă are în centru un vîrf în direcția axei capilarului și este prevăzut cu 4 orificii pentru facerea vidului. La acest electrod se aplică un tub de sticlă cu șlif rodat care face legătura cu instalația de vid. Între cei doi electrozi se fixează un tub de sticlă de $\phi = 2$ cm. în interiorul căruia cu ajutorul unui inel de plexiglas este prins capilarul.

---

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

Ca material pentru electrozi a fost ales aluminiul pentrucă se ştie, că într-o descărcare electrică acest metal se pulverizează cel mai puţin. Scopul inelului şi al vîrfului de la cei doi electrozi pre interiorul tubului, este ca descărcarea să se formeze numai în interiorul tubului capilar şi să fie cît mai luminoasă în această parte. Acelaş rol îl are şi inelul de plexiglas. Am observat însă, că plexiglasul nu este bine ales, deoarece probabil că în timpul descărcării chiar la un vid de cîţiva mm sau de zecimi de milimetri eliberează substanţe străine, care, în cazul cercetărilor cu hidrogen, nu trebuie să apară. De aceea în cercetările noastre viitoare va trebui neapărat să înlocuim plexiglasul cu alt material. Cea mai grea problemă a fost etanşeizarea tubului şi anume: aplicarea ferestrei de cuarţ, a şlifului rodat şi fixarea electrozilor la tubu-

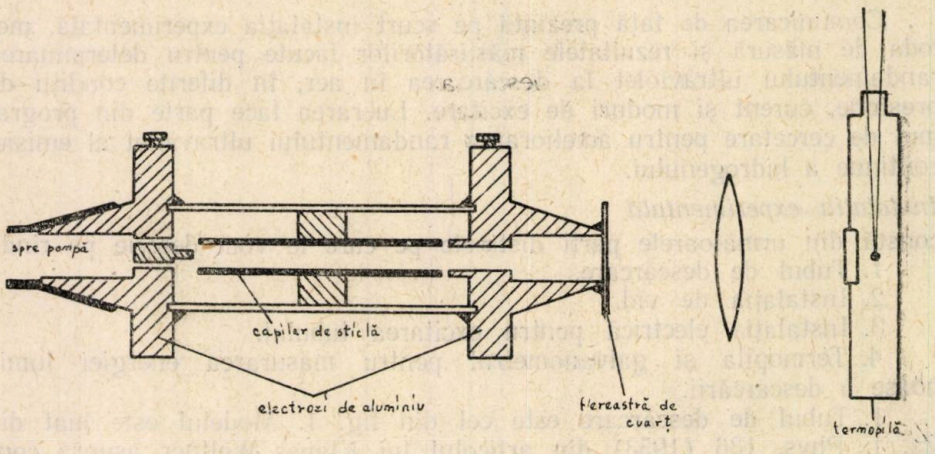


Fig. 1.

rile de sticlă. S-a observat că în timpul descărcării, tubul de sticlă şi electrozii se încălzesc şi deoarece tubul nu are răcire cu apă, piseina şi alte substanţe folosite se înmoaie şi aerul poate pătrunde în tub. S-a găsit totuşi un lac care rezistă pînă la temperaturi de aproximativ 60—70° C. şi astfel după încercări repetate, am reuşit să menţinem pentru perioade destul de lungi, cîteva săptămîni şi mai mult un vid mergînd pînă la 10^{-1} mm, presiunea minimă de care am avut nevoie pentru cercetările în aer. Alt avantaj al acestui tub este faptul că permite schimbarea destul de rapidă a capilarului, lucru necesar deoarece pentru cercetările noastre viitoare ne propunem să cercetăm randamentul în ultraviolet şi în funcţie de diametrul tubului capilar.

2. Instalaţia de vid realizată este compusă dintr-o pompă rotativă cu ulei pentru „for vacuum" şi o pompă de difuzie cu mercur care permite obţinerea unui vid ce merge sub presiuni $p<10^{-5}$ mm Hg cu capcană de aer lichid. Instalaţia este prevăzută cu o capcană de aer lichid pentru captarea vaporilor de Hg şi apă, ce există în instalaţie. Pentru măsurarea presiunii, instalaţia este prevăzută cu o joja Mac-Leod ce permite măsurarea unei presiuni minime de 10^{-5} mm şi variaţii de

zecimi și sutimi de milimetri de mercur. Instalația ține vidul timp practic nelimitat chiar la presiuni foarte joase.

3. Excitarea electrică a tubului s-a făcut în două moduri și anume: cu un transformator de joasă frecvență și un generator de înaltă frecvență..

—a) pentru primul caz am făcut următorul montaj:

Tensiunea de 120 V alternativă de la rețea era aplicată prin intermediul unui reostat la bornele primarului unui transformator de joasă frecvență. Intensitatea curentului din primar era măsurată cu un ampermetru și pentru domeniul nostru de cercetare era cuprinsă între aproximativ 1,5—4 A. De la bornele secundarului tensiunea se aplică direct la tubul de descărcare. Un miliampermetru pus în circuit, arată intensitatea curentului din tub și anume, domeniul de variație a intensității era cuprins între 6 miliamperi și 14 mA. Intensitatea maximă a fost aleasă astfel ca tubul să nu se încălzească prea tare în timpul cît durează o măsurătoare. Tensiunea aplicată tubului varia deci între limitele 30.000—34.000 V.

—b) În al doilea rînd s-a folosit excitarea prin înaltă frecvență, produsă de generatorul construit în laboratorul nostru.

Vrem să amintim numai cîteva date și anume: de la redresor se poate aplica tensiunea continuă maximă de 1250 V circuitului oscilant în care se poate introduce tubul de descărcare. Pentru măsurătorile în înaltă frecvență, am luat tensiune de 500 V cu o intensitate de 53 mA, pe care am aplicat-o circuitului oscilant. Frecvența ce se poate obține este de 10—45 Mhz, deci din acest interval face parte și frecvența înaltă aplicată. Spre deosebire de măsurătorile la joasă frecvență în cazul acesta nu putem să cunoaștem intensitatea curentului din tub. Datele pe care le-am dat mai sus se referă la condițiile în care a funcționat circuitul oscilant.

4. Pentru măsurarea energiei radiante s-a folosit o termopilă Zeiss în vid cu geam de cuarț. Lumina de la tubul de descărcare este focalizată cu ajutorul unei lentile de cuarț pe sudura termopilei. Celelalte 2 capete ale termopilei sînt legate la un galvanometru cu oglindă, de sensibilitate 10^{-9} iar scala galvanometrului situată la aproximativ 3 m. de galvanometru, astfel că și deviațiile foarte mici ale galvanometrului pot fi măsurate pe scală. Instalația s-a dovedit a fi foarte stabilă și fidelă, dînd complectă satisfacție.

Pentru ca determinările să fie cît mai precise, era necesar ca, asupra termopilei să cadă numai lumina de la descărcarea din capilar, de aceea am focalizat lumina cu ajutorul unei lentile de cuarț, pe sudura termopilei, și în acelaș timp am pus un tub de hîrtie neagră între fereastra de cuarț a tubului și fereastra de cuarț a termopilei, astfel că nici-o lumină parasită nu cădea pe sudura termopilei. Am observat apoi, că, deși termopila este situată în vid, într-o carcasă de metal, este foarte sensibilă la variațiile de temperatură ale mediului ambiant și la radiațiile pe care le emit persoanele care lucrează în apropierea termopilei. De aceea am învelit întreaga carcasă de metal cu un strat gros de vată izolatoare și astfel am observat că sistemul este mult mai stabil. Acelaș lucru l-am făcut și cu cele două borne ale galvanometrului,

care constituie cea de-a doua sudură a termopilei. La prima vedere ni s-a părut că învelirea cu vată a termopilei, prezintă un dezavantaj prin faptul că energia luminoasă primită de sudură, este greu radiată în afară şi din această cauză punctul de zero, variază. Am constatat însă, că lăsînd un interval de timp convenabil între două măsurători succesive în aceleaşi condiţii, aprox. 2 minute, deviaţiile spotului galvanometrului, chiar dacă nu pleacă de la acelaş punct de zero, sînt aceleaşi, astfel am fost siguri că energia înregistrată de termopilă, şi deci deviaţiile galvanometrului se datoresc exclusiv energiei luminoase provenită din descărcarea în tubul capilar.

Determinările au fost făcute măsurînd în aceleaşi condiţiuni odată deviaţia galvanometrului, lăsînd să cadă asupra termopilei întreaga energie luminoasă a descărcării şi a doua oară energia luminoasă din vizibil, interpunînd între fereastra de cuarţ şi termopilă un geam de sticlă de grosime 5 mm. Pentru această grosime de sticlă ultravioletul apropiat (între 4000—3600 Å) este foarte slăbit, iar sub λ 3100 Å este complect absorbit.

De altă parte pierderile prin reflecţie (incidenţă normală) şi absorbţie a vizibilului nu depăşesc în acest caz 4% din lumina incidentă.

Făcînd diferenţa dintre deviaţia totală şi deviaţia prin sticlă s-a putut obţine deviaţia în ultraviolet.

O importanţă deosebită pentru determinările noastre o are reproductibilitatea măsurătorilor. Este necesar ca la o repetare a unei măsurători, oricînd să se poată obţine aceeaşi deviaţie la galvanometru, dacă condiţiile experimentale sînt aceleaşi. Aşa cum se prezintă instalaţia noastră, această reproductibilitate este satisfăcută cu o precizie de aprox. 2%.

Rezultate obţinute

Am cercetat randamentul ultraviolet al descărcării într-un capilar de sticlă de $\phi = 4$ mm, şi lungime de 60 mm excitat cu transformatorul de joasă frecvenţă, pentru un domeniu mai larg de presiune, cuprins între 0,1 mm—27 mm şi de intensitate cuprins între 6 mA şi 14 mA.

Determinările au fost făcute măsurînd alternativ deviaţia totală a galvanometrului şi deviaţia prin sticlă. Fiecare măsurătoare a durat 45 m. S-au făcut mai multe determinări şi s-a obţinut $\bar{\delta}_{tot}$ şi $\bar{\delta}_{st}$. Apoi am calculat $\delta_{uv} = \bar{\delta}_{tot} - \bar{\delta}_{st}$ şi randamentul ultraviolet $\varrho = \frac{\delta_{uv}}{\delta_{tot}}$ s-au trasat următoarele curbe:

(a) $\delta_{tot} = f(I)$ la $p = ct$
$\delta_{tot} = f(p)$ la $I = ct$
$\varrho_{uv} = f(p)$ la $I = ct$

Rezultatele sînt date în tabelele alăturate:

Pentru curbele (a) se vede că la o presiune dată, cu cît creşte intensitatea curentului, cu atît creşte şi deviaţia totală şi ajunge probabil la un maxim, după cum se vede la cele două curbe p=21,5 mm şi la p=27 mm, maxim situat însă într-o regiune mai îndepărtată, la o intensitate de curent mai mare, la care nu am putut ajunge din cauza încălzirii tubului.

La curbele (b) se observă pentru o intensitate de curent constantă că deviația totală crește destul de repede odată cu creșterea presiunii de la 0,1 mm la 0,8 mm. Intre 0,8 și 1 mm există un maximum.

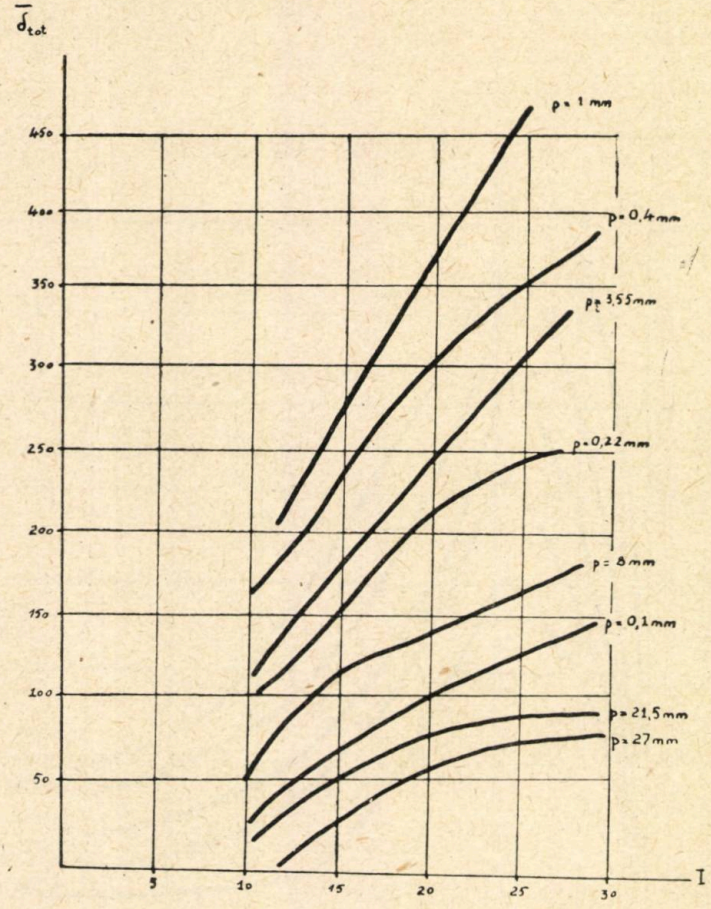


Fig 2

Acest maxim se păstrează la toate curbele în aceiași regiune; de la 1 mm în sus, deviația totală scade din nou, pînă la 27 mm, mai lent decît în partea presiunilor joase.

In privința curbelor (c) se constată că înafara presiunilor de 0,1 mm și 0,22 mm, unde randamentele sînt mai mici și a presiunilor mai mari de 21,5 mm, unde descărcarea este instabilă și foarte puțin luminoasă, randamentele sînt aceleași aproximativ 0,42—0,46. Micile diferențe, care exixstă între o determinare și cealaltă le atribuim numai erorile de măsurătoare. Rezultatul acesta ni s-a părut interesant, deoarece în literatura studiată, am găsit un singur articol, referitor la

Hidrogen, unde s-au făcut unele măsurători similare şi s-a obţinut o creştere a randamentului cu presiunea. In privinţa aerului sau azotului, nu am găsit în literatură nici un articol, ca să putem compara rezultatele noastre.

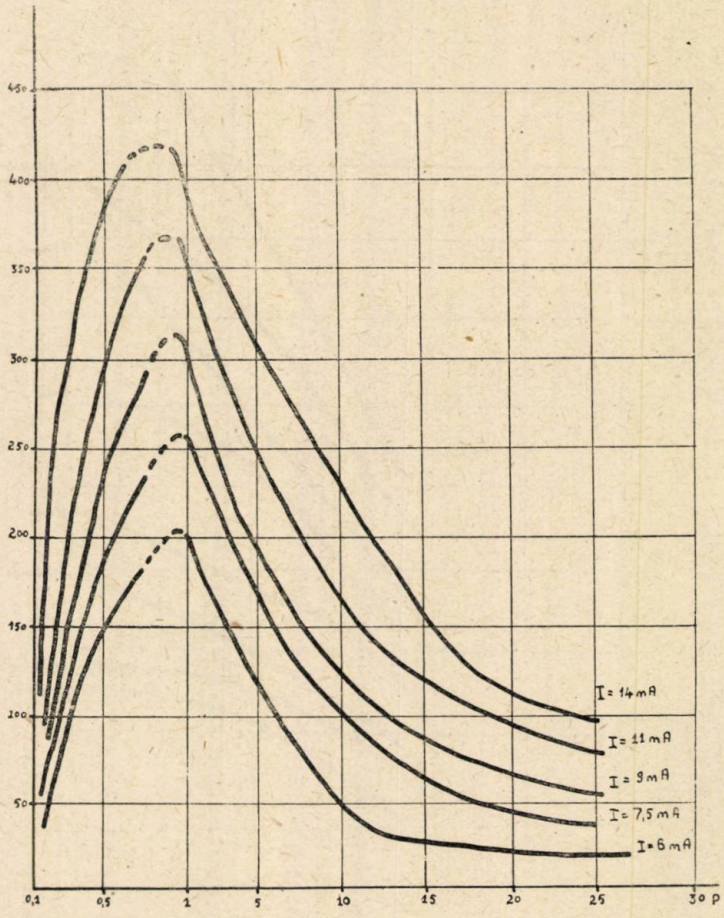


Fig. 3

In al doilea rînd am fosolit excitarea prin înaltă frecvenţă, trasînd curba $\varrho_{uv} = f(p)$ la intensitate şi tensiune constantă.

Presiunile cercetate au fost de 0,2 mm, 0,45 mm, 1 mm; 1,6 mm şi 2,66 mm, la intensitatea constantă de 53 mA şi tensiunea de 500 volţi aplicată circuitului oscilant. Se constată o foarte uşoară creştere a randamentului de la 0,393 la 0,519 pentru întregul domeniu de presiuni cercetat. Practic şi aici randamentul poate fi considerat constant cuprins între 0,4—0,5, deci aproape identic cu excitarea la joasă frecvenţă. Dăm mai jos în fig. 5 rezultatele experimentale obţinute.

Concluzii.

In tubul de descărcare din experiențele noastre, am avut aer la presiunile indicate, urme de vapori de apă și de vapori de mercur și probabil urme de alte impurități. Aproape toată emisia luminoasă era însă datorită moleculei N_2. Se știe că această moleculă emite următoarele sisteme de bande

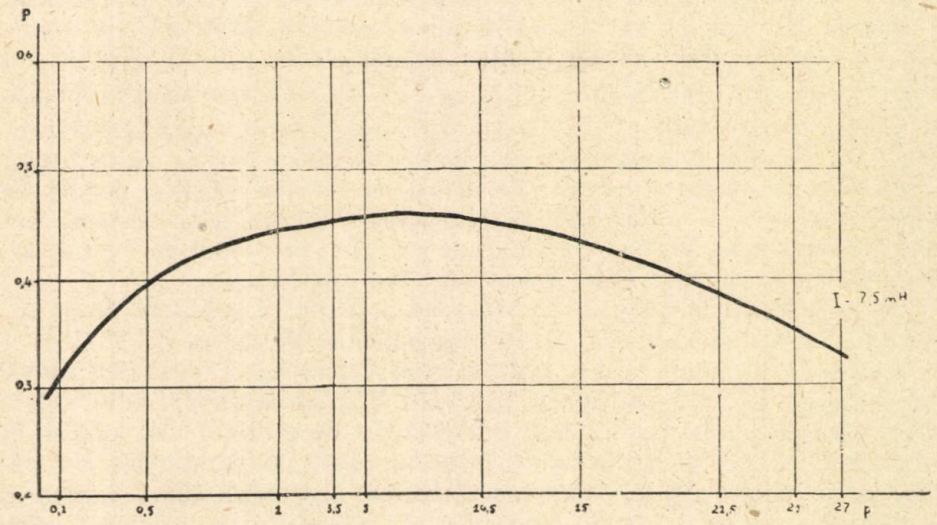


Fig. 4.

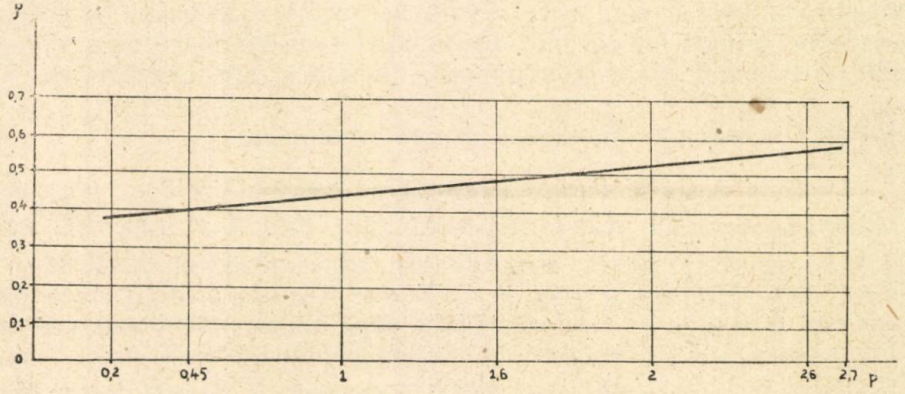


Fig. 5.

— sistemul Lyman $(^1\pi - {}^1\Sigma_g^+)$ și sistemul Birge-Hopefield $(3\pi - {}^1\Sigma_g^+)$ ambele în ultravioletul îndepărtat sub 2000 Å.

— primul sitem pozitiv $({}^3\pi - {}^3\Sigma)$ între 1,47 μ şi 5300 Å.
— al doilea sistem pozitiv $(C^3\pi - B^3\pi)$ între 5300 Å—2700 Å).
— al patrulea sistem pozitiv $({}^3\Sigma - {}^3\pi)$ între 2900 Å—2200 Å.

Energia luminoasă conţinută în primele două sisteme, Lymann şi Birge—Hopefield, fiind situată în ultravioletul de vacuum era absorbită de aerul dintre tub şi termopilă şi prin urmare nu putea fi înregistrată de aceasta. In consecinţă termopila nu recepţiona decît energia conţinută de celelalte trei sisteme menţionate, observăm aici că deşi primul sistem pozitiv este cuprins între 1,47 μ şi 5300 Å, 80% din bandele intense se găsesc între 6800 Å şi 5600 Å aprox. Acest sistem nu contribuie la energia ultravioletă. Al doilea sistem pozitiv se situiază în cea mai mare parte în ultraviolet, iar al patrulea sistem pozitiv se găseşte exclusiv în ultraviolet. Asupra cestor ultime două sisteme am căutat să acţionăm, variind condiţiile de excitare, în scopul de a le intensifica emisia şi a mări astfel randamentul ultraviolet.

Al patrulea sistem pozitiv necesită un potenţial de excitare de aprox. 15 Volţi, iar al doilea sistem pozitiv un potenţial de aprox. 13 Volţi.

Excitarea primului sistem pozitiv, care determină intensitatea în vizibil, necesită electroni de aprox. 9,3 Volţi. Faptul că randamentul ultraviolet variază foarte puţin, deşi intensităţile emise total sau numai în ultraviolet, variază în limite foarte largi cu condiţiile de excitare, nu credem că se poate explica decît admiţînd că distribuţia după energii a electronilor, nu se schimbă apreciabil cu condiţiile de excitare practicate în experienţele noastre. Aceasta ar putea fi interpretat ca o urmare a faptului că molecula de azot, are un foarte mare număr de nivele de rotaţie şi vibraţie în sistemele electronice respective, formînd o trecere aproape continuă şi deci orice distribuţie iniţială particulară a energiei electronilor, ajunge într-un timp foarte scurt la o distribuţie care se regăseşte aproximativ în toate regimurile de descărcare încercate de noi.

Influienţa selectivităţii termopilei asupra rezultatelor

Termopila Zeiss în vid cu fereastră de cuarţ utilizată de noi, are o sensibilitate spectrală practic constantă între 4000 Å şi 14000 Å. Peste 14000 Å pînă la 22.000 Å, sensibilitatea creşte apreciabil, dublîndu-se la această ultimă valoare. Partea de infraroşu în emisia azotului începe însă numai de la 1,47 μ şi este neglijabilă după cumam menţionat mai sus, aşa că indicaţiile galvanometrului termopilei, nu necesită practic nici-o corecţie. Pentru ultraviolet, între 4000 Å şi 2000 Å, sensibilitatea termopilei creşte uşor. Corecţia pentru randament se poate introduce în modul următor.

Avem, cu notaţiile utilizate

$$(1)\quad \varrho_{uv} = \frac{\delta_{uv}}{\delta_v + \delta_{uv}} = \frac{\delta_{uv}}{\delta_{tot}} \qquad \text{(fără corecţie)}$$

$$(2)\ \varrho'_{uv} = \frac{\alpha\,\delta_{uv}}{\delta_v + \alpha\delta_{uv}} = \frac{\alpha\,\delta_{uv}}{\delta'_t}$$

(unde α este factorul de corecție iar δ_{uv}, δ_v sînt deviațiile fără corecție)

Din curba caracteristică a termopilei, rezultă pentru $\alpha=0{,}85$ aproximativ. Dacă luăm ca exemplu valorile următoare

$\bar{\delta}_t = 257\ div$, $\bar{\delta}_v = 144{,}7\ div$, $\bar{\delta}_{uv} = 112{,}3\ div$, obținem $\varrho_{uv}=0{,}434$.

(valoare necorectată). Introducînd corecția de ultraviolet,, menționată se obține $\varrho'_{uv}= 0{,}39$

Legătura între ϱ_{uv} și ϱ'_{uv} este dată de relația:

$$\frac{\varrho'_{uv}}{\varrho_{uv}} = 1 + (\alpha - 1)\frac{\delta_v}{\delta_t + (\alpha - 1)\delta_{uv}}$$

Corecția introdusă, nu schimbă evident alura curbelor de randament și nici rezultatul că variațiile de randament se mențin în limite mici (aprox. $\pm$ 20%).

Laboratorul de Fizică
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1) *W. Finkelnburg:* Kontinuierliche spektren.
2) *Klaus Weltner:* Über das kontinuum bei Stossentladungen durch Kapillaren. (Z. f. Phys. 136 (1953) 631).

УЛЬТРАФИОЛЕТОВЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ВОЗДУШНОЙ РАЗРЯДНОЙ ТРУБКИ.

(Краткое содержание)

Настоящий доклад представляет собой краткое описание экспериментальной установки, метод измерения и результаты проведенных измерений для определения ультрафиолетового коэффициента полезного действия при разрядке в воздухе в различных условиях: давления, тока и способов возбуждения.

Экспериментальная инсталяция состоит из разрядной трубки-пустотной установки, дающей возможность получать и измерять размеры различных давлений, при которых проводились опыты электрической аппаратуры, а также приспособления для измерения радиальной знергии, состоящего из термоелемента и гальванометра.

Электрическое возбуждение было вызвано двумя способами, а именно; при помощи трансформатора низкой частоты и генератора высокой частоты. Область, в рамках которой проводились работы находилась в пределах между 0,1—27 мм. для давления, и 6 МА=14 МА для интенсивности тока.

Во всех исследуемых случаях было обнаружено, что козффициент полезного действия является почти постояниым и находится между 0,42—0,46, т. е. в пределах зкспериментальных погрешностей. В случаях возбуждениях высокой частоты было обнаружено незначительное повышение коэффициента полезного действия от 0,39 до 0,51. Практически можно считать коэффициент полезного действия тождественным с первым случаем.

В работе дается теоретическое объяснение полученных результатов.

LE RENDEMENT ULTRAVIOLET D'UNE DÉCHARGE EN AIR

Résume

Le travail présent, décrit l'installation experimentale réalisée, la méthode de mesure, et les résultats obtenus en vue de déterminer le rendement ultraviolet d'une decharge en air, dans des conditions diférentes de pression, d'intensité et d'excitation. L'installation expérimentale est composée d'un tube de décharge, d'une installation qui permet d'obtenir les pressions nécessaires d'une installation électrique et d'un dispositif pour mesurer l'énergie rayonnante, formé d'une thermopile et d'un galvanomètre. Nous avons déterminé le rendement en deux cas différents: premièrement en excitant le tube avec un transformateur de basse fréquence et deuxiemement avec un générateur de haute frequence.

Dans le premier cas, le domaine expérimental a été compris entre 0,1—27 mm de pression et 6 mA—14 mA d'intensité de courant. Nous avons constaté que le rendement reste approximativement le même, pour toutes les conditions employées il varie entre 0,42—0,46. Pour le second cas, on constate une petite augmentation de 0,39 à 0,51.

Pratiquement, on peut considérer le rendement identique au premier cas. Nous indiquons une explication théorique des résultats obtenus.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

535.244

ADAPTOR PENTRU ÎNREGISTRARE DIRECTĂ LA POLAGRAFUL MODEL HEYROVSKY V 301*)

de VIRGIL PAVLU și LORI SCHECHTER

Obiectul acestei lucrări este construcția unui adaptor, ce să permită posesorilor polarografului model Heyrovski V 301, polarograf destul de răspîndit, și care nu au posibilitatea să-și procure un polarograf modern (1), (2), (3) să-și construiască singuri în condițiuni economice un adaptor pentru înregistrarea directă. Deși nesemnalate în literatură, în țară mai există și alte realizări însă bazate pe alte principii și de eficacitate mai mică.

Adaptorul descris mai jos prezintă următoarele avantagii:

1. Se scurtează simțitor durata înregistrării, obținînd imediat înregistrările parțiale.
2. Se simplifică aparatura, metoda fiind mai economică și mai expeditivă.
3. Se exclude confuzia între diferite curbe, înregistrarea putîndu-se face în culori.
4. Se poate face după dorință: a) înregistrarea simultană directă și fotografică, b) numai înregistrarea directă sau c) numai înregistrare fotografică. Paralelismul între cele două înregistrări corespunzătoare cazului a) se poate verifica ușor prin suprapunere, înregistrarea directă fiind făcută pe hîrtie de calc.
5. Înregistrările directe pot fi copiate la heliograf.
6. Domeniul ordonatelor, pentru aceiași sensibilitate a golvanometrului, este cu cca 40% mai mare ca în înregistrările fotografice, ceeace reduce în aceeași măsură necesitatea de a varia concentrația electrolitrului, respectiv sensibilitatea galvanometrului, excluzînd erorile frecvente legate de diluare și simplificînd oarecum calculul analizei.
7. Adaptorul se poate construi ușor, necesitînd materiale ușor de procurat.
8. Nu este necesară nici-o modificare a polarografului model Heyrovsky V 301, fixarea adaptorului putîndu-se face imediat.
9. Manevrarea adaptorului este ușoară, neprezentînd nici un fel de dificultate.

REALIZAREA

Adaptorul se compune dintr-o carcasă (C) (Fig. 1), care se poate executa din masă plastică, placaj sau carton mucava de 0,4 mm gro-

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

sime. Ea se așează sprijinită în (a) de masa pe care este așezat polarograful și în (b) de carcasa polarografului, avînd în (D) o deschidere dreptunghiulară pentru accesul razelor reflectate pe oglinda galvanometrului. În interior, perpendicular pe fețele laterale, se află oglinda

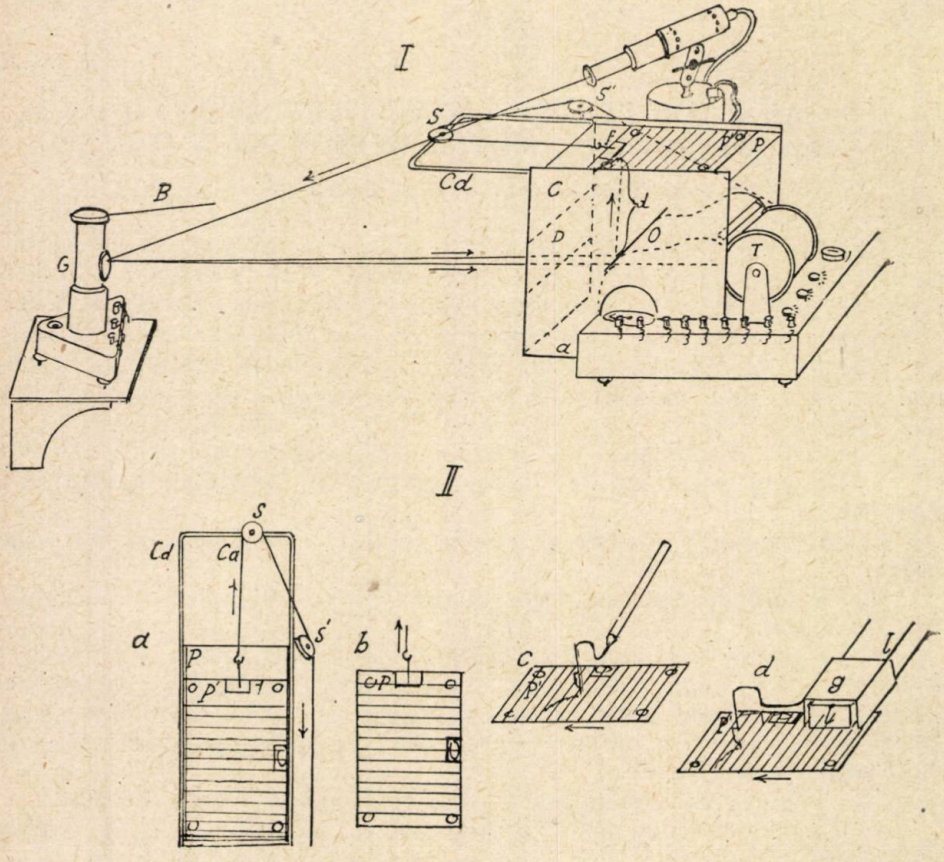


Fig. 1.
I. Vedere de ansamblu II. Detalii

(O) așezată la 45° și cît mai aproape de fanta din masca polarografului, astfel ca o parte din razele trimise de oglinda galvanometrului, (ca și în lipsa adaptorului) să meargă către caseta fotografică cilindrică, iar alta să meargă în sus către o fantă îngustă (f) de 1 mm. Pe fața superioară a carcasei (C), a cărei dimensiuni sînt date în fig. 2, se așează o placă de sticlă (P) fixată de carcasă, pe care se poate deplasa longitudinal o altă placă de sticlă (P') (Fig. I, II, a și b), pe care se fixează (prin lipire în colțuri cu clei transparent) hîrtia de calc pentru înregistrarea directă. Pe placa de sticlă (P) se află întinse în părțile laterale două șireturi de bumbac, pe care se presară puțin talc, pentru a permite înaintarea lină a plăcii (P'). Pe ea se fixează în (1) un ochiu mic de sfoară prin lipirea cu cleiu transparent, iar în

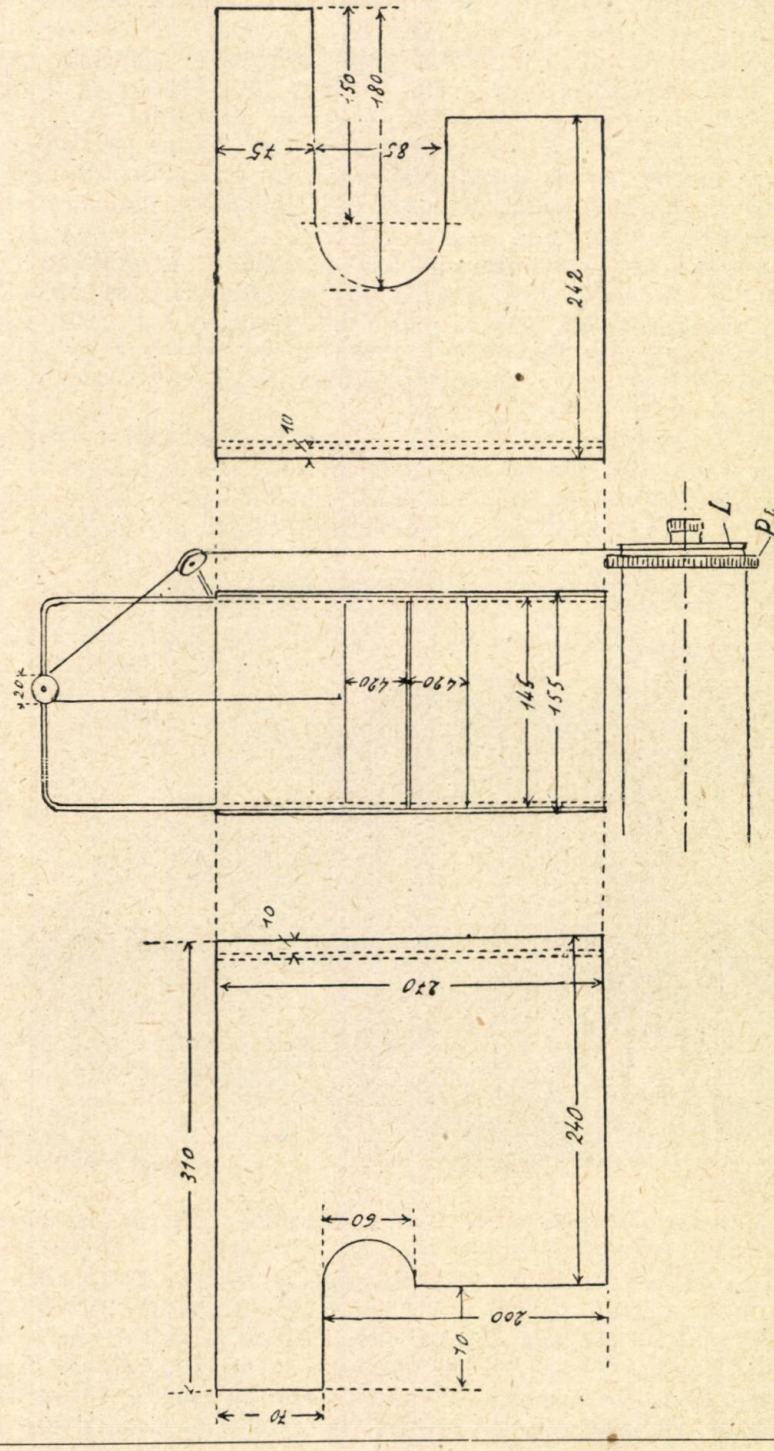


Fig. 2. — Proecțiune orizontală și laterală a carcasei adapterului pentru înregistrare directă.

(2) se fixează prin lipire cu cleiu transparent şi hîrtie de calc un arc flexibil făcut din sîrmă de oţel de cca 1/3 mm, arc ce executînd o uşoară presiune pe peretele lateral drept asigură o translaţie perfectă o plăcii (P') pe peretele lateral stîng. Placa (P') este trasă înainte cu viteza periferică a casetei cilindrice fotografice de cablul (Ca) petrecut peste scripeţii (S) şi S') (ce se rotesc pe axe fixate pe cadrul (Cd) făcut din sîrmă de fier de 4 mm diametru), fiind fixat în cele din urmă în jghiabul tamburului inelar de lemn (L), jghiab cu diametrul interior egal cu diametrul exterior al casetei cilindrice fotografice (Fig. 2). Tamburul (L) este fixat prin lipire cu cleiu de celuloid de pinionul (Pi) al polarografului. Scripeţii (S) şi (S') şi tamburul (L) se execută din lemn la strung. Scripeţii (S) şi (S') sînt prevăzuţi cu bucşe metalice fixate prin presare, iar tamburul (L) este inelar pentru a se putea lipi de pinionul (Pi) al casetei fotografice cilindrice şi pentru a permite accesul la ambreiajul acestui pinion.

Pentru înregistrare se foloseşte o peniţă topografică şi cerneală de diferite culori, la care se adaugă puţină glicerină. Peniţa se lipeşte cu cositor de o sîrmă de 2 mm diametru îndoită (Fig. I, II, c) pentru a permite o bună vizibilitate a spotului în timpul înregistrării. Peniţa

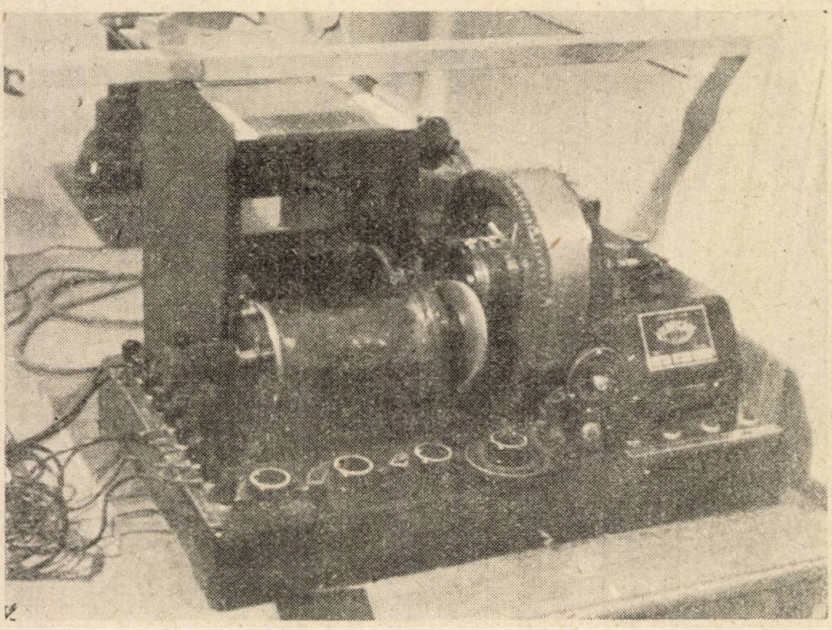


Fig. 3.—Polagraful model Heyrovski v 301 cu adaptorul pentru înregistrare directă

astfel pregătită se fixează ca mina de grafit într-un creion model „Pix". Pentruca înregistrarea să fie mai comodă şi lipsită de tremurături, se fixează cu ajutorul a două stative metalice prevăzute cu cleme o bară de lemn orizontală (Fig. I, II, d), pe care se sprijină mîinile în timpul înregistrării, cînd trebuie să se urmărească cu peniţa în mod atent spotul luminos timp de cca 10'. Spotul luminos mai poate fi urmărit cu

ajutorul unei peniţe fixate cu o sîrmă şi un ax (a) de o glisieră confecţionată din tablă metalică (g) ce se mişcă cu mîna pe bara de lemn (l) (Fig. I, II, d).

MODUL DE LUCRU

a) Inregistrarea simultană directă şi fotografică.

După ce s-a pregătit totul ca pentru înregistrările obişnuite, se aduce caseta fotografică cilindrică cu abscisa 0 în dreptul spotului luminos şi apoi spotul luminos la ordonata 0, se marchează abscisa şi ordonata 0 pe placa (P') şi se leagă placa (P') de cablul (Ca). Se aşează pîrghia schimbătorului de viteză în poziţia „liber", se debreiază tamburul cu firul potenţiometric şi caseta cilindrică fotografică şi acţionînd cu mîna asupra pinionului (Pi), se face ca pentru poziţia plăcii (P') cu abscisa 0 în dreptul spotului luminos cablul să fie întins. Se ambreiază apoi tamburul potenţiometric şi caseta cilindrică, se aşează pîrghia schimătorului de viteză în poziţia „înainte", se închide circuitul celulei electrolitice, se deschide ferestruica casetei cilindrice, se porneşte motorul şi se urmăreşte cu peniţa înmuiată în cerneală de culoarea dorită spotul luminos pe placa mobilă (P'). Se opreşte înregistrarea cînd s-a ajuns la abscisa corespunzătoare potenţialului pînă la care se face înregistrarea, observînd aceasta fie pe indicatorul casetei fie pe abscisele trase prealabil pe placa (P').

b) Numai înregistrarea directă.

Se procedează ca la a), însă se debreiază caseta cilindrică şi se închide ferestruica.

c) Numai înregistrarea fotografică.

Se procedează în modul obişnuit desprizîndu-se cablul de pe tamburul (l), fără să fie necesară scoaterea adaptorului.

CONCLUZII

1. Adaptorul permite înregistrarea directă simultan cu înregistrarea fotografică sau în mod separat pe fiecare din ele.

2. Se obţin înregistrări directe superpozabile celor fotografice.

3. Dispozitivul este simplu şi uşor de construit şi mînuit; el nu necesită nici o modificare a polarografului model Heyrovsky V 301.

4. Adaptorul este indicat în special pentru studii chimice făcute cu ajutorul polarografului. El permite modernizarea polarografului cu înregistrare fotografică, economisind timp, material şi manoperă fotografică.

Laboratorul de Fizică
Institutul Politehnic Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

(1) POLARCGRAF LP 54 MANUALNI p 1-37 LABORATORNI PRISTROJE N P. PRAHA Stepanska Ulice dis. 7.

(2) *Kolthoff I. M.*, James j. Linguane. Polarography. Second completely revised edition, vol. I, p 313—315.

(3) Hans W. Polarograph mit Tintenschreiber Modell 1954. Leybold polarographische Berichte 2 (1954) p 113—118.

АППАРАТ, ПРИМЕНЯЮЩИЙСЯ ДЛЯ ПРЯМОЙ РЕГИСТРАЦИИ ПОЛЯРОГРАФА ТИПА — ГЕЙРОВСКИЙ V. 301.

(Краткое содержание)

В этой работе описывается конструкция механического прибора, приспособление которого к полярографу модели Гейровский V. 301 позволяет получить непосредственную запись полярографических кривых.

Этот прибор, не требующий вводить каких либо изменений полярографа, может быть сконструирован путем применения несложных способов и отличается легкостью манипуляции.

С его помощью можно получать запись разноцветных полярографических кривых на кальке самостоятельно или одновременно с фотографической записью.

Описываемый прибор упрощает аппаратуру и даёт экономию времени.

ADAPTEUR POUR L'ENREGISTREMENT DIRECT AU POLAROGRAPH HEYROVSKY 301 V

(Résumé)

Dans le présent travail on décrit la construction d'un dispositif mécanique adaptable au polarographe de Heyrovsky mod. 301 V, qui permet l'enregistrement direct des tracés polarographiques.

Le dispositif imaginé ne modifie aucunément l'appareil originel, il peut êtres réalisé facilement dans tous les laboratoires et son maniement est simple. A l'aide de ce dispositif on peut tracer les courbes polarographiques en diverses couleurs sur calque séparément ou simultanément avec l'enregistrement photographique.

A l'aide de ce dispositif, on simplifie l'appareillage et on reduit le temps de travail.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

CRISTALELE SEIGNETTE ŞI STUDIUL FOTOELASTIC AL ACESTOR CRISTALE TĂIATE PARALEL CU AXA CRISTALOGRAFICĂ*)

de LILIANA BARBICI

Studiul fotoelastic al cristalelor de sare Seignette pe care ni l-am propus, poate fi din punct de vedere experimental împărţit în două părţi: obţinerea de cristale şi apoi studiul lor.

Prezentăm aici rezultatele unor prime încercări, dintr-o lucrare care va continua.

În prima parte expunem cum am obţinut pe cale artificială, cristale mari şi cît mai omogene.

Există două metode pentru obţinerea de cristale din soluţii:

1. Evaporarea lentă a soluţiei a cărei temperatură scade treptat cu o fracţiune de grad la două, trei zile.

2. Evaporarea lentă a soluţiei la temperatură constantă, iar în interiorul ei se poate aşeza un agitator cu palete, care printr-o rotaţie înceată şi uniformă menţine omogenitatea soluţiei şi concentraţia în jurul germenului.

Am lucrat după metoda a doua dar fără agitatorul cu palete.

Creşterea propriu zisă a cristalului cuprinde două faze: obţinerea germenului şi creşterea cristalului.

Pentru obţinerea germenului am făcut o soluţie suprasaturată la temperatura camerei în proporţiile următoare: la 200 g sare 100 cm^3 apă distilată.

Am încălzit soluţia la aproximativ 30°C am filtrat-o şi apoi am aşezat-o într-un cristalizor acoperit cu o placă de sticlă. După 24 de ore pe fundul vasului au apărut cristale mici iar cel cu forma cea mai regulată l-am mutat cu o pensetă într-un cristalizor peste care se toarnă soluţia rămasă la temperatura camerei.

Poziţia germenului în soluţie poate fi diferită. În primele încercări am suspendat germenele cu ajutorul unui fir şi am obţinut cristale cu laturi regulate dar cu neomogeneitate în mijloc din cauza germenului. În ultimele încercări, am aşezat germenele pe fundul vasului şi am obţinut cristale cu laturi neregulate, însă cu neomogeneitatea numai într-o latură.

Concentraţia soluţiei joacă un mare rol în creşterea cristalului deoarece prin scăderea gradului de suprasaturaţie forma cristalului se simplifică iar prin creşterea gradului de suprasaturaţie forma cristalului se complică prin apariţia de feţe secundare. Pentru a obţine un cristal cu mărimea de 5 cm/2, 5 cm a fost nevoie de un timp de creştere de aproximativ 3 luni, folosind un germene cu dimensiunile 3 mm/1 mm.

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti din 27—28 iunie 1957.

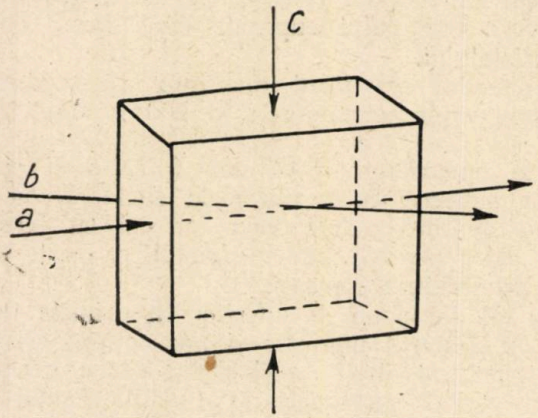
Soluția în care crește cristalul se filtrează din cînd în cînd pentru a elimina cristalele parazitare care se formează în timpul creșterii și dăunează cristalului de bază. Temperatura constantă am obținut-o într-un termostat învelit cu un strat izolator de vată de sticlă de grosime 5-7 cm, care a menținut un timp îndelungat o temperatură constantă de 19°C cu o variație de jumătate de grad în plus sau în minus.

Amintim pe scurt proprietățile cristalelor de sare Seignette. Este o sare dublă de sodiu și potasiu a acidului tartric cu 4 molecule de apă de cristalizare. Cristalizează în două feluri: peste 24°C în sistemul ortorombic și între 24°C și — 18°C în sistemul monoclinic.

Densitatea la 25°C este de $1{,}775 \pm 0{,}003$. Este solubilă în apă și alcool și foarte sensibilă la variațiile de temperatură. Fac parte din categoria de cristale biaxe și sînt birefrigente. În intervalul de temperatură — 18°C și + 24°C sarea posedă proprietăți Seignetoelectrice, adică existența în cristal a unei polarizații spontane și a fenomenului de histerezis. Temperaturile de — 18°C și + 24°C sînt temperaturile Curie, adică punctele cu polarizație spontană nulă. În afara celor două temperaturi cristalul este paraelectric.

Procesul de tăiere al cristalelor este foarte delicat din cauza instabilității la variațiile de temperatură, cristalul căpătînd fisuri în timpul tăierii. Se pot tăia cu un fir foarte subțire de păr sau de mătase udat continuu cu apă distilată. Înaintarea firului în cristal se face încet cu aproximativ 1 cm pentru o oră și jumătate. Am mai făcut încercări cu o lamă bine ascuțită și subțire udată tot timpul cu apă distilată.

Lamele din cristal se pot tăia în felul următor:



c = axă cristalografică

a și b = axă electrică și mecanică

1. placă cu fețele paralele cu axele b și c.

2. placa tăiată la un unghiu de 45° față de axa b deoarece prezintă efect piezoelectric maxim în această direcție.

Încercările fotoelastice făcute au avut loc numai în condițiile de la punctul 1, asupra cristalelor netăiate și a lamelor tăiate, paralel cu axa cristalografică, care coincide cu b ca direcție.

Studiul fotoelastic constă în studierea tensiunilor care au loc într-un corp transparent, cînd acesta este supus la solicitări exterioare.

Aparatul se compune din doi polaroizi cu diametrul de 30 cm, așezați la distanța de 60 cm. Aceștia se pot roti iar unghiul de rotație se citește

chiar pe rama metalică a acestora. În acest caz lumina în care se studiază va fi polarizată linear. Dacă polaroizilor li se asociază niște lame sfert de undă studiul se face în lumină polarizată circular. Încercările au fost făcute în ambele cazuri iar lumina folosită a fost albă și monocromatică de sodiu.

Un corp așezat între cei doi polaroizi la extincție și supus unei acțiuni mecanice exterioare tensiunile create în interior vor fi reprezentate prin două categorii de linii bazate pe cele două legi ale fotoelasticității:

1. Legea calitativă care spune că direcțiile privilegiate ale birefringenței accidentale, coincid în fiecare punct al piesei cu direcțiile tensiunilor principale și vor rezulta unele linii de extincție numite izocline care au caracteristica de a fi locurile geometrice ale punctelor de egală înclinare a tensiunilor principale față de o direcție de referință oarecare. Prin rotirea polaroizilor, acestea vor varia în mod continuu pe suprafața piesei și după o rotire cu 90^0 a polaroizilor ele se vor repeta. Ele permit să se obțină date importante asupra fluxului de forță interioare ce străbat piesa sub acțiunea unei solicitări exterioare. Aceste linii apar numai în lumină polarizată linear și se pot elimina cînd se lucrează în lumină polarizată circular.

2. A doua lege este cea cantitativă care arată legătura dintre diferența de drum introdusă între cele două vibrații și diferența tensiunilor principale legate prin relația:

$$k\,\lambda = c\,(\sigma_2 - \sigma_1)\,e$$

în care $\sigma_2 - \sigma_1$ reprezintă diferența tensiunilor principale, c constantă fotoelastică a materialului și e grosimea piesei.

Aceasta se manifestă prin apariția unui alt grup de linii numite izocromatice. Cînd se lucrează în lumină monocromatică apar ca niște linii de extincție iar în lumină albă ca franje colorate. Un caz particular este atunci cînd

$$\sigma_2 - \sigma_1 = 0$$

corespunzînd unei tensiuni uniforme, independentă de λ întrebuințat. Locurile acestea se numesc puncte singulare.

Izocromaticele apar în lumină polarizată linear și circular.

Încercările le-am făcut în lumină polarizată linear și circular folosind lumina albă și monocromatică de sodiu.

Am observat că în lumina albă polarizată linear și circular, cristalul nu a prezentat decît fenomene de birefringență naturală. Supus la tensiuni exterioare, care au ajuns la limita de spargere a cristalului nu s-a observat nimic. În lumina monocromatică de sodiu la o placă tăiată paralel cu axul optic supusă la tensiuni, deasemeni nu s-a observat nimic.

La cristalele netăiate s-au observat o serie de linii de extincție paralele cu axul cristalografic care s-au menținut și în lumina polarizată linear și circular. Pentru cristalul supus la tensiuni exterioare ajungînd pînă la limita de spargere, aceste linii nu s-au modificat.

Din faptul că nu apare niciun grup de linii în cazul lamei supusă la tensiuni exterioare se poate trage concluzia că constanta fotoelastică este foarte mică și că este nevoie de a introduce în cristal un număr

foarte mare de diferențe de drum pentru a fi observabile și deci lumina tinde spre un alb de ordin superior, cînd se lucrează în lumina albă.

La cristalele netăiate, liniile observate se pot asemăna cu niște izocromatice care marchează tensiunile interioare care au avut loc în timpul formării cristalului. Aceasta ne dă posibilitatea de a asemăna un cristal cu o piesă înghețată, adică un corp care a fost supus un timp îndelungat la efort și a păstrat starea de tensiune interioară fără ca să mai revină la starea inițială. Totuși există oarecare deosebiri între piesele înghețate folosite în fotoelasticitate și cristalele seignette, deoarece o piesă înghețată dacă este din nou supusă la solicitări exterioare, liniile care marchează noile eforturi se vor suprapune peste cele vechi. Putem spune că există analogie între un cristal și o piesă înghețată dar nu și o identitate. Studiind în aceleași condițiuni o placă cu cuarț, deci tot un cristal piezoelectric aceasta s-a comportat la fel ca și cea de sare seignette.

Din relația de bază a izocromaticelor se poate deduce că constanta fotoelastică a cristalelor seignette este foarte mică, deoarece ea se află în raport invers proporțional cu efortul depus

$$c = \frac{k\lambda}{(\sigma_2 - \sigma_1)\, e}$$

Aceste prime determinări au fost făcute în Laboratorul de Fizică al Institutului Politehnic București sub conducerea tov. profesor I. Agarbiceanu.

Laboratorul de Fizică
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *W. P. Mason* — Piezoelectriceschie cristalii ih primemenie v ultraakustiche.
2. *A. V. Subnikov* — Isledovanie pezoelectriceschih textur.
3. *I. Agarbiceanu* — Lumina polarizată și aplicațiile ei în știință și tehnică.

ИССЛЕДОВАНИЕ ФОТОЭЛАСТИЧНОСТИ КРИСТАЛЛОВ СЕГНЕТОВОЙ СОЛИ.

(Краткое содержание)

В статье описывается искусственное выращивание кристаллов сегнетовой соли и изучается с точки зрения фотоэластичности кристалл, срезанный параллельно с кристаллографической осью.

Проведенное исследование указывает, что фотоэластическая постоянная очень мала и дается соответстствующее объяснение этому явлению.

L'ÉTUDE PHOTOÉLASTIQUE DES CRISTAUX DU SEL DE LA ROCHELLE

(Résumé)

On décrit la croissance artificielle des cristaux du sel de la Rochelle et on étudie au point de vue photoélastique un cristal d'après des sections paralèlles à l'axe cristalographique.

L'étude montre que la constante photoélastique est très petite. On essaye de donner une explication.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

539.1

DESPRE DIFUZIA ATOMILOR DE TORON ÎN EMULSIA PLĂCILOR NUCLEARE*)

de DAN ANGHELESCU

1. Posibilitatea difuziei atomilor radioactivi în emulsia plăcilor nucleare a fost inițial observată de Taylor și Dabholkar (1) și apoi semnalată de Blau și Wambacher (2), P. Demers (3), Yagoda (4). Difuzia a fost pusă în evidență prin faptul că diferitele brațe ale unei stele reprezentînd urmele particolelor α emise de descendenții aceluiași atom, nu pornesc riguros din același punct, producîndu-se o scindare a stelei datorită migrării atomului radioactiv în emulsie din locul în care s-a format pînă la locul în care s-a dezintegrat. În general difuzia se face pe distanțe mici, dar considerabil mai mari decît distanța de recul. O difuzie mai accentuată se observră în cazul atomilor elementelor care în condiții normale sînt gazoase (radon și toron).

Difuzia toronului a fost studiată de Eichholtz și Flack (5) care au developat o placă la două săptămîni după expunerea la acțiunea unei soluții de azotat de toriu. Citirea plăcii la microscop a arătat o scindare a stelelor cu 5 brațe care încep cu *RdTh* în două fragmente: o stea cu două brațe *(RdTh — ThX)* și o stea cu 3 brațe *(Tn — ThA — ThC'* sau *Tn — ThA — ThC)*. Evident scindarea este datorită migrării atomului de toron în emulsie. Distanța între centrele celor două fragmente este în general, de cîțiva microni, numai în puține cazuri înregistrîndu-se deplasări pe distanțe mari. Vigneron, Chastel, Génin (6) expun, timp de 7 zile, o placă unei soluții de *ThX* și observă, după developare, o scindare evidentă a unor stele cu 4 brațe în stele cu 3 brațe *(Tn — ThA — ThC'* sau *Tn — ThA — ThC)* și urme de *ThX* ale căror capete se găsesc în vecinătatea centrului unei stele cu 3 brațe. Nu au semnalat în niciun caz o difuzie a atomilor de toron pe distanțe mari, ceea ce rezultă din inexistența urmelor de *ThX* sau stelelor cu 3 brațe independente. Într-o lucrare ulterioară Vigneron, Chastel, Génin (7) bazîndu-se atît pe observații proprii cît și ale predecesorilor asupra faptului că difuzia atomilor radioactivi este favorizată de timpuri îndelungate de expunere (de ex. Demers a observat scindarea stelelor pe plăci ținute 5 luni înainte de developare) emit ipoteza existența gelatinei din emulsie în două forme: o formă α, nestabilă, cu coeficient de difuzie mic, care cu timpul trece într-o altă formă, β stabilă, cu coeficient de difuzie mare. Recent

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

Debeauvais, Piccioto și Wilgain (8) au arătat că difuzia atomilor de toron este practic oprită prin păstrarea plăcilor expuse la o temperatură de -36^0C.

2. Determinările experimentale au fost efectuate pe o placă expusă timp de trei zile, fără a fi uscată, acțiunii unei soluții de azotat de toriu. În condițiile expunerii emulsia, avînd viscozitatea micșorată, favorizează migrarea atomilor de toron.

După developare au fost citite, la rînd, 220 stele care, după numărul de brațe, se repartizează astfel:

2 stele cu 5 brațe
110 stele cu 4 brațe
108 stele cu 3 brațe

La 37 stele cu trei brațe lungimile urmelor corespund mărimii traiectoriilor particolelor α emise de *Tn*, *ThA* și *ThC'*. Deoarece *ThA* și *ThC'* sînt descendenți ai toronului și deoarece *Tn* provine din *ThX*, printr-o dezintegrare α, rezultă că atomii generatori ai acestor stele sînt atomi de toron. Există și stele de tipul *Tn—ThA—ThC* care de asemenea încep prin dezintegrarea unui atom de toron. Existența acestor stele este însă dificil de pus în evidență din cauza valorilor medii apropiate ale parcursurilor în emulsie pentru *ThX* (*24,7* μ) și *ThC* (*26,8* μ) și, mai ales, din cauza fluctuațiilor foarte mari ale parcursului în emulsia cu care s-a lucrat, ceea ce face ca stelele *Tn — ThA — ThC* să poată fi ușor confundate cu stelele, normale, *ThX — Tn — ThA*. Totuși există un număr de 8 stele cu 3 brațe, la care două urme pot fi atribuite sigur atomilor de *Tn* și *ThA*, în timp ce a treia, cea mai scurtă, are o lungime destul de mare ($> 27,5\ \mu$) încît să poată fi atribuită, cu suficientă certitudine, dezintegrării *ThC*.

Nu se poate considera că numeroasele stele de tipul *Tn — ThA — ThC'* (sau *ThC*) sînt datorite atomilor de toron, care se găseau ca atare în soluția inițială de azotat de toriu. Întrucît toriul este în echilibru cu descendenții săi, numărul de stele generat de atomii de toron din soluția inițială este N (numărul constant, de atomi de toron, prezenți la un moment dat în soluție). Deoarece nu pot exista stele fără urme de toron numărul total de stele (indiferent de tip) este egal cu numărul atomilor de toron dezintegrați, adică $N\lambda_{Tn}t$ (t fiind timpul de expunere la acțiunea soluției radioactive). Rezultă că probabilitatea de a avea o stea provenită din atomii inițiali de toron este:

$$\frac{N}{N\lambda_{Tn}t} = \frac{T_{Tn}}{ln\ 2 \times t} = \frac{50,4}{0,693 \times 3 \times 24 \times 60 \times 60} \approx \frac{1}{2800}$$

adică practic neglijabil.

Trebuie admis că stelele de tipul *Tn — ThA — ThC'* (sau *ThC*) sînt, în realitate, fragmente de stele cu 4 sau 5 brațe care s-au scindat în două părți din cauza difuziei atomilor de toron. Aceștia, rezultați din dezintegrarea atomilor de *ThX*, migrează în emulsie, din locul în care s-au format, pe o distanță variabilă, pînă cînd se dezintegrează, formînd centrul unei stele noi. Deplasarea atomilor este mult favorizată de viscozitatea micșorată a emulsiei, ceea ce permite difuzia pe distanțe atît

de mari, încît stelele care încep prin emisia unei particole α de către toron apar ca stele independente. Ipoteza difuziei atomilor de toron în emulsia nucleară și facilitării difuziei de neuscarea plăcii este confirmată de următoarele:

a) Pe aceiași placă au fost citite, la rînd, încă 25 stele de tipul *Tn — ThA — ThC'*. În 22 cazuri s-a observat, în apropierea centrului stelei, capătul unei urme de *ThX*, ceea ce duce la concluzia că stelele cu trei brațe de tipul *Tn — ThA — ThC'* sînt fragmente de stele cu 4 brațe (*ThX — Tn — ThC'*). Existența celor trei stele de tipul *Tn — ThA — ThC'* lipsit de urme de ThX în apropierea centrului lor se explică prin migrarea atomilor de toron pe distanțe foarte mari.

b) Pe o placă identică, expusă aceleiași soluții, de asemenea timp de trei zile, dar uscată, au fost citite la rînd 80 stele dintre care numai două erau de tipul *Tn — ThA — ThC'*. Existența stelelor de acest tip într-o proporție atît de redusă se explică prin faptul că placa fiind uscată migrarea atomilor de toron este considerabil îngreunată.

3. În concluzie rezultă că neuscarea plăcilor nucleare, după impregnarea cu soluția radioactivă, facilitează mult difuzia atomilor de toron, care se produce chiar pentru timpuri de expunere scurte și pe distanțe apreciabile, astfel încît se formează numeroase stele de tipul *Tn. — ThA — ThC'* (sau *ThC*), aparent independente, centrul acestora fiind adesea foarte depărtat de centrul stelei inițiale.

Laboratorul de Fizică
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *Taylor* și *Dabholkar* — Proc. Ind. Acad., 1936, A. 3, 272.
2. *Blau* și *Wambacher* — Sitzer. Akad. Wiss. Wien, Math. naturw. Klasse Abt IIa, 145, 9, 605, 1936.
3. *P. Demers* — Phys, Rev., 1947, 72, 536.
4. Radiografia, Izd. inostr. lit., Moscova 1952, 220.
5. *Eichholtz* și *Flack* — J. Chem. Phys., 1951, 10, 363.
6. *Vigneron, Chastel, Génin* — J. Phys. Rad. 1953, 14, 285.
7. *Vigneron, Chastel, Génin* — Comptes rendus, 1955, 240, 1423.
8. *Debeauvais, Piccioto, Wilgain* — Il nuovo cimento, 1957, vol. V. 260.

ПО ПОВОДУ ДИФФУЗИИ АТОМОВ ТОРОНА В ЭМУЛЬСИИ ТОЛСТОСЛОЙНЫХ ПЛАСТИНОК.

(Краткое содержание)

Атомы торона, которые образуются в эмульсии во время ее засвечивания распадом атомов *Thx* способны диффундировать в эмульсии, образуя α звезды типа *Tn — ThA — ThC'* (или *Tn — ThA — ThC*).

Если пластинка не была высушена после засвечивания, эта диффузия может в виду понижения вязкости змульсии происходить на довольно длинных расстояниях.

ON THE DIFFUSION OF THORON ATOMS IN THE EMULSION OF NUCLEAR RESEARCH PLATES

(Abstract)

The Thoron atoms which are generated in the emulsion of a nuclear research plate during its exposure, by the desintegration of *ThX* are able to migrate in the emulsion, producing α — stars of the type $Tn - ThA - ThC'$ (or $Tn - ThA - ThC$).

If the plate has not been dried after exposure this migration may cover comparatively long distances (5—25 μ) because of the diminushed value of the emulsion's viscosity.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

MECANICA

ASUPRA MIŞCĂRII UNUI PUNCT MATERIAL PE O SUPRAFAŢĂ DE ROTAŢIE*)

de RADU VOINEA şi PAUL BARANY

Să considerăm o suprafaţă de rotaţie pe care se poate mişca un punct material. În cele ce urmează vom studia această mişcare în următoarele ipoteze:

— legătura este lucie şi bilaterală;

— forţa ce acţionează asupra punctului derivă dintr-o funcţie forţă U simetrică în raport cu axa de rotaţie.

Să raportăm suprafaţa de rotaţie la un sistem de coordonate cilindrice r, θ, z (fig. 1). Fie

$$r = r\ (z) \tag{1}$$

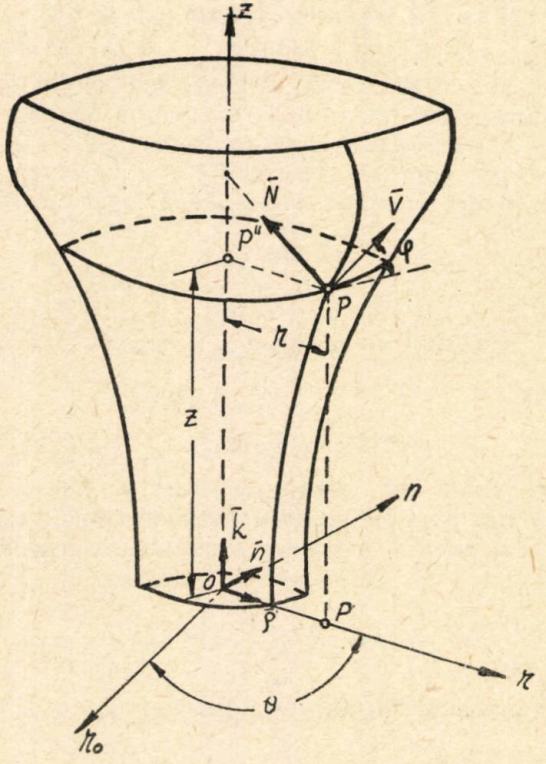


Fig. 1.

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti din 27—28 iunie 1957.

ecuația unui meridian al suprafeței. Vom admite că funcțiunea $r = r(z)$ este continuă împreună cu derivata ei $r' = \frac{dr}{dz}$.

În baza ipotezelor făcute mai sus, rezultă că funcțiunea de forță U, trebuind să fie simetrică în raport cu axa de rotație va depinde exclusiv de variabilele r și z, adică:

$$U = U(r, z) \tag{2}$$

Vom admite că această funcție este continuă și admite derivate parțiale de ordinul I și II continue. Fără a particulariza problema, vom presupune următoarele condiții inițiale (la $t = 0$):

$$r = r_0, z = z_0, \theta = 0, v = v_0, \varphi = \alpha \tag{3}$$

Prin φ s-a notat unghiul dintre viteza punctului P și tangenta în P la paralelul suprafeței de rotație, ce trece prin acest punct, respectiv unghiul $(\bar{v}, \bar{n})$. (fig. 1).

Ecuațiile de mișcare.

Componentele forței $\bar{F}$ pe direcțiile versorilor $\bar{\varrho}$, $\bar{n}$ și $\bar{k}$ sînt:

$$F_r = \frac{\partial U}{\partial r}, \quad F_n = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U}{\partial \theta} = 0, \quad F_z = \frac{\partial U}{\partial z} \tag{4}$$

Deoarece atît forța $\bar{F}$ cît și reacțiunea normală $\bar{N}$ sînt situate în planul meridian, deci întîlnesc axa de rotație Oz, rezultă că *teorema momentului cinetic va admite o integrală primă,* momentul M_z fiind nul. Această integrală primă, după cum se știe, exprimă proprietatea că proecția P' a punctului P pe planul (r,n) se mișcă după legea ariilor:

$$r^2 \dot{\theta} = C \tag{5}$$

Ținînd seama că:

$$C = r \cdot v \cos \varphi = r_0 v_0 \cos \alpha \tag{6}$$

relația (5) devine:

$$r^2 \cdot \dot{\theta} = r_0 v_0 \cos \alpha \tag{7}$$

Deoarece forța $\bar{F}$ derivă din funcția de forță U, iar reacțiunea $\bar{N}$ este normală la suprafață, deci nu produce lucru mecanic, rezultă că teorema energiei cinetice și a lucrului mecanic va admite, de asemenea, o integrală primă

$$\frac{1}{2} mv^2 - U(r, z) = \frac{1}{2} mv_0^2 - U(r_0, z_0) \tag{8}$$

Vom alege constanta din expresia funcției de forță în așa fel, în ît

$$\frac{1}{2} mv_0^2 - U(r_0, z_0) = 0 \tag{9}$$

ceea ce este întotdeauna posibil, fără a se micșora prin aceasta gene-

ralitatea problemei. În acest caz integrala primă a teoremei energiei cinetice și a lucrului mecanic devine:

$$\frac{1}{2} mv^2 - U(r,z) = 0 \tag{10}$$

Dacă se ține seama că, în coordonate cilindrice

$$v^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + \dot{z}^2 \tag{11}$$

și că, în cazul de față:

$$\dot{\theta} = \frac{r_0 v_0 \cos\alpha}{r^2}, \quad \dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{dz}\dot{z} \tag{12}$$

integrala primă (10) mai poate fi scrisă:

$$\frac{1}{2} m\left[1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2\right]\dot{z}^2 + \frac{1}{2} m \frac{r_0^2 v_0^2 \cos^2\alpha}{r^2} - U(r,z) = 0$$

de unde deducem:

$$\dot{z}^2 = \frac{\frac{2}{m} r^2 \cdot U(r,z) - r_0^2 v_0^2 \cos^2\alpha}{r^2\left[1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2\right]} = \frac{F(r,z)}{\frac{mr^2}{2}\left[1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2\right]} \tag{13}$$

unde am notat:

$$r^2 \cdot U(r,z) - \frac{mr_0^2 v_0^2 \cos^2\alpha}{2} = F(r,z) \tag{14}$$

Dacă se înlocuiește variabila r în funcție de z, atunci, din (13) se deduce imediat,

$$t = \sqrt{\frac{2}{m}} \int_{z_0}^{z} r \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2}{F[r(z), z]}}\, dz \tag{15}$$

Efectuînd această cuadratură, se poate obține $z = z(t)$. Înlocuind apoi în (7) se deduce:

$$\theta = r_0 v_0 \cos\alpha \int_0^t \frac{dt}{r^2[z(t)]} \tag{16}$$

În modul acesta, fiind determinate funcțiunile $\theta = \theta(t)$ și $z = z(t)$ problema mișcării punctului pe suprafața de rotație este complet rezolvată.

Cuadraturile (15) și (16) însă nu se pot efectua, nici în cazurile foarte simple, numai cu ajutorul funcțiunilor elementare. Vom arăta în cele ce urmează că, folosind integralele prime (7) și (10), se poate face, în schimb un studiu calitativ al mișcării.

Proprietăţile generale ale mişcării.

Vom presupune că $r_0 v_0 \cos\alpha \neq 0$. În cazul $r_0 v_0 \cos\alpha = 0$, se deduce din (7):

$$r^2\dot{\theta} = 0,\ \dot{\theta} = 0 \text{ deci } \theta = \theta_0 = 0 \tag{17}$$

Unghiul θ rămînînd constant, rezultă că mişcarea are loc pe un meridian al suprafeţei. Această mişcare este posibilă cînd $r_0 = 0$, $v_0 = 0$ sau $\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$ respectiv dacă:

— punctul material este lansat dintr-un punct în care axa de rotaţie întîlneşte suprafaţa (dacă suprafaţa are un asemenea punct);

— punctul material este lansat fără viteză iniţială dintr-un punct oarecare al suprafeţei;

— punctul material este lansat dintr-un punct oarecare al suprafeţei de rotaţie cu o viteză iniţială tangentă la meridian.

Înlăturînd aceste cazuri particulare, vom observa că, în cazul general, cînd $r_0 v_0 \cos\alpha \neq 0$, se poate deduce din integrala primă (7):

$$\dot{\theta} = \frac{r_0 v_0 \cos\alpha}{r^2}$$

Se observă că $\dot{\theta}$ are un semn constant. Rezultă că în tot timpul mişcării unghiul θ creşte încontinuu, dacă $r_0 v_0 \cos\theta > 0$, sau descreşte incontinuu, dacă $r_0 v_0 \cos\alpha < 0$. Deci planul ce conţine axa de rotaţie a suprafeţei şi punctul material se roteşte mereu în acelaşi sens.

Din a doua integrală primă (10) rezultă:

$$v^2 = \frac{2U(r,z)}{m}$$

Se observă că mişcarea nu poate avea loc decît în punctele suprafeţei pentru care $U(r,z) \geq 0$, căci în caz contrariu rezultă pentru modulul vitezei valori imaginare.

Din relaţia (13) deducem că, pentru ca z să aibă valori reale, este necesar ca:

$$F(r,z) \geq 0 \tag{18}$$

Se observă că dacă $F(r,z) \geq$ atunci şi $U(r,z) \geq 0$ deci totul revine la studiul semnului expresiei $F(r,z)$. Acest studiu va fi făcut cu ajutorul unei *suprafeţe de rotaţie auxiliare* (Σ) definită de ecuaţia:

$$F(\varrho, z) = \varrho^2 U(\varrho, z) - \frac{m r_0^2 v_0^2 \cos^2\alpha}{2} = 0 \tag{19}$$

Din această ecuaţie se deduce:

$$\varrho = \varrho(z) \tag{20}$$

care reprezintă ecuaţia medidianului suprafeţei de rotaţie auxiliare.

Vom observa că suprafaţa auxialiară depinde de condiţiile iniţiale (r_0, v_0, α) şi de funcţia de forţă $U(\varrho, z)$, nu însă şi de forma suprafeţei reale. Ea se pretează deci la studierea mişcării unui punct material într-un cîmp potenţial cu anumite condiţii iniţiale, pe diferite suprafeţe

de rotație, permițînd să se cerceteze astfel influența pe care forma suprafeței o are asupra mișcării.

Suprafața auxiliară (Σ) definită de (19) respectiv (20) are cîteva proprietăți remarcabile:

1. Să considerăm curba $\varrho = \varrho(z)$, meridianul suprafeței auxiliare. Ea împarte planul Orz în mai multe domenii. În unele domenii $F(r,z) > 0$, în altele $F(r,z) < 0$ iar pe curba $\varrho = \varrho(z$ frontiera domeniilor, $F(r,z) = 0$.

Să considerăm și curba $r = r(z)$, meridianul suprafeței pe care se mișcă punctul material. În baza condiției (18), rezultă că mișcarea punctului material va avea loc pe acele regiuni ale suprafeței de rotație, care corespund arcelor de meridian situate în domeniile pentru care $F(r,z) \geq 0$. Dacă există mai multe asemenea regiuni, mișcarea va avea loc în acea regiune, care conține poziția inițială P_0. De exemplu în cazul (fig. 2) mișcarea are loc între C_1 și C_2 deși, și pentru arcul C_3C_4 este satisfăcută condiția $F(r,z) > 0$.

Pentru poziția inițială $F(r,z) \geq 0$. Într-adevăr

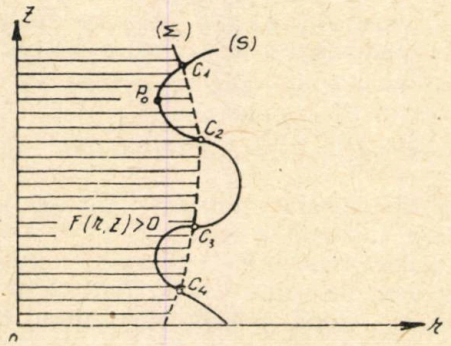


Fig. 2

$$F(r_0, z_0) = r_0^2 U(r_0, z_0) - \frac{m r_0^2 v_0^2 \cos^2\alpha}{2} = \frac{m r_0^2 v_0^2 \sin^2\alpha}{2} \geq 0$$

căci în baza relației (9), $U(r_0, z_0) = \frac{1}{2} m v_0^2$.

2. Din relația (6) rezultă:

$$|\cos\varphi| = \frac{|r_0 v_0 \cos\alpha|}{rv}$$

din (19) și (10) deducem:

$$|r_0 v_0 \cos\alpha| = \sqrt{\frac{2}{m}\varrho^2 U(\varrho, z)} \qquad v = \sqrt{\frac{2}{m} U(r,z)}$$

Rezultă atunci

$$|\cos\varphi| = \frac{\varrho}{r}\sqrt{\frac{U[\varrho(z), z]}{U[r(z), z]}} \tag{21}$$

Formula (21) permite să determine unghiul de înclinare φ al vitezei v față de tangenta la paralel.

Un caz particular important al formulei (21) este acela în care $r = \varrho$, respectiv cînd suparfața auxiliară (Σ) intersectează suprafața pe care se mișcă punctul material. În acest caz $U(\varrho,z) = U(r,z)$ și rezultă $|\cos\varphi| = 1$, deci $\varphi = 0$ sau $\varphi = \pi$ și viteza este tangentă la paralel. Reciproc, dacă viteza într-un punct P este tangentă la paralel, atunci $\dot{z} = 0$ și, folosind relația (13), rezultă $F[r(z), z] = 0$, deci punctul P aparține și suprafeței auxiliare (Σ). Ca urmare, suprafața (Σ) și suprafața pe care se mișcă punctul se interesează în lungul unui paralel ce conține punctul P.

Studiul calitativ al mișcării.

În baza rezultatelor obținute mai sus și a proprietăților suprafeței (Σ), se poate face un studiu calitativ al mișcării analizînd diferite situații particulare ale suprafeței (S) pe care se mișcă punctul material.

Dacă se trasează curbele $r = r(\dot{z})$ și $\varrho = \varrho(z)$ ce definesc meridianele suprafețelor (S) și (Σ), mișcarea nu poate avea loc decît în domeniul pentru care $F(r,z) \geq 0$ și care conține poziția inițială. Pentru $\varrho = r$, viteza punctului este tangentă la paralel.

Punctul material pleacă din poziția inițială P_0. Presupunînd $\dot{z}$ continuu, rezultă că proecția P'' a punctului P pe axa Oz se mișcă în același sens pînă cînd $\dot{z} = 0$, adică pînă suprafața (S) intersectează suprafața auxiliară (Σ).

Să presupunem că această intersecție are loc în lungul paralelului (C_1) ale cărui puncte au cota $z = z_1$.

Să studiem mișcarea punctului material în vecinătatea acestui paralel. În acest scop vom dezvolta funcția $F(r,z)$ în serie în vecinătatea poziției $z = z_1$. Obținem, după calcule elementare, ținînd seama de expresia (14) a acestei funcțiuni:

$$F(r,z) = \left[r^2\frac{\partial U}{\partial z} + r\left(2U + r\cdot\frac{\partial U}{\partial r}\right)\frac{dr}{dz}\right]_{z=z_1}(z-z_1) + \left[\frac{1}{2}r^2\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + r\left(2\frac{\partial U}{\partial z} + r\frac{\partial^2 U}{\partial r\partial z}\right)\frac{dr}{dz} + \left(U + \frac{r^2}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + 2r\frac{\partial U}{\partial r}\right)\left(\frac{dr}{dz}\right)^2 + r\left(U + \frac{r}{2}\frac{\partial U}{\partial r}\right)\frac{d^2 r}{dz^2}\right]_{z=z_1}(z-z_1)^2 + \cdots \quad (22)$$

deoarece în punctele cercului (C_1) de intersecție al suprafețelor (S) și (Σ) avem $r_1 = \varrho_1$, $F(r_1, z_1) = F(\varrho_1, z_1) = 0$

Pentru valori foarte mici ale diferenței $(z - z_1)$ se poate lua aproximativ:

$$F(r,z) \cong \left[r^2\frac{\partial U}{\partial z} + r\left(2U + r\frac{\partial U}{\partial r}\right)\frac{dr}{dz}\right]_{z=z_1}\cdot(z-z_1) = c_1(z-z_1) \quad (23)$$

Admitem $c_1 \neq 0$.

Se observă că, în integrala (15), funcția de integrat se bucură de proprietatea că:

$$\lim (z-z_1)^m \, r \sqrt{\frac{1+\left(\frac{dr}{dz}\right)^2}{F(r,z)}} \neq 0 \text{ și } \neq \infty$$

pentru $m = \frac{1}{2} < 1$

deci integrala (15) are sens. Aceasta înseamnă că punctul material folosește un timp finit pentru a ajunge de la cota z la cota z_1. După ce atinge cercul (C_1), punctul se înapoiază. Într-adevăr pentru ca $c_1 (z-z_1)$ să aibă semn pozitiv este necesar;

dacă $c_1 > 0$, $z > z_1$
dacă $c_1 < 0$, $z < z_1$

Rezultă că z nu poate depăși valoarea z_1. Ca urmare punctul material nu poate traversa paralela $z = z_1$ deci trebuie să se înapoieze.

Dacă $c_1 = 0$ atunci, pentru valori mici ale diferenței $(z-z_1)$ se *poate lua:*

$$F(r,z) \cong \left[\frac{1}{2} r^2 \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + r\left(2\frac{\partial U}{\partial z} + r\frac{\partial^2 U}{\partial r \partial z}\right)\frac{dr}{dz} + \left(U + \frac{r^2}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + 2r\frac{\partial U}{\partial r}\right)\left(\frac{dr}{dz}\right)^2 + r\left(U + \frac{r}{2}\frac{\partial U}{\partial r}\right)\frac{d^2 r}{dz^2}\right]_{z=z_1} (z-z_1)^2 = c_2 (z-z_1)^2 \quad (24)$$

Vom admite $c_2 \neq 0$. În acest caz funcțiunea de integrat din expresia (15) se bucură de proprietatea că

$$\lim (z-z_1)^m \, r \cdot \sqrt{\frac{1+\left(\frac{dr}{dz}\right)^2}{F(r,z)}} \neq 0 \text{ și } \neq \infty$$

pentru $m = 1$,

deci integrala (15) este improprie. Aceasta înseamnă că punctul material folosește un timp infinit de mare pentru a atinge paralela (C_1), adică se aproprie nedefinit de cercul (C_1) fără a-l atinge însă niciodată. Mișcarea are astfel un caracter asimptotic.

Să cercetăm condițiile în care pot avea loc asemenea mișcări asimptotice. Pentru aceasta este necesar ca:

$$c_1 = \left[r^2 \frac{\partial U}{\partial z} + r\left(2U + r\frac{\partial U}{\partial r}\right)\frac{dr}{dz}\right]_{z=z_1} = 0 \quad (25)$$

Pentru ca relația (25) să subsiste trebuie îndeplinită una din următoarcele condiții:

$$\left[\frac{dr}{dz}\right]_{z=z_1} = \left[-\frac{r\frac{\partial U}{\partial z}}{2U + r\frac{\partial U}{\partial r}}\right]_{z=z_1} \quad (26)$$

sau

$$\left[\frac{\partial U}{\partial z}\right]_{z=z_1} = 0 \text{ şi } \left(2U + r\frac{U}{r}\right)_{z=z_1} = \left[\frac{1}{r}\frac{\partial (r^2 U)}{\partial r}\right]_{z=z_1} = 0 \tag{27}$$

Prima relaţie (26) exprimă proprietatea că suprafeţele (S) şi (Σ) sînt tangente în lungul cercului (C_1) aşa cum se arată în fig. 3. Într-adevăr un calcul elementar arată că

$$\frac{d\varrho}{dz} = -\frac{r\dfrac{\partial U}{\partial z}}{2U + r\dfrac{\partial U}{\partial r}} \tag{28}$$

deci

$$\left[\frac{dr}{dz}\right]_{z=z_1} = \left[\frac{d\varrho}{dz}\right]_{z=z_1} \tag{26'}$$

A doua relaţie (27) exprimă proprietatea că suprafaţa auxiliară (Σ) admite drept curbă singulară punctele cercului (C_1), de interesecţie cu suprafaţa (S), expresia (28) neavînd sens.

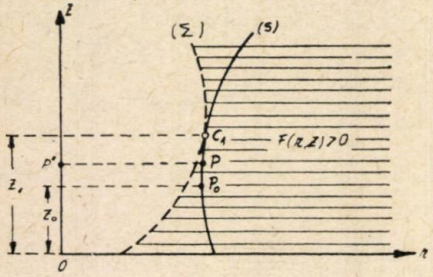


Fig. 3.

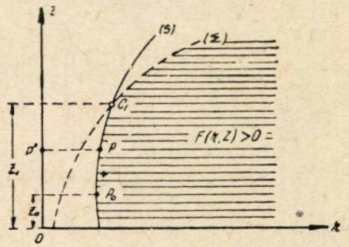


Fig. 4.

CAZURI PARTICULARE

Rezultatele obţinute mai sus ne permit să studiem calitativ mişcarea unui punct material pe o suprafaţă de rotaţie în cîteva cazuri particulare şi anume:

1°. *Suprafeţele (S) şi (Σ) se intersectează numai pe cercul paralel C_1 (fig. 4).*

Dacă $(z_1 - z_0)\,\dot{z}_0 > 0$ punctul material se îndreaptă către cercul C_1, apoi $\dot{z}$ îşi schimbă semnul şi punctul P'' se întoarce mişcîndu-se în sens contrar pe axa Oz şi păstrîndu-şi mereu acelaşi sens.

Dacă $(z_1 - z_0)\,\dot{z}_0 < 0$ punctul material se îndepărtează tot mai mult de cercul (C_1).

2°. *Suprafeţele (S) şi (Σ) se intersectează după cercurile (C_1) şi (C_2), de cote z_1 şi z_2, iar $z_1 \geq z_0 \geq z_2$* (fig. 5).

În acest caz punctul material pornind din P_0 se îndreaptă către unul dintre cercuri, de exemplu către (C_1) unde $\dot{z}$ se anulează şi îşi schimbă apoi semnul. Rezultă că punctul material atinge cercul (C_1) apoi se îndreaptă

către (C_2) unde $\dot{z}$ se anulează din nou, schimbîndu-și semnul. Rezultă că punctul material se îndreaptă din nou către paralelul (C_1) ș.a.m.d. În definitiv traectoria punctului material este o curbă ce șerpuește între paralele (C_1) și (C_2) rămînînd tangentă acestora.

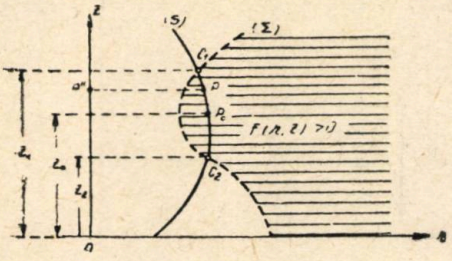


Fig. 5.

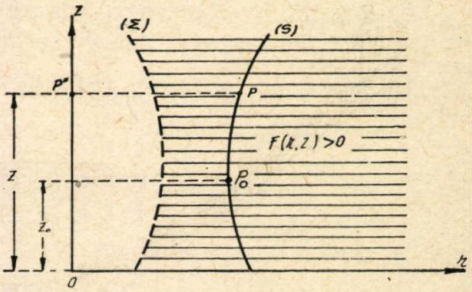
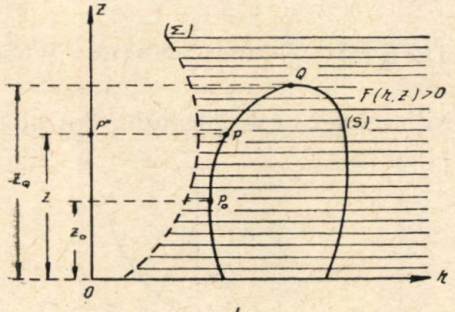


Fig.a 6.

3. *Suprafețele* (S) *și* (Σ) *nu se intersectează* (fig. 6).

În acest caz mișcarea este posibilă pe toată suprafața (S). Dacă $r = r\,(z)$ este o funcție uniformă (fig. 6 a) $\dot{z}$ nu-și schimbă semnul niciodată, deci proecția P'' a punctului P pe axa Oz se mișcă mereu în același sens. În cazul cînd funcția $r = r\,(z)$ este multiformă (fig. 6 b), $\dot{z}$ își schimbă semnul în punctele Q în care $\frac{dz}{dr} = 0$. Punctul P'' își va schimba sensul mișcării în Q''.



b)

Fig. 6 b.

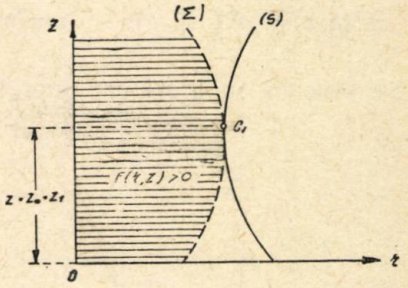


Fig. 7.

4. *Suprafețele* (S) *și* (Σ) *sînt tangente de-a lungul paralelului* (C_1), *iar* $F\,(r,\ z) < 0$ *pentru punctele suprafeței* (S) *vecine acestui paralel* (fig. 7).

În acest caz mișcarea are evident loc numai pe paralelul (C_1), deci este o mișcare circulară. Deoarece $z = z_1$, iar $r = r_1$ rezultă, în baza formulei (5): $\dot{\theta} = \frac{C}{r_1^2} = \text{const}$, deci mișcarea punctului P este uniformă.

5. *Suprafețele* (S) *și* (Σ) *sînt tangente de-a lungul paralelului* (C_1), *iar* $F\,(r,\ z) > 0$ *pentru punctele suprafeței* (S), *vecine acestui paralel (fig. 3).*

În acest caz, așa cum s-a arătat mai sus, dacă punctul material este lansat din P_0 către cercul (C_1), va avea o mișcare care va tinde asimtotic către o mișcare circulară uniformă pe paralelul (C_1). Acest paralel nu este atins, însă, niciodată.

6. *Suprafața (S) are o ecuație de forma:*

$$r^2 U(r,z) - C = 0 \tag{29}$$

În acest caz, formula (21) devine:

$$|\cos\varphi| = \frac{\varrho}{r}\sqrt{\frac{U(\varrho,z)}{U(r,z)}} = \frac{\varrho}{r}\sqrt{\frac{\frac{mr_0^2 v_0^2 \cos^2\alpha}{2\varrho^2}}{\frac{C}{r^2}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{mr_0^2 v_0^2 \cos^2\alpha}{2C}} = \text{const.} \tag{30}$$

Punctul material întîlnește toate paralele suprafeței (S) sub un unghi constant. În cazul particular $C = \frac{1}{2} mr_0^2 v_0^2 \cos^2\alpha$, rezultă $\cos\varphi = 1$ deci $\varphi = 0$ sau $\varphi = \pi$. Viteza în acest caz este în permanență tangentă la paralel. Suprafețele (Σ) și (S) coincid și mișcările au loc pe paralele suprafeței (S).

7. *Funcția de forță U este de forma* $U = \frac{\varphi(z)}{r^2}$.

În acest caz suprafața auxiliară (Σ) va avea ecuația:

$$F(\varrho,z) = \varrho^2 U(\varrho,z) - \frac{1}{2} mr_0^2 v_0^2 \cos^2\alpha = \varphi(z) - \frac{1}{2} mr_0^2 v_0^2 \cos^2\alpha = 0 \tag{31}$$

Se vede că în acest caz suprafața auxiliară (Σ) este alcătuită din plane

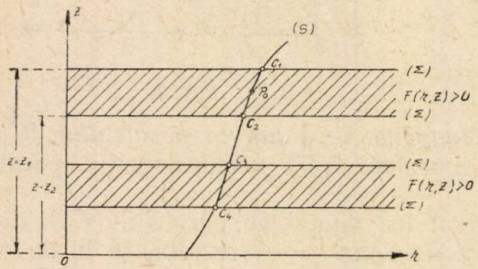


Fig. 8.

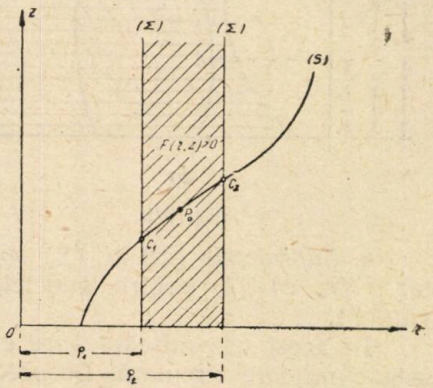


Fig. 9.

paralele (fig. 8). Numărul planelor este egal numărul rădăcinilor reale ale ecuației (31).

8. *Funcția de forță U este de forma* $U = (r)$.

În acest caz suprafața auxiliară (Σ) va avea ecuația:

$$F(\varrho, z) = \varrho^2 U(\varrho) - \frac{1}{2} m r_0^2 v_0^2 \cos^2 \alpha = 0 \tag{32}$$

Ea este alcătuită dintr-o familie de cilindri circulari avînd axa Oz iar razele egale cu rădăcinile reale $\varrho_1, \varrho_2, \ldots$ ale ecuației (32) (fig. 9).

Un caz particular îl constituie funcția de forțe $U = \frac{k}{r^2}$. În acest caz condițiile (27) sînt satisfăcute în orice punct al suprafeței (S).

$$v = \sqrt{\frac{2U}{m}} = \sqrt{\frac{2K}{mr^2}} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{2k}{m}} \tag{33}$$

Rezultă:

$$rv = \sqrt{\frac{2k}{m}} = \text{const.} \tag{34}$$

În baza integralei prime a ariilor (6):

$$r\, v \cos \varphi = r_0\, v_0 \cos \alpha = \text{const.} \tag{35}$$

Comparînd relațiile (34) și (35), deducem

$$\cos \varphi = r_0\, v_0 \cos \alpha \sqrt{\frac{m}{2k}} = \text{const.} \tag{36}$$

Deci punctul material descrie o traiectorie care întîlnește toate paralele suprafeței sub un unghi constant.

10. *Funcția de forță U este de forma $U = U(z)$.*

În acest caz avem evident $U(r, z) = U(\varrho, z)$ și relația (21) devine

$$|\cos \varphi| = \frac{\varrho}{r} \tag{37}$$

deci unghiul depinde exclusiv de raportul $\frac{\varrho}{r}$. Cum $|\cos \varphi| \leq 1$, rezultă $\varrho \leq r$. De aci deducem că mișcarea poate avea loc numai pe porțiunile suprafeței (S) situate în afara suprafeței auxiliare (Σ).

În această categorie intră cazul important din punct de vedere practic al unui punct material greu, obligat să se miște pe o suprafață de rotație. În acest caz

$$U = -mg(z - z_0) + \frac{m v_0^2}{2} \tag{38}$$

[A se observa că este satisfăcută condiția (9)]. Pentru suprafața auxiliară (Σ) se găsește ecuația:

$$F(\varrho, z) = \varrho^2 \left[\frac{m v_0^2}{2} - mg(z - z_0)\right] - \frac{1}{2} m r_0^2 v_0^2 \cos^2 \alpha = 0$$

care se mai scrie:

$$\varrho = \frac{r_0 v_0 |\cos \alpha|}{\sqrt{v_0^2 - 2g(z - z_0)}} \tag{39}$$

Rezultă că suprafaţa auxiliară (Σ) are ca meridian o iperbolă cubică şi admite un plan asimptotic de cotă $z = z_0 + \frac{v_0^2}{2g}$ [se obţine prin anularea numitorului expresiei (39)].

În fig. 10 s-a reprezentat cazul clasic al pendulului sferic. Mişcarea punctului are, în cazul general, o traectorie ce şerpuieşte între două paralele C_1 şi C_2.

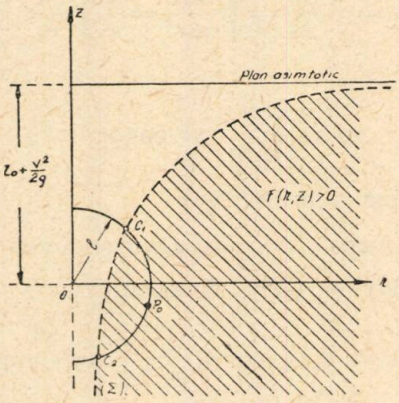


Fig. 10.

10. *Punct material neacţionat de forţe.*

În acest caz după cum se ştie de Mecanica clasică, punctul material descrie geodezicile suprafeţei de rotaţie. Urmînd procedeul arătat mai sus, obţinem pentru funcţia de forţă U valoarea:

$$U = \frac{1}{2} m v_0^2 \tag{40}$$

iar pentru suprafaţa auxiliară ecuaţia:

$$F(\varrho, z) = \frac{1}{2} m v_0^2 \varrho^2 - \frac{1}{2} m r_0^2 v_0^2 \cos^2 \alpha = 0 \tag{41}$$

sau

$$\varrho = r_0 \cos \alpha \tag{42}$$

adică un cilindru. Pentru unghiul φ dintre vectorul $\bar{v}$ şi tangenta la paralel obţinem expresia:

$$|\cos \varphi| = \frac{\varrho}{r} \tag{43}$$

căci şi de data aceasta $U(r, z) = U(\varrho, z) = \frac{1}{2} m v_0^2$.

Din relațiile (42) și (43) deducem:

$$r \cos \varphi = r_0 \cos \alpha = \text{const.} \tag{44}$$

relația ce exprimă o cunoscută proprietate a geodezicilor unei suprafețe de rotație.

Catedra de Mecanică
Institutul Politehnic București

О ДВИЖЕНИИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ НА ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ.

(Краткое содержание)

Авторы исследуют движение материальной точки на поверхности вращения (S) при следующих допущениях:

1. Двухсторонняя связь без трения
2. Сила получается из силовой функции U симметричной относительно оси поверхности.

Вводится «вспомогательная» поверхность (Σ) (19), зависящая от начальных условий и от функции U и дающая возможность удобного качественного исследования влияния формы поверхности на движение.

Некоторые свойства движения зависят лишь от взаимного положения поверностей (Σ) и (S)

Наконец выявляются некоторые ассимптотические движения, имеющие место тогда, когда выполнены условия (26) и (27).

Несколько примеров иллюстрируют качество предложенного метода.

LE MOUVEMENT D'UN POINT MATÉRIEL SUR UNE SURFACE DE RÉVOLUTION

(Résumé)

Les auteurs étudient le mouvement d'un point matériel sur une surface de révolution (S) dans les hypothèses suivantes: 1) liaison bilatérale, sans frottement; 2) la force dérive d'une fonction de force U symétrique par rapport à l'axe de la surface.

On introduit une surface „auxiliaire" (Σ) (19), qui dépend des conditions initiales et de la fonction U et qui permet une étude qualitative commode sur l'influence excercée par la forme de la surface sur le mouvement. Certaines propriétes du mouvement dépendent exclusivement de la position relative des surfaces, (Σ) et (S).

Enfin on met en évidence certains mouvements asymptotiques lorsque les conditions (26) et (27) sont remplies.

Quelques exemples sont destinés à illustrer les qualités de la méthode préconisée.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

ASUPRA REZOLVĂRII PROBLEMELOR DE STATICĂ CU FRECARE*)

de ERNESTIN FISCHER

Scrierea ecuațiilor de echilibru și a legii lui Coulomb pentru un corp sau sistem de corpuri în prezența legăturilor cu frecare, conduce — după cum se știe — la un sistem conținînd ecuații și inecuații. Acestea din urmă limitează valorile forțelor și momentelor de frecare în funcție de reacțiunile normale și coeficienții de frecare. Pentru rezolvarea efectivă a problemelor de acest fel, se obișnuește de cele mai multe ori să se evite scrierea de inecuații, lucrîndu-se cu forțele de frecare „la limită".

Presupunem — pentru fixarea ideilor — că într-o problemă plană se caută poziția de echilibru a unui corp, determinată de un parametru — α —, și că există două puncte de reazim cu frecare. Deobicei valorile lui α pentru care are loc echilibrul se găsesc cuprinse într-un anumit

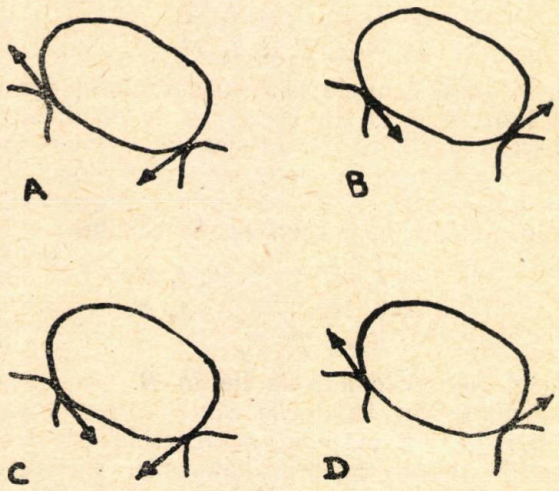


Fig 1.

interval, deși se întîmplă uneori să existe două sau mai multe asemenea intervale. Procedeul amintit mai sus pornește de la ipoteza că în poziția în care α are valoarea „limită" de la una din capetele intervalului,

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

rapoartele dintre forțele de frecare și reacțiunile normale din ambele reazime au valorile lor maxime date de legea lui Coulomb. În felul acesta, legătura dintre forțele de frecare și reacțiunile normale se exprimă prin ecuații, rezolvarea sistemului, însoțită de examinarea însăși a problemei, permițînd precizarea intervalului de valori ale lui α de echilibru.

În articolul de față se indică un procedeu de calcul pentru rezolvarea problemelor de Statică cu frecare, direct cu ajutorul ecuațiilor de echilibru și a legii lui Coulomb, fără a mai folosi nici o ipoteză suplimentară de felul celei de mai sus. Aplicîndu-l în rezolvarea unor probleme cu totul comune, se ajunge la concluzia că ipoteza amintită justificată de altfel numai prin intuiție în diferite cazuri concrete, nu este corectă în cazul general și că — prin urmare — metoda rezolvării „la limită" nu conduce totdeauna la rezultate corecte.

În exemplul considerat mai sus (fig. 1), vom nota reacțiunile normale din reazimele A_1 și A_2 cu N_1 respectiv N_2, coeficienții de frecare cu f_1 respectiv f_2, iar forțele de frecare cu T_1 respectiv T_2. După scrierea ecuațiilor de echilibru, se scriu inegalitățile ce exprimă legea lui Coulomb după cum urmează:

a) Corpul considerat și legăturile nu permit decît una din situațiile A sau B, C și D fiind excluse; din simpla examinare a forțelor active se poate alege cu certitudine între A și B. În acest caz se desenează forțele de frecare cu sensurile pe care le au în realitate și la ecuațiile de echilibru se adaugă și inecuațiile

$$0 \leq T_1 \leq f_1 N_1$$
$$0 \leq T_2 \leq f_2 N_2$$

b) Situațiile C și D sînt de asemenea excluse, dar nu se poate decide fără calcul între A și B. În acest caz se rezolvă problema pe rînd în cele două ipoteze posibile, iar în caz că ambele au soluții, atunci soluția problemei va consta în reunirea celor două, obținute. În caz contrar, una din cazurile A sau B se exclude prin calcul. Un alt procedeu este acela de a scrie după ecuațiile de echilibru

$$-f_1 N_1 \leq T_1 \leq f_1 N_1$$
$$-f_2 N_2 \leq T_2 \leq f_2 N_2$$
$$0 \leq T_1 \; T_2$$

desenul fiind făcut fie în ipoteza A fie în B.

c) Corpul studiat sau legăturile sînt de așa natură încît permit și situațiile C sau D. Un exemplu ar fi acela în care unghiul dintre cele două plane de reazim poate căpăta mici variații în momentul în care se face rezemarea sau în timpul rezemării. Chiar dacă variațiile sînt prea mici ca să intervie la valoarea unghiului ce intră în calcul, totuși ele pot permite apariția sensurilor ca în C și D. În această situație sensurile lui T_1 și T_2 sînt independente și se scrie

$$-f_1 N_1 \leq T_1 \leq f_1 N_1$$
$$-f_2 N_2 \leq T_2 \leq f_2 N_2$$

În oricare din cazurile de mai sus, inecuțiile scrise implică în baza transivității că reacțiunea normală are în realitate sensul din figură.

Dacă sistemul scris se va dovedi a fi incompatibil, înseamnă că echilibrul nu e posibil decît eventual prin schimbarea în desen și calcul a sensului unei reacțiuni normale. Schimbarea se va face bineînțeles în caz că legătura permite aceasta (cum ar fi la ghidaje).

Pentru a rezolva sistemul de ecuații și de inecuații, se începe prin exprimarea unui număr de necunoscute egal cu numărul ecuațiilor în funcție de restul necunoscutelor și înlocuirea acestora prin expresiile găsite în sistemul de inecuații. (Presupunem posibilă această operație, ca și cele ce urmează). În continuare se pune problema rezolvării unui sistem (1) de m inecuații cu n necunoscute, m și n fiind oarecari.

$$(1)\qquad \begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \cdots x_n) &\geq 0 \\ f_2(x_1, x_2, \cdots x_n) &\leq 0 \\ &\vdots \\ f_m(x_1, x_2, \cdots x_n) &\leq 0 \end{aligned}$$

Se alege o necunoscută — de exemplu x_1, — și se rezolvă față de ea fiecare inecuație, sistemul (1) transformîndu-se într-altul de forma

$$(1')\qquad \begin{aligned} x_1 &\leq g_1(x_2, x_3, \cdots x_n) \\ x_1 &\leq g_2(x_2, x_3, \cdots x_n) \\ g_3(x_2, x_3, \cdots x_n) &\leq x_1 \\ g_4(x_2, x_3, \cdots x_n) &\leq x_1 \\ &\vdots \\ x_1 &\leq g_m(x_2, x_3, \cdots x_n) \end{aligned}$$

în care expresiile $g(x_2, x_3, \ldots x_n)$ sînt fie deoparte fie de alta a lui x_1 dacă mărimile mai mici se scriu întotdeauna la stînga celor mai mari.

Deoarece mărimile $x_1, x_2, \ldots x_n$ satisfac inegalitățile sistemului (1') înseamnă că vor fi satisfăcute și toate inegalitățile decurgînd din ele prin transivitate, inegalități ce constitue un nou sistem de inecuații (2) conținînd însă $(n-1)$ necunoscute

$$(2)\qquad \begin{aligned} g_3(x_2, x_3, \cdots x_n) &\leq g_1(x_2, x_3, \cdots x_n) \\ g_3(x_2, x_3, \cdots x_n) &\leq g_2(x_2, x_3, \cdots x_n) \\ &\vdots \\ g_3(x_2, x_3, \cdots x_n) &\leq g_m(x_2, x_3, \cdots x_n) \\ g_4(x_2, x_3, \cdots x_n) &\leq g_1(x_2, x_3, \cdots x_n) \\ g_4(x_2, x_3, \cdots x_n) &\leq g_2(x_2, x_3, \cdots x_n) \\ &\vdots \\ g_4(x_2, x_3, \cdots x_n) &\leq g_m(x_2, x_3, \cdots x_n) \end{aligned}$$

Continuînd în felul acesta, numărul de necunoscute ce intervine în sistemele succesive se reduce mereu, ultimul sistem prezentîndu-se sub una din următoarele forme:

$$a)\qquad \begin{aligned} x_n &\leq a \\ x_n &\leq b \\ c &\leq x_n \\ &\vdots \\ e &\leq x_n \\ x_n &\leq f \end{aligned}$$

$$b)\qquad \begin{aligned} x_p &\leq h_1(x_{p+1}, x_{p+2}, \cdots x_n) \\ x_p &\leq h_2(x_{p+1}, x_{p+2}, \cdots x_n) \\ &\vdots \\ x_p &\leq h_r(x_{p+1}, x_{p+2}, \cdots x_n) \end{aligned}$$

În cazul a) mărimile a, b, ... f sînt cunoscute și folosind ca mai sus transivitatea se ajunge la un șir de inegalități fără necunoscute și conforme sau nu cu realitatea, șir ce permite să se decidă asupra compatibilității sistemului. În cazul b) sistemul este compatibil.

Dacă sistemul e compatibil, el poate fi considerat ca rezolvat, o soluție oarecare putînd fi scrisă după cum urmează:

În cazul a) se alege una din valorile ce satisfac ultimul sistem, valoare ce se introduce în expresiile ce limitează pe x_{n-1}, cari expresii devin astfel mărimi cunoscute. Se alege la fel ca mai sus o valoare din cele permise pentru x_{n-1} și se introduce x_n și x_{n-1} în expresiile ce limitează pe x_{n-2} ș.a.m.d.

În cazul b) se pot alege valori arbitrare pentru $x_{p+1}, x_{p+2}, \ldots x_n$ continuîndu-se cu x_p, x_{p-1} și restul necunoscutelor ca mai sus.

Din modul în care au fost construite sistemele succesive de inecuații de forma (1′) reiese că dacă un sistem de valori $x_1, x_2, \ldots x_n$ satisface inecuațiile inițiale, el le va satisface și pe celelalte. De aci rezultă că soluțiile sistemului inițial se găsesc toate printre soluțiile sistemelor succesive. De asemenea din modul de alegere al valorilor necunoscutelor $x_n, x_{n-1}, \ldots, x_1$ ca soluții ale sistemelor succesive, reiese că ele vor satisface și sistemul de inecuații inițial. S-a demonstrat deci că sistemele de valori $x_1, x_2, \ldots x_n$, determinate ca mai sus, reprezintă soluții și anume toate soluțiile sistemului de inecuații inițial.

Dacă în timpul explicitării unei inecuații față de o necunoscută x_p apare în scopul îndepărtării unui numitor sau factor necesitatea de a împărți sau înmulți ambii membrii ai săi cu o expresie funcție de $(x_{p+1}, x_{p+2}, \ldots x_n)$ce nu are un semn definit, se lucrează în continuare în fiecare din cele două ipoteze în privința semnului, exprimarea ipotezei nefiind decît o inecuație în plus la sistemul următor conținînd necunoscutele $x_{p+1}, x_{p+2}, \ldots x_n$. Soluția sistemului dat va fi cea obținută prin reunirea soluțiilor din cele două ipoteze.

Sistemele de forma (1′) cari limitează fiecare cîte o necunoscută în funcție de cele cu indicii următori pot fi reduse la altele compuse din cîte două inecuații limitînd superior respectiv inferior necunoscuta respectivă. Pentru aceasta se fac pe rînd toate ipotezele posibile exprimînd că o anumită expresie din cele superioare necunoscutei este mai mică decît toate celelalte expresii superioare, de asemenea cele exprimînd că o anumită expresie din cele inferioare necunoscutei e mai mare decît toate celelalte expresii inferioare, se combină fiecare ipoteză din primul grup cu fiecare din cel de al doilea, iar soluția sistemului va fi constituită din ansamblul soluțiilor din diferitele ipoteze. În felul acesta, necunoscuta rămîne încadrată superior și inferior numai de cîte o expresie, celelalte inecuații ale sistemului ce se restrînge fiind în mod automat satisfăcute datorită ipotezei respective și transitivității. În ceeace privește exprimarea ipotezei, ea se adaugă la inecuațiile următoare, conținînd o necunoscută mai puțin.

Catedra de Mecanică
Institutul Politehnic București

О РЕШЕНИИ ВОПРОСОВ СТАТИКИ С ТРЕНИЕМ

(Краткое содержание)

В данной работе рассматривается обычный метод решения вопросов статики твердого теда с трением. На основе анализа автор рекомендует использовать метод неравенств, вытекающих из закона Кулона, а не метод максимальных сил трения. В дальнейшем излагается метод решения любой системы, состоящей из уравнений и неравенств.

SUR LA SOLUTION DES PROBLÈMES DE STATIQUE À FROTTEMENT.

(Résumé)

Après avoir analysé la méthode usuelle de solution des problèmes concernant la statique du corps solide en présence de liaisons de frottement, on conclut sur la nécessité des calculs par les inéquations provenant de la loi de Coulomb (sans les forces de frottement "aux limites") Après cèla on indique une méthode afin d'obtenir les solutions d'un système quelconque, contenant des équations et des inéquations.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

HIDRAULICA

532

CONTRIBUȚII LA STUDIUL SIMILITUDINEI TURBOMAȘINILOR*)

de DAN TASCA

I. Studiul similitudinei turbomașinilor poate fi tratat în modul cel mai general, adoptînd procedeul lui BUCKINGHAM pentru demonstrarea teoremei Π. [1]. Considerăm puterea P a mașinii o funcție: de densitatea ϱ a fluidului, de viteza periferică $u = R\,\omega$ a rotorului, de raza R adoptată ca lungime de referință (de obicei raza maximă a rotorului), de debitul volumic $\dot{V}$, de potențialul forțelor ponderale (specifice în raport cu masa) $U = gH$, de accelerația pămîntească g, de viscozitatea cinematică ν a fluidului, de celeritatea sunetului c în mediul fluid compresibil și de tensiunea superficială A_s a unui lichid nemiscibil cu alte fluide:

$$P = f\,(\varrho, u, R, \dot{V}, U, g, \nu, c, A_s) \tag{1}$$

Această funcție, presupusă continuă împreună cu derivatele ei pînă la un anumit ordin, poate fi dezvoltată într-o serie de forma:

$$P = \Sigma\, k_i\, \varrho^{x_1} u^{x_2} R^{x_3} \dot{V}^{y_1} U^{y_2} g^{z_1} \nu^{z_2} c^{z_3} A_s^{z_4} \tag{2}$$

în care k_i sînt coeficienți numerici (adimensionali).

Condiția de omogeneitate (FOURIER) — în notația dimensională — este:

$$[P] = [\varrho]^{x_1} [u]^{x_2} [R]^{x_3} [\dot{V}]^{y_1} [gH]^{y_2} [g]^{z_1} [\nu]^{z_2} [c]^{z_3} [A_s]^{z_4}$$

sau, folosind mărimile fundamentale ale sistemelor raționale:

$$[ml^2t^{-3}] = [ml^{-3}]^{x_1} [lt^{-1}]^{x_2} [l]^{x_3} [l^3t^{-1}]^{y_1} [l^2t^{-2}]^{y_2} [lt^{-2}]^{z_1} [l^2t^{-1}]^{z_2} [lt^{-1}]^{z_3} [mt^{-2}]^{z_4}$$

Prin identificarea dimensiunilor rezultă ecuațiile:

$$\begin{cases} 1 = x_1 + z_4 \\ 2 = -3x_1 + x_2 + x_3 + 3y_1 + 2y_2 + z_1 + 2z_2 + z_3 \\ 3 = -x_2 - y_1 - 2y_2 - 2z_1 - z_2 - z_3 - 2z_4 \end{cases}$$

care permit să scriem pe x_1, x_2 și x_3 în funcție de celelalte necunoscute:

$$x_1 = 1 - z_4$$

$$x_2 = 3 - y_1 - 2y_2 - 2z_1 - z_2 - z_3 - 2z_4 \text{ și } x_3 = 2 - 2y_1 + z_1 - z_2 - z_4$$

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 28—29 noiembrie 1954.

Inlocuind aceste expresii în relaţia (2) şi grupînd exponenţii, obţinem :

$$P = \Sigma k_i \varrho u^3 R^2 \left(\frac{\dot{V}}{uR^2}\right)^{y_1} \left(\frac{gH}{u^2}\right)^{y_2} \left(\frac{Rg}{u^2}\right)^{z_1} \left(\frac{\nu}{uR}\right)^{z_2} \left(\frac{c}{u}\right)^{z_3} \left(\frac{A_s}{\varrho u^2 R}\right)^{z_4} \qquad (3)$$

Se vede că $\varrho u^3 R^2$ este factor comun tuturor termenilor seriei, iar pentru a da factorilor o interpretare fizică evidentă, introducem în mod artificial constante universale adimensionale, care modifică numeric pe k_i în K_i.

$$P = \frac{\varrho}{2} u^3 \pi R^2 \sum K_i \frac{\delta^{y_1} \mu^{y_2}}{\mathcal{F}r^{z_1} \mathcal{R}e^{z_2} \mathcal{M}a^{z_3} \mathcal{W}e^{z_4}} = \frac{\varrho}{2} u^3 \pi R^2 \varphi \qquad (4)$$

numind coeficient (adimensional) de putere expresia :
$\varphi = f(\delta, \mu, \mathcal{F}r, \mathcal{R}e, \mathcal{M}a, \mathcal{W}e)$, în care apar ca variabile următoarele criterii de similitudine:

$\delta = \dfrac{\dot{V}}{u\pi R^2}$, coeficientul de debit (RATEAU)

$\mu = \dfrac{2gH}{u^2}$, coeficientul manometric (RATEAU) [2], denumit şi coeficient de presiune c_p, sau numărul lui EULER,

$$\mathcal{E}u = \frac{\Delta p}{\frac{\varrho}{2} u^2} = \frac{\gamma H}{\frac{\varrho}{2} u^2}$$

$\mathcal{F}r = \dfrac{u^2}{Rg}$, numărul lui FROUDE, pentru fluide grele

$\mathcal{R}e = \dfrac{uR}{\nu}$, numărul lui REYNOLDS, pentru fluide vîscoase

$\mathcal{M}u = \dfrac{u}{c}$, numărul lui MACH (MAIEVSKI, BAIRSTOW, SARRAU), pentru fluide compresibile

$\mathcal{W}e = \dfrac{\varrho u^2 R}{A_s}$; numărul lui WEBER, pentru lichide cu tensiune superficială importantă (capilaritate).

Evident că similitudinea dinamică între două maşini geometric asemenea ar fi perfect realizată, dacă toate aceste criterii ar avea valori numerice egale pe prototip şi pe model, ceeace s-a demonstrat că este dificil de satisfăcut simultan. Urmează deci a alege unul dintre ele, corespunzător proprietăţii fizico-mecanice preponderente în maşina considerată.

Se consideră mai importante :

$\sqrt{\mu} = \dfrac{v}{u}$ şi $\mathcal{R}e$, la elice aeriene şi motoare eoliene

δ, μ şi $\mathcal{R}e$ la ventilatoare

$\sqrt{\mu} = \dfrac{v}{u}$, $\mathcal{F}r$ şi $\mathcal{R}e$ la elicele marine

δ, μ, $\mathcal{Fr}$ și $\mathcal{Re}$, la mașinile hidraulice (turbine și pompe)
δ, μ, $\mathcal{Re}$ și $\mathcal{Ma}$, la turbine cu vapori sau cu gaze, la turbosuflante și turbocompresoare.
δ, μ, $\mathcal{Fr}$, $\mathcal{Re}$, $\mathcal{Ma}$ și $\mathcal{We}$, la turbomașinile prin care curg lichide cu bule sau vapori (inclusiv cavitația), sau amestecuri de lichide nemiscibile [1]).

Întrucît adoptarea simultană a mai multor criterii este dificilă considerăm ca preponderentă transformarea energiei, unde — cu excepția elicelor aeriene și marine cum și a motoarelor eoliene, care funcționează în mediu fluid nelimitat — intervin cîte două criterii: δ și μ.

Pentru a avea un singur criteriu, s-a căutat o combinație între δ și μ — evident adimensională — care să constituie un singur criteriu de similitudine. În acest sens, experiența practică a consacrat „deschiderea redusă" [2]:

$$\psi = \frac{\delta}{\sqrt{\mu}} \tag{5}$$

fără a i se da o justificare satisfăcătoare.

În cele ce urmează, vom regăsi — prin metode raționale — deschiderea redusă și vom găsi o altă combinație adimensională utilă.

II. În studiul Mașinilor hidraulice, problema similitudinei se poate pune și astfel:

Fie $u = R\,\omega$ viteza periferică, $v = \sqrt{2gH}$ viteza fluidului, $n = \frac{30}{\pi}\,\omega$ turația rotorului, $D = 2R$ diametrul de referință (maxim) al rotorului, $\dot{V} = \frac{\pi D^2}{4}\sqrt{2gH}$ debitul volumic, H înălțimea (căderea la turbine sau ridicarea la pompe) și $P = \gamma \dot{V} H$ puterea hidraulică, toate ale mașinii prototip. Fie u', v', n', D', $\dot{V}'$, H' și P', aceleași mărimi corespunzătoare mașinii model.

Scara vitezelor (coeficientul lui THOMA [3]) se scrie astfel:

$$k_u = \frac{u}{v} = \frac{u'}{v'} = C\,\frac{nD}{\sqrt{gH}} = C\,\frac{n'D'}{\sqrt{gH'}}\,, \quad \text{de unde} \quad \frac{n'}{n} = \sqrt{\frac{gH'}{gH}} \cdot \frac{D}{D'} \tag{6}$$

Ținînd seama de scara debitelor: $\frac{\dot{V}}{\dot{V}'} = \frac{D^2}{D'^2}\sqrt{\frac{gH}{gH'}}$, se obține raportul diametrelor (scara lungimilor): $\frac{D}{D'} = \sqrt{\frac{\dot{V}}{\dot{V}'}}\sqrt{\frac{gH'}{gH}}$

care substituit în relația (6) conduce la:

$$\frac{n'}{n} = \sqrt{\frac{gH'}{gH}}\sqrt{\frac{\dot{V}}{\dot{V}'}}\sqrt{\frac{gH'}{gH}} \tag{ }$$

[1] La mașinile termice mai intervin și criteriile de similitudine ale transmiterii căldurii (numerele lui **Prandtl, Péclet, Nusselt, Grashof** etc.), considerînd mișcările adiabatice numai ca scheme teoretice de comparație cu evoluțiile reale; de aceste criterii nu ne ocupăm aici.

Considerînd $H' = 1\ m, \dot{V}' = 1\ m^3/s$ şi simplificînd cu g, n' devine turaţia caracteristică:

$$n'_s = \frac{n}{\sqrt{H}} \sqrt{\frac{\dot{V}}{\sqrt{H}}} \tag{8}$$

Ţinînd seama de relaţia $P = \frac{\gamma \dot{V} H}{75}$ sau $\dot{V} = \frac{75\ P}{\gamma H}$ relaţia (8) conduce la:

$$n'_s = \sqrt{\frac{75}{\gamma}} \frac{n}{H} \sqrt{\frac{P}{\sqrt{H}}} = \sqrt{\frac{75}{\gamma}}\, n_s, \text{ în care } n_s = \frac{n}{H} \sqrt{\frac{P}{\sqrt{H}}} \tag{9}$$

este rapiditatea.

Unii autori consideră pe n'_s şi n_s cu aceleaşi dimensiuni ca turaţia n, iar factorul de sub radical, adimensional, încît valorile numerice ale lui H, $\dot{V}$ şi P apar ca numere, adică raportul dintre aceste mărimi şi unităţile lor; în această concepţie n'_s şi n_s s-ar putea utiliza în orice sistem de unităţi [4].

Alţi autori atribuie lui n'_s şi n_s dimensiunile care rezultă din considerarea dimensiunilor factorilor intervenienţi în expresiile respective [3], dar toţi autorii s-au condus după valorile numerice ale lui n_s exprimate în sistemul mecanic restrîns $MKfS$ sau $MKpS^2$), încît considerarea lui n'_s şi n_s ca turaţii nu oferea nici un avantaj practic.

Trebuie reamintit faptul că n'_s şi n_s exprimă foarte bine prin valorile lor numerice atît tipizarea maşinilor hidraulice, cît şi formele lor constructive, deci ele reprezintă mai mult decît nişte criterii de clasificare.

III. Pentru înlăturarea incoherenţelor de interpretare a lui n'_s şi n_s unii autori (THOMA, ECK, etc.) au încercat să introducă alte criterii, dar acele propuneri nu s-au realizat [5].

Cu acelaş scop şi cu tendinţa de unificare pentru toate categoriile de turbomaşini, am dedus un alt criteriu numit rapiditate adimensională ν_s, obţinut din relaţiile (8) şi (9), în funcţie de criteriile δ şi μ ale lui RATEAU.

Din relaţiile lor de definiţie, rezultă:

$$\dot{V} = \pi R^2 u\delta,\ H = \frac{u^2}{2g}\mu \text{ şi } P = \frac{\varrho}{2} u^3 \pi R^2 \omega$$

Înlocuindu-le în relaţia (8), am obţinut:

$$n'_s = \frac{\frac{30}{\pi}\omega}{\sqrt{\frac{u^2}{2g}\mu}} \sqrt{\frac{\pi R^2 u\delta}{\sqrt{\frac{u^2}{2g}\mu}}} = \frac{30\sqrt{2g}\sqrt{2g}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{\mu}} \sqrt{\frac{\delta}{\sqrt{\mu}}} = 157{,}5\ \nu_s$$

---

[2] kp = kilopond este denumirea atribuită kilogramului forţă, 1 kp = 1 kgf, spre a evita confuzia cu kilogramul masă, kg.

iar înlocuindu-le în relația (9), am găsit:

$$n_s = 3{,}65\, n'_s = \frac{\frac{30}{\pi}\omega}{\frac{u^2}{2g}\mu}\sqrt{\frac{\frac{\varrho}{2}u^3\pi R^2\varpi}{75\sqrt{\frac{u^2}{2g}\mu}}} = \frac{30\cdot 2g\sqrt[4]{2g}}{\sqrt{75\,\pi}}\sqrt{\frac{\varrho}{2}}\frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{\varpi}{\sqrt{\mu}}} = 576\,\nu_s$$

Rezultă deci pentru rapiditatea adimensională ν_s două expresii:

$$\nu_s = \frac{1}{\sqrt{\mu}}\sqrt{\frac{\delta}{\sqrt{\mu}}} = \frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{\varpi}{\sqrt{\mu}}} \qquad (10)$$

IV. Asupra celor de mai sus, facem unele observații:

— Se verifică ușor că cele două expresii ale lui ν_s se deduc una din cealaltă, observînd că puterea se poate scrie în mai multe feluri:

$P = \gamma \dot{V} H = \varrho g \pi R^2 u\, \delta \frac{u^2}{2g}\mu = \frac{\varrho}{2} u^3 \pi R^2 \varpi$, de unde rezultă imediat:

$$\varpi = \delta\mu \text{ deci } \nu_s = \frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{\varpi}{\sqrt{\mu}}} = \frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{\mu\delta}{\sqrt{\mu}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu}}\sqrt{\frac{\delta}{\sqrt{\mu}}}$$

— Între n'_s și n_s pe de-o parte și ν_s, pe de altă parte, se respectă aceeași corespondență structurală ca între mărimile fizice: gH, $\dot{V}$, P și coeficienții lor adimensionali μ, δ, ϖ:

$$n'_s = \frac{n}{\sqrt{H}}\sqrt{\frac{\dot{V}}{\sqrt{H}}} \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots \nu_s = \frac{1}{\sqrt{\mu}}\sqrt{\frac{\delta}{\sqrt{\mu}}}$$

$$n_s = \frac{n}{H}\sqrt{\frac{P}{\sqrt{H}}} \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots \nu_s = \frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{\varpi}{\sqrt{\mu}}}$$

Așadar, rapiditatea adimensională ν_s prezintă avantajul că înlătură ambiguitatea dintre n'_s și n_s.

— Observăm că în expresia rapidității adimensionale intră deschiderea redusă: $\psi = \frac{\delta}{\sqrt{\mu}}$ $\left(\text{sau } \nu_s = \sqrt{\frac{\psi}{\mu}}\right)$ care capătă astfel o deducție rațională.

— O relație analogă și anume: $n_s = 576\,\sigma$ a fost găsită în mod intuitiv de C. KELLER [6], în cazul particular al ventilatoarelor axiale, unde σ joacă rolul lui ν_s.

— Proporționalitatea lui n'_s și n_s cu ν_s este în favoarea considerării lui n'_s și n_s drept criterii (dimensionale) de similitudine, ceeace nu este surprinzător, deoarece expresia lui n'_s am dedus-o din condiții de similitudine.

O confirmare a acestei considerări am obținut-o arătînd că n'_s și n_s sînt criterii unice; în adevăr, dacă punem

$$\pi = f\left(\dot{V}, gH, n\right) = \sum k_i\, \dot{V}^x (gH)^y\, n^z$$

şi scriem ecuaţia dimensională:

$$[l^0 m^0 t^0] = [l^3 t^{-1}]^x [l^2 t^{-2}]^y [t^{-1}]^z$$

rezultă sistemul de ecuaţii algebrice:

$$0 = 3x + 2y \quad \text{şi} \quad 0 = -x - 2y - z$$

cu soluţiile: $x = \frac{z}{2}$ şi $y = -\frac{3}{4} z$, deci

$$\varpi = \Sigma k_i \left(\frac{n}{\sqrt{gH}} \sqrt{\frac{V}{\sqrt{gH}}}\right)^z = \sum \frac{k_i}{(\sqrt{g}\sqrt{g})} z (n'_s)^z = f(n'_s)$$

Concluzia este valabilă numai în funcţie de $\dot{V}$, H şi n, şi numai dacă se admite aceeaşi valoare a lui g pentru prototip şi model.

Aplicînd acelaş procedeu în cazul rapidităţii, avem:

$$\varpi = f(\varrho, gH, P, n) = \Sigma k_i \varrho^w (gH)^x P^y n^z$$

apoi, condiţia de omogeneitate:

$[m^0 l^0 t^0] = [ml^{-3}]^w [l^2 t^{-2}]^x [ml^2 t^{-3}]^y [t^{-1}]^z$, de unde rezultă sistemul de ecuaţii algebrice:

$0 = w + y$, $0 = -3w + 2x + y$ şi $0 = -2x - 3y - z$, cu soluţiile $w = -\frac{z}{2}$, $x = -\frac{5}{4} z$ şi $y = \frac{z}{2}$ cu care obţinem

$$\varpi = \sum k_i \left(\frac{n}{gH} \sqrt{\frac{\varrho P}{\sqrt{gH}}}\right)^z = \sum k_i \left(\frac{\sqrt{\varrho}}{g^4\sqrt{g}}\right)^z n_s^z = f(n_s)$$

Concluzia este valabilă dacă se admit aceleaşi valori ale lui ϱ şi g pentru prototip şi model, ceeace este legitim în cazul maşinilor hidraulice. Aceste restricţiuni nu sînt necesare rapidităţii adimensionale.

Întrucît ϖ apare ca o funcţie numai de n'_s sau n_s, aceste variabile se comportă ca nişte criterii de similitudine unice, deşi nu sînt adimensionale. Considerate ca turaţii, faptul că sînt adimensionale nu deranjează, deoarece singura mărime adimensională care intervine este timpul, măsurabil în acelaş mod şi exprimat în aceleaşi unităţi în toate sistemele. Scriind criteriile $Eu = \frac{\gamma H}{\frac{\varrho}{2} v^2}$ şi $\mu = \frac{2gH}{u^2}$, se observă că:

$$\frac{u}{v} = \sqrt{\frac{Eu}{\mu}}$$

Pe de altă parte:

$$n'_s = \frac{n}{\sqrt{H}} \sqrt{\frac{\dot{V}}{\sqrt{H}}} = \frac{30\,\omega\sqrt{2g}}{\pi\sqrt{2gH}} \sqrt{\frac{\pi R^2 \sqrt{2gH}}{\sqrt{2gH}}} = 30 \sqrt{\frac{2g}{\pi}} \frac{u}{v} 30 = \sqrt{\frac{2g}{\pi}} \sqrt{\frac{Eu}{\mu}}$$

ceeace demonstrează că n'_s şi n_s sînt criterii de similitudine pentru

toate turbomașinile, dar au caracter dimensional [3]). Din proporționalitatea lui ν_s cu n'_s și n_s, rezultă că ϖ este o funcție numai de ν_s, care apare ca un criteriu de similitudine adimensional unic.

V. Unii autori consideră că în expresia rapidității trebuie introdus și randamentul total al turbomașinii [3], pe care alți autori nu-l introduc [4]. Faptul depinde de semnificația atribuită lui P, care poate fi o putere de natură mecanică ($P = \bar{M}.\bar{\omega}$, ori $P = \bar{F}.\bar{v}$) sau de natură hidraulică (aerodinamică) $P = \gamma \dot{V} H$.

Pentru introducerea randamentului în expresia lui ν_s, trebuie să distingem turbomașinile de forță (turbine, motoare eoliene), de turbomașinile de lucru (pompe, ventilatoare, suflante, compresoare).

Considerînd — cum este obiceiul — că P reprezintă puterea mecanică, iar $\gamma \dot{V} H$, puterea hidraulică (aerodinamică), puterea utilă a unei turbomașini de forță este:

$$P = \frac{\varrho}{2} u^3 \pi R^2 \varpi = \gamma \dot{V} H \eta = \gamma \pi R^2 u \delta \frac{u^2}{2} \mu \eta$$

, deci $\varpi = \delta \mu \eta$ și

$$\nu_s = \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{\varpi}{\sqrt{\mu}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \sqrt{\frac{\delta \eta}{\sqrt{\mu}}} \qquad (11)$$

iar puterea utilă a unei turbomașini de lucru este:

$$\gamma \dot{V} H = \gamma \pi R^2 u \delta \frac{u^2}{2} \mu = \eta P = \eta \frac{\varrho}{2} u^3 \pi R^2 \varpi, \text{ deci } \varpi = \frac{\delta \mu}{\eta} \text{ și}$$

$$\nu_s = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \sqrt{\frac{\delta}{\sqrt{\mu}}} = \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{\varpi \eta}{\sqrt{\mu}}} \qquad (12)$$

Expresiile (11) și (12) ale lui ν_s permit calculul randamentului cu formulele:

$$\eta = \frac{\mu \sqrt{\mu}}{\delta} \nu_s^2 \quad \ldots\ldots\ldots \text{ la turbomașinile de forță}$$

$$\text{și } \eta = \frac{\mu^2 \sqrt{\mu}}{\varpi} \nu_s^2 \quad \ldots\ldots\ldots \text{ la turbomașinile de lucru}$$

și trasarea curbelor de variație a lui η în funcție de ν_s, curbe valabile pentru orice membru al familiei de turbomașini geometric asemenea.

Ca încheiere indicăm cîteva aplicații ale rapidității adimensionale:

a) Clasificarea mașinilor pe tipuri după valorile lui ν_s la regimul nominal (de randament maxim). De ex. pentru turbinele hidraulice avem:

	$n_s (M Kp S)$	ν_s
PELTON	3 50	0 0,087
BANKYI și TURGOT	40 150	0,07 0,26
FRANCIS	70 350	0,121 0,61
LAWACZECK	300 500	0,52 0,87
Elicoidale și KAPLAN	300 1100	0,52 1,92

[3]) Ideea exprimării lui n_s în funcție de criteriile clasice de similitudine aparține lui **M. Cazacu**, care în nota prezentată la sesiunea științifică I.P.B. din Iunie 1957 a exprimat pe n_s în funcție de numărul Fr (aplicabil numai mașinilor hidraulice).

În acelaş mod se pot stabili domenii de utilizare pentru toate genurile de turbomaşini.

b) Stabilirea dimensiunilor principale ale turbomaşinilor în funcţie de ν_s, dîndu-se formule adimensionale, valabile în orice sistem de unităţi.

c) Trasarea diagramelor caracteristice ψ, μ, δ şi η în funcţie de ν_s, familii de curbe cu diverşi parametri (inclusiv numerele $\mathcal{R}e$, $\mathcal{F}r$, $\mathcal{M}a$, $\mathcal{W}e$, etc.) pentru familii de turbomaşini geometric asemenea [4]).

Aceasta ar contribui la sistematizarea materialului experimental existent, chiar a celui empiric, la interpretarea lui raţională şi la completarea lui prin organizarea unor încercări programate şi conduse în mod sistematic, după criterii ştiinţifice.

BIBLIOGRAFIE

1. *E. Buckingham.* — „On Physically Similar Systems" Physical Review (2) vol. 4, Londra 1914, p. 345 şi
   W. F. Durand. — „Aerodynamic Theory" Ed. J. Springer, Berlin 1934, vol. I, p. 23.
2. *A. Foch.* — „Introduction à la Mécanique des Fluides" Coll. A. Colin, Paris 1932, p. 21—24.
3. *D. Pavel.* — „Maşini hidraulice" E.E.S., Bucureşti 1954, vol. I, p. 188—189.
4. *A. Bărglăzan.* — „Maşini hidraulice" I.P.T. Timişoara 1952, vol. I, p. 24.
5. *D. Pavel.* — „Instalaţiuni şi Maşini hidraulice" Col. IRE, Bucureşti 1937, vol. I, p. 73.
6. *C. Keller.* — „Achsialgebläse vom Standpunkt der Tragflügeltheorie", Dissertation, Ed. Leeman, Zürich 1934, p. 29—33 şi
   B. Eck. — „Ventilatoren" Ed. J. Springer, Berlin 1937, p. 47—49.

REZUMAT

Se regăsesc prin analiză dimensională criteriile de similitudine dinamică interveniente în funcţionarea turbomaşinilor de orice gen şi — cu acelaş procedeu — expresia rapidităţii $n_s = \frac{n}{H}\sqrt{\frac{P}{\sqrt{H}}}$ a maşinilor hidraulice, aducînd şi precizări utile pentru evitarea controverselor.

Se obţine apoi un singur criteriu de similitudine

$$\nu_s = \frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{\psi}{\sqrt{\mu}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu}}\sqrt{\frac{\delta}{\sqrt{\mu}}}$$

pentru turbomaşini, numit rapiditatea adimensională şi se găseşte o corespondenţă perfectă de structură a relaţiilor dintre mărimile $\dot{V}$, H şi P cu relaţiile dintre coeficienţii adimensionali δ, μ şi ψ corespunzători.

[4]) Un început promiţător în acest sens este lucrarea ing. **Dan Andrei**, care a trasat mai multe diagrame pentru maşini hidraulice, prezentate Cercului ştiinţific al Secţiei de Hidroenergetică I.P.B. în anul 1955 (Lucrare încă nepublicată).

Se demonstrează că făcînd abstracţie de numerele Re, Fr, Ma, We etc. — coeficientul de putere Φ este o funcţie numai de ν_s, care satisface astfel unei condiţii de unicitate.

Introducerea randamentului în expresiile lui ν_s conduce la formule de calcul a valorilor randamentului la diferite regimuri, pentru familiile de turbomaşini geometric asemenea.

În încheiere, se indică aplicaţiile practice mai importante ale rapidităţii adimensionale.

Catedra de Maşini Hidraulice
Institutul Politehnic Bucureşti

К ВОПРОСУ ОБ ИССЛЕДОВАНИИ СХОДСТВА ТУРБО-МАШИН

(Краткое содержание)

Автор заново выводит в своей работе при помощи размерного анализа критерий динамического сходства, возникающего в работе турбомашин различного рода и тем же методом выводит выражение быстроходности $n_s = \frac{n}{H}\sqrt{\frac{P}{\sqrt{H}}}$ гридавлических машин, приводя соответствующие уточнения, во избежание разногласий.

Затем выводится единственный критерий сходства

$$\nu_s = \frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{\Phi}{\sqrt{\mu}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu}}\sqrt{\frac{\delta}{\sqrt{\mu}}}$$

для турбо-машин, называемый безразмерной быстроходностью, причём получается полное структурное соответствие соотношений между величинами $\dot{V}$, H и P с соотношениями между их безразмерными коэффициентами. δ μ и Φ

В работе доказывается, что не принимая во внимание номеров Re, Fr, Ma, We, и т. д., коэффициент мощности Φ находится в зависимости только от ν_s который удовлетворяет таким образом условия единства.

Введя коэффициент полезного действия в выражение ν_s, мы получаем расчетные формулы величин К.П.Д. при различных режимах работы для класса турбо-машин, геометрически сходных.

В заключение автор указывает наиболее важные практические примененя безразмерной быстроходности.

CONTRIBUTIONS A L'ETUDE DE LA SIMILITUDE DES TURBOMACHINES

(Résumé)

On retrouve par l'analyse dimensionnelle les critériums de similitude dynamique intervenients lors du fonctionnement des turbomachines de tout genre et — par les mêmes moyens — l'expression de la rapi-

dité $n_s = \frac{n}{H}\sqrt{\frac{P}{\sqrt{H}}}$ des machines hydrauliques, amenant aussi des précisions utiles pour éviter les controverses.

L'on obtient ensuite un seul critérium de similitude pour les turbomachines $\nu_s = \frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{\varpi}{\sqrt{\mu}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu}}\sqrt{\frac{\delta}{\sqrt{\mu}}}$ nommé rapidité adimensionnelle et on en trouve une correspondance structurale parfaite des relations entre les grandeurs $\dot{V}$, H, P, avec les relations entre les coeficients adimensionnels δ, μ, ϖ correspondants.

L'on démontre que — aux nombres $\mathcal{Re}$, $\mathcal{Fr}$, $\mathcal{Ma}$, $\mathcal{We}$, etc., près — le coefficient de puissance ϖ este une fonction seulement de ν_s qui satisfait ainsi à une condition d'unicité.

L'introduction du rendement dans les expressions de ν_s conduit à des formules en vue du calcul des valeurs du rendement correspondant à des régimes différents, pour les familles de turbomachines géométriquement semblables.

En conclusion, on indique quelques applications pratiques, des plus importantes, de la rapidité adimensionnelle.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

ASUPRA MIȘCĂRII ELICOIDALE NEPERMANENTE A FLUIDELOR VÎSCOASE*)

de ȘTEFAN ZAREA

Studiul mișcării elicoidale a fluidelor, adică a mișcării în care vectorul viteză este colinear cu vectorul vîrtej, începe o dată cu apariția tezei de doctorat [1], a lui I. S. Gromeca, în 1881 și a lucrării lui E. Beltrami [2], în 1889, care s-au preocupat însă numai de cazul fluidelor perfecte.

Primii cercetători care acordă atenție mișcării elicoidale nepermanente a fluidelor vîscoase au fost V. Trkal [3], în 1919 și B. Caldonazzo [4], în 1926. Prof. I. A. Milovici [5], în 1933, rezolvă cîteva probleme ale mișcării elicoidale permanente a unui fluid vîscos. M. Potapov [6], în 1932, C. Strahovici [7], în 1934 și apoi R. Berker [8], în 1936, au luat în considerare și mișcarea elicoidală a fluidelor vîscoase care nu satisfac însă condiția rot $\overline{V}$ II$\overline{V}$.

Abia după 1948 Biușghens, Alexeev și Popov [9, 10, 11] reiau studiul mișcării elicoidale nepermanente a fluidelor vîscoase, în sensul lui Gromeca, ocupîndu-se de condiția de existență și de unele probleme de stabilitate.

Datorită slabei preocupări față de mișcarea elicoidală a fluidelor vîscoase, întîlnită des în realitate, încă multe probleme, prezentînd interes practic, nu au fost rezolvate. În cele ce urmează ne propunem să ne ocupăm de cîteva din aceste probleme.

1. *Ecuația lui Bernoulli.* Presupunem că fluidul este incompresibil, că forțele exterioare derivă dintr-un potențial, iar mișcarea este nepermanentă și elicoidală, adică

$$\operatorname{rot} \overline{V} = \alpha \overline{V} \tag{1.1}$$

unde $\alpha = \alpha(x, y, z)$ este o funcție arbitrară.

Sistemul de ecuații diferențiale Navier-Stokes, după cum se știe, sub formă vectorială, poate fi scris astfel:

$$-\frac{\partial \overline{v}}{\partial t} - \operatorname{grad} E = \operatorname{rot} \overline{V} \times \overline{V} + \nu \operatorname{rot} \operatorname{rot} \overline{V} \tag{1.2}$$

unde

$$E = \frac{p}{\varrho} + \frac{V^2}{2} + U$$

U fiind potențialul forțelor exterioare.

În virtutea condiției (1.1) primul termen din membrul drept al relației (1.2) este nul, iar termenul al doilea poate fi transformat și adus la o formă mult mai simplă.

---

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

Astfel, dacă ţinem seama că într-o mişcare elicoidală, pe o linie de curent $\alpha = const. = k$, . [1],

$$\text{rot rot } \bar{V} = k^2 \bar{V}$$

În consecinţă ecuaţia (1.2) devine:

$$-\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} - \text{grad } E = \nu k^2 \bar{V} \tag{1.3}$$

Înmulţind scalar, termen cu termen, ambii membri ai acestei ecuaţii cu deplasarea infinitezimală $d\bar{r}$, luată în lungul unei linii de curent şi integrînd între două puncte 1 şi 2, situate pe această linie de curent, rezultă

$$E_1 - \int_{12} \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} d\bar{r} = E_2 + \nu k^2 \int_{12} \bar{V}\, d\bar{r} \tag{1.4}$$

sau

$$E_1 - \frac{\partial \Gamma_{12}}{\partial t} = E_2 + \nu k^2 \Gamma_{12} \tag{1.4'}$$

unde $E_1 = E(x_1, y_1, z_1)$
iar Γ_{12} este circulaţia vectorului viteză, între punctele 1 şi 2 de pe o linie de curent.

Am stabilit astfel expresia ecuaţiei lui Bernoulli, aplicată pe o linie de curent, în cazul mişcării elicoidale nepermanente a unui fluid vîscos.

Importanţa formei (1.4) a ecuaţiei lui Bernoulli constă în faptul că pune în evidenţă mecanismul pierderii de sarcină şi permite exprimarea integralei, care reprezintă aceste pierderi, sub forma circulaţiei vitezei.

Vom arăta că înafară de forma (1.4) se poate da ecuaţiei lui Bernoulli şi o altă expresie interesantă, dacă utilizăm pentru viteze expresiile date de Morera.

Astfel, dacă exprimăm componentele vitezei după axele de coordonate sub forma [12]:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \beta \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \beta \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

unde $\varphi = \varphi(x, y, z, t)$; $\beta = \beta(x, y, z, t)$; $\psi = \psi(x, y, z, t)$ sînt funcţiuni continue, care au cel puţin primele două derivate, rezultă că

$$d\Gamma = u dx + v dy + w dz = d\varphi + \beta d\psi$$

Considerînd două puncte 1 şi 2 de pe o linie de curent, pe care [12] $\beta = const$, $\psi = const$, ecuaţia lui Bernoulli capătă expresia:

$$E_1 + \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + \nu k^2 \varphi_1 = E_2 + \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + \nu k^2 \varphi_2^2 \tag{1.5}$$

2. *Panta hidraulică și expresia coeficientului pierderii de sarcină.* Din ecuația (1.3) rezultă că panta hidraulică, pe o linie de curent, este

$$I = \nu k^2 V$$

Dacă exprimăm pe E în m coloană de fluid putem scrie

$$I = \frac{\nu k^2}{g} V \tag{2.1}$$

Constanta k are dimensiunea inversului unei lungimi, după cum rezultă din (1.1).

Vom scrie această constantă sub forma:

$$k = \frac{k_1}{Dc} \tag{2.2}$$

unde k_1 este o constantă adimensională, iar D_c este o dimensiune caracteristică a curentului de fluid.

Vom înmulți scalar ecuația (1.3) cu deplasarea infinitezimală $d\bar{r}$, considerată în lungul unei linii de curent și vom nota cu $-dE^*$ membrul stîng, încît putem scrie

$$-d E^* = \nu k^2 \bar{V} d\bar{r}$$

Deoarece $d\bar{r} = \bar{V} dt$, deducem

$$-\frac{dE^*}{dt} = \nu k^2 V^2 \tag{2.3}$$

Să presupunem că direcția generală de curgere a curentului este paralelă, de exemplu, cu axa Ox. Variația energiei E^* pe unitatea de lungime a curentului, care reprezintă tocmai panta hidraulică, are expresia

$$-\frac{dE^*}{dx} = -\frac{dE^*}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \nu k^2 \frac{V^2}{V_a}$$

dacă ținem seama că am notat cu V_a componenta vitezei după axa Ox și dat fiind că $dx = V_a dt$ și dacă avem în vedere relația (2.3).

Astfel panta hidraulică are expresia

$$I = \nu \frac{k^2}{g} \cdot \frac{V^2}{V_a} \tag{2.4}$$

unde am exprimat pe E* în m coloană de fluid.

Luînd în considerare expresia (2.2) a constantei k mai putem scrie

$$I = \frac{\lambda_a}{D_c} \cdot \frac{V^2}{2g} \tag{2.5}$$

unde am notat

$$\lambda_a = \frac{2 k_1^2}{\frac{V_a \cdot D_c}{\nu}} = \frac{2k_1^2}{R_{e_a}} \tag{2.6}$$

Aici λ_a are semnificaţia coeficientului pierderii de sarcină a mişcării longitudinale, iar Re_a este numărul Reynolds al acestei mişcări.

Putem exprima panta hidraulică şi în funcţie de pătratul vitezei axiale V_a, adică sub forma

$$I = \frac{\lambda_e}{D_c} \cdot \frac{V_a^2}{2g} \tag{2.6}$$

aici însă λ_e reprezintă coeficientul pierderii de sarcină într-o mişcare elicoidală, iar expresia sa urmează s-o stabilim.

Relaţia între coeficienţii λ_e şi λ_a se deduce uşor prin egalarea celor două expresii (2.5) şi (2.6) ale pantei hidraulice şi obţinem:

$$\lambda_e = \lambda_a \left[1 + \left(\frac{V_t}{V_a} \right)^2 \right]$$

unde V_t este componenta tangenţială a vitezei V.

Dacă notăm cu $tg\,\alpha = \frac{V_t}{V_a}$, unde α este unghiul pe care-l face viteza rezultantă cu direcţia de scurgere, în cazul nostru cu axa Ox, putem scrie:

$$\lambda_e = \lambda_a \, [1 + tg^2 \alpha] \tag{2.7}$$

Am stabilit astfel o formulă analoagă cu formula dedusă de prof. A. Fortier [13], pentru mişcarea elicoidală turbulentă, într-o conductă cilindrică circulară, pentru unghiuri α mai mici de 10^0.

Expresiile (2.5) şi (2.6) permit calcularea pantei locale, pe o linie de curent. Pentru calculele hidraulice practice interesează însă panta hidraulică medie, pe care o vom calcula cu una din formulele:

$$I_m = \frac{1}{2gA} \int_A \frac{\lambda_a}{D_c} V^2 \, d\sigma \tag{2.8}$$

sau

$$I_m = \frac{1}{2gA} \int_A \frac{\lambda_e}{D_c} V_a^2 \, d\sigma \tag{2.9}$$

unde A este aria secţiunii transversale a curentului de fluid, iar $d\sigma$ elementul de suprafaţă al acestei secţiuni.

3. *Mişcarea elicoidală nepermanentă într-o conductă cilindrică circulară.* Vom utiliza coordonatele cilindrice r, θ, z. Conducta fiind cilindrică circulară, $V_r = 0$, iar mişcarea fiind axial simetrică, deci vitezele nu depind de θ. Din ecuaţia de continuitate rezultă că vitezele nu depind nici de z, deci

$$V_\theta = V_\theta(r, t), \quad V_z = V_z(r, t)$$

Aplicînd ecuaţiei de mişcare (1.2) operatorul „rot", ţinînd seama de (1.1) şi notînd $2\bar{\Omega} = \text{rot}\,\bar{V}$ rezultă condiţia de existenţă a mişcării elicoidale nepermanente:

$$-\frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial t} = \nu \, \text{rot rot} \, \bar{\Omega} \tag{3.1}$$

Scriind relația (1.1) sub forma

$$\overline{\Omega}=\frac{\alpha}{2}\overline{V} \tag{3.2}$$

ecuația precedentă, în ipoteza $\alpha=a=const$, devine

$$-\frac{\partial \overline{V}}{\partial t}=\nu \operatorname{rot}\operatorname{rot}\overline{V} \tag{3.3}$$

Deoarece $V_r=0$ această ecuație vectorială este echivalentă cu următoarele două ecuații diferențiale

$$-\frac{\partial V_\theta}{\partial t}+\nu\left(\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial r}-\frac{V_\theta}{r^2}\right)=0 \tag{3.3 a}$$

$$-\frac{\partial V_z}{\partial t}+\nu\left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)=0 \tag{3.3 b}$$

Aceste două ecuații diferențiale nu sînt independente între ele, deoarece condiția (3.2) stabilește o relație între V_θ și V_z.

Într-adevăr, în ipotezele admise componentele vîrtejului au expresiile:

$$\begin{aligned}\Omega_r&=0\\ \Omega_\theta&=-\frac{\partial V_z}{\partial r}\\ \Omega_z&=\frac{\partial(rV_\theta)}{r\partial r}\end{aligned} \tag{3.4}$$

Condiția (3.2) se poate scrie și sub forma

$$\frac{\Omega r}{Vr}=\frac{\Omega_\theta}{V_\theta}=\frac{\Omega_z}{V_z}=\frac{a}{2}$$

Avînd în vedere relațiile (3.4) deducem

$$V_\theta=-\frac{1}{a}\frac{\partial V_z}{\partial r} \tag{3.5}$$

și

$$V_z=\frac{1}{a}\frac{\partial(rV_\theta)}{r\partial r} \tag{3.6}$$

Se poate verifica ușor că înlocuind pe V_θ din (3.5) în (3.3 a) se obține ecuația diferențială (3.3 b) și de asemenea înlocuind pe (3.6) în (3.3 b) se obține (3.3 a).

Vom considera ca ecuație diferențială a mișcării pe (3.3 b), deoarece condițiile la limită, pentru V_z pot fi puse mai ușor. Față de procedeul utilizat de B. Caldonazzo [4] pentru stabilirea ecuației diferențiale a mișcării, calea aleasă aici este mult mai simplă.

Pentru integrarea ecuației diferențiale (3.3 b) vom face schimbarea de funcție

$$V_z=V_1(r)\,e^{-\nu a^2 t} \tag{3.7}$$

unde a este o constantă.

Astfel ecuația (3.3 b) devine:

$$\frac{\partial^2 V_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_1}{\partial r} + a^2 V_1 = 0$$

O soluție particulară a acestei ecuații diferențiale este

$$V_1(r) = A J_0(ar) + B Y_0(ar)$$

Deoarece pentru $r = 0$, $Y_0(o) = -\infty$, vom lua $B = 0$, deci

$$V_1(r) = A J_0(ar)$$

A fiind o constantă, iar J_0 funcția Bessel de prima speță și ordinul zero.

Din (3.7) rezultă că expresia componentei V_z a vitezei este

$$V_z = A J_0(ar)\, e^{-\nu a^2 t} \tag{3.8}$$

Soluția generală a ecuației diferențiale (3.3 b) este

$$V_z = \sum_{i=1}^{\infty} c_i J_0(a_i r)\, e^{-\nu a_i^2 t} \tag{3.9}$$

unde $a_i r$ sînt rădăcinile funcției J_0, iar c_i niște coeficienți.

Relația (3.5) ne permite să deducem expresia componentei V_θ a vitezei. Astfel, din (3.8) deducem o expresie particulară

$$V_\theta = A J_1(ar)\, e^{-\nu a^2 t} \tag{3.10}$$

iar din (3.9) obținem expresia generală pentru V_θ:

$$V_\theta = \sum_{i=1}^{\infty} c_i J_1(a_i r)\, e^{-\nu a_i^2 t} \tag{3.11}$$

Condițiile la limită sînt:

$V_z = 0$, pentru $r = R$, unde R este raza conductei
$V_z = V_{z\,max}$, pentru $r = 0$.

Prima condiție la limită poate fi îndeplinită dacă scriem că aR este egal, de exemplu, cu prima rădăcină a funcției J_0, adică

$$aR = 2{,}4$$

de unde

$$a = \frac{2{,}4}{R}$$

A doua condiție la limită permite determinarea constantei A. Într-adevăr, pentru $r = 0$, $J_0(0) = 1$, deci

$$A = V_{z\,max}$$

Rezultă că expresiile componentei V_z, sub formă adimensională, sînt:

$$V_z^* = J_0(2{,}4\,\varrho)\, e^{-5{,}76\,\tau} \tag{3,12}$$

şi

$$V_z^* = \sum_{i=1}^{\infty} c_i J_0(a_i \varrho)\, e^{-a_i^2 \tau} \tag{3.13}$$

unde

$$V_z^* = \frac{V_z}{V_{z\,max}}, \quad \tau = \frac{\nu t}{R^2}, \quad \varrho = \frac{r}{R} \tag{3.14}$$

De asemenea pentru V_θ deducem expresiile adimensionale:

$$V_\theta^* = J_1(2{,}4\varrho)\, e^{-5{,}76\,\tau} \tag{3.15}$$

şi

$$V_\theta^* = \sum_{i=1}^{\infty} J_1(a_i \varrho)\, e^{-a_i^2 \tau} \tag{3.16}$$

unde

$$V_\theta^* = \frac{V_\theta}{V_{z\,max}}, \quad \tau = \frac{\upsilon t}{R^2}, \quad \varrho = \frac{r}{R} \tag{3.17}$$

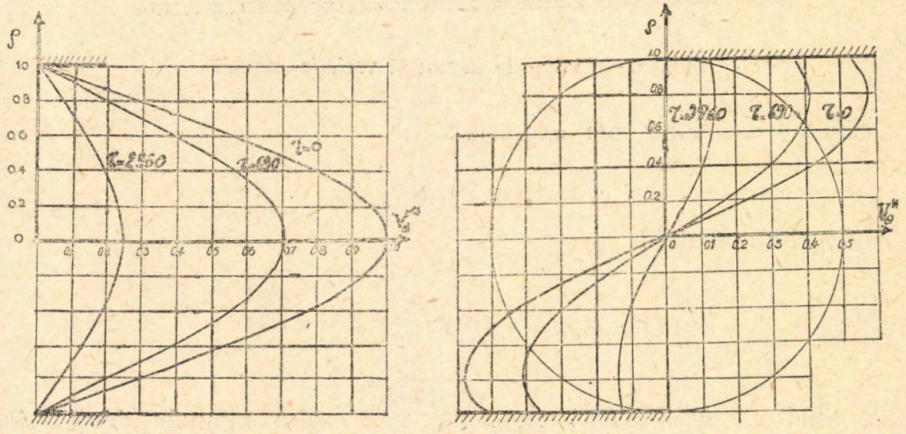


Fig. 1. — Variaţia componentelor V_z^* şi V_θ^* în funcţie de ϱ, pentru diverse valori ale parametrului τ pentru $R = 0{,}05$ m.

Ecuaţiile diferenţiale ale liniilor de curent sînt:

$$\frac{dr}{V_r} = \frac{r\,d\theta}{V_\theta} = \frac{dz}{V_z}$$

sau

$$\frac{dr}{0} = \frac{r\,d\theta}{AJ_1(ar)\, e^{-\nu a^2 t}} = \frac{dz}{AJ_0(ar)\, e^{-\nu a^2 t}}$$

De aici rezultă

$$dr = 0$$

și $$dz = \frac{J_0(ar)}{J_1(ar)}\, r\, d\theta$$

Integrînd rezultă

$r = \text{const}$, deci cilindri circulari

$z = \frac{J_0(ar)}{J_1(ar)}\, r\theta + \text{const}$, deci elici cilindrice cu pasul:

$$p = 2\pi \frac{J_0(ar)}{J_1(ar)}\, r$$

Se observă că deși mișcarea este nepermanentă liniile de curent nu s.nt influențate de timp, deci coincid cu traiectoriile.

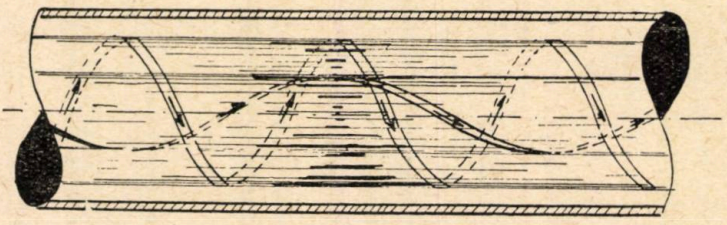


Fig. 2. — Liniile de curent și variația pasului

Debitul elementar are expresia :

$$dQ = V_z \cdot dr \cdot r\, d\theta$$

Integrînd rezultă :

$$Q = 0{,}433\, \pi R^2 V_{z\,max}\, e^{-5{,}76 \frac{\nu t}{R^2}}$$

Scriind că $Q = \pi R^2 V_{z\,mediu}\, e^{-5{,}76 \frac{\nu t}{R^2}}$ din ultimele două relații deducem relația dintre viteza axială medie și cea maximă.

$$V_{z\,mediu} = 0{,}433\, V_{z\,max}$$

Față de cazul mișcării Poiseuille se observă că viteza medie, în acest caz, nu mai este egală cu 0,5 $V_{z\,max}$, ci are o valoare ceva mai mică.

4. *Cazul conductei formată din doi cilindri circulari coaxiali.* Deoarece expresiile componentelor V_z^* și V_θ^* ale vitezei sînt cele date de (3.12), (3.15) mișcarea este posibilă pentru cazurile în care ar este egal succesiv cu două rădăcini ale funcției J_0.

Astfel, dacă R_1 şi R_2 sînt razele celor două conducte considerînd, de exemplu, prima şi a doua rădăcină a funcţiei J_0, rezultă că trebuie să existe raportul

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{5{,}52}{2{,}4} = 2{,}3$$

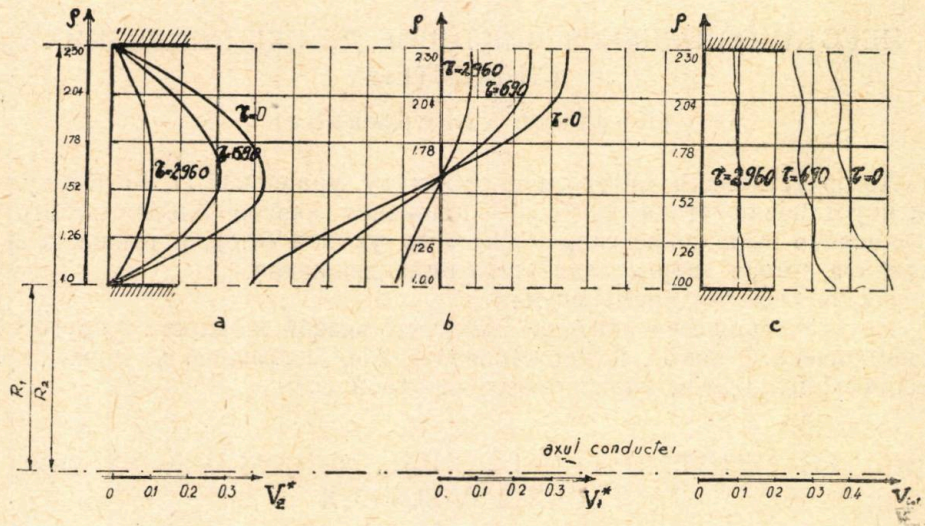


Fig. 3a, Variaţia componentei V_z^*, fig. 3 b, Variaţia componentei V_θ^* a vitezei în funcţie de $\varrho = \frac{R_2}{R_1}$, fig. 3 c, Variaţia vitezei rezultante (proiectată pe un plan meridian) în funcţie de rază. Maximul vitezei este situat pe cilindrul interior.

Catedra de Maşini Hidraulice
Institutul Politehnic Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Gromeca, I. S.* — Nekatorie sluciai dvijeniia nesjimaemoi jidcosti, Kazan, 1881.
2. *Beltrami, E.* — Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e lettere, t. XXII, Milano, 1889.
3. *Trkal, V.* — Casopis pro Péstovani Matematiky a Fisiky, Praha, t. 48, p. 302...311, 1919.
4. *Caldonazzo, B.* — Rendiconti del Reale Ist. Lombardo, vol. LIX, 1926.
5. *Milovici, I. A.* — Osnovî dinamiki jidkosti, Energoizdat, Moskva-Leningrad, 1933.
6. *Potapov, M. V.* — Socineniia, t. II, Moskva, 1950.
7. *Strahovici, K.* — Prikl. Mat. i Meh., vol. 2, Nr. 1, 1934.
8. *Berker, R.* — Sur quelques cas d'integration des équations du mouvement d'un fluide visqueux incompressible. (Teză doct.) Paris, 1936.

9. *Biuskhens, S. S.* — Naucinîe Zapiski MGMI, Vîp. 17, Moskva, 1948.
10. *Alekseev, N. I.* — Naucinîe Zapiski MGMI, Vîp. 17, Moskva, 1948.
11. *Popov, S.* — Vestnik Moskov. Univ. 1948, Nr. 8.
12. *Morera, G.* — Atti Acad. dei Lincei, 1889.
13. *Fortier A.* — La Houille Blanche, nr. B, 1954.

НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ВИНТОВОЕ ДВИЖЕНИЕ ВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ

(Краткое содержание)

Автор установил интересную формулу уравнения (I, 5) Бернули для неустановившегося винтового движения вязкой жидкости. Было установлено выражение гидравлического уклона (2.6), а также коэффициента потери энергии для этого вида движения.

Изучаются два применения:

Неустановившееся винтовое движение вязкой жидкости в круговой цилиндрической трубе, и движение в трубе, состоящей из двух циркулярных цилиндров, укрепленных на одной оси.

SUR LE MOUVEMENT HELICOIDAL NON-PERMANENT DES FLUIDES VISQUEUX

(Résumé)

L'auteur a élaboré une nouvelle forme intéressante (1.5) de l'équation de Bernoulli pour le mouvement hélicoïdal non-permanent d'un fluide visqueux, ainsi que l'expression de la pente hydraulique (2.6) et celle du coefficient de perte de charge (2.7). Il aboutit à deux applications: le mouvement hélicoïdal non-permanent d'un fluide visqueux dans un conduit cylindrique circulaire et le mouvement dans un conduit constitué par deux cylindres circulaires coaxiaux.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

CHIMIE ȘI TEHNOLOGIE ORGANICĂ

STUDIUL pH-ULUI CĂRBUNILOR DIN R.P.R. *)

de ISAC BLUM, DUMITRU IONESCU și BENJAMIN BERCOVICI

Structura chimică complexă a cărbunilor fosili, teoriile moderne asupra chimismului de formare a lor cît și importantele lor proprietăți tehnologice, deschid cercetărilor științifice din acest domeniu, orizonturi deosebit de largi.

Printre cele mai noi metode de investigație, se află și determinarea pH-ului cărbunilor. Exactitatea definiției fizico-chimice a pH-ului, ca și determinarea sa rapidă, comodă și relativ simplă, au extins utilizarea sa în numeroase domenii ale științei și tehnicii: chimie, pedologie, silvicultură, biologie, diferite industrii etc.

Lucrarea de față are rolul de a introduce măsurarea valorii pH-ului la unii cărbuni romînești și de a desprinde importanța sa ca metodă de studiu a cărbunilor.

Aspecte ale studiului pH-ului aplicat la cărbuni.

Pentru geologie și petrografie problema determinării pH-ului cărbunilor s-a pus în legătură cu clarificarea studiilor asupra genezei rocilor. Astfel, dacă condițiile primare de formare a caustobiolitelor nu s-au schimbat esențial și nu s-au suprapus, pH-ul poate aduce o lumină în această problemă. Din acest punct de vedere, dintre toți combustibilii minerali, prezintă interes numai turba și cărbunii bruni ce n-au fost modificați geochimic. Factorul principal care poate schimba caracterul zăcămîntului este apa, conținînd în soluție diferite substanțe solide și gazoase. Pe baza cercetărilor s-a tras concluzia că prin transformarea în turbă a unor plante cu compoziție botanică identică, se pot forma turbe cu grad de bituminizare diferit și că una din cauzele acestui fapt este compoziția mineralogică diferită a apelor din turbării, stabilindu-se că în turbăriile ale căror ape sînt bogate în gips dizolvat, se formează turbe slab bituminoase, iar în cenușa lor se găsește o mare cantitate de calciu care intră în compoziția sărurilor de calciu ale acizilor humici din care este formată în cea mai mare parte masa organică a turbelor menționate. Din studiile ce sau efectuat cu cărbuni din U.R.S.S., Germania și Italia asupra compoziției părții organice și a celei minerale a cărbunilor bruni pămîntoși și mați, se dovedește marea

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

lor asemănare cu turbele formate în mlaştini cu ape bogate în gips dizolvat, stabilindu-se proveniența lor din asemenea turbe, cărbunii bruni pămîntoşi diferențiindu-se de cei maţi prin mărimea materialului genetic vegetal. Aceste condiţii de formare duc la particularităţi caracteristice, cum ar fi cantitatea mare de calciu legat organic (humaţi de calciu), o cantitate mică de azot condiţionată de faptul că acumularea humaţilor de calciu împiedică interacţiunea dintre acizii humici şi produsele descompunerii incomplecte a substanţelor vegetale în special substanţe albuminoide, etc. Toate aceste caracteristici fiind apărute în urma condiţiilor specifice de formare sînt totodată şi parametri lor genetici de clasificare (1).

Datele din literatură subliniază deasemenea influienţa determinantă a pH-ului mediului asupra procesului de geneză a sulfului piritic în cărbuni, arătîndu-se că numai în mediu alcalin sau neutru se dezvoltă acumularea piritei datorită condiţiilor puternic reducătoare legate de activitatea bacteriilor la un pH ridicat al mediului. Citäm ca exemplu probe cu 5,52% sulf total la un pH al mediului (acoperişul stratului) de 8,42 şi de numai 1,11% sulf total la un pH însă de 2,90.

Avem astfel un criteriu pentru explicarea cauzelor încă necunoscute a diferitelor conţinuturi de sulf din cărbuni, prin care ţinîndu-se seama de condiţiile de reducere ale regimului de acumulare al sulfului, dependența sa cu pH-ul apare cu totul evidentă (2).

Dependența între constituţia chimică a cărbunilor şi valoarea pH-ului

Dintre mineralele anorganice numai $CaCO_3$ influienţează în mod deosebit valoarea pH-ului. Celelalte minerale anorganice — cuarţ, argilă, etc. — pot fi privite în mod practic din acest punct de vedere ca indiferente. Carbonatul de calciu este în oarecare măsură solubil şi reacţionează alcalin ca sarea unei baze tari şi al unui acid slab. În cărbuni se compensează această reacţie bazică prin acizii humici, astfel că valorile pH-ului de 6,5—7,0 sînt totuşi foarte ridicate pentru unii cărbuni.

Dintre substanţele organice bitumenul ca şi celuloza şi probabil lignina nu influienţează pH-ul; importante din acest punct de vedere sînt substanţele humice. Dela acizii fulvenici pînă la acizii humici există o scară continuă de humifiere caracterizată atît prin variaţia intensităţii culorii, gradului de condensare etc., cît şi a acidităţii. Substanţele humice din primele trepte de humifiere, cum sînt acizii fulvenici, humoligninici şi himatomelanici au un pH mai coborît decît acizii humici înşăşi. Substanţele humice ca formaţii biochimice, sînt dependente de activitatea microorganismelor, iar condiţiile optime de viaţă ale acestora sînt determinate de valoarea pH-ului mediului. Fiind cunoscut gradul de transformare mai mic al turbelor de altitudine faţă de cele de şes, humusul conţinut în primele, deschis la culoare şi cu multe resturi de ţesuturi arată un pH coborît (2—3 pH) iar humusul închis la culoare din ultimile, un pH mai ridicat (5—6 pH).

Valorile pH-ului dau astfel o indicaţie asupra gradului de descompunere al ţesutului plantelor în turbe şi cărbuni. Valoarea pH-ului este dependentă deasemenea de alţi factori importanţi, cum ar fi de exemplu potenţialul redox.

În zăcămintele infra-aquatice predomină substanțe humice puternic condensate, iar cele supra-aquatice mai puțin condensate, ceea ce influiențează pH-ul. Astfel în stratele de suprafață sub influiența oxigenului atmosferic predomină condiții de oxidare care scad repede cu adincimea, ajungîndu-se în zona de reducere unde ca urmare a reacțiilor ce au loc este caracteristică urcarea valorii pH-ului cu cca 1—2 unități.

Turba și cărbunii bruni conțin alături de acizii humici liberi și humați de Na, Mg, Ca, Al, Fe^{2+} și F^{3+}, etc. Comportarea fizică și chimică a acestor săruri depinde de natura cationului. Dacă s-ar lua în considerație toți cationi ce se găsesc în condițiile de zăcămînt, atunci valoarea pH-ului ar trebui să varieze în limite foarte largi, totuși o variație sensibilă a pH-ului nu este legată de aceștia. Dintre toți, numai calciul are importanță ca bază puternică. În general se stabilește că valoarea pH-ului unui cărbune este în anumite cazuri proporțională cu cantitatea bazelor. Microflora și gradul de condensare al substanțelor humice sînt funcție de conținutul în baze doar în cazul cînd bazele sînt singenetice.

Din acest punct de vedere, factorul timp nu influiențează asupra valorii pH-ului turbei și cărbunilor bruni, deoarece geneza lor minerală depinde de facies și de alți factori. Concentrația în ioni de H^+ este o cifră dependentă de compoziția chimică a cărbunelui și a condițiilor de zăcămînt, cu trecerea timpului ea se poate schimba numai dacă se modifică aceste caracteristici.

Astfel dacă datorită fenomenelor glaciale de exemplu, învelișul de argilă al zăcămîntului a fost rupt, apele au pătruns în cărbune, substanțele humice și pirita dispersată în cărbune au fost oxidate, ceace duce la o scădere considerabilă a valorii pH-ului.

Literatura recomandă a se efectua determinări asupra cărbunilor proaspeți scoși din mină și asupra probelor luate special în acest scop; probele luate să nu fi fost supuse degradărilor intemperiilor, în caz contrar valoarea pH-ului scade, iar determinările își pierd din semnificație (3—4).

Condiții experimentale.

În cadrul prezentei lucrări s-a preferat metoda electrometrică celei colorimetrice pentru măsurarea concentrației ionilor de H^+ atît pentru precizia metodei (0,01 pH față de 0,1 pH) dar mai ales pentru că nu mai este absolut necesară separarea soluției de faza solidă, măsurătorile executîndu-se și în suspensii de cărbune.

Determinările valorii pH-ului sau făcut utilizînd un potențiometru electronic cu lămpi de construcție sovietică tip. LP-5. Modul de lucru cu aparatul LP-5 a fost conform instrucțiunilor curente.

Întrucît studiile asupra pH-ului cărbunilor sînt puține la număr, iar în lucrările diferiților cercetători fie că lipsesc indicații asupra metodelor de determinare a pH-ului, fie că ele nu coincid — de ex. determinări în apă distilată, în metanol (5), în soluție de KCl și NaCl de diferite concentrații (6—7), etilendiamină (8) etc., am fost puși în situația de a ne fixa asupra unei metode de determinare.

Bazîndu-ne pe apropierea ce se poate face între humusul din sol și substanțele humice din cărbunii tineri, alegerea s-a oprit asupra tehnicii prescrise de Asociația Internațională a Științei Solului, pentru determinarea pH-ului solului (9).

Astfel, proba de cărbune de cercetat adusă la o granulație $<0{,}2$ mm (sita de 900 ochiuri/cm^2), cîntărită cu o precizie de $\mp 0{,}1$ g se dispersează într-o soluție de KCl n/1 în raportul 1 : 2,5 și se agită un anumit timp. Determinarea pH-ului se face asupra suspensiei sau asupra filtratului (obținut din filtrarea suspensiei sub vid).

S-a ales soluția de KCl n/1 datorită conductibilității electrice specifice mai mari a acesteia față de celelalte săruri alcaline și pentru aceiași cauză soluția de concentrație normală, față de celelalte normalități.

Valorile pH-ului obținute utilizînd soluții de KCl sînt în general mai mici cu 0,5—1 unități de pH față de valorile ce rezultă prin folosirea apei distilate pentru determinări, deoarece prin acțiunea KCl se produce o deplasare a ionilor de hidrogen din complexul humic al cărbunilor (9).

În legătură cu folosirea apei distilate la prepararea soluțiilor de KCl este necesar de a ține seama de influiența factorilor ce-i pot modifica pH-ul (CO_2 din aer, alcalinitatea vaselor, diferite impurități accidentale etc), dată fiind capacitatea de tamponare foarte slabă a apei pure. Pentru limitarea la minim a influienței acestor factori s-a folosit o apă bidistilată proaspătă, păstrată în vase de sticlă neutră. Chiar urmînd toate aceste prescripții apa distilată nu are un pH egal cu valoarea sa teoretică 7,0 ci va prezenta totuși o reacție slab acidă.

În determinările efectuate sau folosit electrozi de sticlă și platin cu chinhidronă iar ca electrod de referință, electrodul de calomel saturat. Utilizarea electrodului de sticlă s-a făcut pe baza proprietăților tehnice prețioase ale acestuia care îl fac cel mai indicat pentru măsurarea pH-ului cărbunilor (3), (4), (10).

Pentru măsurările valorilor pH-ului cărbunilor în suspensie s-a folosit electrodul de platin cu chinhidronă, iar pentru filtrat electrodul de sticlă întru cît în suspensie acesta se acoperea cu o membrană fină de cărbune, greu de înlăturat și care împiedica determinările următoare.

Etalonarea aparatului pentru determinări s-a făcut cu soluții tampon — după Sörensen — de fosfat disodic și fosfat monopotasic n/15 ; s-au mai folosit soluții de biftalat de potasiu și borax.

Rezultatele determinării pH-ului la unii cărbuni romînești

În scopul stabilirii valabilității metodei de determinare adoptate, sau executat o serie de măsurători de pH la diferiți cărbuni, urmărindu-se influiența variației diferiților parametrii.

Determinările sau făcut în paralel asupra aceleiași probe de cărbune, atît în suspensie cît și în filtrat, iar pentru probele cu valori deosebit de scăzute ale pH-ului pentru verificare s-a mărit numărul determinărilor.

Rezultatele sînt înseriate în tabloul nr. 1 în ordinea descrescîndă a valorii pH-ului cărbunilor studiați.

Tabloul nr. 1

Influienţa diferiţilor parametrii de determinare asupra valorii pH-ului cărbunilor

Nr. crt.	CĂRBUNE de :	Simbol de clasificare	Valoarea pH-ului în suspensie		Valoarea pH-ului în filtrat		Observaţii
			iniţial	după cca. 5′	iniţial	după cca. 5′	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Filipeşti de Pădure	BL	5,35	6,05	6,55	6,55	Raportul cărbune / soluţia de KCl egal cu 1/2,5; timp de agit. 1 oră
2	„ „	„	5,36	6,09	6,59	6,59	
3	Căpeni	BP	5,25	5,76	6,10	6,12	„
4	„	„	4,91	5,39	6,14	6,14	„
5	Comăneşti - Coroban	BS	5,20	5,23	5,03	5,03	„
6	„ „	„	5,19	5,25	4,98	4,99	„
7	Sărmăşag	BL	4,88	5,51	5,62	5,62	„
8	„	„	4,62	5,36	5,54	5,54	„
9	Comăneşti - Irina	BS	4,74	4,80	4,85	4,87	„
10	„ „	„	4,73	4,78	4,86	4,86	„
11	Sorecani - Băgara	BM	4,16	4,18	4,28	4,29	„
12	„ „	„	4,06	4,09	4,15	4,15	„
13	Comăneşti - Wagner	BS	3,85	3,95	3,86	3,86	„
14	„ „	„	3,83	3,92	3,84	3,85	„
15	Derna - Tătăruş Budoi	BL	2,70	2,70	2,58	2,61	„
16	„ „	„	2,55	2,56	2,68	2,69	„
17	„ „	„	2,52	2,52	2,62	2,64	„
18	Derna - Tătăruş Vadul Crişului	BL	1,01	1,02	1,88	1,90	„
19	„ „	„	1,00	1,01	1,94	1,94	„
20	„ „	„	0,91	0,93	1,93	1,95	„
21	Derna - Tătăruş Vadul Crişului	BL	1,12	1,13	2,09	2,09	Raportul cărbune/ sol de KCl egal cu 1/2,5. Timp de agitare: 6 ore.
22	Derna - Tătăruş Vadul Crişului	BL	1,54	1,48	2,24	2,21	Raportul cărbune/ sol. de KCl egal cu 1/5,0 Timp de agitare: 1 oră.
23	„ „	„	—	—	2,06	2,04	Prima agitare
24	„ „	„	—	—	2,38	2,33	A 2-a agitare
25	„ „	„	—	—	2,53	2,52	A 3-a agitare
26	„ „	„	—	—	2,68	2,70	A 4-a agitare
27	„ „	„	—	—	2,80	2,80	A 5-a agitare

Se observă din valorile pH-ului obţinute pentru probele dela 1 la 20, diferenţa dintre pH-ul suspensiei şi filtratului, cel din urmă fiind în general mai ridicat. Deasemenea se remarcă urcarea valorii pH-ului în timpul măsurării sale pentru probele cu un pH mai ridicat, la determinarea în suspensie, cauzată fie de depunerea suspensiei de cărbune sau de stabilirea mai înceată a potenţialului de electrod. Probele determinate în paralel indică constanţa şi reproductibilitatea rezultatelor.

Pentru a se cunoaşte influienţa timpului de agitare asupra valorii pH-ului în determinările asupra cărbunilor, proba 21 a fost agitată timp de 6 ore. Se observă că la o creştere a timpului de agitare dela 1 la 6 ore rezultă o creştere a pH-ului de numai 0,1—0,2 unităţi de pH. Pentru a se obţine totuşi valori comparabile ale pH-ului diferitor cărbuni este necesar ca toate determinările să se efectuieze cu un timp de agitare constant, fixat în mod convenţional la 1 oră.

Creşterea sensibilă a valorii pH-ului odată cu micşorarea raportului în greutate dintre cărbune şi soluţia de KCl n/1 şi în special la determinările în suspensie, după cum se observă la proba nr. 22, impune menţinerea riguros constantă a raportului dintre cărbune şi soluţia de KCl, deoarece stratul extern al atmosferei ionice care însoţeşte particulele coloide din cărbuni influienţează potenţialul de electrod — efectul de suspensie Wiegner-Pallmann. (7), (9).

Pentru a se observa în ce măsură tratarea cărbunelui cu soluţia de KCl n/1, repetată de un anumit număr de ori asupra aceleiaşi probe aduce modificări ale valorii pH-ului, determinările au fost executate folosind filtratul iar cărbunele rămas pe filtru a fost din nou dispersat în soluţie de KCl n/1 proaspătă.

Raportul dintre cărbune şi soluţia de KCl a fost menţinut egal cu 1/2,5 iar timpul de agitare egal cu 1 oră. Din valorile obţinute pentru probele 23—27 reiese că pH-ul creşte odată cu mărirea numărului de agitări succesive, fiind în deplină concordanţă cu rezultatele obţinute la determinarea influienţei raportului dintre cărbune şi soluţia de KCl.

* * *

Din expunerea primei părţi a acestui studiu, a reieşit influenţa deosebită pe care diferiţi autori o atribuie componenţilor anorganici din cărbuni asupra valorii pH-ului. Este aşa dar interesant de observat în ce măsură îndepărtarea cenuşii din cărbuni, modifică valoarea pH-ului. În acest scop, cărbunii bruţi au fost separaţi în mai multe fracţiuni densimetrice prin spălarea în lichide grele, pe baza diferenţei de greutate specifică a cărbunelui şi sterilului, reducîndu-se cenuşa cărbunelui pe această cale în cel mai bun caz pînă la cenuşa caracteristică. Ca mediu dens de spălare s-a folosit tetraclorură de carbon în diluţie cu benzen, rezultînd soluţii cu diferite densităţi şi pe care au plutit fracţiuni de cărbune cu procente variabile de cenuşă. Avantajele mediului dens de spălare utilizat rezidă în lipsa totală a urmelor după uscarea cărbunelui spălat şi în deosebi în aceea că nu influienţează pH-ul cărbunelui.

Pentru o îndepărtare mai avansată a cenuşii, fracţiunile densimetrice cu procentul cel mai scăzut de cenuşă au fost supuse unei descenuşări chimice. Metodele descrise în literatură (11), (12) întrebuin-

ţează în acest scop diferiţi acizi care n-au o acţiune oxidantă asupra cărbunilor: HCl, HF, acizi organici, etc.

Metoda de lucru folosită a constat din fierberea a 100 g de cărbune cu 200 cmc de HCl timp de 1 oră, după care se filtrează cărbunele sub vid şi se spală cu apă distilată pînă ce filtratul nu mai dă reacţia de recunoaştere a ionului Cl . Cărbunele este apoi uscat la umiditatea higroscopică, determinîndu-i-se noul conţinut de cenuşă. Concentraţia acidului clorhidric a fost de 1,5 n, indicată de literatură (11) drept optimă pentru acest scop (86—96% cenuşă îndepărtată). Granulaţia cărbunelui a fost <0,2 mm pentru a uşura interacţiunea dintre acid şi cărbune. Rezultatele obţinute prin determinarea pH-ului cu electrodul de sticlă sînt date în tabloul nr. 2.

Tabloul nr. 2

Influienţa variaţiei conţinutului de cenuşă asupra valorii pH-ului cărbunilor

Nr. crt.	Cărbune de:	Simbol de clasificare	Caracteristicile probelor	Separate în fracţiuni desimetrice						Descenuşate chimic
1	Lonea	HL	Cenuşă %	31,8	25,7	16,3	10,7	5,8	—	1,9
			pH	6,95	6,83	6,47	6,38	6,32	—	5,42
2	Aninoasa	HL	Cenuşă %	60,7	41,7	28,8	19,5	10,9	3,8	2,6
			pH	7,59	7,54	7,52	7,44	7,28	6,92	5,60
3	Petrila	B/H	Cenuşă %	68,2	18,8	14,7	5,8	3,1	—	2,2
			pH	7,43	7,38	7,19	6,48	6,15	—	5,53
4	Comăneşti	BS	Cenuşă %	53,5	39,3	37,7	20,8	8,3	4,9	2,1
			pH	7,14	6,95	7,02	6,37	6,05	5,95	4,38
5	Derna Tătăruş Mina 3	BL	Cenuşă %	44,4	35,1	27,4	26,1	13,2	—	3,0
			pH	5,42	5,35	5,21	5,25	5,07	—	3,25
6	Schitu-Goleşti	BL	Cenuşă %	59,7	44,1	26,3	19,4	10,5	4,6	0,6
			pH	7,13	6,67	5,95	5,52	5,28	5,17	3,43

Se observă că odată cu micşorarea conţinutului de cenuşă al cărbunelui scade şi valoarea pH-ului, fenomen explicabil fie prin îndepărtarea cationilor cu acţiune bazică în cazul probelor descenuşate chimic şi prin schimbarea compoziţiei chimice a cenuşii, a diferenţierilor de structură chimică din masa organică a cărbunelui cît şi a creşterii rolului acesteia, în cazul probelor separate în fracţiuni densimetrice.

Pentru a se putea stabili dependenţa dintre valoarea pH-ului cărbunilor şi caracteristicile lor chimico-tehnice, în tabloul nr. 3 se prezintă analiza tehnică a două turbe studiate cît şi analiza chimică a cenuşilor lor.

Datele prezentate în tabloul nr. 3 arată pentru turba din zăcămîntul Miercurea Ciuc o cantitate mai mare de acizi humici decît pentru turba din zăcămîntul Poiana Stampei, ceace arată că prima se află într-un stadiu de turbificare mai avansat. Din compararea datelor analizei chimice a cenuşii turbelor studiate, se observă diferenţele deosebit de mari în ceea ce priveşte conţinutul lor în SiO_2, CaO, Na_2O, K_2O şi SO_3.

Rezultă că turba de Miercurea Ciuc s-a format într-o mlaştină ale cărei ape aveau mult gips dizolvat (47,20% CaO) ceeace justifică

pH-ul mai ridicat al acestei turbe. Acţiunea alcalină a Na şi K nu se reflectă în pH-ul scoborît al turbei de Poiana Stampei, deoarece sînt probabil legaţi de cantitatea mare de siliciu (43,22%) şi aluminiu (22,82%) în diferite combinaţii de silico-aluminaţi insolubili. Diferenţele în % de sulf ca şi în valorile pH-ului, confirmă şi întregesc datele din literatură privind caracterul acid al acestor tipuri de turbă, cît şi dependenţa pH-ului cu constituţia lor chimică.

Tabloul nr. 3

Influienţa caracteristicelor chimico-tehnice asupra valorii pH-ului turbelor de Poiana Stampei şi Miercurea Ciuc

Cărbune de :			Poiana Stampei	Miercurea Ciuc
Simbol de clasificare :			T (de altitudine)	T (de şes)
Cantitatea de acizi humici, raportată la masa combustibilă%			42, 68	48,80
Analiza tehnică :				
Umiditate	W_h^u	%	12,06	13,43
Cenuşă	A^{anh}	%	7,82	8,27
Materii volatile	V^{mc}	%	68,04	67,23
Sulf total	S_t^a	%	0,19	0,48
Azot	N^{mc}	%	1,14	1,58
Analiză chimică a cenuşii :				
$Si\,0_2$		%	43,22	15,84
$Fe_2 0_3$		%	21,39	17,35
$Al_2 0_3$		%	22,82	6,09
$Ca\,0$		%	6,68	47,20
$Mg\,0$		%	1,72	4,54
$Na_2 0$		%	9,24	0,44
$K_2 0$		%	1,79	0,74
$Ti\,0_2$		%	0,48	0,16
$Mn\,0_3$		%	0,27	0,18
$P_2 0_5$		%	1,63	1,46
$S\,0_3$		%	3,43	12,48
Valoarea pH-ului determinat în :				
Suspensie		pH	3,42	5,48
Filtrat		pH	3,60	5,92

Pentru diferiţi cărbuni bruni studiaţi, cît şi pentru o huilă luată ca element de comparaţie, se prezintă în tabloul nr. 4 caracteristicile lor chimico-tehnice şi analiza chimică a cenuşii, în scopul stabilirii influienţei acestor factori asupra valorii pH-ului lor.

După cum rezultă din datele înscrise în tabloul nr. 4 pentru diferiţi cărbuni bruni, odată cu creşterea valorii pH-ului nu are loc o variaţie regulată a diverşilor componenţi ai cenuşii. De asemenea în cazul huilei dela Cozla — proba nr. 21 — care prin conţinutul deosebit de mic de CaO — 0,81% — ar justifica un pH mai scăzut, avînd totuşi o valoare a pH-ului ridicată, ne îndreptăţesc să afirmăm că în general datele analizei chimice ale cenuşii cărbunilor pot arăta numai aproximativ şi doar în anumite cazuri o dependenţă cu valoarea pH-ului cărbunilor.

Prin adunarea şi compararea datelor experimentale privind cărbunii înfăţişaţi în tabloul nr. 4 putem desprinde din valoarea pH-ului lor alte cîteva concluzii importante.

Tabloul nr. 4

Influiența caracteristicilor chimico-tehnice ale cărbunilor bruni asupra valorii pH-ului

Nr. crt.	Cărbune de:	Simbol de clasificare	Valoarea pH-ului în:		Analiza tehnică a cărbuneiui:					Analiza chimică a cenușii					Observați:
			Suspensie	Filtrat	Umiditate % W_h^a	Cenușă % A_{anh}	Materii volatile % V_{mc}	Sulf total % S_t^a	Azot % N_{mc}	SiO_2 %	Al_2O_3 %	Fe_2O_3 %	CaO %	MgO %	
1	Derna Tătăruș—Vadul-Crișului	BL	0,91	1,93	12,94	33,77	53,14	3,50	0,36	45,44	21,18	35,34	9,96	2,58	Culoarea filtratului este galben-verzuie
2	Derna Tătăruș—Budoi	BL	2,52	2,62	10,55	28,96	55,24	4,55	0,41	35,56	7,62	33,10	6,73	1,86	„
3	Șorecani-Tămașa	BL	3,02	2,91	6,43	31,86	46,04	5,89	0,47	31,39	6,77	40,04	5,55	1,31	„
4	Derna Tătăruș—Mina nr. 2	BL	3,54	3,49	13,68	38,02	56,27	3,33	0,37	25,48	12,79	26,22	11,51	3,04	„
5	Mehadia	BL	3,59	3,37	7,54	50,07	53,58	3,37	0,61	31,65	13,37	28,10	11,21	2,01	Filtrat incolor
6	Codlea-Holbav	BS	3,61	3,73	7,28	43,56	50,02	1,37	0,58	62,36	28,48	10,31	1,35	0,59	„
7	Comănești—Lumina-Wagner	BS	3,83	3,84	10,20	20,27	45,93	2,27	1,03	36,74	12,68	28,25	5,33	2,44	„
8	Șorecani-Băgara	BM	4,06	4,15	8,12	26,91	44,48	4,74	0,66	24,58	2,82	42,60	9,44	1,19	„
9	Sotînga	BL	4,42	4,54	11,50	32,21	57,40	2,40	0,88	39,81	14,70	15,75	11,45	2,95	„
10	Sărmășag	BL	4,62	5,54	13,14	20,09	55,23	3,00	0,40	18,97	2,59	32,59	16,17	2,76	„
11	Comănești—Lumina-Irina	BS	4,73	4,85	10,74	14,96	46,20	1,81	1,37	40,14	8,85	17,48	7,59	1,69	„
12	Căpeni	BP	4,91	6,10	11,99	25,01	55,66	1,72	0,39	23,16	9,76	11,17	25,77	3,68	„
13	Boteni	BL	4,94	5,29	10,60	13,68	55,13	1,02	0,93	40,85	11,58	9,91	15,14	1,15	„
14	Schitu-Goleşti	BL	4,95	5,08	12,58	17,99	54,05	0,93	0,53	17,57	5,32	38,80	16,51	2,79	„
15	Comănești-Leorda	BS	5,01	5,18	9,83	16,58	48,47	1,83	0,73	36,08	13,38	48,70	4,12	1,00	„
16	Comănești-Galion	BS	5,10	5,52	7,74	33,55	48,58	2,24	0,94	49,77	15,15	15,17	5,44	2,53	„
17	Comănești—Lumina-Coroban	BS	5,19	4,98	9,94	17,88	45,50	1,38	1,00	44,45	24,98	9,97	4,09	1,87	„
18	Filipești de Pădure	BL	5,35	6,55	13,74	43,90	56,84	2,70	0,27	45,42	14,77	13,88	14,44	2,44	„
19	Cucești	BL	5,50	5,41	11,45	19,82	57,31	1,36	0,71	30,58	14,56	16,11	19,97	3,11	„
20	Codlea—1 Mai	BS	5,55	6,03	6,17	32,19	45,32	1,73	0,79	62,58	27,91	8,63	1,77	0,57	„
21	Cozla	HGr	6,16	6,08	0,45	46,05	36,39	7,48	1,04	59,41	27,11	8,80	0,81	0,58	„

Astfel, diferențierile în valoarea pH-ului pentru unele probe din același zăcămînt dar din mine sau strate diferite — Derna Tătăruș, Comănești, Codlea, etc. — care sînt mai mari decît 1,0 unități pH, reflectă constituția heterogenă a cărbunilor. Dealtfel, acest lucru este valabil nu numai pentru valoarea pH-ului ci și pentru alte caracteristici analizate, cum sînt umiditatea higroscopică, materiile volatile, conținutul și compoziția chimică a cenușii, etc.

Se remarcă probele din bazinu Derna Tătăruș (probele 1, 2 și 4) cît și cărbunele de Șorecani (proba 3) care au pH-ul cel mai scăzut dintre toți cărbunii studiați. Deasemenea numai acești cărbuni prezintă o culoare galben verzuie a filtratului suspensiei de cărbune în soluția de KCl. O explicație a apariției acestei colorații se poate baza pe principiul schimbului de baze între sărurile acizilor humici din cărbune și clorura de potasiu, obținîndu-se în filtrat sarea de fer și de calciu aflați inițial în sărurile acizilor humici.

În sprijinul acestei afirmații vin cercetările care au observat o permutare procentuală ridicată (cca 90%) pentru soluțiile de KCl (13).

Deoarece din analiza chimică a cenușii acestor cărbuni nu rezultă o explicație a acidității scăzute a lor, poate fi luată în considerare posibilitatea ca probele să fi suferit o oxidare.

Literatura arată că valoarea pH-ului cărbunelui scade într-o manieră regulată cu creșterea timpului și temperaturii de oxidare a cărbunilor. Valoarea mică a pH-ului se datorește probabil extracției de substanțe acide solubile (în special acid oxalic) de la suprafața cărbunelui. Deoarece aceste substanțe au proprietăți reducătoare în prezența ionului feric și a permanganatului de potasiu, aceste reacții alături de determinarea pH-ului pot servi pentru aprecierae gradului de oxidare al cărbunilor (14). S-a încercat de asemenea de a se corela prezența grupelor conținînd oxigen în cărbuni cu variate proprietăți ale acestuia, respectiv temperatura de autoaprindere, reactivitatea, căldura de umectare etc.

Pentru a se observa influența proceselor chimico-tehnologice suferite de cărbuni asupra valorii pH-ului, sau efectuat determinările ce sînt prezentate în tabloul nr. 5.

Tabloul nr. 5

Influiența proceselor chimico-tehnologice asupra valorii pH-ului

Nr. crt.	Cărbune de :	Simbol de clasificare	Valoarea pH-ului		Observații
			suspensie	filtrat	
1	Comănești	BS	7,62	7,78	Semicocs
2	„	BS	10,57	11,42	Cocs
3	Uricani	HG	7,11	7,12	Cărbune brut
4	„	HG	7,31	7,30	Extras cu alcool-benzen
5	Cozla	HGr	6,16	6,08	Cărbune brun
6	„	HGr	7,78	7,39	Cocs
7	Lupeni	HG	4,31	4,72	Cărbune brut
8	„	HG	4,89	5,72	Preîncălzit la 400°C

Se observă că modificările suferite de cărbune în urma operațiilor chimico-tehnologice se reflectă în valoarea pH-ului acestora. O interpretare a acestor rezultate este prematură luînd în considerație numărul mic de determinări făcute în această direcție.

CONCLUZII

Studiul pH-ului aplicat la unii cărbuni romînești și-a propus pentru început în cadrul acestei lucrări de a pune și rezolva probleme în legătură cu specificul determinării pH-ului la cărbuni, de a interpreta rezultatelo obținute în lumina lucrărilor diferiților cercetători din acest domeniu, prea puțin studiat încă, și de a efectua o serie de determinări ale pH-ului la diferiți cărbuni care dacă deocamdată au doar un caracter statistic vor constitui un ajutor prețios la extinderea studiilor asupra pH-ului cărbunilor. Dacă studiul pH-ului cărbunilor nu poate da încă în raport cu puținele cercetări și date obținute, o privire asupra influenței reciproce dntre valoarea pH-ului și diverse utilizări tehnologice ale cărbunelui, ea este astăzi de un important ajutor în alte domeni. Astfel după cum s-a arătat la începutul studiul, pH-ul cărbunilor aduce printre alți factori, aportul său la rezolvarea problemei legate de geneza caustobiolelor. În știința ce se ocupă cu studiul solurilor, pH-ului turbelor are o importanță deosebită pentru utilizarea lor ca îngrășămînt agricol. Dacă se ține seama că într-un sol cu pH = 4,5 recolta este mai mică decît într-un sol mai puțin acidulat pH = 5,5 (15) și că valoarea pH-ului unei turbe destinate a fi folosită ca îngrășămînt agricol influențează obținerea de recolte bogate, reiese în evidență importanța cunoașterii pH-ului cărbunilor pentru domenii unde dependența dintre valoarea pH-ului și utilizarea cărbunelui este precis cunoscută. S-ar mai putea adăuga și un caracter social, în legătură cu protecția muncii în anumite turbării. După cum a reieșit din determinările efectuate, turba de Poiana Stampei are un pH scăzut (3,42 pH). Minierii care lucrează în această exploatare au căpătat în condițiile de muncă obișnuite, iritații pe față răni ale pielii mîinilor și picioarelor, care îi fac inapți pentru muncă o perioadă de timp. Această boală profesională se poate datori aciditătii turbei de Poiana Stampei, iar odată cunoscută cauza și consecințele vor putea fi înlăturate cu ușurință.

În concluzie, din determinările făcute și din diferitele aspecte înfățișate ale utilității determinării pH-ului cărbunilor, se desprinde interesul pe care îl prezintă măsurarea pH-ului cărbunilor și aportul posibil — cu condiția extinderii studiilor — la lămurirea diferitelor probleme teoretice și practice din domeniul combustibililor solizi.

Laboratorul de Chimia și Tehnologia Combustibililor Solizi
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *N. G. Titov* — A. V. Iarcova și L. A. Borozdina. Izv. Ak. Nauk SSSR, nr. 3/1948, Moscova.
2. *A. Z. Yurovskii* — Himia i ghenezis tviordih goriucih iskopaemih. Ak. Nauk SSSR, 1953, Moscova.
3. *H. Iacob* — Die Bergakademie, nr. 1/1952, Freiberg (Sa).

4. *H. Iacob* — Chemische Technik, nr. 3/1955, Leipzig.
5. *W. J .Kramers* — Progress in coal science, 1950, New-York.
6. *W. Fuchs* — Die Chemie der Kohle, 1931, Berlin.
7. *Lunge-Berl* — Chemisch-technische Untersuchungsmethoden. Ergänzungswerk, vol. II/1939, Berlin.
8. *M. L. Moss* — J. H. Elliott și R. T. Hall. Analytical Chemistry, nr. 9/1948, New-York.
9. *N. Cernescu* — Manualul chimistului, vol. II/1948, București.
10. *L. I. Belenki* — Zavodskaia Laboratoria, nr. 11/1950, Moscova.
11. *H. Sustmann* și *R .Lehnert* — Brennstoff-Chemie, nr. 22/1937, Essen.
12. *A. Romwalter* — Aluminium, nr. 1/1949, Budapesta.
13. *I. L. Blum* — Cercetări Științifice, vol. I, partea II/1948, București.
14. *H. C. Howard* — Chemistry of Coal Utilization, vol. I/1947, New-York.
15. *M. D. Bahulin* — Pocivovedenie, Ak. Nauk SSSR, nr. 9/1949, Moscova.

ПО ПОВОДУ ИССЛЕДОВАНИЯ pH УГЛЯ, ВСТРЕЧАЮЩЕГОСЯ НА ТЕРРИТОРИИ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

(Краткое содержание)

В работе представлены некоторые виды применения pH угля и зависимости между химическим составом угля и величиной эго pH. Описаны условия, в которых производились исследования для определения pH угля и представлены резулбтати изучения влияния различных параметров метода определения.

Были подвергнуты критическому рассмотрению результаты, полученные при определении pH различных типов угдя, встречающегося в Р. Н.Р., а также результаты влияниях химико-технических особенностей различного содержания золы и т. п. на величину pH различных разновидностей угля.

L'ÉTUDE DU pH DES CHARBONS DE LA R.P.R.

(Résumé)

Cette étude nous présente quelques aspects de l'application du pH aux charbons et de la dépendance entre la constitution chimique des charbons et la valeur du pH. On décrit les conditions expérimentales utilisées dans la détermination du pH des charbons et on y présente les résultats de l'étude de l'influence des différents paramètres de la méthode de la détermination. On y trouve une exposition critique des résultats obtenus dans la détermination du pH des divers types de charbons de la R.P.R. ainsi qu'une étude de l'influence des caractéristiques chimico-techniques des charbons et de la variation du contenu de cendre etc., sur la valeur du pH des carbons.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

66281/86

CERCETAREA POSIBILITĂȚILOR DE BRICHETARE FĂRĂ LIANT A CĂRBUNILOR BRUNI LEMNOȘI (LIGNIȚI *)

de ISAC BLUM, FRIDERICH BOLCHI și GAVRIL MUSCA

I. — CONSIDERAȚIUNI GENERALE ASUPRA BRICHETĂRII FĂRĂ LIANT

În industria fabricării de brichete din cărbuni, industrie ce urmărește fie utilizarea mărunților rezultați din exploatare și prelucrare în vederea arderii, fie pregătirea lor pentru alte scopuri tehnologice (semicocsificare, cocsificare), iar în cazul cărbunilor tineri și o înobilare a acestora, a existat întotdeauna tendința înlocuirii procedeului de brichetare cu liant prin brichetare fără liant, atît din cauza simplității și economicității acestui procedeu cît și din cauza unor calități superioare pe care le oferă produsele finite.

Dat fiind însă că susceptibilitatea de a se aglomera, fără liant, în condiții reproductibile pe scară industrială, constituie particularitatea doar a unor cărbuni, și anume a cărbunilor bruni pămîntoși și în mare măsură a turbelor, acest procedeu a putut fi aplicat pe scară industrială doar acestor cărbuni. Astfel industria cea mai înfloritoare de acest gen a luat naștere și s-a dezvoltat în Germania care dispune de însemnate rezerve de cărbuni bruni pămîntoși (erdige Braunkohle).

Procedeul constă în uscarea materialului cu o granulație de pînă la cîțiva mm, la o umiditate optimală, cuprinsă în general, între 12—18% și supunerea lui în niște prese inelare sau funie la presiuni între 1200—2000 kg/cm^2, caracteristică fiecărui cărbune în parte. Pentru a corespunde destinației lor, brichetele trebuie să aibe o bună rezistență mecanică, o comportare bună în foc și o rezistență bună la intemperii.

Importanța deosebit de mare pe care o prezintă din punct de vedere economic, problema brichetării fără liant a cărbunilor a reținut atenția a numeroși cercetători atît din Germania cît și din alte țări. Paralel cu studiile făcute pentru stabilirea influenței diverșilor factori asupra brichetării și a interdependenței lor, s-au efectuat numeroase alte studii pentru a se explica fenomenul de brichetare fără liant în sine.

În general interpretările ce s-au dat capacității de brichetare a cărbunilor se împart în două categorii; unele se bazează exclusiv pe un studiu amănunțit al fenomenelor fizice care s-ar putea produce în timpul presării cărbunilor și care se pot solda cu aglomerarea lor (atracție moleculară, tensiune capilară etc.), iar altele se bazează în primul rînd pe studiul comportării componenților chimici ai cărbunelui în timpul presării (bitumenul, acizii humici etc.), combinat cu studiul fenomenelor

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

fizice și chimice ce ar putea apărea (tensiune capilară, forțe van der Waals, legături de hidrogen).

Prima explicație dată brichetării fără liant suferă prin aceea că se limitează să facă o analogie cu brichetarea cu liant, susținînd că aglomerarea particulelor s-ar datora unor cauze similare. Astfel Scheithauer (24), Rosenthal (8), Hurthe (25), Erdmann (8) și alții, consideră că sub acțiunea presiunilor ridicate la care se face brichetarea cărbunilor bruni pămîntoși și sub acțiunea căldurii rezultate în urma acestor presiuni ridicate, bitumenul conținut se înmoaie producîndu-se o masă cu caracteristici plastice, aglomerabilă. Cercetări experimentale executate de Venator (26), Hentze (27), Vcelák (5), Györky (6) și alții, au arătat nevalabilitatea acestei ipoteze fie realizînd brichete cu caracteristici asemănătoare cărbunilor bruni bruți din cărbuni bruni cărora li s-a făcut în prealabil o extracție totală de bitumene, fie observînd la microscop că în procesul de brichetare fără liant, corpii bituminoși își păstrează forma și că numai în regiunile superficiale, acolo unde materialul vine în contact cu matrița, aceștia se înmoaie și au un oarecare rol liant. Menționăm însă că în anumite situații, ipoteza aceasta își găsește valabilitatea. Astfel se cunoaște din practica industrială, că unii cărbuni care nu brichetează în condițiile în care brichetează cărbunii bruni pămîntoși, supuși unei prelucrări termice numită „activare", adică operației de scoatere a bitumenului din cărbune și a eliminării sale — „în fază inițială" — direct la suprafața particulelor, ei brichetează. Este evident că aci rolul liant trebuie atribuit bitumenului sau în tot cazul unui reziduu de la distilarea sa (5).

O explicație mai aprofundată și multilaterală a fenomenului de brichetare fără liant este expusă de Kegel (4), după care factorii care contribuie la legarea mărunților de cărbuni în brichete sînt forțele de atracție moleculară ce iau naștere la contactul suprafețelor cărbunelui (numite forțe superficiale), forțele capilare ale lichidului (apei) din interstiții, forțele de legătură dintre faza lichidă (apa) și faza solidă (cărbunele) explicate prin așa-numitele valențe reziduale, precum și datorită împîslirii materialului.

Tendința studiilor mai recente este de a atribui un rol primordial, în realizarea coeziunii brichetei, forțelor moleculare ce apar la suprafața particulelor. În această direcție studiile au fost aprofundate și s-a găsit chiar un criteriu pentru evaluarea mărimii acestor forțe și anume, căldura de umectare a granulelor suprauscate. S-a constatat, bunăoară că granulele suprauscate se umectează (leagă apa) prin dezvoltare de căldură. Hock (8) explică apariția acestor cantități de energie prin lucrul mecanic dezvoltat de forțele moleculare existente la suprafețele granulelor și pe care le consideră a fi de tipul celor coulombiene, electrostaice și van der Waals. Hock cum de altfel și Kegel, remarcă că la presare nu apar numai forțe de atracție, ci și forțe de respingere. R. Houmink (8) exprimînd raportul acestora într-o ecuație de forțe, dă și o reprezentare grafică a lor.

În legătură cu faptul că această capacitate de brichetare este caracteristică doar unor cărbuni, s-au căutat criterii după care această capacitate să poată fi stabilită.

Observația că o brichetă bună poate fi realizată atunci cînd elasticitatea materialului este mică, astfel încît transformarea necesară a

acestuia poate fi posibilă repede în timpul procesului de presare, în interpretarea unor autori ca Hentze, Pienning, Glöckner (14) şi mai recent a lui Remesnicov (17) o găsim ca un criteriu de apreciere de valabilitate generală pentru capacitatea de brichetare a unor sau altor cărbuni.

Glöckner şi Remesnicov susţin că un cărbune este cu atît mai apt pentru brichetare fără liant, cu cît însuşirile lui plastice predomină faţă de însuşirile elastice, deci cauza faptului că în comparaţie cu cărbunele brun tînăr, cărbunele brun bătrîn bricheteazâ mai greu, o constituie elasticitatea sa mărită şi plasticitatea redusă. Györki a aprofundat studiul legăturii dintre plasticitate şi capacitatea de brichetare pe baza unei interpretări a structurii macromoleculare a cărbunelui. Autorul deduce că o structură bazată pe molecule mici şi catene scurte presupune proprietăţi plastice ale masei respective, pe cînd moleculele mari — polimerizate — presupun o predominanţă a însuşirilor elastice faţă de cele plastice. Pe de altă parte se ştie că forţele moleculare ce pornesc de la suprafaţa granulelor au o mai mare intensitate în cazul cînd granulele sînt formate din molecule mici. În lumina acestor consideraţiuni, numai acei cărbuni vor putea să fie brichetaţi fără liant, a căror transformare moleculară, înţelegînd prin aceasta polimerizarea şi policondensarea moleculelor iniţiale, nu a înaintat prea mult în cadrul procesului de incarbonizare. Aceasta explică scăderea capacităţii de brichetare odată cu vîrsta cărbunelui. Autorul dă astfel o explicaţie chimică (de structură) consideraţiunilor de ordin fizico-mecanic ale cercetărilor de mai sus.

În problema capacităţii de brichetare a cărbunilor bruni pămîntoşi, studii concludente au fost executate de către I. Blum. La îndemîna rezultatelor obţinute de către Schwackhofer (1), Pienning (28) şi Hentze şi în urma propriilor încercări de laborator, Blum (1) a stabilit că aceşti cărbuni bruni pămîntoşi îşi menţin capacitatea lor de brichetare prin acizii humici liberi conţinuţi şi că un cărbune nebrichetabil devine brichetabil prin adăugare de acizi humici. Bricheta fiind un material solid, legătura dintre particule fiind foarte strînsă, e normal să se presupună că drumul spre stîngerea acestei legături duce prin faza de plastifiere a materialului supus brichetării. Considerînd apoi că un adaus prea mare de apă distruge, în general, plasticitatea sistemului prin formarea unei suspensii şi că un adaus prea mic de apă dă naştere unui sistem insuficient de plastic, atunci poate fi declarată condiţia că atingerea unui echilibru plastic este posibilă numai în cazul anumitor proporţii între materialul de presat (de plastifiat), respectiv între faza dispersă şi mediul de dispersie, lucru ce se traduce în practică prin aşa-numita umiditate optimală de brichetare. Condiţiile de presiune din timpul brichetării şi cantităţile anumite de apă formează o peliculă capilară de apă pe suprafeţele particulelor de cărbune care pe baza tensiunii capilare sînt legate între ele. Experienţele practice au arătat că dacă acizii humici nu ar fi prezenţi în cărbunii bruni pămîntoşi, nu ar fi posibilă atingerea unei stări de plasticitate, sau aceasta ar putea fi obţinută numai cu presiuni mari, tehnic greu realizabile. Această teorie a fost confirmată de lucrările lui Agde şi Vetter (29).

Agde a stabilit că energia de legătură a moleculelor apei de liosorbţie legată de acizii humici este de ordinul a 20.000—200.000 kcal/kmol, în timp ce a apei capilare de 11.000 kcal/kmol (echivalentă

cu energia de legătură care există între moleculele de apă). Aceste date pot constitui o explicaţie a rolului determinant pe care îl au acizii humici în brichetarea cărbunilor.

II. — CERCETAREA CONDIŢIILOR DE BRICHETARE FĂRĂ LIANT A CĂRBUNILOR BRUNI LEMNOŞI — LIGNIŢILOR — ÎN GENERAL ŞI A CELOR ROMÎNEŞTI ÎN SPECIAL.

Ca urmare al marelui avînt al dezvoltării economiei naţionale, în ţara noastră au apărut, într-un număr mare, puternice unităţi industriale. Pe lîngă multe alte realizări, s-au construit furnale înalte, numeroase termocentrale, s-au pus bazele unei industrii cocso-chimice de mari proporţii. Toate acestea au dus la mărirea necesarului de combustibili fosili de toate felurile. Dacă pînă de curînd huilele din zăcămintele noastre din Valea Jiului, erau folosite mai ales în sectorul energetic, acum ele sînt îndreptate spre industria cocso-chimică. În felul acesta, disponibilul de cărbuni energetici al ţării s-a restrîns şi este pe cale să se restrîngă şi mai mult. Această lipsă este accentuată şi mai mult de faptul că, în spiritul unei cît mai chibzuite folosiri a rezervelor energetice ale ţării, se urmăreşte înlocuirea cu cărbuni a lemnului folosit drept combustibil.

Din examinarea rezervelor de cărbune ale ţării noastre, reiese că acest gol de cărbune energetic, nu poate fi acoperit decît prin folosirea lignitilor, de care, după cum se ştie, R.P.R. dispune în cantităţi foarte mari.

Folosirea lignitilor însă, în industrie şi consumul casnic, ridică un număr de probleme legate de compoziţie şi proprietăţile lor. Lignitii noştri conţin cenuşă multă (18—40%) şi au o umiditate ridicată (25—40%). De asemenea, ei prezintă proprietăţi de exfoliere şi autoaprindere în stoc. Balastul de apă şi cenuşă face ca transportul lignitilor să fie costisitor. Proprietăţile lignitilor împiedică stocarea îndelungată în stive mari, acest lucru producînd pierderi de material prin degradare granulometrică şi autoaprinderi periculoase.

Se pune astfel problema preparării de aşa natură a lignitilor încît ei să corespundă condiţiilor de transport şi depozitare. Reducerea conţinutului de steril poate fi realizată prin spălare în lichide dense (30, 31), iar problema umidităţii şi a exfolierii pot fi rezolvate cel mai corect prin brichetare. Brichetarea fără liant prezentînd o serie de avantaje faţă de brichetarea cu liant, este normal să se încerce, în primul rînd, rezolvarea problemei brichetării lignitilor pe această cale.

După cum am mai arătat, cele mai multe studii, în legătură cu posibilitatea de brichetare, s-au făcut asupra cărbunilor bruni pămîntoşi, care erau consideraţi la un moment dat, singurii brichetabili fără liant. Mai tîrziu însă, studiile s-au extins şi asupra altor categorii de cărbuni — huile, cărbuni bruni lemnoşi (ligniţi) — în multe cazuri problema brichetării lor fără liant rezolvîndu-se în mod satisfăcător. În general s-a mers pe linia micşorării granulaţiei materialului de presat şi a măririi presiunii de lucru. Acolo unde presiunea care se cerea era prea mare, pentru ca metoda să poată fi trecută pe scară industrială, s-a adoptat, în măsura în care acest lucru era posibil, metoda de „brchetare fierbinte". (Încercări reuşite în acest sens s-au făcut şi la noi în ţară, în fază de laborator) (32 ; 21).

Lucrările prezentate în această lucrare au avut ca scop cercetarea posibilităților de brichetare fără liant a ligniților în general și a celor romînești în special. Încercările au fost făcute asupra ligniților xiloizi (cărbuni bruni lemnoși) de Căpeni, Schitu Golești și Rovinari.

În cadrul acestor lucrări s-a căutat să se stabilească în primul rînd influența pe care o au umiditatea, granulația lignitului, presiunea de lucru și temperatura materialului de presat asupra calității brichetelor, în vederea stabilirii valorilor pe care trebuie să le aibă acești parametrii pentru a obține brichete convenabile.

În diagramele din fig. 1 și 2 este prezentat felul în care este influiențată rezistența mecanică *) a brichetelor funcție de unii din acești parametri. Astfel :

— odată cu micșorarea granulației materialului de brichetat crește rezistența mecanică a brichetelor, iar creșterea presiunii de brichetare provoacă de asemenea mărirea rezistenței mecanice a brichetelor ; pentru a obține brichete cu rezistența mecanică suficientă, este necesară o granulație de cel mult 0,5 mm pentru o presiune de cel puțin 1800 kg/cm^2 (încercări ulterioare au arătat că micșorînd granulația maximă pînă la 0,2 mm sînt suficiente presiuni mai mici, de ordinul a 1400 kg/cm^2) ;

— în măsura în care temperatura materialului de presat este mai ridicată, rezultă brichete cu rezistență mecanică mai bună. Dacă însă se depășește temperatura de 80° C această rezistență va scădea din nou. Menționăm că această influență favorabilă a temperaturii este mai accentuată dacă materialul este încălzit într-un spațiu închis, lipsit de aer.

Făcîndu-se încercări de brichetare a ligniților la diverse conținuturi de umiditate, s-a constatat că umiditatea optimală de brichetare, stabilită în funcție de rezistența la rupere a brichetelor se situează în intervalul caracteristic pentru cărbunii bruni pămîntoși (12—18%).

Toate încercările, însă, au dus la brichete cu o rezistență la apă insuficientă. Cu toate că rezistența la apă este influențată favorabil de creșterea temperaturii materialului de presat ea se menține totuși chiar și la valorile ei cele mai mari sub un plafon destul de scăzut, (cel mult o oră de ședere în apă pînă la dezagregare completă a brichetelor).

Din datele literaturii (2,3) referitoare la brichetele de cărbuni bruni și din unele rezultate obținute în laborator am presupus că rezistența slabă la apă a brichetelor noastre poate fi atribuiută conținutului ridicat de steril, conținutului de humați de calciu, precum și naturi xiloide a acestor cărbuni.

În consecință, ne-am propus a stabili influența ce o au acești factori asupra brichetării fără liant a ligniților și în special influența sterilului.

---

*) Rezistența mecanică a brichetelor a fost determinată prin încercarea la rupere a brichetelor cu aparatul Hentze.

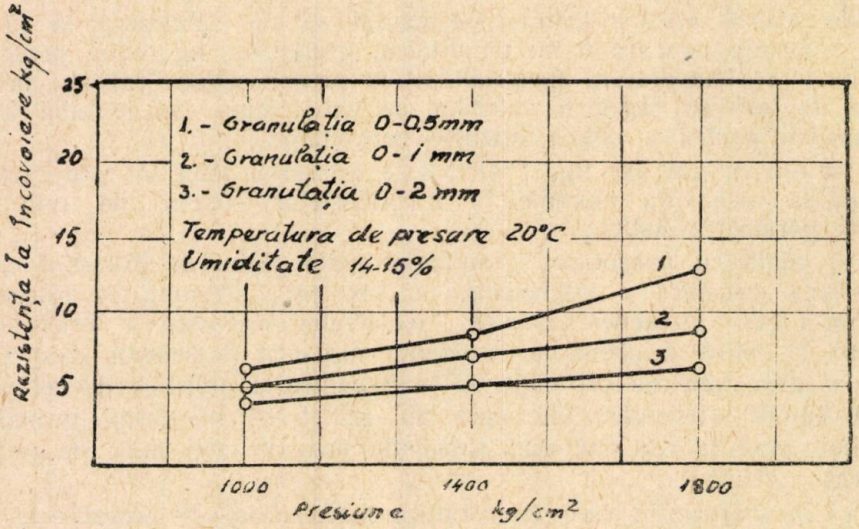


Fig. 1.—Influenţa presiunii de lucru şi a granulaţiei materialului asupra rezistenţei la rupere a brichetelor de ligniţi

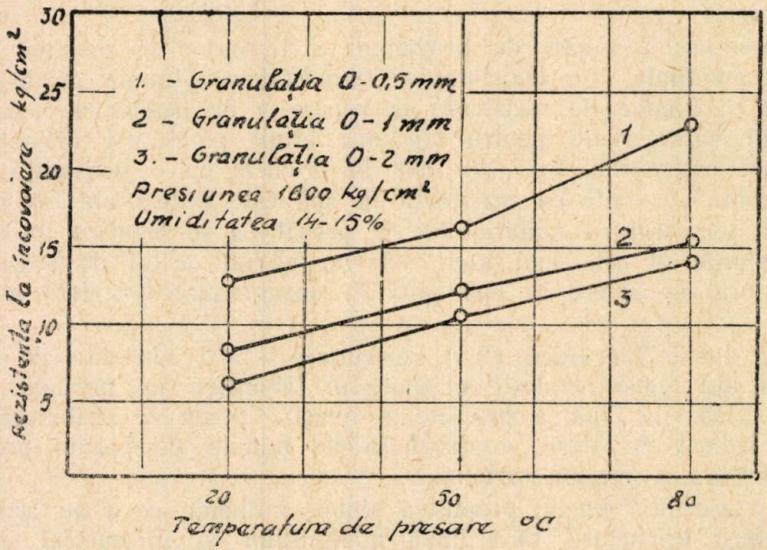


Fig. 2. — Influenţa temperaturii şi granulaţiei materialului asupra rezistenţei la rupere a brichetelor din ligniţi

III. — STUDIUL INFLUIENŢEI STERILULUI ASUPRA BRICHETĂRII FĂRĂ LIANT A LIGNIŢILOR.

Se admite, în general, că un conţinut ridicat de steril în compoziţia unui cărbune, influenţează negativ, capacitatea de brichetare fără liant a acestuia.

Hentze (2) a arătat că un conţinut de steril de 2—12% nu are o influienţă vizibilă la brichetarea cărbunilor bruni pe cînd un conţinut de steril de 20% sau mai mare, dăunează capacităţii de brichetare.

Rammler (2), prin încercări de laborator, a cercetat influienţa conţinutului sterilului şi a naturii sale (nisipos sau argiols) asupra brichetării fără liant a cărbunilor bruni. Concluzia finală a lucrărilor sale este că sterilul, exceptînd rezistenţa la foc, influenţează negativ calităţile brichetelor, precum şi procesul de brichetare.

Încercările noastre au fost făcute asupra lignitului minei Pescăreasa (clasa granulometrică 0—30 mm) din bazinul Schitul Goleşti. Caracteristicile acestuia sînt prezentate în tabelul nr. 1, iar analiza cenuşii sale în tabelul nr. 2.

Tabelul nr. 1

Caracteristicile lignitului minei Pescăreasa din bazinul Schitu Goleşti

Caracteristici	Unităţi	Raport* la proba de laborator	Raport* la proba uscată la 105 °C	Raport* la masa combustibilă
Umiditate	%	32,60	—	—
Cenuşă	%	26,60	39,55	—
Materii volatile	%	26,60	—	55,55
Sulf combustibil	%	0,30	—	0,73
Carbon	%	26,76	—	65,62
Hidrogen	%	2,19	—	5,40
Oxigen	%	11,10	—	27,15
Azot	%	0,45	—	1,10
Putere calorifică sup.	kcal/kg	2566	—	6244
Putere calorifică inf.	„	2252	—	5757

Tabelul nr. 2

Analiza chimică şi temperaturile de fuziuue ale cenuşii lignitului minei Pescăreasa din bazinul Schitu-Goleşti

Caracterist ci	Unitatea	Valori
SiO_2	%	43,65
Fe_2O_3	„	12,82
Al_2O_3	„	20,94
P_2O_5	„	0,05
TiO_2	„	0,65
CaO	„	10,50
MgO	„	3,38
MnO	„	0,25
SO_3	„	9,25
Temperatura dc înmuiere *)	°C	920
Temperatura de topire	°C	1125
Temperatura de curgere	°C	1185

*) Temperaturile de fuziune ale cenuşilor au fost determinate cu aparatul Bunte-Baum-Reerink.

Menţionăm faptul că problema spălării în lichide grele a ligniţilor romîneşti a fost studiată în laboratoarele Institutului de Energetică a Academiei RPR„ efectuîndu-se lucrări ajunse în fază pilot, (30; 31).

Pentru a se putea studia influiența sterilului asupra brichetării, este necesară realizarea unei serii de probe cu conținuturi crescînde de steril. Pentrucă ligniții noștri au steril mult și pentru a ne apropia de condițiile reale în care s-ar face o eventuală descenușare industrială, prepararea acestor probe s-a făcut prin spălare în lichide de diferite densități a sortului 5—30 mm. (S-au folosit soluții de clorură de zinc și soluții de clorură de calciu). Redăm mai jos curbele de spălare obținute (fig. 3).

Probele obținute astfel, cu diverse conținuturi de steril au fost supuse încercărilor de brichetare.

Optimalul de umiditate necesar brichetării a fost determinat funcție de rezistența mecanică a brichetelor.

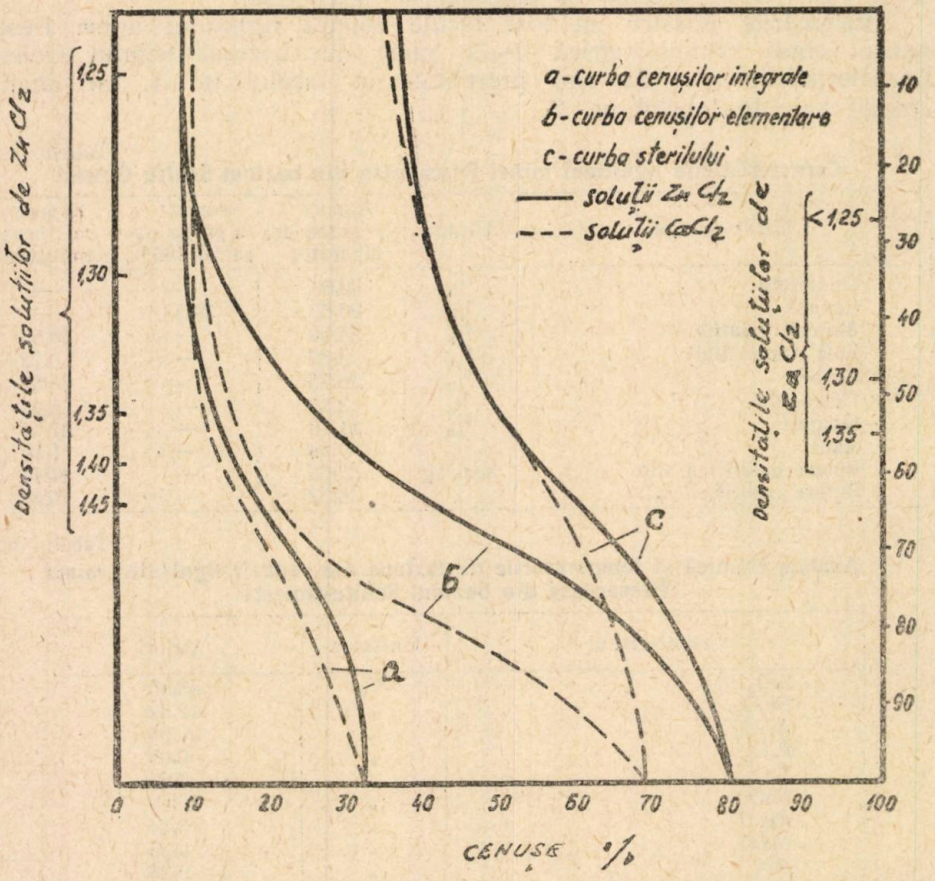


Fig. 3. — Curbele de spălare ale lignit lor minei Pescăreasa. (Granulație 5-30 mm.)

Ținînd seama de rezultatele de pînă acum în legătură cu brichetarea ligniților, probele de cărbune au fost mărunțite pînă la granulația de 0—0,2 mm cu ajutorul morilor cu bile de laborator.

Pentru toate încercările, a fost aleasă presiunea de brichetare de 1500 kg/cm², iar temperatura, obișnuită. Tot timpul studiului, granula-

ţia, presiunea şi temperatura au rămas constante. Ca formă a brichetelor s-a ales forma cilindrică cu diametrul de 40 mm. Greutatea unei brichete, aproximativ 25 g.

Caracteristicile brichetelor obţinute la umiditatea optimală sînt prezentate în tabelele nr. 3 şi 4 şi în fig. nr. 4.

Tabelul nr. 3

Caracteristicile brichetelor formate din lignit de Schitu-Goleşti spălat în soluţii de clorură de calciu

Clasa desimetrică	Cenuşa (105^0)	Umiditatea de brichetare	Rezistenţa la încovoiere	Rezistenţa la apă [1]	Comportarea în foc	Puterea calorifică superioară
	%	%	kg/cm²	minute		kcal/kg
< 1,25	9,8	13,2	9,0	70—100	slabă	4870
1,25—1,30	15,6	13,8	6,0	70—90	bună	4492
1,30—1,35	26,0	13,3	14,0	70—80	bună	3994
> 1,35	64,2	11,3	43,0	1—3	f. bună	1934

Tabelul nr. 4

Caracteristicele brichetelor formate din lignit de Schitu-Goleşti spălat în soluţii de clorură de zinc

Clasa desimetrică	Cenuşa (105^0)	Umiditatea de brichetare	Rezistenţa la încovoiere	Rezistenţa la apă [1]	Comportarea în foc	Puterea calorifică superioară
	%	%	kg/cm²	minute		kcal/kg
< 1,25	8,75	16,8	7,1	140—200	slabă	4692
1,25—1,30	11,40	17,4	— [2]	60— 70	bună	4530
1,30—1,35	17,62	16,8	12,1	25— 50	bună	4180
1,35—1,40	27,38	15,4	14,0	4— 6	f. bună	3744
1,40—1,45	36,10	13,0	18,3	2— 4	f. bună	3432
> 1,45	68,48	10,3	33,0	0,5— 1	t. bună	1747

Toate datele din tabelele de mai sus, sînt date medii obţinute din mai multe încercări, iar umiditatea optimală necesară brichetării a fost obţinută din serii de încercări la diferite conţinuturi de umiditate.

Din datele prezentate în tabelele nr. 3 şi 4 putem desprinde următoarele:

— Rezistenţa la apă a brichetelor scade continuu pe măsura creşterii conţinutului de steril. Astfel o brichetă cu 8,78% steril rezistă în apă 2—3 ore pînă la desagregare completă, în timp ce brichetele care depăşesc 20% steril se desfac imediat.

— Brichetele se desagregă în foc cu atît mai uşor cu cît conţinutul lor de steril este mai mic. Este adevărat că brichetele cu conţinut mic de steril ard repede şi cu flacără lungă dar ele devin în scurt timp foarte puţin rezistente, desfăcîndu-se în particule mici incandescente care la răscolirea focului apar sub formă de scîntei. În măsura în care sterilul se găseşte în cantităţi mai mari, brichetele nu se sfarmă în bucăţi mici, ci în bucăţi din ce în ce mai mari ajungîndu-se ca la con-

1) Rezistenţa la apă a brichetelor a fost determinată prin măsurarea timpului în care brichetele scufundate în apă se desfac complect.

2) Rezistenţa la încovoiere a brichetelor este sub limita de sensibilitate a aparatului.

ţinuturi de steril de peste 20%, bricheta să-şi păstreze forma iniţială pînă la sfîrşitul arderii.

— În ceea ce priveşte rezistenţa mecanică, ea descreşte în primul moment, prezentînd un minim în dreptul clasei densimetrice 1,25—1,30, iar apoi creşte odată cu creşterea conţinutului de steril. Această variaţie curioasă a rezistenţei mecanice, ar putea fi explicată, oarecum, în felul următor: Se ştie că sterilul lignitului studiat este alcătuit dintr-un amestec de nisip şi argilă. Din date de literatură s-a văzut că aceşti doi componenţi ai sterilului influenţează deosebit rezistenţa mecanică a brichetelor. Rammler (2) a arătat că la conţinuturi mici de nisip, granulele de nisip se aşează în volumul golurilor masei de brichetat şi nu derajează de loc, sau cel puţin nu sensibil, apropierea strînsă a suprafeţelor granulelor de cărbune, care este necesară pentru acţionarea forţelor moleculare. Abia la un conţinut mai

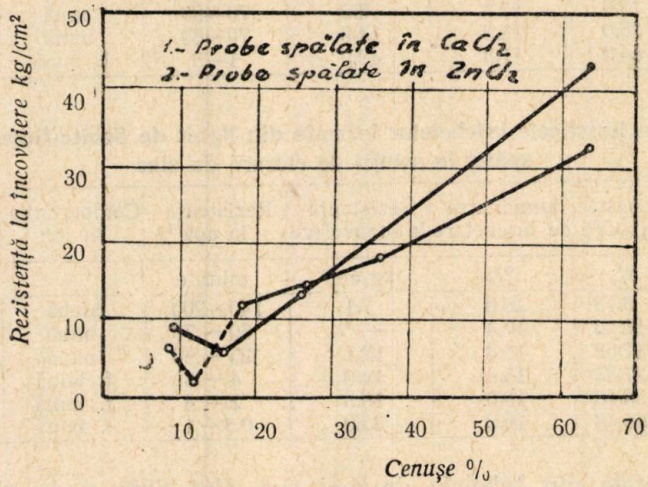


Fig. 4. — Variaţia rezistenţei mecanice a brichetelor în funcţie de conţinutul de steril

ridicat de nisip, aceasta împiedică din ce în ce mai mult apropierea granulelor de cărbune şi dat fiind că granulele de nisip nu sînt plastice rezistenţa mecanică a brichetelor va scădea pe măsura creşterii conţinutului de nisip.

Aceeaşi alură o are, iniţial, cum a arătat Rammler şi curba rezistenţelor mecanice în cazul unor adausuri de argilă, cu diferenţa că scăderea rezistenţei mecanice apare la conţinuturi mai mari de argilă, însă această scădere este urmată, pe măsura creşterii conţinutului de argilă, de o creştere considerabilă a rezistenţei mecanice. La fel ca şi în cazul nisipului, particulele de argilă se aşează în goluri şi adîncituri, dar odată cu creşterea conţinutului de argilă, aceasta împiedică atingerea suprafeţelor granulelor de cărbune, înainte ca proprietăţile sale plastice să poată influenţa favorabil capacitatea de brichetare. Proprietăţile plastice ale argilei pot influenţa favorabil, doar de la un conţinut suficient de mare, determinat de condiţia ca să existe suficiente particule de argilă pentru ca acestea să se poată lega între ele şi să înglobeze particule de cărbune.

În felul acesta, este posibil ca efectele combinate ale nisipului şi argilei conţinuţi în lignit, să se soldeze cu acel minim al rezistenţei mecanice înregistrate la încercările de brichetare a cărbunelui din clasa densimetrică 1,25—1,30.

Acest fel de variaţie a rezistenţei mecanice a brichetelor în funcţie de conţinutul de steril, respectiv în funcţie de clasele densimetrice de spălare, se mai poate datora şi altor cauze.

Astfel, prin separarea pe densităţi a cărbunelui în timpul spălării, se produce în acelaşi timp şi o separare a cărbunelui de aşa natură încît diversele clase densimetrice diferă una faţă de alta prin structura chimică a cărbunelui şi prin compoziţia sterilului. Determinîndu-se conţinutul de materii volatile şi compoziţia elementară a cărbunelui nu s-au constatat variaţii importante, determinînd însă conţinutul de acizi humici precum şi componenţa chimică a sterilului (cenuşă), s-a constatat că, de fapt, există o asemenea variaţie (vezi tabelul nr. 5, 6, 7).

Tabelul nr. 5

Conţinutul de acizi humici ai sorturilor densimetrice ale lignitului minei Pescăreasa (bazinul Schitu Goleşti)

Clasa densimetrimetrică	Cenuşa cărbunelui ($1o5^0$)	Acizi humici r portaţi la masa combustibilă *)
< 1,25	8,75	14,8
1,25—1,30	11,40	20,2
1,30—1,35	17,62	22,5
1,35—1,40	27.38	26,9
1,40—1,45	36,10	24,7

Avînd aceste date, putem spune că felul în care s-a făcut prepararea probelor cu diverse conţinuturi de steril, nu a dus la realizarea unei serii de probe etalon, deoarece se constată o diferenţă în compoziţia chimică a masei organice din sorturile spălate. Apreciind totuşi că rezultatele obţinute în privinţa influenţei sterilului asupra brichetării fără liant sînt mai puţin denaturate în cazul de faţă decît în cazul cînd prepararea probelor cu diverse conţinuturi de steril s-ar fi făcut prin adausuri de steril la un recuperat de spălare cu puţiin steril, considerăm că rezultatele obţinute în privinţa influenţei sterilului asupra brichetării fără liant sînt concludente. Spunem aceasta deoarece este ştiut că nici dacă se adaugă treptat steril unui cărbune, aproape fără steril, nu se pot satisface condiţiile unei asemănări perfecte, cu atît mai puţin cu cît ligniţii noştri au sterilul format în cea mai mare parte din argilă; argila este concrescută intim în strate foarte fine cu cărbunele, lucru ce nu poate fi reprodus în nici un caz prin adausuri de steril. De asemeni, după cum se ştie, indicaţii asupra capacităţii de brichetare nu se pot obţine luînd din diferite puncte ale exploatării, cărbune, cu conţinut variat de steril şi brichetîndu-l, deoarece oscilaţiile proprietăţii de brichetare ale părţii combustibile sînt în acelaşi zăcămînt mai mari decît variaţia pe care o poate provoca conţinutul diferit de steril.

*) Acizii humici au fost extraşi prin fierbere cu o soluţie de 1% Na OH timp de 3 ore.

Din variaţia conţinutului de acizi humici totali pe diversele clase densimetrice putem trage concluzia importantă că într-adevăr prin spălare cu lichide grele se produce şi o oarecare separare a masei organice pe diverse structuri chimice. Se observă astfel, că odată cu creşterea densităţii soluţiei, în care se separă ligniţii, creşte şi conţinutul de acizi humici. Se poate spune că există o corelaţie între conţinutul de steril şi natura masei organice, că o anumită parte organică poate reţine o cantitate anumită de steril.

Tabelul nr. 6

Analiza chimică a cenuşilor sorturilor densimetrice ale lignitului minei Pescăreasa (bazinul Schitu Goleşti)

Clasa densimetrică / Componenţi		< 1,25	1,25 — 1,30	1,30 — 1,35	1,35 — 1,40	1,40 — 1,45	> 1,45
SiO_2	%	17,59	23,01	31,28	44,49	48,65	55,93
Fe_2O_3	„	11,38	10,97	8,43	9,31	7,48	10,29
Al_2O_3	„	4,90	10,11	14,65	19,30	21,91	20,81
CaO	„	17,43	17,02	11,72	6,53	4,37	3,54
MgO	„	4,71	4,32	3,50	2,28	2,60	2,34
SO_3	„	14,55	12,83	5,53	0,80	0,85	0,33
P_2O_5	„	0,06	0,06	0,08	0,06	0,07	0,09
TiO_2	„	0,45	0,41	0,76	0,65	0,62	0,65
MnO	„	0,27	0,38	0,19	0,19	0,16	0,16

Tabelul nr. 7

Temperaturile de fuziune ale cenuşilor sorturilor densimetrice ale ligniţilor minei Pescăreasa (bazinul Schitu-Goleşti)

Clasa densimetrică / Componenţi		1,25— 1,30	1,30— 1,35	1,35— 1,40	1,40— 1,45	> 1,45
Temp. de înmuiere	°C	890	985	960	960	970
Temp. de topire	°C	1055	1100	1055	1095	1135
Temp. de curgere	°C	1110	1100	1140	1325	1275

Determinările şi analizele chimice efectuate apoi asupra cenuşilor diverselor clase densimetrice duc, pe de altă parte, la constatarea că însuşi sterilului se separă prin spălare, în părţi cu compoziţii diferite.

În concluzie, în ceea ce priveşte condiţionarea reciprocă dintre partea organică şi steril, se poate spune că aceasta nu se referă numai la cantitatea de steril, ci este posibil ca să existe o relaţie între o anumită compoziţie a sterilului şi o anumită structură a părţii organice. Există posibilitatea ca nu cantitatea de steril, ci calitatea sa, compoziţia sa chimică, să determine o anumită structură a masei organice. Aceasta este însă o problemă mai complexă care nu poate fi lămurită cu datele disponibile.

În ceea ce priveşte brichetarea, desigur că îmbunătăţirea rezistenţei mecanice a brichetei din ligniţi, odată cu creşterea densităţii soluţiilor din care au fost recuperaţi, nu poate fi pusă pe seama creşterii acizilor humici deoarece aceştia sînt legaţi, acizii humici liberi fiind doar în cantitate relativ mică. Totuşi scăderea rezistenţei la apă odată cu creşterea densităţii de separare poate fi pusă alături de steril şi pe seama creşterii în acest sens a humaţilor, care după cum se ştie, au o capacitatea mare de umflare.

La încercările de brichetare efectuate în continuare asupra cărbunelui de Rovinari, avînd caracteristicile din tabelul nr. 8, ne-am folosit de observaţia că prin spălare în lichide dense se poate face şi o oarecare separare pe diverse structuri chimice a cărbunelui existînd astfel, eventual, posibilitatea de a separa prin spălare sorturile densimetrice ce au proprietăţi de brichetare mai accentuate. Încercările noastre de acest fel s-au efectuat asupra cărbunelui de Rovinari deoarece în cursul încercărilor de reducere a sterilului lor prin spălare în lichide dense s-a observat, chiar şi după aspect, că la densităţile mici (mai mici decît 1,20) se separă un cărbune mai xiloid decît la densităţile următoare mai mari. Alegînd în felul acesta densitatea minimă de separare 1,20, determinată de necesitatea de a îndepărta aceste părţi şi densitate maximă de 1,25, determinată de necesitatea de a reduce conţinutul steril pînă la valori acceptabile, am preparat, prin două spălări succesive sortul densimetric 1,20—1,25.

Pentru comparaţie am rezervat o parte din sortul densimetri $< 1{,}25$.

Caracteristicile lignitului de Rovinari Tabelul nr. 8

Caracteristici	Unităţi	Raportat la proba de laborator	Raportatl a proba uscată la 105° C	Raportat la masa combustibilă
Umiditate	%	42,87	—	—
Cenuşă	„	24,80	43,39	—
Materii volatile	„	19,20	—	59,40
Sulf combustibil	„	0,17	—	0,54
Carbon	„	20,60	—	63,50
Hidrogen	„	1,85	—	5,84
Oxigen	„	8,88	—	27,55
Azot	„	0,83	—	2,57

S-au efectuat deci brichetări din sortul 1,20—1,25 şi din sortul densimetric $< 1{,}25$.

Condiţiile de brichetare au fost:

— presiunea . . . . . 1800 kg/cm²
— temperatura . . . . . 50°C
— greutatea unei brichete 25g
— forma brichetelor: cilindrică cu $\varnothing = 40$ mm

Rezultatele prezentate în tabelul nr. 9, reprezintă media mai multor determinări paralele.

Tabelul nr. 9

Rezultatele încercărilor de brichetare ale lignitiilor de Rovinari

Umiditatea de brichetare %	Rezistenţa la încovoiere kg/cm²	Greutatea specifică g/cm³	Rezistenţă la apă *) ore
Clasa densimetrică		$< 1{,}25$	(Cenuşă 105° = 18,3 %)
11,4	26,1		
13,1	37,7		
14,5	28,1		
15,3	28,3	1,28	1,5
17,1	28,3		
18,4	21,9		
21,7	16,3		
Clasa densimetrică		1,20—1,25	(cenuşă 105° = 13,6 %)
14,0	49,4	1,31	7,0

*) Rezistenţa la apă a fost determinată prin măsurarea timpului pînă la desagregarea completă a brichetelor în apă.

Aceste încercări arată că prin spălarea selectivă în lichide dense a lignitului de Rovinari, se pot izola părți din care se pot forma brichete cu o rezistență mecanică bună și o rezistență la apă mult sporită față de celelalte încercări.

IV. — ÎNCERCĂRI DE ÎMBUNĂTĂȚIRE A REZISTENȚEI LA APĂ A BRICHETELOR DIN LIGNIȚI.

Sporul de rezistență la apă a brichetelor obținute pe calea reducerii conținutului de steril, în special în cazul ligniților de Schitu Goleşti, este nesatisfăcător; cu toate că prin eliminarea sterilului, această rezistență la apă a fost îmbunătățită simțitor, totuși nici cea mai bună rezistență la apă nu este acceptabilă.

Pentru a îmbunătăți rezistența la apă a brichetelor, s-au făcut încercări de brichetare asupra unor probe de lignițí de Pescăreasa (bazinul Schitu Goleşti) care au fost tratate cu acid clorhidric. Probele de cărbuni din care s-au format brichete provin de la proba de densitatea $< 1{,}25$ spălate în soluție de clorură de calciu, având 9,8% cenușă. Din această probă s-au făcut spălări la granulația de brichetare (0-0,2 mm), în soluție de HCl 0,5%, 1% și 20% precum și în clorură de zinc (densitatea 1,5), la temperatura obișnuită timp de 4 ore.

În urma încercărilor efectuate, s-a constatat, că după tratarea cu acizi anorganici (chiar și cu soluție de clorură de zinc, care are un caracter acid) a ligniților, aceștia dau brichete cu rezistență mărită la apă. Această rezistență la apă crește odată cu concentrația acidului cu care au fost tratați, totuși ea se menține sub un plafon destul de jos. Se observă apoi că tratamentul cu acizi a ligniților de brichetat, duce la scăderea rezistenței mecanice a brichetelor rezultate.

În adevăr, brichetele introduse în apă se desagregă destul de repede (totuși mai tîrziu decît brichetele din cărbuni netratați cu acizi), însă ele se sfarmă în bucăți relativ mari, care apoi rezistă timp îndelungat în apă fără să se ude. Brichetele din lignit tratat cu acid clorhidric, își pierd deci complet, sau aproape complet capacitatea de umflare (probabil datorită transformării humaților de calciu) iar desagregarea lor, așa cum am arătat că se întîmplă, se datorește, probabil, rezistenței mecanice mai slabe a brichetelor care nu poate să anihileze acțiunea de despicare a apei ce pătrunde în fisurile brichetelor, pe baza tensiunii capilare. Rezistența mecanică mai slabă a brichetelor, poate fi datorită faptului că, după cum se știe, acizii, în general, micșorează intensitatea forțelor superficiale astfel încît brichetele ce rezultă vor fi legate mai slab.

Deoarece felul în care s-a făcut determinarea rezistenței la apă a brichetelor, are un caracter subiectiv și pentrucă tratamentul la care sînt supuse aceste brichete în timpul determinării sînt mult mai brutale decît solicitările care ar putea avea loc în timpul depozitării și transportării, am recurs la un alt fel de evaluare a acestei rezistențe și anume, ridicînd curbele de adsorbție a apei, dintr-o atmosferă saturată de vapori. Determinarea s-a făcut introducînd brichetele într-un exicator pe fundul căruia se afla în locul masei absorbante, apă și urmărind variația procentuală a greutății brichetelor în timp.

In fig. nr. 5 sînt prezentate, comparativ, curbele de adsorbţie construite aşa cum am arătat, pentru brichetele a căror caracteristici sînt prezentate în tabelul 3 şi pentru brichetele formate din ligniţi trataţi cu acid clorhidric (20%). Rezultatele obţinute pe această cale concordă cu observaţiile anterioare.

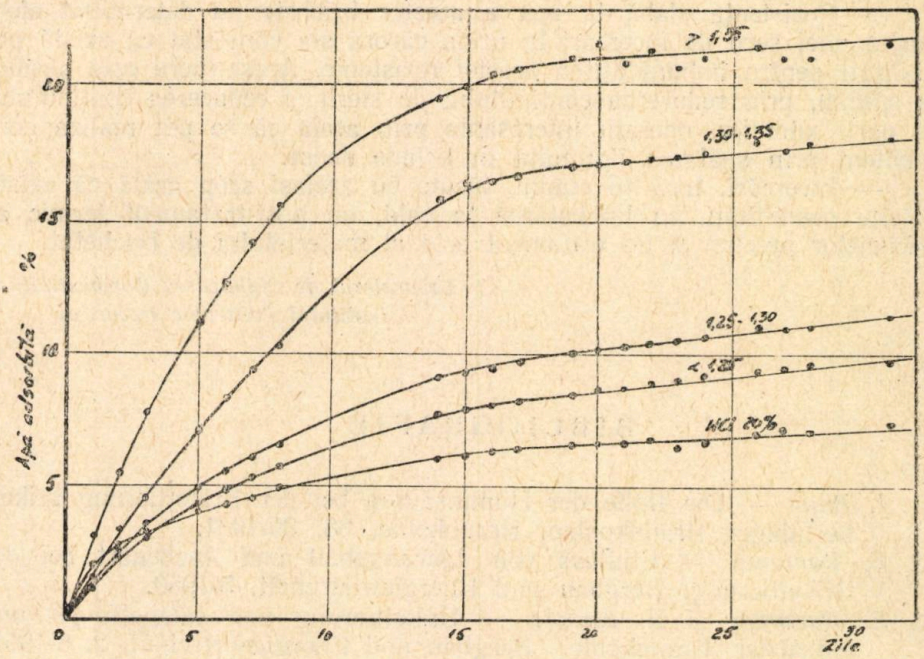


Fig. 5. — Curbele de adsorbţie a apei, de către brichete de lignit, din atmosferă saturată de vapori

În afară de aceste încercări, tot în vederea îmbunătăţirii rezistenţei la apă a brichetelor, am mai făcut încercări de post-tratament termic al brichetelor de lignit şi de brichetare la cald. Astfel de încercări sînt încă în lucru, putem spune totuşi că în special prin brichetarea la cald (cca. 350°) a unui lignit deşcenuşat pînă la cca. 16% cenuşă, se pot obţine brichete cu o excelentă rezistenţă la apă şi cu o suficientă rezistenţă mecanică. Rezultatele vor fi obiectul unei alte comunicări.

CONCLUZII

În urma încercărilor efectuate în cadrul acestui studiu putem trage următoarele concluzii.

— Brichetarea cărbunilor bruni lemnoşi-ligniţilor- fără liant este posibilă dacă li se atribuie o anumită structură şi o componenţă fizico-chimică, astfel încît în condiţiile clasice de presiune, umiditate şi temperatură, cunoscute şi aplicate la cărbunii bruni pămîntoşi, să se transforme într-un corp solid şi compact. În cazul cărbunilor bruni pămîntoşi, la stabilirea acestei structuri fizico-chimice contribuie în mare măsură acizii humici. Ei sînt una din cauzele care permit brichetarea acestor

cărbuni, fără a exclude însă și alte cauze. În cazul ligniților care au un conținut mic de acizi humici, printr-o dispersie fină (mărunțire înaintată) și prin realizarea unui optimal de umiditate, se poate înlocui efectul acizilor humici din cazul cărbunilor bruni pământoși; *în aceste condiții se poate realiza și brichetarea fără liant a cărbunilor bruni lemnoși* (ligniților).

— Rezistența slabă la apă a acestor brichete au determinat efectuarea unei serii de încercări în urma cărora s-a constatat că există posibilități pentru îmbunătățirea acestei rezistențe. Acest lucru este posibil, în special, prin reducerea conținutului de steril și reducerea conținutului de părți xiloidice, operații interesante prin aceia că se pot realiza concomitent prin spălarea lignitului în lichide dense.

— Încercări, încă în studiu, făcute cu același scop arată că există și alte posibilități, ca brichetarea la cald, un post-tratament termic al brichetelor precum și un tratament acid al materialului de brichetat.

Laboratorul de Chimizarea Combustibililor
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Blum* — Die Rolle der Huminsäuren bei der Brikettierung brikettierfähiger Braunkohlen. Braunkohle, 38, 39-1931.
2. *E. Rammler* — Einfluss von Aschengehalt und Aschenart bei der Brikettierung. Bergbau und Energiewirtschaft, 5-1950.
3. *E. Rammler* și *E. Knopfe* — Brikettierung von salzhaltinger und entsalzter Braunkohle. Bergbau und Energiewirtschaft, 2, 3-1951.
4. *B. Kegel* — Aufbereitung und Brikettierung. Ed. Knapp, Halle (Saale), 1948.
5. *V. Vcelák* — Prspèvek k briketovàni hnèdeho, vyextrahavaného uhli bez pojiva (Contribuții la brichetarea fără liant a cărbunelui extras). Paliva, 10-1951.
6. *J. Györky* — A kötöanyagnélküli brikettezés fizikai és kémiai alapjai (Bazele fizico-chimice ale brichetării fără liant). Magyar Kémikusok Lapja, 3-1955.
7. *Comisia pentru brichetare a Asociației Științifice Termoenergetice maghiare* — A. kötöanyagnélküli brikettezés (Brichetarea fără liant). Magyar Energiagazdaság, 12-1951.
8. *Comisia pentru brichetare a Asociației Științifice Termoenergetice Maghiare* — A kötöanyagnélküli brikettezés elmélete és gyakorlata (Teoria și practica brichetării fără liant). Magyar Energiagazdaság, 1, 2-1952.
9. *A. Romwalter* — A szén Hamuképzö alkatrészeinek eltávolitása vegyi úton. (Îndepărtarea pe cale chimică a sterilului cărbunelui). Aluminium, 1-1949.
10. *A. Romwalter* și *L .Fekete* — Entfernung von Aschebildern aus Mineralkohlen mittels Salpetersäure. Acta Tehnica Hungarica, Tomus II. fasciculus I.

11. *A. Romwalter* — Szénhamuapasztó kisérletek népgazdasági vonatkozásai (Consideraţiuni economice asupra unor încercări de reducere a conţinutului de cenuşă a cărbunilor). Magyar Kémikusek Lapja, 11-1952.
12. *Formánek J.* — Vyvoj briketováni hnědého i černého uhli bez pojidla a novy dohnorychnovsky zpusob bezpojidlového briketovàni tvrdého i černého uhli (Evoluţia brichetării cărbunilor bruni şi a huilelor, fără liant şi noul procedeu de la Dolni Rychnov de brichetare fără liant a cărbunilor bruni şi a huilelor). Bansky Obzor, 3-1949.
13. *H. Franck, C. Freitag* şi *L. Röder* — Entaschung von Braunkohle. Energietechnik, 6-1951.
14. *E. Glöckner* — Kennzeichung der Härte der Braunkohle im Hinblick auf ihre Auswirkung bei der Brikettierung. Bergakademie, 1-1954.
15. *W. Rademacher* — Untersuchungen über die Lagerbeständigkeit von Niederlausitzer Braunkohlenbriketts. Bergbautechnik, 6-1951.
16. — Plastic flow in coal. Coke and Gaz, 12-1955.
17. *I. Remesnikov* — K voprosu oţenki briketiruemosti uglei i ih klassifikaţii po diagramman pressovania. Ugol 10-1053.
18. — *Novikov* — Procinosti i plotnosti briketov. Ugol, 10-1952.
19. *B. D. Matveev* — K teorii briketirovania torfa. Torfianaia promîşlenost, 5-1951.
20. — *L. Lurie* şi *G. Boiţova* — Briketirovanie burogo uglia Angrenskogo mestorojdenia. Za ekonomiu topliva, 5-1949.
21. *I. Ştefănescu* — În problema brichetării fără liant a unor huile din R.P.R. Revista Minelor, 3-1955.
22. *M. Rosemberg* — Încercări de brichetare a ligniţilor indigeni. Revista de Chimie, 6-1951.
23. *A. Moţet Grigoraş* — Aglomerarea cărbunelui. Buletinul I. R. E. nr. 101-1935, Bucureşti.
24. —Braunkohle, 1902, pg. 159 şi 1904 pg. 101.
25. Braunkohle, 1903, pg. 57.
26. Jahrb. f. Berg. u. Hütenwesen, 1911.
27. *W. Hentze* — Beiträge zur Klärung der Frage nach der verschiedenem Brikettierfähigkeit von Braunkohle. Braunkohle, 33-1927.
28. *B. Pienning* — Über die Brikettierung extrahierter Braunkohle. Braunkohle, 11-1923.
29. *G. Agde* şi *K. Vetter* — Untersuchungen über die Abhändigkeit des Bikettierverhaltens von Rohbraunkohlen von den Huminsäure-und den Wassergehalten. Braunkohle, 6/11-1937.
30. *I. Blum, Al. Bădărău, I. Epure* şi *C. Grigorescu* — Studii asupra posibilităţilor de reducere a conţinutului de steril din ligniţi, prin spălare cu lichide grele. Nota I. Lucrare comunicată în Sesiunea Ştiinţifică a Academiei R.P.R. din iulie 1956
31. *I. Blum, Al. Bădărău, I. Epure* şi *B. Bercovici* — Studii asupra posibilităţilor de reducere a conţinutului de steril din ligniţi prin spălare în lichide grele. Nota II. Idem — Sesiunea ianuarie 1957.
32. *I. Blum, Fr. Bolchi* şi *Fr. Barca* — Noi surse termoenergetice din R.P.R. Lucrare comunicată în Sesiunea Ştiinţifică a Academiei R.P.R. din iulie 1956.

БРИКЕТИРОВАНИЕ БУРОГО ДРЕВЕСНОГО УГЛЯ

(Краткое содержание)

На основе произведенных опытов в данной работе указывается, что из бурого древесного угля (считавшегося до сих пор неподающимся брикетированию без вяжущего вещества) при сильном его измельчании при оптимальном количестве влаги, при уменьшении содержания волокнистых частей и при соблюдении некоторых особых условий прессовки и нагревания — можно получить брикеты, подобные тем, какие изготовляются и из бурого землистого угля.

FORSCHUNGEN ÜBER DIE BINDEMITTELLOSE BRIKETTIERUNG DER HOLZIGEN BRAUNKOHLE-LIGNITE

(Zusammenfassung)

Auf Grund von Labor-Versuchen wird gezeigt, dass man im Falle der holzigen Braunkohlen — Lignite — (bis jetzt als bindemittellos nichtbrikettiebar betrachtet) durch eine feine Zerkleinerung, durch genaue Einhaltung der Optimalfeuchtigkeit und durch Verminderung des Gehalts an Aschebieldern und an xylitischen Teilen gewissen Brikettier-und Wärmebedingungen, Briketts mit denjenigen aus erdigen Braunkohlen vergleichbar herstellen kann.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

STUDIUL CARACTERISTICILOR DE COCSIFICARE A DIFERITELOR SORTURI GRANULOMETRICE DIN CĂRBUNII DIN VALEA JIULUI *)

de ISAC BLUM, FRIDERICH BOLCHI, EMERIC KABA și EVA VEREȘ

1. INTRODUCERE

Un loc deosebit de important pentru dezvoltarea economiei naționale îl ocupă industria mijloacelor de producție; industrie condiționată de posibilitățile de producție a industriei grele, care la rîndu-i este funcție de capacitate de producție a industriei siderurgice.

În R. P. R., ritmul dezvoltării industriei grele este oarecum frînat deoarece industria cocsochimică n-a putut menține aceiași cadență; respectiv, cantitatea de cocs fabricată cu actualele posibilități, nu poate acoperi cerințele siderurgiei.

De aceea, pentru satisfacerea necesarului în cocs, pentru limitarea importului de cărbune cocsificabil cît și a cocsului, s-a prevăzut ca industria cocso-chimică, prin cantitate de cocs fabricată în țară în anul 1960, să depășească de 5 ori producția anului 1955.

Îndeplinirea sarcinii este condiționată esențial de asigurarea cocseriei cu materii prime, adică cu componenții rețetei de cocs — cărbunii.

Din aprecierile statistice, rezervele de cărbuni din țară sînt mari, peste 3 miliarde tone, dar cărbunii pentru fabricarea cocsului, huilele, clasice ocupă din aceste rezerve un loc neînsemnat (2,6%); ca reprezentant al huilei de cocs este bazinul carbonifer Anina, care alimentează cu cărbunii săi, cocseria Reșița.

Singurul zăcămînt al țării, care prin proprietățile chimico-tehnice și tehnologice, ar putea asigura cu materia primă fabricarea cocsului după prevederile de plan, ar fi bazinul carbonifer al Văii Jiului, care pare că intră cu un aport deosebit de însemnat (52,4%) din totalul rezervelor cărbunoase ale țării, cifrîndu-se la peste 1,5 miliarde tone.

În acest bazin, primele indentificări de aflorimente cărbunoase datează de la 1840 dar exploatările au început mult mai tîrziu, prin 1868 cu o producție anuală de 850 tone.

Datorită calității cărbunelui, la care desigur a contribuit și legarea regiunii carbonifere cu restul țării, prin linia ferată Simeria-Petroșani, producția a crescut mereu și astfel s-a ajuns ca în preajma primului război mondial să se exploateze anual 2.230.000 tone iar în 1943, să se atingă 2.700.000 tone.

Dar și acest nivel productiv azi este depășit, datorită: mecanizării, îmbunătățirii condițiilor de lucru în exploatări, deschiderilor noi

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 28—29 noiembrie 1954.

miniere (din 1949 mina Uricani iar în 1951 s-a redeschis mina Vulcan) și construcției liniei ferate Bumbești-Livezeni.

Caracterizată tehnologic Valea Jiului după vîrsta chimică a cărbunilor din bazin (1) adică preconizînd aplicațiile tehnologice după însușirile chimico-tehnice, cărbunii diferențiindu-i după compoziția elementară, comportare la pirogenare, reacționablitate față de agenții chimici etc., rezultă că la exploatările Lupeni și Uricani sînt strate de cărbuni cu proprietăți asemănătoare huilelor de gaz, dar și strate cu caracter de huile flambante; la Aninoasa, stratele prezintă stadii de metamorfozare diferită, dar care în general au caracter de huile flambante; la Petrila, cărbunii se află la limita huilelor flambante dar și a cărbunilor bruni lucioși, iar la Lonea cărbunii au proprietăți de cărbuni bruni bătrîni.

Succinta prezentare a zăcămîntului Văii Jiului a arătat existența unui proces de metamorfozare diferențial care a acționat huilifiant spre vest dar mai puțin, în estul bazinluui determinînd diferențieri între cărbuni.

De aici rezultă că, singurii cărbuni cu parțiale însușiri de cocsificare se găsesc în partea vestică a bazinului ca huile de gaz, la exploatările Lupeni și Urcani, ca și în unele din stratele exploatării Vulcan.

Sub aspectul prevederilor de dezvoltare industrială se impune pentru industria cocso-chimică să se asigure baza de materii prime, prin căutarea tuturor posibilităților de folosire integrală a cărbunilor bazinului Văii Jiului, ceea ce implică participarea acestora la rețeta de cocs și scoaterea lor din balanța (consumul) energetică.

Din unele lucrări (2, 3) care s-au ocupat de comportarea deosebită a cărbunilor la sdrobire și măcinare, precum și de diferențierile existente între componenții structurali, s-ar presupune că existența deosebirilor în comportarea chimico-tehnologică ar fi o consecință a friabilității diferite ce există între componenții structurali și care ar putea apare în sfărîmarea naturală a cărbunilor, respectiv ar putea fi separată granulometric, echivalînd cu o separare diferențială petrografică structurală.

Tema a căutat să urmărească această ipoteză pe cărbunii zăcămîntului Văii Jiului, cărbuni de bază pentru cocseria Hunedoara, în vederea găsirii posibilității extinderii și lărgirii bazei de materie primă, pentru ameliorarea actualelor rețete de cocs sau pentru eventuala utilizare a cărbunilor considerați energetici la rețetele de cocs ținîndu-se seama de sfărîmarea lor naturală, respectiv, pe posibilitatea concentrării în unele clase a unora numiți componenți structurali valoroși.

2. PARTEA EXPERIMENTALĂ

Pentru executarea determinărilor s-au prelevat probe de cărbuni bruți din producția curentă, de cîte aproximativ 100 kg în perioada 20.10 — 20.02. 1956, de la exploatările Lupeni, Uricani, Aninoasa, Petrila iar de la mina Vulcan s-au luat probe din cele 4 sectoare.

* * *

2. 1. Comportarea chimico-tehnică și tehnologică a cărbunilor din producția curentă.

În această parte a studiului s-a urmărit caracterizarea materiei prime, ca atare.

2. 1. 1. Analiza chimică a cărbunilor bruți.

Deoarece lucrările experimentale urmau să se execute pe probabilitatea păstrării granulațiilor rezultate din sfărîmarea naturală a cărbunilor s-au evitat zdrobirile artificiale, păstrîndu-se bucățile așa cum erau prelevate din probele minelor.

Pentru analizele chimice, probele s-au luat ca rezultat al sfertuirilor apoi lucrările au fost continuate potrivit stasurilor de analize tehnice și elementare (Stas 398—51 ; 2905—51).

Cele 4 probe, luate din sectoarele minei Vulcan s-au unificat, sfertuit și redus la 100 kg.

2. 1. 2. Prepararea cărbunilor, prin spălare, în lichide grele.

Analizele tehnice au prezentat un conținut ridicat în material anorganic — cenușe, cifrat între 25% și 30% (la 105° C), la cărbunii studiați.

Se știe că, între cei doi componenți principali ai cărbunilor bruți, cărbune și șist, nu există o linie de demarcație, ci o trecere continuă de la cărbune la șist.

Cenușa în cărbuni este o consecință a 2 factori: unul, legat de substanța organică, datorită constituției plantei care a generat cărbunele și altul, sterilului datorită procesului de geneză.

Îndepărtarea cenușii de constituție nu poate fi realizată prin procedeele fizice ; cenușa cealaltă, care cu cantități mici carbonoase formează șistul, poate fi îndepărtată în bună parte, prin eliminarea mixtelor ($d = 1{,}2 - 1{,}9$), adică datorită diferențierii de densitate între cărbunele curat ($d = 1{,}4 - 1{,}2$) și șist ($d > 1{,}9$) (4).

De aceea pentru obținerea rezultatelor comparabile între cărbunii exploatărilor din Valea Jiului, pentru eliminarea efectului degrasant al cenușei (5,6), cît și pentru a concorda cu valorile cenușilor admise la fabricarea cocsului s-au executat lucrări de descenușare, de preparație, prin spălarea cărbunilor bruți în lichide grele folosind soluții de clorură de zinc.

Din încercările experimentale s-a constatat că la densitatea de 1,35, a soluției de clorură de zinc, toți cărbunii zăcămîntului, recuperează cu un conținut admisibil de cenușă, cuprins între 5—7%. Pe acești cărbuni spălați s-au urmărit apoi caracteristicile tehnologice ale bazinului.

2. 1. 3. Determinarea plastifierii.

Susceptibilitatea de plastifiere este o caracteristică a cărbunilor care dă indicații asupra posibilității lor de cocsificare.

Determinările au fost executate cu dilatometrul Kattwinkel-Baum-Shimomura.

Principiul determinării constă în înregistrarea automată și continuă a deformației pe care o suferă o probă de cărbune ($4 \pm 0{,}1$ g), de granulație sub 0,2 mm, în zona de plastifiere sub o sarcină continuă și constantă (500 g).

Rezultatele plastifierii cărbunilor cercetați sînt cuprinse în diagrama centralizată din fig. 1.

Observații. Curba 2 este a unui cărbune din Uricani dar care nu face parte din probele cercetate în notă, însă a fost prezentată ca termen indicator datorită însușirilor sale specifice de cocsificare.

2. 1. 4. Cocsificarea.

Posibilitățile de cocsificare pentru cărbunii spălați, din probele producției curente au fost determinate, prin indicii de umflare liberă, exa-

minarea butonilor de cocs, cocsificarea în retorte de laborator și măsurarea rezistenței la tobă a cocsului format.

2. 1. 4. 1. Determinarea indicilor de umflare liberă constă în cocsificarea în cuptoare electrice cu mufă, a probelor puse în creuzete standardizate și apoi măsurarea cocsurilor obținute, după etaloane.

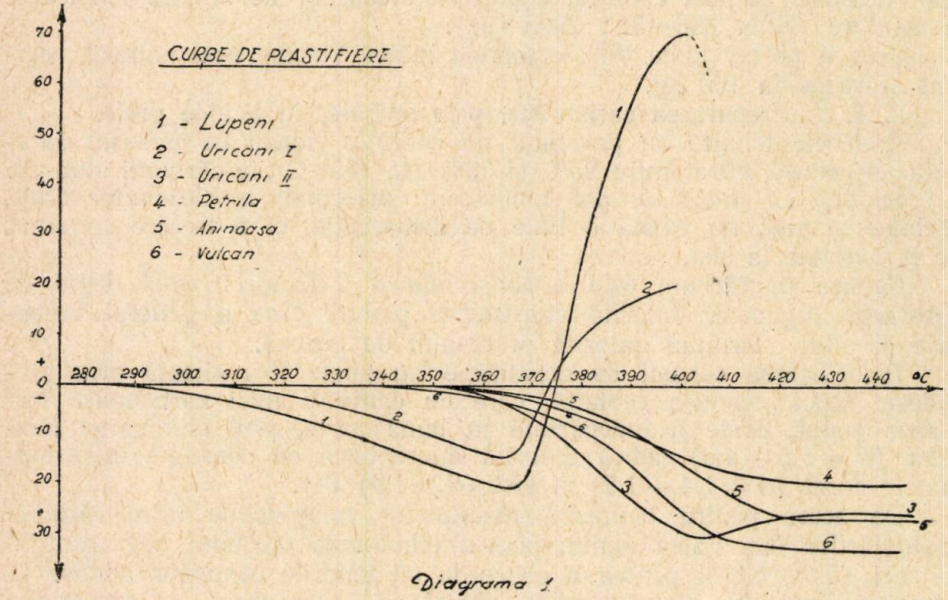


Fig. 1.

2. 1. 4. 2. Cocsificarea constă în încălzirea de la 700° la 1000° C, în cuptoare electrice cu mufă, a unor retorte de tablă din fier (tip Koppers), cu un conținut de 400 — 500 g cărbuni, umectați și bătuciți, de granulație pînă la 3 mm, din care 90% sînt sub granulația de 1 mm.

2. 1. 4. 3. Rezistența mecanică a cocsurilor obținute, au fost urmărite la toba de laborator, de tip Nedelman, obținîndu-se astfel indicații asupra comportării cocsurilor în furnal.

Determinarea constă în urmărirea rezistenței la rostogolire și lovire a cocsurilor preparate și introduse în interiorul unui tambur, în care un arbore cu ciocănele, prin rotire cu viteză constantă, lovește 100 g cocs, în prealabil adus la clasa granulometrică 15—20 mm, timp de 1 minut, iar rezidul obținut se clasează pe trei clase (> 10 mm; 10—1 mm și 1 mm); rezultatele se exprimă în procente.

Caracteristicile chimico-tehnice și tehnologice ale cărbunilor din bazinul Văii Jiului, sînt centralizate în tabelul nr. 1.

2. 1. 5. Concluzii.

Din examinarea datelor experimentale, rezultă:

a) Analizele chimice confirmă cele prezentate în partea introductivă, adică caracterul deosebit al cărbunilor, din diversele exploatări ale

Tabelul 1

Caracteristicile chimico-tehnice și tehnologice ale cărbunilor din bazinul carbonifer al Văii Jiului

Cărbuni bruți

Specificația / Cărbunele	Analiza tehnică: Umiditatea la proba de laborator	Cenușă: raportată la proba de laborator	Cenușă: raportată la 105°C	Materii volatile: raportată la proba de laborator	Materii volatile: raportată la massa combustibilă	Sulf total	Analiza elementară – Proba de laborator: Carbon	Hidrogen	Sulf combustibil	Oxigen + azot	Analiza elementară – Massa combustibilă: Carbon	Hidrogen	Sulf combustibil	Oxigen + azot	Puterea calorifică – Proba de laborator: superioară	inferioară	Puterea calorifică – Massa combustibilă: superioară	inferioară
	Ut_l	Cen_l	Cen_{105}	Mv_l	Mv_c	St_l	C_l	H_l	Sc_l	$O_l + N_l$	Cm_c	H_{mc}	Sc_{mc}	$O_{mc} + N_{mc}$	Ps_l	Pi_l	Ps_{mc}	Pi_{mc}
	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	kcal/Kg	kcal/Kg	kcal/Kg	kcal/Kg
LUPENI	2.00	32.73	33.35	27.97	42.60	2.64	50.59	3.91	1.99	8.78	77.60	5.99	3.06	13.36	5375	5147	8250	7926
URICANI	1.76	26.10	26.70	30.70	42.10	1.77	56.19	4.31	1.27	10.37	77.90	598	1.76	14.36	6795	5549	8050	7729
VULCAN	2.86	24.64	25.40	31.30	42.96	2.97	55.73	3.77	2.26	10.74	76.80	5.20	3.13	14.48	5740	5519	7900	7429
ANINOASA	3.83	27.40	28.50	29.30	43.20	2.83	51.40	3.84	2.31	11.22	74.70	5.59	3.96	16.35	5080	4850	7400	7098
PETRILA	3.65	28.50	29.50	29.70	43.70	2.70	50.20	3.79	2.52	11.34	73.84	5.59	3.72	16.85	5020	4794	7400	7098

Cărbuni spălați

Specificația / Cărbunele	Randament de spălare: Steril	Recuperat	Analiza tehnică: Umiditate	Cenușa: raportată la proba de laborator	Cenușa: raportat la 105°C	Materii volatile: raportate la proba de laborator	Materii volatile: raportate la massa combustibilă	Sulf total	Indici de umflare	Aspectul butonilor de cocs	Cocsificarea – Condiții de cocsificare: Granulația cărbunilor	Cantitatea de cărb. supusă cocsificării	Temperatura inițială	Temperatura finală	Randament de cocsificare: Cărbuni cu 10% umiditate	Cărbuni uscați	Rezistența la tobă: > 10	10 - 1	1 - 0	Aspectul cocsului
			Ut_l	Cen_l	Cen_{105}	Nv_l	Nv_{mc}	St_l	–	–	–	–	t_i	t_f	η_1	η_2	mm	mm	mm	–
	%	%	%	%	%	%	%	%	–	–	mm	g	°C	°C	%	%	%	%	%	–
LUPENI	46.30	53.70	2.00	5.60	6.75	38.80	42.10	2.40	2 1/2	f. bine topit, umflat argintiu, rezistent	0-3	400	700	1050	51.00	56.80	60.00	19.50	21.50	f. bine topit bine aglutinat, f. fisurat aciculat, bucăți mărișoare
URICANI	64.40	35.30	2.00	6.60	6.75	38.10	42.10	1.43	2	f. bine topit, puțin umflat, argintiu, rezistent	0-3	400	700	1050	55.50	61.70	72.00	14.00	14.00	f. bine topit, bine aglutinat, aciculat bucăți mari
VULCAN	63.80	36.20	3.35	5.29	5.48	38.65	42.61	2.15	1½-2	topit, aglomerat compact friabil	0-3	400	700	1050	54.20	60.20	53.00	21.00	26.50	topit, aglomerat puțin rezistent
ANINOASA	44.60	55.30	3.47	5.20	5.41	39.60	43.40	2.37	1-1½	slab topit, slab aglomerat, friabil	0-3	400	700	1050	51.70	57.40	40.00	26.00	34.00	slab topit și aglomerat început de cocsificare
PETRILA	49.70	50.30	3.45	5.75	5.96	40.00	43.60	2.42	½-1	f. slab topit, f. slab aglutinat, nerezistent	0-3	400	700	1050	50.10	55.80	10.00	6.00	84.00	început de aglomerare, praf

bazinului carbonifel al Văii Jiului, respectiv că, îmbătrînirea cărbunilor merge de la est spre vest, de la Petrila la Lupeni;

b) Toți cărbunii zăcămîntului, se pot spăla cu randamente acceptabile pînă la aproximativ aceeași cenușe (5—7%), în soluții de clorură de zinc, de densitate 1,35.

Determinările tehnologice au arătat că, singurii cărbuni cocsificabili sînt la Lupeni și Uricani, iar cu proprietățile cocsificabile parțiale, la Vulcan și mult mai slabe, la Aninoasa.

Obs. De altfel este cunoscut că dacă se examinează pe strate cărbunii de Vulcan, Aninoasa și Petrila, chiar și cei de Lupeni, se constată că între ele, stratele aceleiași exploatări prezintă proprietăți diferențiale de cocsificare.

* * *

2. 2. Comportarea chimico-tehnologică a cărbunilor spălați, din producția curentă, pe sorturi granulometrice.

Lucrările au avut de scop cercetarea proprietăților de cocsificare a sorturilor granulometrice obținute din cărbunii exploatărilor bazinului carbonifer, în vederea găsirii unor posibilități care ar putea extinde baza de materii prime pentru fabricarea cocsului, din cărbunii Văii Jiului.

2. 2. 1. Clasarea cărbunilor pe sorturi granulometrice.

* * *

Probele medii, din producția curentă (brute), rezultate din sfărîmarea naturală, au fost sortate pe 7 clase granulometrice și anume: 50 mm.; 50—20 mm.; 25—10 mm.; 10—5 mm.; 5—3 mm.; 3—1 mm. și 1—0 mm.

Graficul nr. 2 reprezintă centralizarea curbelor granulometrice ale cărbunilor Văii Jiului.

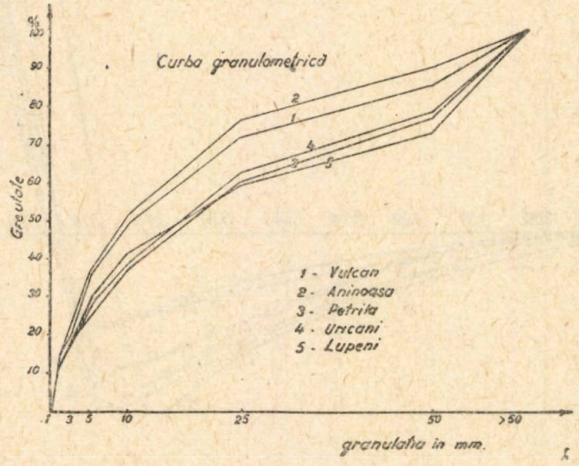


Fig. 2.

Din examinarea datelor se observă că:

a) Prin însumarea primelor 3 clase granulometrice, conținutul cel mai ridicat de mărunt se găsește la cărbunii de Aninoasa și Vulcan, care este mai mare cu cca. 30% față de ceilalți cărbuni ai zăcămîntului Văii Jiului.

b) Clasa granulometrică > 50 mm prezintă unele anomalii ; cărbunii de Lupeni, Uricani şi Petrila au randamente de clasare mult mai mari (> 20%) decît cei de la Vulcan şi Aninoasa (11—14%) ;

c) Randamentele de clasare cele mai mari se obţin la sortul 10—25 mm ;

d) Dacă se iau în considerare cele arătate mai sus, cît şi celelalte, rezultate de clasare, se observă între cărbuni asemănări în zdrobirea naturală, ceea ce permite ca bazinul Văii Jiului să fie grupat : deoparte Lupeni, Uricani şi Petrila, iar cealaltă parte Vulcan şi Aninoasa.

2. 2. 2. Proprietăţile chimico-tehnice şi tehnologice ale sorturilor granulometrice.

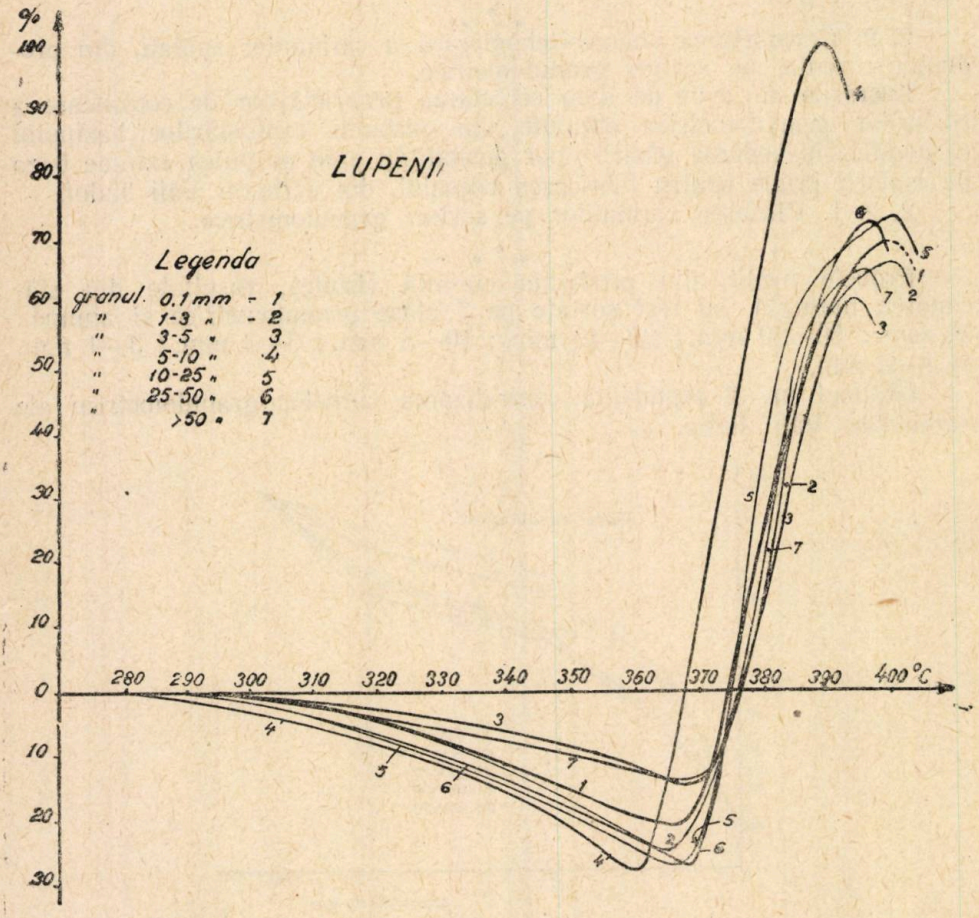


Fig. 3.

Pentru caracterizarea claselor granulometrice au fost executate următoarele : analiza tehnică a sorturilor brute şi spălate, spălarea în soluţii de clorură de zinc (d = 1,35), determinarea plasticităţii, cocsificarea şi rezistenţa la tobă a cocsurilor obţinute.

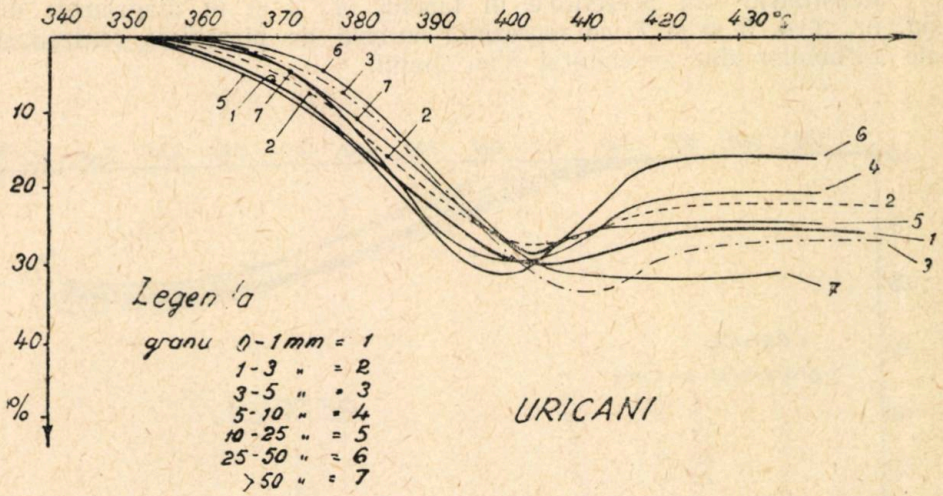


Fig.4.

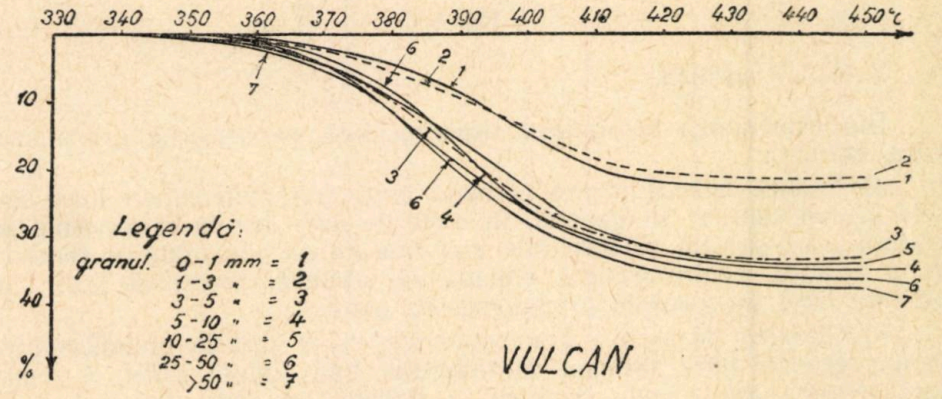


Fig. 5.

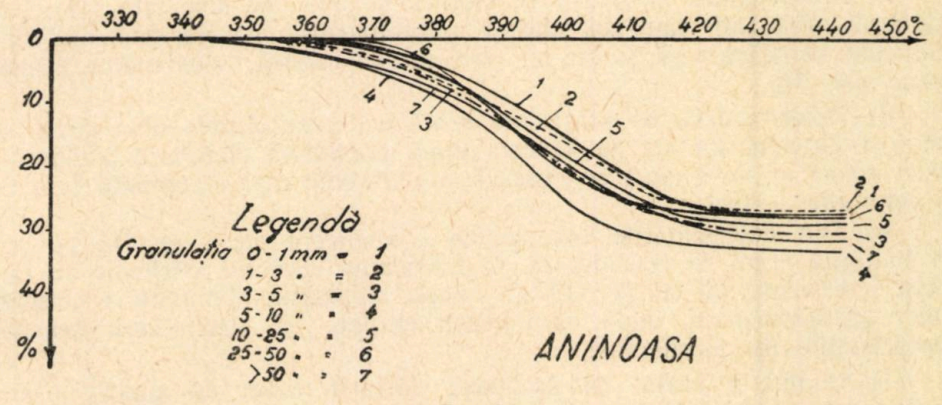


Fig. 6.

Rezultatele sînt prezentate în tabelul nr. 2 și în diagramele din fig. nr. 3, 4, 5, 6 și 7, ce reprezintă curbele de plastifiere centralizate ale cărbunilor din zăcămîntul Văii Jiului.

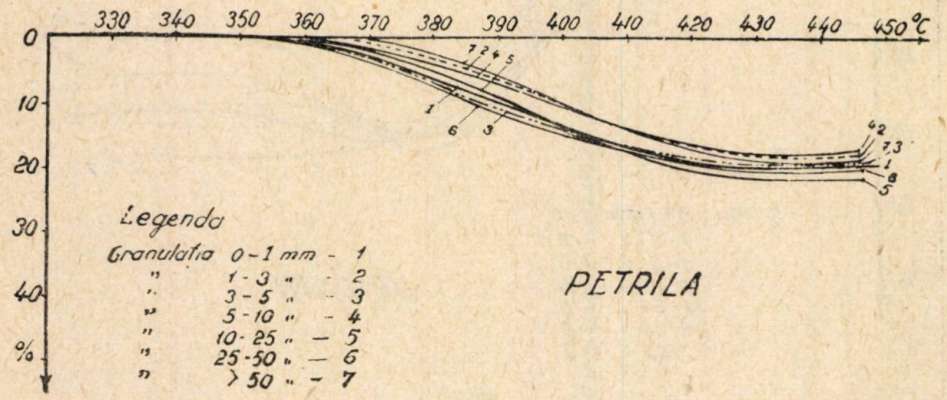


Fig. 7.

2. 2. 3. Concluzii.

Din examinarea rezultatelor experimentale, pe sorturile granulometrice, rezultă:

a) Analiza tehnică pentru cărbunii bruți arată diferențieri între clasele granulometrice. În general, în sorturile mici dar cu randamente de clasare mari se află valorile cele mai ridicate ale umidității și cenușii; după spălare, pentru cenușă, situația se schimbă, procentele cele mai ridicate fiind în sorturile granulometrice mari;

b) Clasarea pe sorturi granulometrice, ca și curbele granulometrice permit grupări între cărbunii zăcămîntului Văii Jiului; astfel, o grupă este formată din Lupeni, Uricani și Petrila, iar alta, din Vulcan și Aninoasa;

c) Prin spălare în soluții de clorură de zinc, de densitate 1,35, toți cărbunii neclasați sau cei clasați granulometric recuperează cu randamente satisfăcătoare și au un conținut de cenușă, asemănător în general sub 7%;

d) Determinările de plastifiere arată că, între clasele unei mine nu peni și Uricani, iar cei de Vulcan, după prealabila eliminare a claselor mici (0—1 și 1—3 mm) se observă o contracție mai accentuată față de a celorlalte sorturi;

e) Din determinările tehnologice (cocsificare etc.), rezultă că pot fi luați ca atare în considerare, la fabricarea cocsului, cărbunii de Lupeni și Uricani, iar cei de Vulcan, după prealabila eliminare a claselor mici granulometrice, după care acești cărbuni își ameliorează sensibil proprietățile de cocsificare;

f) Studiul a arătat că problema lărgirii bazei de materii prime pentru fabricarea cocsului din cărbunii bazinului Văii Jiului trebuie

TABEL N. 2

CARACTERISTICILE DE COCSIFICARE A CARBUNILOR DIN VALEA JIULUI SPALAȚI PE SORTURI GRANULOMETRICE REZULTATE PRIN SFĂRÎMARE NATURALA IN PRODUCȚIA CURENTĂ.

SPECIFICAȚIE / CĂRBUNELE	Granulație	CĂRBUNI BRUȚI				CĂRBUNI SPĂLAȚI											COCS			
		Randament de clasare	Cenușa		Umiditatea la proba de laborator	Recuperat	ANALIZA TEHNICĂ					Cocs brut	Cocs fix	PLASTICITATE K.B.S				CARACTERISTICILE TEHNOLOGICE DE COCSIFICARE			
			Raportat la proba de laborator	Raportat la proba uscată la 105°C			Cenușă		Umiditatea la proba de laborator	Materii volatile				Punct de înmuiere	Punct de resolidificare	Contracție maximă	Umflare maximă	Randament de cocsificare raportat la cărbune uscat	Rezistența la proba Nedelmann		
							Raportat la proba de laborator	Raportat la proba uscată la 105°C		Raportat la proba de laborator	Raportat la masa combustibilă								peste 10 mm	10-1 mm	0-1 mm
	mm	%	Cenl %	Cenuș %	Ulb %	%	Cenl %	Cenuș %	Ulb %	Mvl %	Mvmc %	%	%	Ti °C	Tr °C	%	%	η %	%	%	%
LUPENI	0-1	9,88	29,40	29,80	1,17	40,5	5,64	5,76	2,15	40,00	42,10	57,85	52,17	300	–	21,5	–	51,2	–	–	–
	1-3	8,56	24,20	26,40	1,10	58,7	5,82	5,94	2,18	39,32	42,10	58,50	52,68	300	–	25,8	–	58,1	66,00	13,10	20,90
	3-5	9,41	23,80	24,00	0,93	60,0	5,75	5,81	2,20	40,90	43,60	58,90	51,15	290	–	15,4	–	62,0	62,50	11,70	25,80
	5-10	12,25	24,30	24,60	1,12	62,0	5,12	6,18	2,12	39,28	42,40	58,60	52,53	285	–	28,0	–	59,0	48,20	18,80	33,00
	10-25	19,56	20,10	20,30	0,98	63,0	6,08	6,13	1,82	40,53	43,50	57,65	51,57	286	–	28,1	–	58,7	50,50	21,50	28,00
	25-50	14,21	26,80	27,09	1,03	58,6	6,81	6,88	2,05	41,20	44,70	56,75	49,94	285	–	28,3	–	52,5	47,80	24,70	27,60
	peste 50	26,13	19,10	19,30	1,00	62,0	5,97	6,02	2,17	39,78	43,00	58,05	52,08	285	–	15,0	–	55,7	58,20	24,40	19,40
URICANI	0-1	9,40	49,61	50,50	1,60	38,0	4,95	5,10	2,90	36,00	38,20	61,10	56,15	350	425	30,0	25,0	62,0	–	–	–
	1-3	8,10	48,47	49,20	1,54	33,8	4,91	5,00	2,80	36,50	38,50	61,70	55,79	350	425	27,5	21,6	61,2	77,75	9,90	12,45
	3-5	7,80	45,53	46,20	1,46	36,1	5,14	5,24	2,10	36,50	39,40	61,40	56,26	360	425	33,0	27,5	62,0	78,30	9,45	12,25
	5-10	12,70	43,67	44,30	1,42	38,1	5,74	5,86	1,90	37,55	40,60	60,55	54,81	353	422	29,0	21,0	61,7	76,90	10,70	12,40
	10-25	24,90	39,59	40,00	1,45	37,5	6,21	6,33	1,80	37,65	40,90	60,55	54,34	350	420	31,0	24,5	61,9	80,80	7,90	11,30
	25-50	16,10	39,96	40,50	1,50	36,4	6,78	6,93	1,80	37,50	44,10	60,70	53,92	365	420	27,0	15,0	62,0	80,70	8,50	10,80
	peste 50	21,80	36,35	36,90	1,47	36,8	7,31	7,42	1,60	36,70	44,40	61,70	54,39	360	410	31,0	–	62,5	79,30	8,20	11,90
VULCAN	0-1	10,50	44,73	45,80	2,65	34,4	5,01	5,14	2,30	38,60	41,70	59,10	54,09	360	420	22,5	–	60,4	–	–	–
	1-3	11,40	46,86	48,20	2,60	37,2	5,20	5,30	2,30	38,17	41,40	59,53	54,33	350	430	21,8	–	59,4	28,00	21,20	49,80
	3-5	13,10	42,10	43,40	2,56	35,7	5,38	5,48	2,10	39,50	42,20	58,40	53,02	330	420	32,5	–	59,8	73,30	10,70	16,60
	5-10	15,60	39,45	40,45	2,40	38,1	5,69	5,80	1,90	39,90	43,10	58,20	52,51	350	430	34,5	–	58,0	76,89	11,30	11,90
	10-25	23,10	36,47	37,40	2,53	34,5	5,94	6,05	1,80	39,37	42,80	58,70	52,77	350	440	33,5	–	58,0	74,60	14,00	11,40
	25-50	12,30	38,15	39,15	2,69	33,7	6,50	6,63	2,00	39,10	42,75	58,90	52,40	340	440	34,8	–	58,6	73,50	14,40	12,10
	peste 50	14,00	44,45	45,60	2,63	45,0	6,13	6,25	1,90	39,20	42,70	58,90	52,77	350	440	36,5	–	58,0	72,00	14,80	14,20
ANINOASA	0-1	14,30	30,29	31,10	2,56	49,0	4,13	4,25	3,00	41,50	44,80	55,50	51,34	350	425	25,8	–	57,2	–	–	–
	1-3	9,90	24,31	25,00	2,56	60,8	4,31	4,43	3,00	41,35	44,40	55,60	51,31	350	430	26,0	–	57,0	41,60	26,50	38,00
	3-5	12,40	26,83	26,60	2,41	60,3	4,43	4,56	3,00	38,25	41,50	58,75	54,32	350	440	30,0	–	58,5	47,20	20,00	32,80
	5-10	14,60	24,73	25,40	2,35	55,4	5,06	5,18	2,50	38,65	41,80	58,85	53,77	340	440	32,0	–	57,5	48,50	28,10	32,80
	10-25	24,60	28,53	29,23	2,31	51,0	5,56	5,67	2,50	39,37	42,70	58,13	52,57	350	440	27,5	–	58,0	49,70	25,80	35,00
	25-50	13,20	33,76	34,61	2,32	58,3	5,76	5,87	2,50	38,60	42,40	58,90	53,14	355	435	27,5	–	57,4	48,40	24,10	37,50
	peste 50	11,00	24,13	24,78	2,30	57,2	5,88	5,99	2,60	38,95	42,50	58,45	52,57	345	440	30,3	–	56,0	29,00	28,00	43,00
PETRILA	0-1	10,23	34,80	35,81	2,98	40,5	5,10	5,20	2,49	38,20	41,50	59,29	54,19	355	430	20,0	–	60,9	–	–	–
	1-3	8,25	28,50	29,40	2,86	55,0	5,18	5,30	2,46	38,35	41,60	59,19	54,01	360	440	18,8	–	59,6	–	–	–
	3-5	6,32	27,10	27,92	2,77	61,6	5,60	5,71	2,24	39,75	43,00	58,10	52,41	350	445	19,2	–	59,5	–	–	–
	5-10	11,90	23,00	23,70	2,71	59,5	5,81	5,92	2,19	40,20	45,70	58,61	51,80	355	440	18,3	–	58,0	–	–	–
	10-25	22,38	29,10	30,00	2,64	47,5	5,75	5,86	2,65	40,45	44,10	56,90	51,15	350	440	21,2	–	58,0	–	–	–
	25-50	17,13	37,00	38,18	2,33	42,4	6,83	6,96	2,58	40,37	44,10	58,05	53,03	350	435	20,8	–	57,8	–	–	–
	peste 50	23,73	37,20	24,82	2,72	46,2	5,89	6,15	2,98	38,12	44,20	59,99	52,15	370	445	19,2	–	57,9	–	–	–

extins și la cercetarea sorturilor granulometrice obținute din stratele diferitelor mine, deoarece se știe că între stratele aceleiași exploatări există marcante deosebiri în comportarea lor chimico-tehnologică.

Laboratorul de Chimizarea Combustibililor
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *Blum I.* — Contribuții la clasificarea cărbunilor romînești. Analele Minelor; 1927, 11—12, 538—543; București.
2. *Aronov S. G.* — Despre zdrobirea și mărunțirea cărbunilor. Cocs i himia; 1952, 2; Moscova.
3. *Burstlein E.* — La cokéfaction des charbons Lorrains. Chaleur et Industrie; 1950, 9, 224; Paris.
4. * * * — Prepararea mecanică a cărbunilor. 1951; Ed. Tehnică; București.
5. *Blum I., Ionescu D., Floarea O.* — Influența sterilului asupra proprietăților de cocsificare la huilele de gaz din R.P.R. (Huila de gaz Uricani). Rev. Minelor; 1956, 3, 112; București.
6. *Blum I., Ionescu D., Floarea M.* — Influența sterilului asupra proprietăților de cocsificare la huilele de gaz din R.P.R. (Huila de gaz Lupeni). Rev. Minelor; 1956, 4, 154; București.

ИССЛЕДОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК КОКСИФИКАЦИИ РАЗЛИЧНЫХ ГРАНУЛОМЕТРИЧЕРКИХ СОРТОВ УГЛЯ, ГОДИВАЕМЫХ В ДОЛИПЕ РЕКИ ФИУ

(Краткое содержание)

Работа представляет собой исследования характеристик коксификации каменного угля, добываемого в долине реки Жиу, угля, служащего для производства кокса в комбинате черной металлургии Гунедора.

Представленные экспериментальные работы исходят из допущения, что в силу различной степени хрупкости структурных составных частей угля они значительно различаются между собой и, таким образом, отдельные гранулометрические сорта, вызванные естественным измельчанием, будут обладать различными свойствами коксификации.

Исследования были выполнены на углях, добываемых в Лупенах, Уриканах, Вулкане, Аниносе и Петриле.

UNTERSUCHUNG DER VERKOKUNGSEIGENSCHAFTEN VERSCHIEDENER GRANULOMETRISCHER KOHLENSORTEN DES „JIU-TALES"

Zusammenfassung

Vorliegende Arbeit ist dem Studium der Verkokungseigenschaften der Kohlen des Jiutales gewidmet, die zur Herstellung des metallurgischen Koks für das Eisenhüttenkombinat in Hunedoara bestimmt sind.

Die in vorliegender Mitteilung dargestellten Versuchsarbeiten gehen von der Annahme aus dass, dank der verschiedenen Bruechigkeit der Strukturkomponenten der Kohle, diese differenziert ausgeschieden werden koennen; die granulometrischen Fraktionen, die durch diese natuerliche Zerkleinerung separiert werden, besitzen verschiedene Verkokunkseigenschaften.

Für vorliegende Untersuchung gelangten Kohlen aus den Gruben Lupeni, Uricani, Vulcan und Petrila zur Verwendung.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

CHIMIE ANORGANICĂ ȘI ANALITICĂ

CONTRIBUȚII LA UTILIZĂRILE ANALITICE ALE CLORAMINEI T*)

II. Dozarea fierului, aluminiului, vanadiului și titanului**)

de PETRU SPACU, AGOP OVĂNESIAN și DUMITRU GĂVĂNESCU

În numărul precedent al acestui buletin am publicat prima notă privind încercările noastre de a folosi cloramina *T*, sub forma unei soluții 0,1 normale, ca agent oxidant în analiza chimică cantitativă.

Folosită pentru prima oară în anul 1924 de A. Noll (1) în analiza chimică cantitativă, cloramina *T* și-a găsit apoi multiple întrebuințări, așa cum am arătat în prima notă și cu indicațiile bibliografice respective indicate acolo de la (1) la (6).

În încercările noastre am folosit cloramina *T* la oxidarea 8-oxi-chinolinei, înlocuind astfel soluția de bromat-bromură care este mai puțin accesibilă și mai puțin economică.

În această notă dăm rezultatele încercărilor noastre asupra determinării fierului, aluminiului, vanadiului și titanului.

a) *Determinarea fierului.*

S-a folosit sulfat feric p. a. din care s-a preparat o soluție conținînd 0,0052 g fier/cm^3, rezultat la care s-a ajuns prin metoda gravimetrică ca oxichinolat feric (2) și (3).

Din această soluție s-au luat cantități variind între 5—15 cm^3 și se diluiază la 100 cm^3. Se stabilește pH-ul așa încît să fie între 3—11. Se încălzește la 60—70° C și se adaugă un exces dintr-o soluție acetică de 8-oxi-chinolină de 2%. Se formează un precipitat negru-verzui de $Fe(C_9H_6ON)_3$. Se lasă să se răcească cinci minute sub agitare și se filtrează pe un creuzet filtrant de sticlă Nr. G4; se spală cu apă caldă, se dizolvă precipitatul în acid clorhidric 5 normal, se spală și soluția obținută se trece într-un flacon iodometric. Apoi se adaugă în picături și sub agitare un exces dintr-o soluție 0,1 normală de cloramină *T*. După zece minute de ședere se adaugă circa 0,5 g iodură de potasiu și iodul pus în libertate se titrează cu o soluție 0,1 normală de tiosulfat de sodiu. Cantitatea de fier va fi dată de formula:

$$\text{grame fier} = 10^{-4}\,(V_1 \cdot f_1 - V_2 \cdot f_2)\,\frac{55{,}85}{12}$$

unde:

V_1 = numărul de cm^3 soluție 0,1 *n* de cloramină *T*;
V_2 = numărul de cm^3 soluție de tiosulfat de sodiu;
f_1 = factorul de normalitate al soluției de cloramină *T*;
f_2 = factorul de normalitate al soluției de tiosulfat de sodiu.

---

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

**) Nota I: Dozarea zincului și magneziului.

În tabelul următor sînt menționate unele rezultate obținute prin metoda propusă:

Nr. crt.	Soluție de sulfat feric luată la analiză (cm^3)	Fier în soluția de analiză (g)	Fier găsit după metoda propusă	Diferența
1	15	0,07800	0,07774	—0,00026
2	15	0,07800	0,07782	—0,00018
3	12	0,06240	0,06236	—0,00004
4	10	0,05200	0,05200	—
5	10	0,05200	0,05190	—0,00010
6	8	0,04160	0,04152	—0,00008
7	7	0,03640	0,03636	—0,00004
8	6	0,03120	0,03120	
9	5	0,02600	0,02597	—0,00003
10	5	0,02600	0,02592	—0,00008

Metoda este valabilă numai pentru determinarea fierului trivalent.

b) *Determinarea aluminiului.*

S-a folosit clorură de aluminiu p. a. din care s-a preparat o soluție conținînd 0,00483 g aluminiu/cm^3, rezultat la care s-a ajuns prin metoda gravimetrică ca oxichinolat de aluminiu (4).

Din această soluție s-au luat diverse cantități ce conțineau cca. 50 mg Al; s-au diluat la 200 cm^3 și apoi s-a stabilit pH-ul între 4—9 prin adaus de acid tartric, acetat de amoniu și amoniac. Se adaugă, în mic exces, o soluție acetică de 8—oxi-chinolină de 2%, se încălzește la fierbere și apoi se răcește. Precipitatul de Al $(C_9H_6ON)_3$ se filtrează pe un creuzet filtrant de sticlă Nr. G.4, se spală cu apă rece slab acetică și apoi se disolvă cu un amestec 1:1 de acid clorhidric 5 N și alcool etilic. Se spală și se continuă ca mai sus la determinarea fierului. Cantitatea de aluminiu va fi dată de formula:

$$\text{grame aluminiu} = 10^{-4}(V_1 \cdot f_1 - V_2 \cdot f_2)\ \frac{27}{12}$$

unde V_1, f_1, V_2 și f_2 au aceleași semnificații ca mai sus, la determinarea fierului.

În tabloul următor sînt menționate unele rezultate obținute prin metoda propusă:

Nr. crt.	Soluție de clorură de aluminiu luată la analiză (cm^3)	Aluminiu în soluția de analiză (g)	Aluminiu găsit după metoda propusă (g)	Diferența
1	10	0,04830	0,04822	—0,00008
2	10	0,04830	0,04816	—0,00014
3	9	0,04347	0,04328	—0,00019
4	9	0,04347	0,04331	—0,00016
5	8	0,03864	0,03854	—0,00010
6	8	0,03864	0,03854	—0,00010
7	7	0,03381	0,03380	—0,00001
8	6	0,02898	0,02889	—0,00009
9	5	0,02415	0,02415	—
10	5	0,02415	0,02408	—0,00007

Dacă se lucrează cu soluții de aluminiu de concentrații mai mari, se obțin rezultate mai mari decît cele reale, deoarece precipitatul reține reactiv.

c) *Determinarea vanadiului.*

S-a folosit vanadat de sodiu p. a. din care s-a preparat o soluție conținînd 0,002607 g vanadiu/cm³, rezultat la care s-a ajuns prin metoda gravimetrică cu oxichinolat bazic de vanadiu (5).

Din această soluție s-au luat diverse cantități ce nu au depășit conținutul de 40 mg vanadiu și s-au diluat la 100 cm³. Prin adaus, la fierbere, de soluție acetică de 8-oxi-chinolină de 4%, la pH cuprins între 3—6, se formează un precipitat negru-albăstrui de $V_2O_3(C_9H_6ON)_4$. Se lasă să se răcească la 50—60° C și se filtrează pe un creuzet filtrant de sticlă Nr. G4, după care se spală cu apă caldă slab acetică. Se dizolvă în acid clorhidric 5 normal și se spală din nou. Soluția rezultată se trece într-un flacon iodometric. Operațiunile care urmează sînt identice ca mai sus la determinarea fierului. Cantitatea de vanadiu va fi dată de formula:

$$\text{Grame vanadiu} = 10^{-4}\,(V_1 \cdot f_1 - V_2 \cdot f_2)\,\frac{51}{8}$$

unde V_1, f_1, V_2 și f_2 au aceleași semnificații ca mai sus, la determinarea fierului.

În tabelul următor sînt menționate unele rezultate obținute prin metoda propusă:

Nr. crt.	Soluție de vanadat de sodiu luată la analiză (cm³)	Vanadiu în soluția de analiză (g)	Vanadiu găsit după metoda propusă (g)	Diferența
1	15	0,03910	0,03900	—0,00010
2	15	0,03910	0,03892	—0,00018
3	12	0,03128	0,03120	—0,00008
4	10	0,02607	0,02602	—0,00005
5	10	0,02607	0,02605	—0,00002
6	8	0,02085	0,02080	—0,00005
7	7	0,01824	0,01824	—
8	6	0,01564	0,01560	—0,00004
9	5	0,01303	0,01300	—0,00003
10	5	0,01303	0,01300	—0,00003

Aceleași observații ca mai sus — la aluminiu — dacă se lucrează cu soluții concentrate de vanadiu.

d) *Determinarea titanului.*

S-a folosit sulfat de titanil p. a. din care s-a preparat o soluție conținînd 0,003312 g titan/cm³, rezultat la care s-a ajuns prin metoda gravimetrică ca oxichinolat de titanil (6).

Din această soluție s-au luat diverse cantități ce nu au depășit 100 mg titan și s-au diluat la 150 cm³. Se stabilește pH-ul ca să fie cuprins între 5—8 prin adaus de 1 g acid tartric, 0,5 g acetat de sodiu amoniac pînă ce soluția devine neutră față de fenolftaleină și acid acetic. Se încălzește la 60° C și se adaugă sub agitare un exces dintr-o soluție alcoolică de 8-oxi-chinolină 2%. Se formează un precipitat portocaliu de $TiO(C_9H_6ON)_2\ 2H_2O$. Se fierbe timp de zece

minute, se filtrează la cald pe un creuzet filtrant de sticlă Nr. G4 şi se spală cu apă fierbinte. Apoi precipitatul se dizolvă în acid clorhidric 5 normal şi se spală. Soluţia obţinută se trece într-un flacon iodometric. Operaţiunile care urmează sînt identice ca mai sus la determinarea fierului. Cantitatea de titan va fi dată de formula:

$$\text{grame titan} = 10^{-4}\,(V_1 \cdot f_1 - V_2 \cdot f_2)\,\frac{47{,}9}{8}$$

unde V_1, f_1, V_2 şi f_2 au aceleaşi semnificaţii ca mai sus la determinarea fierului.

În tabelul următor sînt menţionate unele rezultate obţinute prin metoda propusă:

Nr. crt.	Soluţie de sulfat de titanil luată la analiză (cm^3)	Titan în soluţia de analiză (g)	Titan găsit după metoda propusă (g)	Diferenţa
1	20	0,06624	0,06610	—0,00014
2	20	0,06624	0,06614	—0,00010
3	15	0,03968	0,03958	—0,00010
4	15	0,03968	0,03960	—0,00008
5	10	0,03312	0,03310	—0,00002
6	10	0,03312	0,03310	—0,09002
7	8	0,02649	0,02647	—0,00002
8	7	0,02318	0,02318	—
9	6	0,01987	0,01987	—
10	5	0,01656	0,01653	—0,00003

Diferenţele în minus ce se observă în tablourile de mai sus se explică prin formarea în cantităţi neînsemnate a 5-clor-8-oxi-chinolinei şi 5, 7, 7-triclor-8-oxo, 7, 8-dihidrochinolinei pe lîngă produsul unitar 5, 7-diclor-8-oxi-chinolinei, ceea ce s-a arătat în nota întîia publicată în numărul precedent al acestui buletin.

Laboratorul de Chimie Anorganică şi Analitică
Institutul Politehnic Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Noll* — Chem. Ztg. 48, 845—6 (1924).
2. *R. Berg* — Z. anal. Chem. 76, 191—204 (1929).
3. *A. M. Zan'ko* şi *J. A. Butenko* — Zavod. Lab., 5, 415 (1936).
4. *H. B. Knowles* — J. Res. Nat. Bur. Stand. 15, 87—96 (1935).
5. *S. L. Tzinberg* — Zavod. Lab., 1, 18—20 (1933).
6. *R. Berg* şi *M. Teitelbaum* — Z. anal. Chem., 81, 1—8 (1930).

К ВОПРОСУ АНАЛИТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИА ХЛОРАМИНА Т II. ДОЗИРОВКА ЖЕЛЕЗА, АЛЮМИНИЯ, ВАНАДИЯ И ТИТАНА

(Краткое содержание)

В дополнение к своéй предыдущей работе, опубликованной в Бюллетене Букарестского Политехнического Института, XVIII № 3

(1957), в которой был предложен метод непрямой дозировки цинка и магнезии в соответствующих оксихинолат'ах путем оксиления хлорамином Т — авторы указанной работы в настоящей докладной записке распространяют предложенный метод и на непрямое определение железа, алюминия, ванадия и титана.

Принцип метода является тем же:

После осаждения соответственных металлов в форме оксихинолата — осадки, после количественного фильтрования через фильтровальный титель, растворяются в соляной кислоте: освобожденный оксикинолен окисляется титрованным раствором хлорамина Т; избыток хлорамина Т определяется тиосульфатом натрия в присутствии иодистого калия.

CONTRIBUTIONS À L'EMPLOI DE LA CHLORAMINE *T* DANS LA CHIMIE ANALYTIQUE

II. LE DOSAGE DU FER, DE L'ALUMINIUM, DU VANADIUM ET DU TITANE

(Résumé)

Comme suite à la précédente publication parue dans „Buletinul Institutului Politehnic din Bucureşti", XVIII, nr. 3 (1957), oú l'on proposait une méthode de dosage indirect du zinc et du magnésium dans les oxyquinolates respectifs par oxydation avec de la chloramine *T*, les auteurs proposent dans cette note l'extension de la méthode aussi pour le dosage indirect du fer, de l'aluminium, du vanadium et du titane.

Le principe de la méthode este le même: après la précipitation des métaux respectifs par la 8-hydroxyquinoléine — précipités qui sont dissous dans de l'acide chlorhydrique après avoir été préalablement filtrés quantitativement sur un creuset filtrant en verre — on oxyde la 8-hydroxyquinoléine mise en liberté par une solution titrée de chloramine *T*, l'excès de chloramine *T* est déterminé avec du thiosulfate de sodium en présence de l'iodure de potassium.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

ELECTROCHIMIE

541.138.3

REDUCEREA ELECTROLITICĂ A P-NITROFENETOLULUI LA P-FENETIDINĂ *)

de ION ATANASIU, LYA BLUM și MIRA POPESCU

Obținerea electrolitică a *p*-fenetidinei, produs intermediar în fabricarea fenacetinei, prezintă importanță practică deoarece simplifică etapele de lucru. Indicațiile de literatură sînt foarte puțin numeroase.

După K. Brand (1) prin procedeul Boehringer & Söhne se poate obține un randament de substanță de 85,3% și un randament de curent de 80%. După Schudt (2) prin procedeul Elbs se poate obține un randament de 76,6%; aceste valori sînt însă nesigure cum au arătat cercetări ulterioare. Astfel G. A. Kirchhof (3) folosind catalizator $KI+CuSO_4$ obține randamente de peste 75%; tot el obține fenacetina direct din sulfatul sau clorhidratul de fenetidină fără a mai pune baza în libertate. W. A. Kirchhof și colaboratorii (4) recomandă drept catalizator numai *KI*. Mai de curînd W. E. Bradt și A. W. Erickson (5) au arătat că prezența în soluție a TiO_2, V_2O_5 $FeCl_2$, $CuCl_2$, $CuSO_4$, Ag_2SO_4, $AuCl$ și Hg_2Cl_2 mărește randamentul reacției în timp ce KBr scade randamentul; alte săruri nu au nici o importanță. Ei au făcut reducerea în prezența unei mari cantități de H_2SO_4 (300 cm^3 H_2SO_4 $d = 1{,}24$ și 5 g *p*-nitrofenetol) utilizînd un catod de sită de cupru și un anod de plumb cu o intensitate de 5 *A* la 70° *C* și agitare puternică. Produs principal al reacției este sulfatul de *p*-fenetidină.

Din rezultatele anterioare se desprinde o incertitudine atît în privința randamentelor obținute cît și asupra influenței condițiilor de lucru asupra proceselor de reducere; în nota prezentă s-a reluat această problemă urmărindu-se:

A. Acțiunea *p*-nitrofenetolului ca depolarizant catodic;

B. Variația randamentului de curent în funcție de parametri fizico-chimici utilizați (densitatea de curente, temperatura, concentrația, durata electrolizei, natura metalului care formează catodul).

A. ACȚIUNEA P-NITROFENETOLULUI CA DEPOLARIZANT CATODIC

Studiul puterei depolarizante a *p*-nitrofenetolului s-a urmărit comparînd curbele de polarizare ale catodului în soluții pure de H_2SO_4 $d = 1{,}25$ (curba descărcării hidrogenului) și în soluții emulsionate prin agitare puternică de 15 g *p*-nitrofenetol și 150 cm^3 H_2 SO_4 $d = 1{,}25$ *la* temperaturi de 60°, 70°, 80°, 85°, cu electrozi de *Cu, Pb, Pb* amalgamat și *Ag*.

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

Dispozitivul de lucru (fig. 1) este format dintr-un vas de sticlă servind drept vas de electroliză și spațiu anodic; în interiorul său se

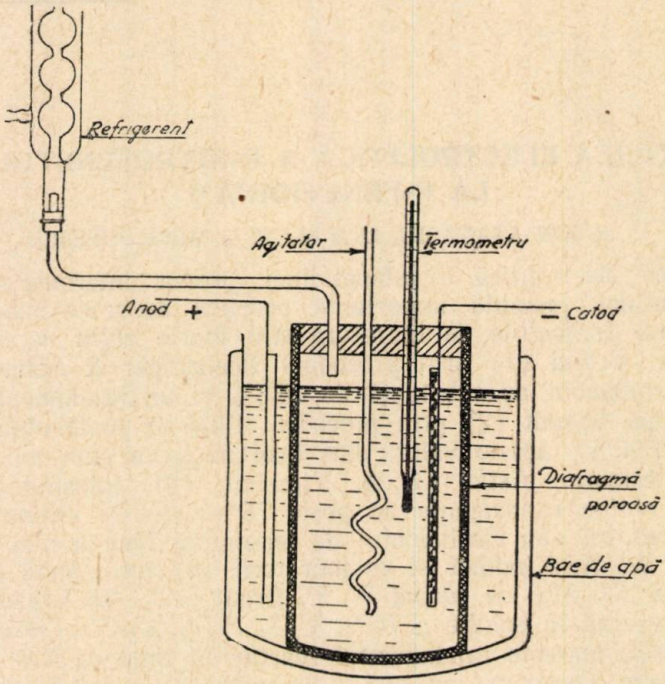


Fig. 1. — Celula de electroliză

găsește un cilindru de porțelan poros servind ca diafragmă și ca spațiu catodic și cuprinzînd soluția de H_2SO_4 și p-nitrofenolul. Celula de electroliză este introdusă într-un termostat cu apă acționat de un releu cu mercur pentru a păstra o temperatură de lucru constantă.

Prin dopul de închidere al spațiului catodic pătrund un termometru, un agitator pentru a realiza o emulsie cît mai fină a p-nitrofenetolului topit cu soluția de H_2SO_4 și un refrigerent ascendent pentru a preveni pierderile prin antrenare cu vaporii de apă și a menține constant volumul lichidului. Catodul format din sită de cupru (9 ochiuri/cm^2) prezintă avantajul că nu permite ca o parte din p-nitrofenetol să se sustragă reducerei adunîndu-se în spatele catodului.

Spațiul anodic cuprinde anodul format dintr-o placă de plumb și anolitul format din aceiași soluție de H_2SO_4.

Potențialul catodic s-a urmărit prin determinări potențiometrice cu un sistem clasic obișnuit (fig. 2) față de un electrod de calomel saturat, drept electrod de comparație; electrodul de calomel a format o pilă cu catodul prin intermediul unei punți de sare pentru a reduce cît mai mult potențialul de contact lichid.

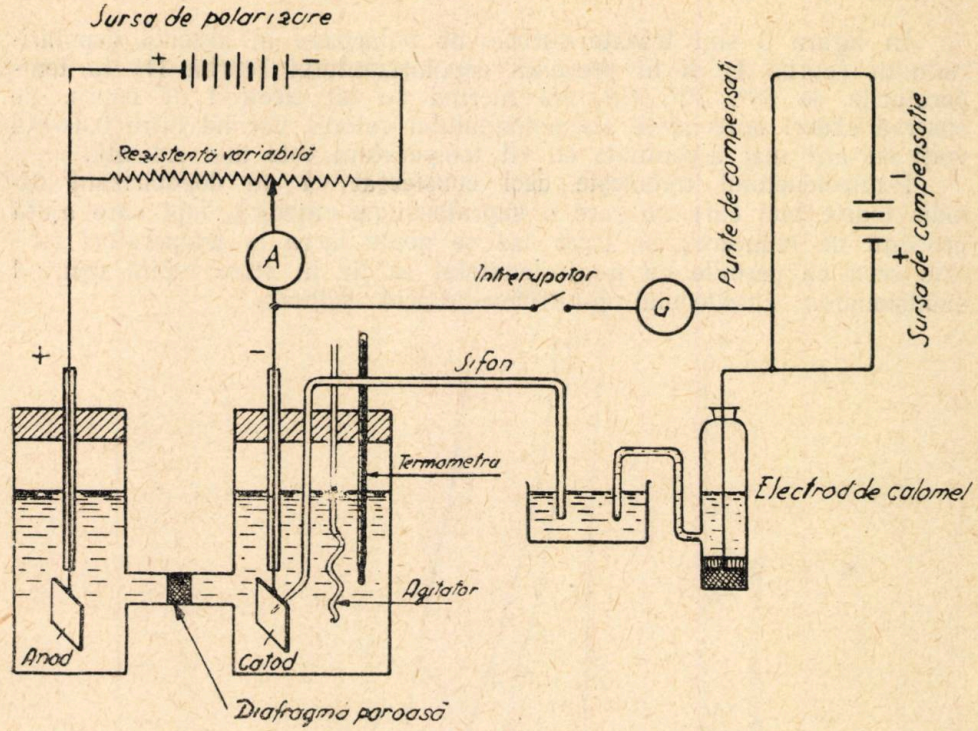


Fig. 2. — Schema instalației pentru tras rea curbelor de polarizare

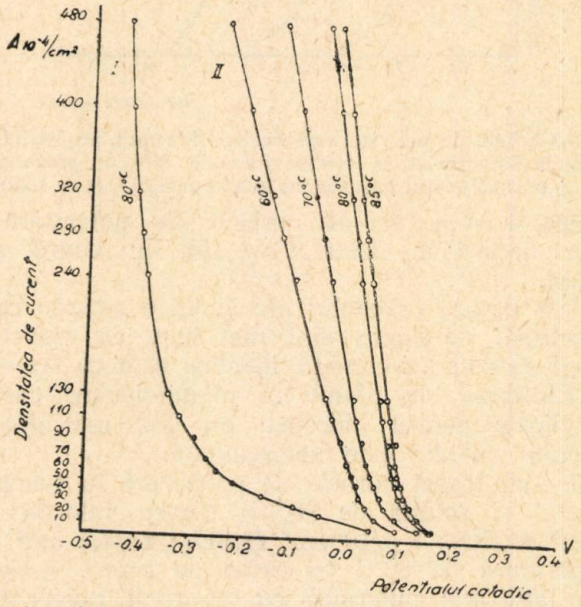


Fig. 3 — Curbele de polarizare. I, în absența depolarizantului și II în prezența a 15 g p-nitrofe etol emulsionat în 150 cc. H_2SO_4 (d= 1,25) la temperaturile de 60°,70°,80° și 85°C pe electrod de cupru

În figura 3 sînt trasate curbele de polarizare în absența depolarizantului (curba I) și în prezența depolarizantului (curba II) la temperaturile de 60°, 70°, 80°, 85° lucrînd cu un electrod de cupru. Se observă căderi apreciabile ale potențialului catodic variind între 0,3—0,4 volți cu atît mai accentuate cu cît temperatura este mai ridicată.

P-nitrofenetolul trebuiește deci considerat ca un depolarizant catodic foarte bun care nu cere o supratensiune catodică, fapt care ajută procesul de reducere; în acest caz se poate lucra la temperaturi ridicate ceea ce permite ca p-nitrofenetolul să fie în stare topită ușurînd emulsionarea amestecului p-nitrofenetol/acid sulfuric.

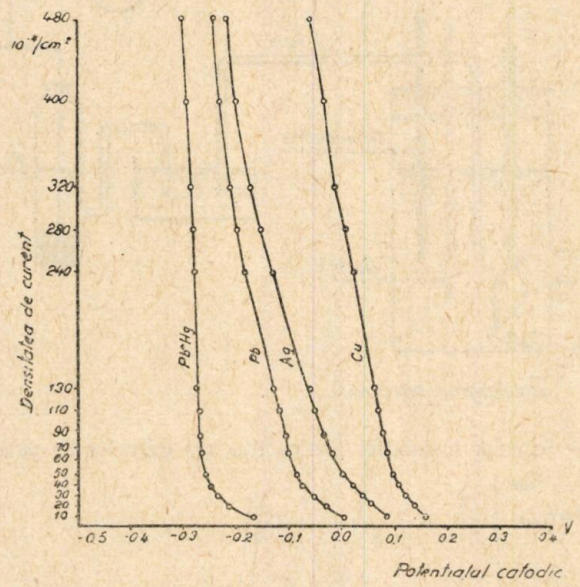


Fig. 4 – Curbele de polarizare pe electrod de cupru, argint, plumb și plumb amalgamat la temperatura de 80°C în prezența a 5 g p-nitrofenetol emulsionat în 150 cc H_2SO_4 (d = 1,25)

În figura 4 s-au trasat curbele de polarizare în prezența p-nitrofenetolului lucrînd cu electrozi formați din cupru, argint, plumb, plumb amalgamat.

Se observă că natura catodului are și ea o acțiune catalitică foarte importantă; electrozii de cupru sînt mai buni ca electrozii de argint al cărui potențial catodic în condiții identice este cu 0,1—0,2 Volți mai electronegativ. Electrozii de plumb și plumb-mercur care dau supratensiuni mai ridicate pentru hidrogen nu sînt indicați; acțiunea lor asupra potențialului catodic este neînsemnată.

În figura 5 s-au trasat curbele de polarizare în funcție de raportul între p-nitrofenetol și soluția de H_2SO_4 pentru valorile:

1 g/30 cm³ H_2SO_4; 1 g/10 cm³ H_2SO_4; 1g/7,5 cm³ H_2SO_4

lucrînd la temperatura de 80°C cu catod de cupru. Acțiunea de depolarizare este cu atît mai puternică cu cît acest raport este mai mic; valorile potențialului catodic sînt însă relativ destul de apropiate.

Interpretarea curbelor de polarizare duce deci la concluzia cantitativă că p-nitrofenetolul este un foarte bun depolarizant catodic; ca-

litativ se poate prevedea că randamentele vor fi mai ridicate lucrînd la temperatură ridicată cu un catod de cupru și la un raport de concentrații puțin ridicat.

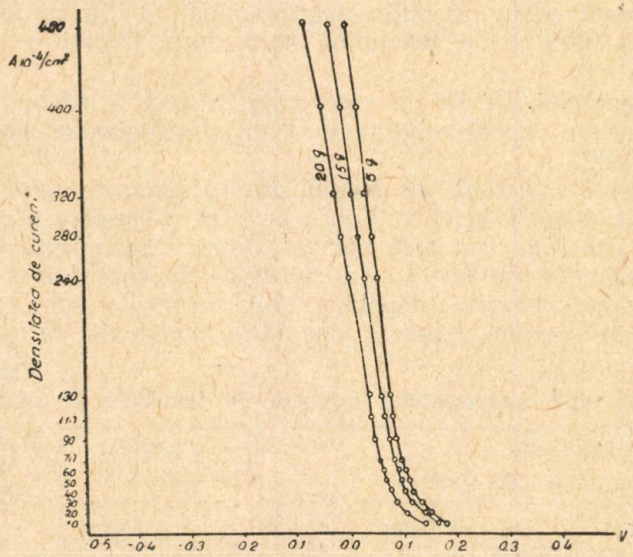
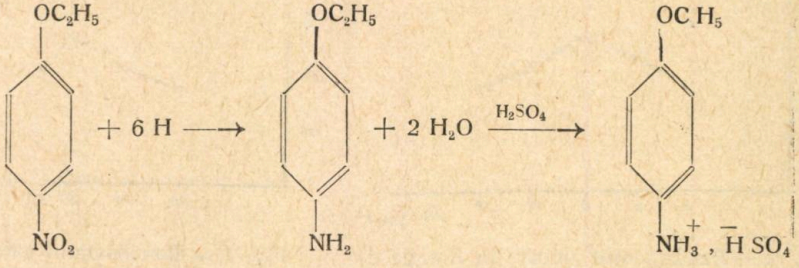


Fig. 5 — Curbele de polarizare la concentrațiile de 5 g, 15 g și 20 g p-nitrofenetol emulsionat în 150 cc H_2SO_4 (d = 1,25) la temperatura de 80°C pe electrod de cupru

B. STUDIUL RANDAMENTULUI DE CURENT

Variația randamentului de curent s-a urmărit în funcție de următorii factori: densitatea de curent, temperatura, concentrația p-nitrofenetolului, durata electrolizei și natura electrozilor.

Calculul randamentului de curent s-a făcut pe baza reacției de reducere:



În calculul randamentului de curent s-a luat în considerare și solubilitatea sulfatului de fenetidină; experimental s-a găsit că solubilitatea acestuia este de aproximativ 2—3 g/100 cm^3 H_2SO_4 (d = 1,25 la 18°C); aceste date au mai fost verificate și prin reciclarea electrolitului.

Determinarea sulfatului de fenetidină obținut prin electroliză s-a făcut lăsînd să cristalizeze prin răcire sulfatul de fenetidină și p-nitro-

fenetolul rămas neredus, s-a filtrat, iar cristalele au fost spălate cu puțin benzen pentru a îndepărta p-nitrofenetolul.

Cristalele de sulfat de fenetidină pot fi purificate prin dizolvare în apă fierbinte adăogînd puțin negru animal și filtrînd repede la cald. Cristalizează sulfatul de fenetidină care după filtrare se usucă și se cîntărește.

P-nitrofenetolul folosit la electroliză a fost purificat prin cristalizări repetate din alcool, obținîndu-se un p-nitrofenetol pur cu punctul de fuziune 58°C.

1. *Influența densității de curent asupra randamentului.* Datele obținute înregistrate în Tabelul 1, figura 6 arată o creștere a randamentului pînă la o densitate catodică de 8 A/dm², randamentul atingînd un maxim la valoarea de 60,9%. La densități de curent mai ridicate randamentul scade, deoarece depolarizantul scapă de sub acțiunea reducătoare a hidrogenului datorită degajării abundente de gaz.

Tabelul nr. 1

Variația randamentului în funcție de densitatea de curent

p-nitrofenetol — 15 g H_2SO_4 (d = 1,25) — 150 cc				Catod — Cu perforat Anod — Pb			Diafragmă Agitare energică
Nr.	I A	Dc A/dm²	Timp h	Q Ah	Cc A/l	Temp. °C	ηc %
1	2	4	7 1/2	15	13,3	70	52,3
2	3	6	5	15	20	70	57,6
3	4	8	3 3/4	15	26,6	70	60,9
4	5	10	3	15	33,3	70	54,7
5	6	12	2 1/2	15	40	70	51,4

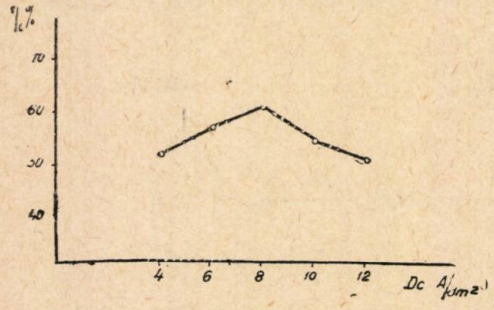


Fig. 6. — Randamentul catodic în funcție de densitatea de curent

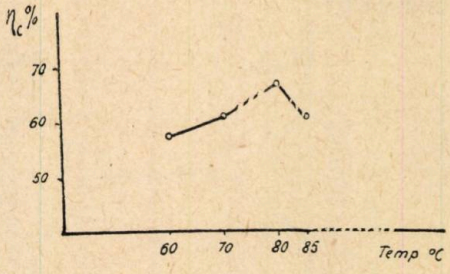


Fig. 7. — Randamentul catodic în funcție de temperatură

2. *Variația randamentului în funcție de temperatură,* se poate urmări în Tabelul 2, figura 7. Randamentul trece printr-un maxim pentru temperatura de 80°C cînd atinge o valoare de 67,1%. Randamentul crește cu creșterea temperaturii ca urmare a măririi vitezei de reacție; la temperaturi superioare randamentului scade deoarece sulfatul de fenetidină se descompune.

3. *Mărirea concentrației p-nitrofenetolului* raportată la același volum de electrolit (150 cm³ H_2SO_4) are drept consecință o scădere a randamentului de curenți datorită creșterii vîscozității electrolitului. La o concentrație de 5 g. *p*-nitrofenetol la 150 cm³ H_2SO_4 randamentul are

Tabelul nr. 2

Variația randamentului în funcție de temperatură

p-nitrofenetol — 15 g H_2SO_4 (d=1,25) — 150 cc				Catod—Cu perforat Anod Pb		Diafragmă Agitare energică
Nr.	Temp. °C	I A	Dc A/dm²	Timp h	Q Ah	ηc %
1	60	4	8	3 3/4	15	57,6
2	70	4	8	3 3/4	15	60,9
3	80	4	8	3 3/4	15	67,1
4	85	4	8	3 3/4	15	60,4

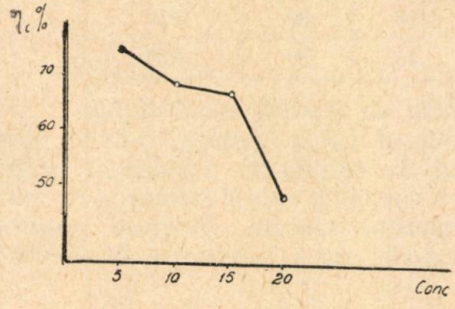


Fig. 8 — Randamentul catodic în funcție de concentrația p-nitrofenetolului

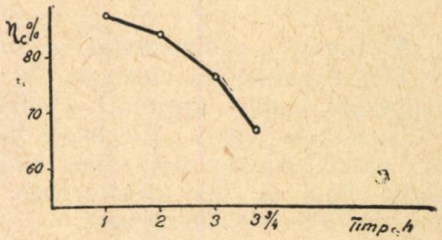


Fig. 9. — Randamentul catodic în funcție de timp

Tabelul nr. 3

Variația randamentului în funcție de concentrația p-nitrofenetolului

H_2SO_4 (d = 1,25) — 150cc				Catod—Cu perforat Anod Pd			Diafragmă Agitare energică
Nr,	p-nitro-fenetol g	I A	Dc A/dm²	Timp h	Q Ah	Temp, °C	ηc %
1	5	4	8	1 1/4	5	80	74,3
2	10	4	8	2 1/2	10	80	67,8
3	15	4	8	3 3/4	15	80	67,1
4	20	4	8	5	20	80	48,2

valoarea de 74,3%. (Tabelul 3, figura 8), deoarece se realizează o emulsie fină a *p*-nitrofenolului în H_2SO_4. Randamentul scade atingînd un palier aproape constant 67,8%, respectiv 67,1% la valorile de 10 g, respectiv 15 g p-nitrofenetol, iar la concentrația de 20 g p-nitrofenetol are loc o scădere maximă a randamentului ajungînd la valoarea 48,2%. Concen-

trații prea mici ale p-nitrofenetolului nu sînt favorabile întrucît tot sulfatul de fenetidină obținut rămîne în soluție. Deaceea cu toată scăderea randamentului e avantajos să se lucreze cu o concentrație mai mare sau cu electrolit reciclat.

4. *Variația randamentului în funcție de timp* (Tabelul 4, figura 9) arată o scădere de la valoarea 87,5% pentru o oră pînă la 67,1% pentru 3.3/4 ore (timpul teoretic necesar) ceeace indică o descompunere în timp a produsului la temperatura la care se efectuează electroliza.

Tabelul nr. 4

Variația randamentului în funcție de timp

p-nitofene ol — 15 g H_2SO_4 (d = 1,25) — 150cc				Catod—Cu perforat Anod Pb		Diafragmă Agitare energică
Nr.	Timp h	I A	Dc A/dm²	Q Ah	Temp. °C	η_c%
1	1	4	8	4	80	87,5
2	2	4	8	8	80	83,9
3	3	4	8	12	80	76,7
4	3 3/4	4	8	15	80	67,1

5. *Variația randamentui în funcție de natura electrodului.*

Din experiențele efectuate cu diferiți catozi (cupru, plumb, plumb amalgamat, cupru argintat) (Tabelul 5) rezultă un randament maxim pe catodul de cupru. Electrozii care prezintă supratensiune (de exemplu: plumb amalgamat) dau randamente scăzute, deoarece p-nitrofenetolul fiind un bun depolarizant catodic nu e avantajat de electrozii care prezintă supratensiune.

Tabelul nr. 5

Variația randamentului în funcție de natura catodului

p-nitofenetol — 15 g H_2SO_4 (d = 1,25) — 150cc				Anod Pb			Diafragmă Agita e energică
Nr.	Catod	I A	Dc A dm²	Timp h	Q Ah	Temp. °C	η_c%
1	Cupru	4	8	1 1/4	5	80	74,3
2	Plumb	4	8	1 1/4	5	80	50
3	Plumb amalgamat	4	8	1 1/4	5	80	42,8
4	Cupru argintat	4	8	1 1/4	5	80	48,5

Concluzii.

1. Din studiul curbelor de polarizare catodică rezultă că p-nitrofenetolul se comportă ca un foarte bun depolarizant catodic; astfel se observă o deplasare accentuată a potențialului catodic spre valori mai electropozitive care poate ajunge pînă la 0,4 V. Această deplasare este

cu atît mai mare cu cît temperatura este mai ridicată și raportul p-nitrofenetol/acid sulfuric mai mic.

Scăderile de potențial cele mai mari se observă la catozii formați din metale care nu dau supratensiune; observațiile asupra potențialului catodic se acordă cu rezultatele experimentale obținute la studiul randamentului de curent.

2. Randamentul de curent este puternic influențat de condițiile de lucru:

a) Cu creșterea densității de curent randamentul crește și tinde spre un maxim la 8 A/dm^2;

b) Cu creșterea temperaturei randamentul tinde deasemeni spre un maxim la temperatura de 80°C.

c) Creșterea raportului p-nitrofenetol/soluție H_2SO_4 scoboară randamentul de curent;

d) Deasemeni toți electrozii care dau supratensiune pentru hidrogen nu aduc o mărire a randamentului.

3. Condițiile optime pentru obținerea unui bun randament de curent sînt: catod de cupru perforat, anod de plumb, agitare puternică, temperatura 80°C, densitate de curent 8 A/dm^2, raport p-nitrofenetol/acid sulfuric: 1 gr p-nitrofenetol la 30 cm^3 H_2SO_4 d=1,25.

4. Pentru obținerea sulfatului de fenetidină cristalizat este bine să se lucreze cu electrolit reciclat (saturat cu sulfat de fenetidină) sau să se mărească raportul p-nitrofenetol/acid sulfuric ceeace aduce însă o oarecare micșorare a randamentului.

Laboratorul de Electrochimie
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *K. Brand:* Die electrochemische Reduktion organischer Nitrokörper und verwandter Verbindungen Stuttgart 1908.
2. *Schudt:* Dissertation, Giessen 1902.
3. *G. A. Kirchhof:* Chem. Pharmaz. Ind. (russ) 326—32, 1933.
4. *W. A. Kirchhof, M. O. Spektor, S. M. Butjugin:* Russ. P. 39111 din 24.I.1933.
5. *W. E. Bradt și A .W. Erikson:* Trans. electrochem. soc. 75. (13) 1939.

REZUMAT

În nota prezentă se urmărește:

A. Acțiunea p-nitrofenetolului ca depolarizant catodic.

B. Studiul variației randamentului de curent în funcție de parametrii fizico-chimici utilizați.

Din studiul curbelor de polarizare catodică rezultă că p-nitrofenetolul se comportă ca un foarte bun depolarizant catodic; astfel se observă o deplasare accentuată a potențialului catodic spre valori mai electropozitive. Această deplasare este cu atît mai mare cu cît tempe-

ratura este mai ridicată şi raportul p-nitrofenetol/acid sulfuric mai mic.

Scăderile de potenţial cele mai mari se observă la catozii formaţi din metale care nu dau supratensiune.

Observaţiile asupra potenţialului catodic sînt în concordanţă cu rezultatele experimentale obţinute prin cercetarea randamentelor de curent.

S-au stabilit condiţiile optime pentru obţinerea unui bun randament de curent.

ВОССТАНАВЛЕНИЕ p—НИТРОФЕНЕТОЛА В p—ФЕНЕТИДИН

(Краткое содержание)

В настоящей работе исследуется:

А. Действие p—нитрофенетола в качестве катодного деполяризатора.

Б. Исследование изменения выхода по току в зависнмости от примененных физико-химических параметров.

Из исследования кривых катодной поляризации следуéт, что p—нитрофенетол ведет себя как очень хороший катодный деполяризатор; так, наблюдается заметный сдвиг катодного потенциала в сторону более электроположительных величин. Этот сдвиг тем больше, чем выше температура и чем меньше отножение p—нитрофенетол /серная кислота/.

Наиболшие надения потенциала наблюдаются у катодов, изготовленных из металлов, которые не дают перенапряженння.

Замечания, касающиесия катодного потенциала соответствуют экспериментальным данным, полученным при иследовании выходов по току.

Установлены оптимальные условия для получения хорошего выхода по току.

LA REDUCTION DU P-NITROPHENETOL A P-PHENETIDINE

(Résumé)

Dans la présente note on recherche:

A. L'action du p-nitrophénétol comme dépolarisant cathodique.

B. Le variation du rendement du courant en fonction des facteurs physico-chimiques utilisés.

D'après l'étude des courbes de polarisation, il résulte que le p-nitrophénétol se comporte comme un très bon dépolarisant cathodique: on observe un déplacement accentué du potentiel cathodique vers les valeurs plus électropositives. Ce déplacement devient plus accentué à la suite de l'augmentation de la température et l'abaissement du rapport p-nitrophénétol/acide sulphurique.

Les diminutions de potentiel les plus accentuées deviennent plus visibles sur le cathodes formées par les métaux qui ne présentent pas de surtension.

Les observations sur le potentiel cathodique sont en concordance avec les valeurs experimentales obtenues par l'étude des rendements du courant.

On établit en même temps les conditions optima pour l'obtention d'un bon rendement du courant.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

TERMO-BALANŢA ELECTRONICĂ DIFERENŢIALĂ *)

de ŞERBAN SOLACOLU, PETRE BALTĂ şi RADU DINESCU

Analiza termogravimetrică este determinarea dinamică a variaţiei greutăţii în funcţie de temperatură, datorită unei reacţii chimice: Un creuzet conţinînd substanţe de analizat este suspendat de platanul unei balanţe şi încălzit cu viteză controlată (de obicei 2^0 pe minut) într-un cuptor electric; pe măsură ce are loc variaţia greutăţii, balanţa este menţinută în echilibru prin adăogarea de greutăţi pe platanul opus. În felul acesta se obţine curba variaţiei greutăţii substanţei în funcţie de temperatură.

Iniţial s-au folosit balanţe analitice obicinuite cari faţă de durata mare a determinării — depăşind uneori 8 ore — necesită ca o persoană să efectueze manual în tot acest timp operaţiunile arătate. Ulterior s-au realizat diferite sisteme de balanţe, la cari operaţiunile sînt automatizate. Astfel Correns şi Schott (1) descriu o balanţă cu echilibrare mecanică automată, prin căderea unor alice şi cu reglare manuală a temperaturii. Prochazka (2) foloseşte balanţa cu dispozitive de înregistrare optică prin proiectarea unei raze luminoase pe hîrtie fotografică. De Kaiser (3) arată construcţia unei balanţe electrice automate cu posibilitatea de a înregistra curba cumulată a pierderilor de greutate şi curba diferenţială exprimînd viteza de scădere a greutăţii. Lambert (4) descrie o balanţă automată, cu perfecţionări faţă de cea precedentă.

De către autori, s-a realizat o balanţă electronică pentru analiza termogravimetrică diferenţială care prin dispozitive cibernetice permite uşor înregistrarea automată.

Schema bloc a aparatului este următoarea (fig. 1):

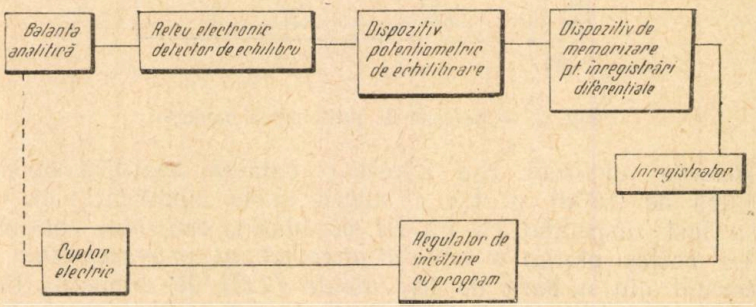


Fig. 1.

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti din 27—28 iunie 1957.

În principiu, instalaţiunea (fig. 2) este constituită din:
O balanţă analitică obişnuită (1)
Un releu electronic folosit ca detector de echilibru (2)
Un dispozitiv potenţiometric de echilibrare combinat cu (3)
Un dispozitiv de memorizare pentru înregistrarea diferenţială (4)
Un cuptor electric cu rezistenţă (5)
Un regulator de temperatură cu program (6)
Un milivolmetru inscriptor care înscrie pe hîrtie cele trei mărimi: pierderea de greutate, temperatura şi viteza de scădere a greutăţii, toate în funcţie de timp. (7)

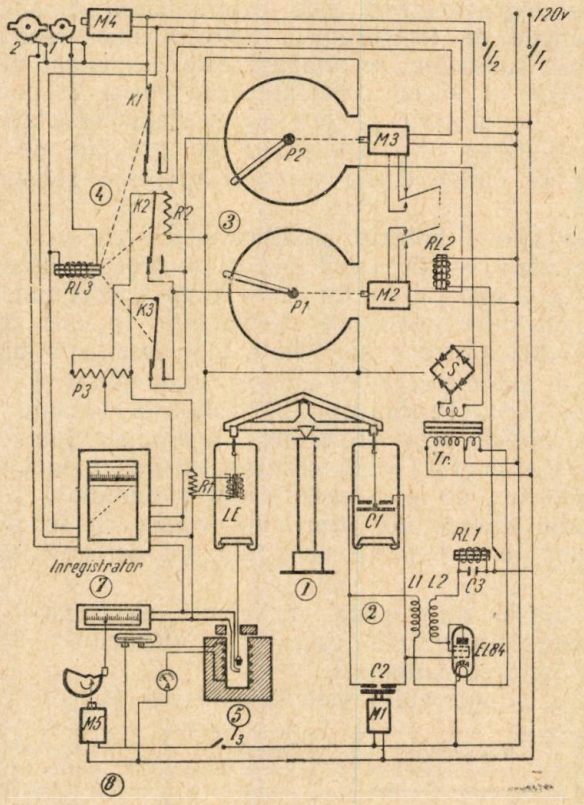


Fig. 2. — Schema de principiu a balanţei

1. *Balanţa analitică.* S-a folosit o balanţă analitică obişnuită cu sensibilitatea de 0,0001 g. Ea a suferit unele modificări: la unul din platane a fost suspendat cu un fir de platin, creuzetul conţinînd substanţa. La acelaş platan e adaptat *dispozitivul potenţiometric de echilibrare* format din o bară de fier moale *(LE)* de diametru 10 mm şi lungimea de 50 mm, suspendată la interiorul şi coaxial cu o bobină fixată pe stativul balanţei. Miezul de fier e atras proporţional cu curentul ce circulă prin bobină, permiţînd menţinerea în echilibru a balanţei.

La celălalt platan este montat detectorul de echilibru. Acesta se compune din discul de aluminiu (C_1), de diametru 90 mm, care osci-

lează odată cu balanța, în fața a două semidiscuri fixe, de același diametru, formînd armăturile unui condensator. La desechilibrarea balanței, discul (C_1) își modifică distanța față de cele două semidiscuri fixe, variind capacitatea condensatorului.

2. *Releul electronic de detecție a desechilibrului* este un oscilator în curent alternativ de cca. 60 KHz montat cu tubul EL 84 (pentodă finală) care a fost ales datorită pantei mari de 11 m A/V pe care o posedă.

În circuitul grilei de comandă se află condensatorul de pe platanul balanței (C_1), legat în paralel cu condensatorul de atenuare a oscilațiilor balanței (C_2) și bobina (L_1). Capacitatea condensatorului (C_2) e variată alternativ de cca. trei ori pe secundă prin rotirea unei armături de către motorul M_1. Rolul acestui condensator este de a împiedica oscilarea ritmică rapidă a balanței în jurul punctului de echilibru, funcționînd în modul arătat mai jos.

În circuitul anodic se află bobina (L_2) și releul (RL_1) sensibil la cca. 5 mA. Tubul este alimentat cu curent alternativ la 120 V. În momentul cînd capacitatea condensatorului C_1 este destul de mare, tubul intră în oscilație, ceeace provoacă o scădere a curentului anodic care devine aproape nul. Din această cauză releul (RL_1) va fi deschis. Dacă capacitatea condensatorului (C_1) scade, la un moment dat oscilațiile din tub încetează și curentul anodic crește pînă la cca. 20 mA. Acest curent face ca releul ($RL1$) să se închidă. În felul acesta releul electronic, prin intermediul releului (RL_1), comandă dispozitivul de echilibrare a balanței.

3. *Dispozitivul potențiometric de echilibrare* e compus din potențiometrele (P_1) și (P_2) mișcate de motoarele cu două sensuri de rotație (M_2) și (M_3). Potențiometrele sunt legate în paralel și alimentate cu curent continuu de la transformatorul de rețea (Tr) și redresorul cu seleniu (S). Cursoarele celor două potențiometre trimit curent, prin intermediul comutatorului (K_3) în șuntul (R_1) și bobina de echilibrare (LE) Motoarele (M_2) și (M_3) își schimbă sensul de rotație datorită acțiunii releului de putere (RL_2) comandat de (RL_1). Cînd (RL_2) e închis, comutatorul (K_4) e în poziția de jos și motoarele merg într-un sens; cînd (RL_2) e deschis, (K_4) e în poziția de sus și motoarele merg în sens contrar.

4. *Dispozitivul de memorizare* este deservit de aceleași două potențiometre (P_1) și (P_2), care lucrează alternativ. După ce (P_1) a servit la echilibrarea balanței o perioadă de timp el este oprit și intră in serviciu (P_2). În acest timp (P_1) păstrează, ca o memorie, curentul maxim din perioada anterioară. La sfîrșitul perioadei de funcționare a potențiometrului (P_2), între cursoarele celor două potențiometre se măsoară o diferență de potențial proporțională cu pierderea de greutate ce a survenit în decursul unei perioade de timp $\Delta\tau$. Din această diferență de greutate ΔG obținem viteza de variație a greutății: $\Delta G/\Delta\tau$.

Funcționarea alternativă a celor două potențiometre e comandată de servomotorul (M_4), care prin intermediul camei (1) închide sau deschide releul (RL_3), care la rîndul său schimbă poziția comutatorului (K_1) trimițînd curent servomotorului (M_2) sau (M_3).

Comutatorul (K_2) acționat tot de (RL_3), introduce în circuitul potențiometrului în repaus o rezistență echivalentă (R_2) în așa fel încît potențiometrul să debiteze pe aceeași sarcină ca și în perioada de activitate.

Comutatoarele (K_2) şi (K_3) au în acelaş timp rolul de a schimba legăturile la cele două cursoare în aşa fel încît prin potenţiometrul (P_3) curentul să treacă totdeauna în acelaş sens. De la cursorul acestui potenţiometru (P_3) se ia tensiunea diferenţială ce se înregistrează.

Variaţia de greutate se înregistrează măsurînd căderea de tensiune pe rezistenţa (R_1) pusă în serie în circuitul de echilibrare.

5. *Cuptorul electric* are rezistenţa de cromnichel putînd fi folosit pînă la cca. 1000°C; puterea cuptorului este 700 W la 120 V. Pentru temperaturi pînă la 1500°C se foloseşte un cuptor cu rezistenţă de platin.

Temperatura se măsoară cu un termocuplu Pt-Pt (Rh) introdus prin capac şi avînd sudura sub creuzet.

6. *Termoregulatorul cu program* este compus dintr-un milivoltmetru termoregulator la care s-a adaptat un motor (M_5) cu o camă ce deplasează cu o viteză convenabilă dispozitivul de reglare. Forma camei se alege după curba de temperatură necesară.

7. *Înregistratorul folosit este un milivoltmetru de 16mV* cu inscriptor cu o singură înregistrare adaptat printr-un comutator automat pentru trei înregistrări. Înregistrarea diferenţială la intervalele necesare e comandată de cama (2) mişcată de servomotorul (M_4).

Ca exemplu de determinare se redă în fig. 3 diagrama termogravi-

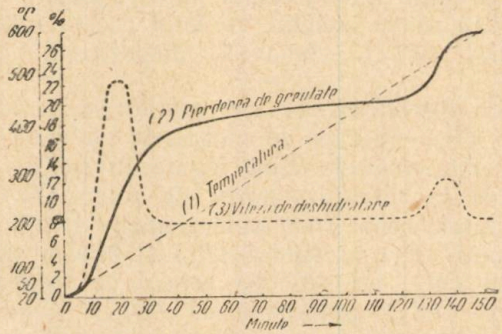


Fig. 3. — Diagrama termogravimetrică pentru o bentonită

metrică pentru o bentonită romînească folosită ca materie primă industrială pentru pămînt decolorant. Inscriptorul a trasat 3 curbe şi anume:

— curba temperatură funcţie de timp (1)

— curba pierderii greutăţii funcţie de timp datorită deshidratării termice (2)

— curba diferenţială (3)

Din termograma gravimetrică a efectului de deshidratare se pune în evidenţă prezenţa a 2 efecte termice de deshidratare la 75°C şi 550°C ceea ce semnalează prezenţa a 2 componenţi mineralogici: efectul termic la 75°C este caracteristic componentului montmorillonitic iar cel la 550°C este caracteristic componentul caolinitic al mineralelor argiloase.

CONCLUZII

1. A fost construită o balanţă electronică pentru determinări termogravimetrice pentru temperaturi pînă la 1500°.

2. Aparatul permite înregistrarea simultană a pierderii de greutate, a temperaturii și a vitezei de pierdere de greutate.

3. Precizia înregistrării pierderilor de greutate atinge 0,1%, corespunzînd sensibilității balanței analitice.

Laboratorul de Chimia Silicaților
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *Correns, C. W.* și *W. Schott* — Kolloid — Ztschr. 1933, p. 196—203.
2. *Prochazka, S.* — Urmărirea mersului procesului de deshidratare și posibilitatea folosirii lui ca metodă de încercare ceramică. Sbornik praci z technologie silikatu Prag,a 1954, p. 76—80.
3. *De Kaiser* — Bull. Soc. Franc Céram, 1953, Nr. 20.
4. *Lambert* — Bull. Soc. Franc-Céram, 1955, Nr. 28.
5. *Ardely* — Comunicare la Congresul de Chimie Tehnologică din Cehoslovacia. Academia de științe din Bratislava, 1956.

ДИФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ ВЕСЫ

(краткое содержание)

В работе даётся описание термогравиметрических весов для динамического анализа потери совмещенного и дифференциального веса данного образца, в зависимости от температуры, с автоматической регистрацией реализованной авторами.

Были использованы весы обыкновенного аналитического типа с чувствительностью 0,0001 г.

Для детектирования равновесия используется электронное реле с лампой EL — 84 и с изменением емкост, вправленное в одну из чашек весов.

Равновесие реализуется путём потенциометрической компенсации потери веса при помощи электромагнетического прибора, прикрепленного к другой чашке весов.

В эту цепь входит и прибор запоминания дифференциальной потери веса, функционирующий также потенциометрически.

Регистрация гравиметрических кривых совмещенной, дифференциальной и температурной, осуществляется на пишущем милливольтметре в 16 MB.

Нагревание образца происходит в электрической печи с сопротивлением, управляемой програмным регулятором температуры, со скоростью 100° — 200° в час.

Точность определений достигает 0,1% в соответствии с чувствительностью аналитических весов.

UNE THERMOBALANCE ÉLECTRONIQUE DIFFERENTIELLE

(Résumé)

On présente la description d'une balance thermogravimétrique pour l'analyse dynamique de la perte de poids d-un échantillon en valeurs

cummulées et différentielles en fonction de la température ; l'enregistrement des valeurs est effectué automatiquement.

L'installation a été réalisée par les auteurs.

La balance est du type analytique usuel à 0,0001 g. sensibilité. La détection de l'équilibre est assurée par un relais à tube électronique (EL84), mis dans le circuit avec une variation de capacité et monté à l'un des plateaux de la balance.

On réalise l'équillibrage de la balance par la compensation de la perte de poids à l'aide d'un dispositif électromagnétique attaché à l'autre plateau de la balance. Le dispositif de mémorisation de la perte différentielle de poids, dont le montage est aussi potentiométrique fait aussi partie de ce circuit.

L'enregistrement des courbes gravimétriques cummulées et différentielles se fait sur un millivoltmètre — inscripteur de 16 mV portée.

L'echauffement de l'échantillon est assuré par un four électrique à résistance, commandé par un régulateur à programme, à vitesse de 100—200°/h.

La précision des résultats est de l'ordre de 0,1% en correspondance avec la sensibilité de la balance.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

541.133.08

UNELE CONSIDERAȚIUNI CRITICE ASUPRA PROBLEMEI PUTERII DE PĂTRUNDERE A ELECTROLIȚILOR

de GHEORGHE HAGYMAȘ

Aprecierea puterii de pătrundere a soluțiilor de electroliți constituie una din problemele importante și dificile ale galvanotehnicii.

În calculul grosimii depunerilor metalice după legile lui Faraday se admite, că densitatea de curent este aceeași pe întreaga suprafață a catodului—ipoteză, ce nu se verifică în condițiile obișnuite ale electrolizei. În realitate electrolitul opune rezistențe diferite trecerii curentului de la anod la diferite porțiuni ale catodului și provoacă astfel ridicarea densității de curent pe părțile proeminente ale catodului (colțuri, muchii, părți bombate) în detrimentul porțiunilor mai îndepărtate. Drept consecință pe catod apar porțiuni cu polarizație ridicată, respectiv scăzută. Polarizația îngreunînd trecerea curentului, în locurile cu polarizație ridicată apare o tendință spre micșorarea densității de curent.

Convențional s-a denumit „repartizare primară a curentului" configurația cîmpului electric ce s-ar stabili în electrolit în cazul ideal al lipsei totale a polarizării electrozilor *[1]*. În condițiile obișnuite de electroliză are loc, spontan, o „repartizare secundară a curentului" pe catod ce conduce la distribuirea mai uniformă a depozitului metalic.

Rezultatul final al electrolizei — repartizarea metalului pe catod depinde, în afara configurației cîmpului electric din electrolizor, și de caracterul variației randamentului catodic de curent cu densitatea de curent. Cele două valori: repartizarea secundară a curentului și repartizarea metalului pe suprafața catodului coincid numai în cazul cînd randamentul catodic de curent nu variază cu densitatea curentului. Aceasta este situația, între anumite limite ale densității de curent, la depunerea cuprului din băi acide. Dacă randamentul de curent scade cu creșterea densității de curent, cum se întîmplă, spre exemplu, la depunerea staniului din baia alcalină de stanare, distribuția metalului devine mai uniformă decît repartizarea curentului. Dacă randamentul de curent crește odată cu densitatea de curent, ca în cazul cromării, metalul se repartizează mai puțin uniform decît curentul.

Problema puterii de pătrundere a electroliților în galvanotehnică prezintă interes practic însemnat din punct de vedere al economisirii metalelor neferoase și al scurtării timpului de electroliză — deci al intensificării procesului tehnologic. Stăpînirea acestei proprietăți ar face posibilă aplicarea straturilor metalice de grosime uniformă pe catozi

de orice formă. Ar deveni astfel inutilă supradimensionarea depunerii la care sînt obligați în prezent practicienii.

Chestiunea repartizării curentului și a metalului la electroliză a început să intereseze pe cercetători, în special pe matematicieni, încă din secolul trecut. Matematicienii studiau latura teoretică a acestei probleme. În practică obținerea depozitelor de grosime uniformă era considerată o artă. Numai la începutul secolului XX și în special după primul război mondial, cînd aplicarea depunerilor galvanice a primit o răspîndire largă, problema puterii de pătrundere a devenit o preocupare a electrochimiștilor. Importanța tehnico-economică a problemei în zilele noastre a crescut iar numărul lucrărilor teoretice și experimentale s-a înmulțit, dar aprecierea cantitativă a puterii de pătrundere a electroliților a rămas o problemă deschisă pentru specialiști. În țara noastră nu s-au efectuat lucrări experimentale în acest domeniu.

În prezent se consideră stabilit că repartizarea curentului pe catod depinde de factori electrochimici și geometrici (dimensiunile și forma electrozilor și a cuvei de electroliză). Factorii electrochimici sînt polarizația și conductibilitatea electrică a soluției, prin intermediul cărora se manifestă acțiunea temperaturii, densității de curent, agitării electrolitului, compoziției ș. a. Expresia cantitativă a puterii de pătrundere a electrolitului ca funcție a tuturor acestor factori nu este cunoscută. Găsirea ei ar face posibilă:

1. Determinarea regimului de electroliză în care se obține depunerea cea mai uniformă posibilă; deasemeni — indicarea electrolitului cu puterea de pătrundere optimă în cazul unui șir dat de electroliți.

2. Stabilirea repartizării curentului pe electrod fără experimentare prealabilă, fiind cunoscute: compoziția băii de electroliză, regimul de lucru, forma electrozilor și a cuvei — sau găsirea acelei dispoziții a electrozilor, în care catodul va fi acoperit cu un strat metalic de grosime cît mai uniformă.

Prima din aceste probleme necesită definirea unui criteriu adecuat pentru aprecierea cantitativă a puterii de pătrundere, ca proprietate a electrolitului. A doua problemă se reduce în fond la determinarea configurației cîmpului electric în electrolit între doi electrozi deci la problema rezolvării ecuației diferențiale a lui Laplace — expresie matematică a legii repartiției cîmpului potențial.

H. Haring și W. Blum [2] au definit puterea de pătrundere a electroliților ca „devierea repartizării metalului de la repartizarea primară a curentului, exprimată în procente", propunînd pentru evaluarea ei formula:

$$T = \frac{K - \frac{M_n}{M_f}}{K} \cdot 100\ \% \qquad (1)$$

unde:

K — raportul distanțelor de la anod la doi catozi diferit îndepărtați de anod.

$\frac{M_n}{M_f}$ — raportul greutății depunerilor metalice obținute pe catozii respectivi.

Deși dedusă din premize teoretice eronate formula lui Haring și Blum a fost singura care a servit un timp destul de îndelungat la evaluarea puterii de pătrundere a băilor galvanice, conducînd la date comparative utile pentru practică. Rezultate mai mult sau mai puțin reproductibile s-au obținut însă numai în cuve identice, la distanțe interelectrodice constante. Numeroși cercetători [3] s-au străduit să perfecționeze formula (1) astfel încît cu ajutorul expresiilor noi propuse să se ajungă la date obiective, valabile oricare ar fi raportul factorilor geometrici din electrolizor.

Ca și formula inițială, aceste perfecționări suferă de o serie de neajunsuri dintre care cel mai important este acela de a fi admis trecerea rectilinie a curentului prin electrolit [14]. Într-adevăr, vectorul densității de curent este constant dealungul liniilor de curent în cîmpul electric din electrolit numai într-un electrolizor cu secțiunea dreptunghiulară, pereții opuși ai căruia funcționează ca electrozi. Ori, formula (1) este lipsită de sens pentru acest electrolizor în care repartizarea curentului este absolut uniformă. Pe de o parte autorii își propun să studieze puterea de pătrundere, ce se manifestă în condițiile reale de electroliză, cînd densitatea de curent pe catod este neuniformă datorită unei anumite configurații a catodului și electrolizorului, iar electrolitul își manifestă proprietatea de a o uniformiza. Pe de altă parte, la deducția relațiilor matematice, autorii admit o ipoteză valabilă numai pentru un electrolizor de formă ce exclude prezența oricărei neuniformități a repartizării curentului pe catod, în lipsa căruia nu poate fi vorba de putere de pătrundere.

Pentru evaluarea puterii de pătrundere H. Haring și W. Blum utilizează, deasemeni, următoarea expresie echivalentă formulei (1):

$$\frac{D_n}{D_f} = K\left(1 - \frac{e_f - e_n}{E_f}\right) \qquad (2)$$

unde:

D — densitatea de curent pe porțiunea apropiată (n) și îndepărtată (f) a catodului;

e — potențialul catodic pe porțiunile respective;

E_f — căderea ohmică de tensiune în electrolit de la anod la porțiunea îndepărtată f a catodului..

În această expresie $\frac{D_n}{D_f}$ nu reprezintă valoarea reală a raportului curenților pe două porțiuni ale unuia și aceluiași catod, cum admit autorii. Raportul curenților din formula (2) indică valoarea curenților în doi electrolizori dreptunghiulari de secțiune egală, dar cu electrozii plasați la distanțe diferite — dacă la bornele electrolizorilor se aplică aceeași tensiune sau, altfel interpretat — raportul curenților într-un electrolizor dreptunghiular în care catodul se deplasează din poziția n în poziția f în timp ce tensiunea la borne este menținută constantă.

Ca o consecință a acestor deficiențe formulele (1) și (2) nu permit analizarea justă a influenței tuturor factorilor electrochimici și geometrici asupra puterii de pătrundere a electroliților.

Caracterizarea cantitativă a puterii de pătrundere este indisolubil legată de o metodă experimentală de cercetare. În legătură cu metoda experimentală a lui H. Haring și W. Blum numeroși autori [5], [6] menționează că rezultatele măsurătorilor cu aparatura recomandată nu

se reproduc întotdeauna chiar cînd se lucrează în condiții identice și mai ales cînd durata experiențelor este diferită. Determinările prin măsurători de polarizație și recîntărirea catozilor adesea duc la rezultate diferite.

Din punct de vedere al clarificării influenței diferiților factori asupra puterii de pătrundere a electroliților un progres însemnat reprezintă apariția metodei grafice. Pentru a putea fi aplicată această metodă necesită cunoașterea curbelor de polarizație anodică și catodică în condițiile de electroliză respective. Metoda grafică a fost elaborată de profesorul V. A. Suhodschi [4] în anul 1935. Expunem mai jos principiul acestei metode:

Să admitem că electroliza are loc sub acțiunea unei tensiuni constante V în două cuve cu secțiunea dreptunghiulară de 1 cm² de diferite lungimi *(fig. 1)* și cu electrozii corespunzători echipotențiali: $\varphi_{a_1} = \varphi_{a_2}$ iar $\varphi_{c_1} = \varphi_{c_2}$. Să determinăm raportul curenților $i_2/i_1 = Z_i$, fiind cunoscute distanțele dintre electrozi l_1 și l_2. Dacă rezistența specifică a electrolitului este ϱ vom avea:

$$V = \varphi_a - \varphi_c + i\varrho l \qquad (3)$$

Construim curba de polarizație a catodului $\varphi_c = f_c$ (i) a anodului $\varphi_a = f_a$ (i) și curba sumară $\varphi_a - \varphi_c = f$ (i) (fig. 2). Pe diagrama obți-

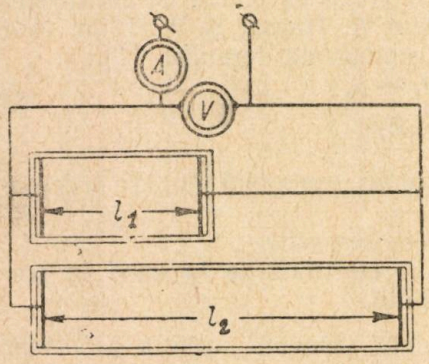


Fig. 1. — Electrolizorii [corespunzători calculului lui V. A. Suhodschi

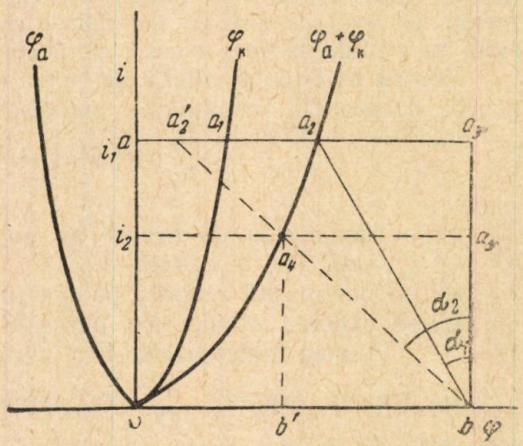


Fig. 2. — Curbele de polarizație și căderea de tensiune în electrolit după calculul lui V. A. Suhodschi

nută vom avea, pentru prima cuvă: $O_a = i_1$; $aa_2 = \varphi_a - \varphi_c$; $a_2a_3 = i_1\varrho l_1$, unde $i_1\varrho l_1$ este căderea de tensiune în electrolit.

Unim punctul b al abscisei corespunzător tensiunii aplicate, ob = V, cu punctul a_2. În triunghiul a_2a_3b

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{i_1\varrho l_1}{i_1} = \varrho l_1 \qquad (4)$$

Întrucît distanța dintre electrozi în cuva a doua este l_2 — rezultă că segmentul b a'_2 trebuie trasat sub unghiul $\alpha_2 =$ determinat din relația $tg\ \alpha_2 = \varrho l_2$. Segmentul $a_4a_5 = i_2\varrho l_2$ corespunde căderii de tensiune

în electrolit în cuva a doua iar segmentul a_5b reprezintă intensitatea curentului i_2 în această cuvă.

Astfel, raportul curenților $Z_i = \frac{i_2}{i_1}$ va fi exprimat prin raportul segmenților $\frac{a_3 b}{a_5 b} = \frac{0a}{0 i_2}$.

Metoda grafică conduce la concluzia calitativă că un electrolit oarecare va avea putere de pătrundere maximă în acele condiții de electroliză care corespund celor mai înclinate porțiuni ale curbei polarizației catodice.

Din analiza grafică a variației mărimii Z_i în funcție de diferiți factori rezultă că Z_i crește, la un K constant, cu micșorarea distanței dintre electrozi și cu creșterea conductibilității specifice a soluției. Deci în aceste condiții puterea de pătrundere crește. În practică se cunosc însă cazuri frecvente cînd micșorarea distanței dintre electrozi înrăutățește repartizarea curentului ca și mărirea conductibilității specifice a electrolitului.

Mărimea Z_i depinde de raportul distanțelor dintre electrozi $K = l_2/l_1$ iar în cazul cînd K este constant de dimensiunile l_1 și l_2 a cuvelor. Astfel raportul curenților Z_i ca și expresia:

$$T = \frac{K - \frac{i_2}{i_1}}{K} 100 = \left(1 - \frac{1}{Z_i K}\right)$$

propusă de Haring și Blum, nu poate servi la caracterizarea cantitativă a puterii de pătrundere. Pentru evaluarea acesteia V. A. Suhodschi propune o nouă noțiune — coeficientul diferențial γ al repartizării curentului:

$$-\gamma = \frac{d \ln i}{d x} = \frac{1}{\frac{1}{\omega x} \cdot \frac{d \varphi(i)}{d i}} \qquad (3)$$

unde:

ω — rezistența specifică a electrolitului;

x — distanța dintre electrozi;

$\frac{d \varphi(i)}{di}$ — coeficientul unghiular al tangentei curbei de polarizație.

În această definiție γ reprezintă micșorarea intensității curentului exprimată în fracțiuni de curent, cu mărirea distanței, exprimată în fracțiuni de distanță.

Expresii asemănătoare au dedus Vagramian, Frumkin și Kabanov [13]. Fără a cunoaște lucrarea lui V. A. Suhodschi, T. P. Hoar și I. M. Agar [11] repetă în fond aceeași interpretare grafică.

Ca o deficiență a metodei trebuie considerată dependența acesteia de tipul polarizației.

Examinînd influența factorilor geometrici asupra puterii de pătrundere autorii amintiți mai sus s-au rezumat la tratarea influenței distanței interelectrodice. Meritul de a fi remarcat importanța factorului geometric — ca forma catodului, anodului și a spațiului de electroliză — revine lui V. P. Mașoveț și B. V. Forsblom [7]. Acești cercetători prezintă pro-

blema în felul următor. Repartizarea curentului în electrolizor se supune legilor cîmpului electric și, în consecință, fiecărui punct al catodului îi corespunde un punct bine determinat al anodului iar astfel de puncte conjugate sînt unite între ele prin linii de curent. Liniile de curent reprezintă în realitate traectoria mișcării dirijate a ionilor ce se suprapune pe mișcarea cinetică, dezordonantă a acestora. Astfel, distribuția curentului pe o porțiune dată a catodului este strîns legată de distribuția curentului pe porțiunea conjugată a anodului. Ea depinde nu numai de polarizația catodului dar și de aceea a anodului. Forma liniilor de curent din electrolit depinde de parametrii geometrici ai electrozilor și a spațiului de electroliză. În sfîrșit, raportul dintre căderea de tensiune ohmică dealungul liniei de curent și scăderea de tensiune datorită polarizației depinde de conductibilitatea specifică a electrolitului și intensitatea curentului. Toți factorii electrochimici, geometrici și electrici se găsesc deci într-o strînsă legătură reciprocă. V. A. Mașoveț și G. V. Forsblom ajung astfel la concluzia că noțiunea de putere de pătrundere ca proprietate a sistemului electrochimic catod/electrolit/anod — este lipsită de sens. Determinarea puterii de pătrundere prin vreo metodă experimentală va da valori diferite după condițiile geometrice ale electrolizorului în care s-a lucrat. A pune just problema înseamnă, după acești autori, a cerceta configurația cîmpului electric din electrolizor, deci repartizarea curentului pe electrod ca rezultat al influenței tuturor factorilor, electrochimici, geometrici și electrici.

Mașoveț și Forsblom relevă pentru prima dată importanța factorului geometric și analizează influența concomitentă a tuturor factorilor asupra repartizării curentului. Considerăm însă că concluzia acestor autori prin care se contestă valabilitatea noțiunii de putere de pătrundere, ca proprietate a sistemului electrochimic, anod/electrolit/catod, este exagerată.

În sistemul anod-electrolit-catod are loc, în marea majoritate a cazurilor, transportul metalului de pe anod pe catod. Astfel, odată precizată natura electrolitului se precizează implicit natura sistemului. În diverse condiții geometrice puterea de pătrundere, ca proprietate a electrolitului, se manifestă cu diferite intensități, fiind mai mult sau mai puțin influențată de configurația electrolizorului și a electrozilor. Pot fi date numeroase exemple pentru a ilustra că această influență nu poate depăși anumite limite. Electrolitul de cromare, spre exemplu, va avea putere de pătrundere mai slabă decît electrolitul cianic de cuprare în orice condiții geometrice. Astfel, nu găsim suficiente motive pentru a considera că puterea de pătrundere nu este o proprietate a electroliților.

Expresiile matematice deduse de Mașoveț și Forblom sînt complicate. Ele permit analizarea justă, mai complet decît oricare din formulele existente, a influenței diferiților factori asupra repartizării curentului. După cum constată însiși autorii calea analitică este prea greoaie și lipsită de perspective din punct de vedere al utilizării practice.

Metoda experimentală utilizată de V. P. Mașoveț în principiu nu diferă de metoda aplicată de N. P. Fedotiev și A. I. Evstiuhin [9].

Cu ajutorul unei instalații potențiometrice speciale (fig. 3) Fedotiev și Evstiuhin au determinat liniile echipotențiale ale cîmpului electric dintre electrozi de diferite forme și au reprezentat apoi tabloul complet al

liniilor de curent din electrolit. Autenticitatea cîmpurilor electrice obținute s-a verificat determinînd densitățile de curent prin cîntărirea directă a diferitelor secțiuni ale catodului iar pe anod — cu ajutorul curbelor de polarizație. Punctele echipotențiale au fost determinate plasînd son-

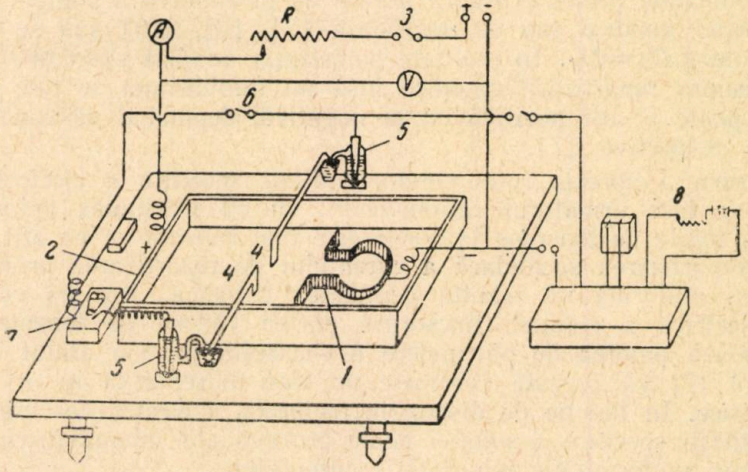


Fig. 3. — Instalația lui Fedotiev și Evstiuhin pentru determinarea configurației cîmpului electric din electrolit (poziția 8 reprezintă instalația potențiometrică)

dele 4 în poziția corespunzător căreia galvanometrul 7 indică zero. Autorii au arătat experimental că și în cel mai simplu caz de electroliză, dacă se examinează repartizarea curentului nu în două cuve separate, ci într-una singură, relațiile lui Haring și Blum devin inaplicabile. Acesta reiese clar din compararea fig. 4 cu configurația cîmpului electric ce rezultă în electrolizorii din fig. 1.

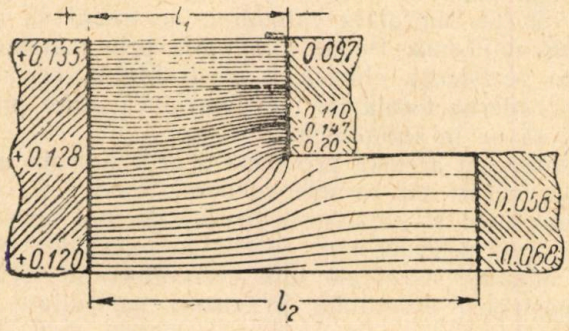


Fig. 4. — Configurația cîmpului electric într-un eletrolizor ce conține doi catozi plasați la distanțe diferite de anod

Metoda de lucru a lui Fedotiev și Evstiuhin a fost desvoltată de Mașoveț și Forsblom [10] care au studiat cîmpurile electrice din electroliți cu scopul de a stabili principiile modelării electrolizorilor.

Rezumînd concluziile cercetărilor efectuate pînă în prezent asupra puterii de pătrundere a electroliților influența diverselor factori asupra acesteia poate fi formulată în felul următor.

Este unanim admis că polarizația ridicată a catodului sau mai precis — alura înclinată a curbei de polarizație catodică — asigură o repartizare mai uniformă a depunerii metalice. Mărirea polarizației catodice exercită cea mai puternică influență și, independent de condiții geometrice, totdeauna pozitivă asupra puterii de pătrundere a soluției. Influența polarizației anodice sau se neglijează [2], [3], [10] sau se simplifică prin ipoteza $D_A=D_C$. În realitate polarizația anodică exercită o influență mică asupra repartizării catodice însă nu întotdeauna se ține seamă că acesta poate fi atît pozitivă cît și negativă, depinzînd de condițiile geometrice respective [7].

Pentru a aprecia rolul conductibilității specifice a electrolitului de obicei se face următorul raționament: cu cît fracțiunea polarizației în căderea totală de tensiune la borne este mai ridicată — cu atît mai mult diferă repartizarea secundară a curentului de repartizarea primară și cu atît mai uniformă va rezulta depunerea catodică. Mărirea conductibilității electrice a soluției, micșorînd partea căderii de tensiuni ohmice, ameliorează puterea de pătrundere a electrolitului. S-a arătat însă experimental [7] că această concluzie nu este îndreptățită în orice condiții geometrice. În funcție de dispoziția reciprocă a electrozilor mărirea conductibilității specifice a soluției poate provoca atît înbunătățirea cît și înrăutățirea uniformității repartizării curentului.

În privința influenței factorilor geometrici părerile cercetătorilor sînt contradictorii. Unii autori recomandă mărirea distanței dintre electrozi ca măsură ce duce la înbunătățirea repartizării curentului, în timp ce alții [11] menționează că puterea de pătrundere a băilor în electrolizorii mari, industriali, este totdeauna mai rea decît în electrolizorii mici de laborator. Pe de o parte prin mărirea distanței absolute dintre electrozi se micșorează concomitent diferența relativă a distanțelor dintre anod și porțiunile mai îndepărtate, respectiv mai apropiate ale catodului. Se consideră că această măsură, fiind întrucîtva echivalentă cu înlăturarea neregularităților de pe suprafața catodului, ar trebui să ducă la depuneri de grosime mai uniformă. Pe de altă parte prin mărirea distanței dintre electrozi crește rezistența ohmică a electrolitului, se micșorează partea polarizației în căderea totală de tensiune și ca atare puterea de pătrundere ar trebui să se înrăutățească.

Justa orientare în această problemă a fost indicată de V. P. Mașovet.

Alături de lucrări cu caracter general, cum sînt cele amintite mai sus, au fost efectuate și numeroase lucrări de mai mică anvergură [12]. În lipsa unui criteriu general al puterii de pătrundere și a unor metode experimentale unanim acceptate unii cercetători au recurs la rezolvarea problemei repartizării curentului în cazuri particulare, fără a pretinde la generalizarea fenomenului. Asemenea lucrări sînt utile și se impun ori de cîte ori apare nevoia de a aprecia puterea de pătrundere a unui electrolit nou intrat în practica industrială.

CONCLUZII

1. Formulele lui Haring și Blum nu pot servi la evaluarea cantitativă a puterii de pătrundere a soluțiilor de electroliți, fiind deduse din premize eronate.

2. Se poate considera că problema influenţei calitative a diverşilor factori, electrochimici şi geometrici, asupra repartizării curentului pe catod este rezolvată. În prezent nu există un criteriu cantitativ unanim admis penru aprecierea puterii de pătrundere a soluţiilor de electroliţi.

Laboratorul de Electrochimie
Institutul Politehnic Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1 *V. I. Lainer, N. T. Cudriavţev.* Osnovî galvanosteghii, Metalurghizdat, Moscova, 1953.
3. *H. Haring, W. Blum.* — Tr. Electroch. Soc. 44, 313 (1923).
3. *L. Pan* — Tr. Am. Electroch Soc. 58, 330 (1930) ; S. Field, Met. Ind. 35, 403 (1932); G. E. Gardam Tr. Far. Soc. 34, 698 (1938).
4. *V. A. Suhodschi.* — Corrozia i borba s nei 1, 103 (1936).
5. *A. V. Izmailov.* — Jurn. fiz. him. 28, 179 (1954).
6. *N. T. Cudriaţev.* — Galvanotehnica, Ghizlegprom, Moscova, 1940.
7. *V. P. Maşoveţ, G. V. Forsblom.* — Jurn. fiz. him. 26, 1389 (1952).
8. *V. P. Maşoveţ.* — Trudî ftaroi fsesoiuznoi conferenţii ANSSSR po teoreticescoi i pricladnoi electrochimii, Kiev, 1949.
9. *N. P. Fedotiev, A. I. Evstiuhin.* — Jurnal obşcei himii 12, N. 1—2 (1942).
10. *G. V. Forsblom, V. P. Maşoveţ.* — Docladî Academii Nauc SSSR 91, 593 (1953).
11. *T. P. Hoar, I. M. Agar.* — Disc. Far. Soc. 1, 158 (1947).
12. *N. T .Cudriavţev, A. A. Nichiforova.* — Jurn. pricl. himii 22, 367 (1949), C. Kasper, Tr. Am. Electroch. Soc. 82, 153 (1942); N. A. Spiegel Jurn. pricl. himii 9, 611 (1936), ş.a.
13. *A. N. Frumkin, V. S. Bagoţchi, Z. A. Ioffa, B. N. Cabanov.* — Kinetica electrodnîh proţesov, Izd. Mosc. Univ. 1952; A. T. Vagramian — Electroosajdenie metalov, Izd ANSSSR, Moscova, 1950.
14. *N. P. Gnusin, Gh. Hagymaş.* — Jurn. pricl. himii 27, 533 (1954).

К ВОПРОСУ О РАССЕИВАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ЭЛЕКТРОКЛИТОВ

(Краткое содержание)

1) Формулы Херинга и Блюма не могут служить для количественной оценки рассеивающей способности электролитов, так как они выводятся из ошибочных предпосылок.

2) Можно считать, что вопрос качественного влияния различных факторов, как электрохимических, так и геометрических, на рассеивающую способность электролитов разрешен. В настоящее время не существует общепризнанного критерия для количественной оценки распределения металла на катоде.

CONSIDÉRATIONS CRITIQUES SUR LE PROBLÈME DU POUVOIR DE PÉNÉTRATION DES SOLUTIONS DES ÉLECTROLYTES

(Résumé)

1. Les relations de Haring et Blum, établies sur prémisses erronées, ne peuvent pas aboutir a une relation quantitative propre pour déterminer le pouvoir de pénétration des solutions des électrolytes.

2. On peut considérer que dans l'état actuel, le problème de l'influence qualitative des divers paramètres électrochimiques et géoméeriques sur la distribution du courant sur la cathode est completement élucidé.

Jusqu'a présent il n'y a pas de relation mathématique unanimement acceptée pour l-évaluation quantitative du pouvoir de pénétration des solutions des électrolytes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

ELECTROTEHNICA

621.316.11

TRANSFIGURĂRILE TOPOLOGICE ALE REȚELELOR ELECTRICE*)

de CONSTANTIN I. MOCANU

I. PROBLEMA

I. *Problemă.* În literatură, transfigurările rețelelor electrice sînt studiate numai parțial, pentru cazurile particulare de transformare a structurilor cu elemente pasive și fără cuplaje mutuale, fără preocupări de tipizare a rețelelor. În această lucrare, autorul, formulînd pe bază topologică izomorfismul rețelelor electrice — stabilește sub formă generală teoremele de transfigurare pentru rețelele cu elemente active și cuplate soluționînd problema similitudinii, a rețelelor de contracție, a schemelor echivalente la accese fixe etc.

Problema rețelelor electrice constă în primul rînd, în punerea în ecuație a sistemelor fizice constituite din elemente active, conținînd surse, — rezistoare, inductivități proprii și mutuale, capacități tuburi, părți giratorii, conexe electric și magnetic. În acest scop, pentru rețele liniare, teoremele electrocineticei pun la dispoziție metode mai mult sau mai puțin comode, care conduc la sisteme de ecuații integro-diferențiale, a căror soluționare rezolvă problemele regimului permanent și tranzitoriu. Față de metodele clasice, calculul tensorial, grație sistematizării matriciale, permite stabilirea directă a ecuațiilor sub o formă condensată, oferind prilejul unui studiu metodic de analiză și sinteză a rețelelor. Totuși, metoda calculului matricial (sub forma clasică [3]), nu reduce ordinul sistemului de ecuații, astfel încît în unele probleme de scheme echivalente, — în particular dipolii Thévenin-Norton, soluționarea întregei rețele, devine inutilă și obositoare.

Un procedeu de simplificare a calculării schemelor echivalente constă în transfigurarea rețelelor electrice. Sub forma clasică, teoremele de transfigurare permit determinarea unor structuri echivalente pentru cazurile:

— structură electrică activă, echivalentă cu un sistem de elemente active montate în serie și cu efecte mutuale între ele (dar fără efecte mutuale cu alte elemente din rețea).

— structură activă echivalentă cu un sistem de elemente montate în paralel.

— structură pasivă de forma poligonului complet cu $n(n-1)/2$ elemente, echivalentă cu structura stelată conținînd n elemente pasive. În particular transfigurarea stea-triunghiu și triunghiu-stea.

Rezolvarea problemei generale de transfigurare a structurilor electrice cu elemente active și cuplaje mutuale interne și externe, dă posi-

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

bilitatea stabilirii unor structuri electrice tipice, astfel încît, cercetarea rețelelor electrice complexe se reduce la rețele simple, tipizate.

II. FUNDAMENTAREA TOPOLOGICĂ A REȚELELOR ELECTRICE

a) *Structuri topologice și structuri electrice.* Configurația geometrică *n* dimensională, a elementelor active și pasive, conexe electric și magnetic, ce alcătuiesc rețelele electrice, e comparabilă în multe privințe cu varietățile topologice (structuri algebrice sau topologice), [1], [2].

Dacă prin „structură" în sens topologic se înțelege organizarea axiomatică a unei mulțimi abstracte pe baza unei clase de legi de compoziție între elementele aceleiași mulțimi — clasa legilor interne, și a unei alte clase de legi de compoziție cu elementele altor mulțimi — clasa legilor externe, analog „structura electrică" poate fi interpretată ca sistemul elementelor electrice interconectate electric și magnetic, străbătut de curenții electrici care alcătuiesc astfel elementele mulțimii de studiat.

Legea de compoziție internă se va exprima în acest caz, prin relațiile de dependență liniară a curenților electrici:

$$\sum \varepsilon_k I_k = 0 \quad \therefore \quad \sum w_k I_k = 0.$$

sau sub formă matricială:

$$[C]\ [I] = 0 \tag{1}$$

în care [C] e matricea de conexiune (a conexiunilor electrice și magnetice), iar [I], vectorul curent.

Legea de compoziție externă, stabilind relații între elementele spațiului curenților [I], cu elementele spațiilor forțelor electromotoare [E] și tensiunilor [U] (ambele de aceeași varianță) pe baza corpului complex al impedanțelor [Z] — se exprimă prin căderile de tensiune în fiecare element;

$$E_k - U_k = \sum Z_{ki}\, I_i$$

sau sub formă matricială:

$$[E] - [U] = [Z]\ [I] \tag{2}$$

Se stabilește astfel corespondența între structurile topologice și structurile electrice. Ecuația (1) scrisă sub o altă formă:

$$[I] = [C]\ [I'] \tag{3}$$

în care [I'] e vectorul curenților liniari independenți, împreună cu (2), reprezintă ecuațiile matriciale fundamentale ale rețelelor electrice liniare, propuse de autor [8] [9], în locul ecuațiilor:

$$[I] = [C]\ [I'] \tag{4}$$

$$[E] = [Z]\ [I] \tag{5}$$

formulate ca ecuații fundamentale în lucrările clasice de aplicare a calculului matricial în studiul rețelelor electrice [3]. Ecuațiile matriciale sub forma (2) și (3), au avantajul că elimină ecuația necorespunzătoare (5), suprimă rețeaua primitivă lipsită de semnificație fizică și folosește ma-

tricea de conexiune de rangul cel mai mic ; $(l-k_e-k_m+S)$ în care l este numărul elementelor, k_e , k_m numărul conexiunilor electrice și magnetice, iar S numărul de subrețele.

b) *Dimensiunea rețelei liniare.* Analog spațiilor afine n dimensionale, se definește prin dimensia n a rețelei electrice, numărul curenților liniari independenți. Prima teoremă Kirchhoff din electricitate și magnetism, stabilește o dependență liniară rezultînd din ; $(l-k_e-k_m+1)$, relații distincte ce se pot scrie pentru $(k_e + k_m)$ conexiuni electrice și magnetice. Fiindcă pentru orice rețea electrică se poate găsi sistemul de numere, nu toate nule ε_k ,$(-1, 0, +1)$, pentru conexiunile electrice și w_k/w_i pentru conexiunile magnetice, rezultă că pentru rețeaua considerată numai:

$$n = l - k_e - k_m + 1$$

curenți sînt liniar independenți. Dacă rețeaua electrică conține S subrețele, dimensia va fi :

$$n = l - k_e - k_m + S \tag{6}$$

c) *Sistem de referință în rețeaua electrică n dimensională. Sistemul de referință ortogonal al impulsiilor unitare.* Independența celor n curenți, nu stabilește un regim preferențial al unora din curenți față de alții, alegerea din sistemul celor l curenți fiind arbitrară. Pentru curenții arbitrari independenți, se poate alege o bază de referință a vectorilor unitari, pe care o vom numi — sistemul de referință al impulsiilor unitare. Sistemul de referință pentru vectorul curent liniar independent $[I']$, este însă în general oblic. Prin procedee de ortogonalizare, se poate însă determina transformarea liniară a sistemului oblic într-un sistem de impulsii unitare ortogonale :

$$\bar{f}_1 = (1, 0, 0 \cdots\cdots 0 \cdots\cdots 0)$$

$$\bar{f}_2 = (0, 1, 0 \cdots\cdots 0 \cdots\cdots 0)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\bar{f}_j = (0, 0, 0 \cdots\cdots 1 \cdots\cdots 0)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\bar{f}_n = (0, 0, 0 \cdots\cdots 0 \cdots\cdots 1)$$

iar vectorul ortogonalizat al curenților liniar independenți $[I'']$, va fi dat de :

$$[I''] = I''_1 \bar{f}_1 + I''_2 \bar{f}_2 + \cdots\cdots + I''_j \bar{f}_j + \cdots\cdots I''_n \bar{f}_n$$

d) *Metrica rețelei electrice.* Asemănător metrizării spațiilor afine, se definește metrica rețelelor electrice prin produsul scalar (E, I) al vectorilor de forță electromotoare [E] și curent [I],

$$(E, I) = \sum_j^l \bar{E}_j \bar{I}_j^* \tag{7}$$

care reprezintă puterea electrică aparentă.

Dacă se multiplică ecuația matricială (2) cu $[I]_t^*$ și se observă că matricele $[U]$ și $[I]_t^*$ sînt divizori ai lui zero:

$$[U]_t [I]^* = [I]_t^* [U] = 0 \tag{8}$$

se obține:

$$[I]_t^* [E] = [I]_t^* [Z] [I].$$

sau:

$$(E, I) \equiv Z(I, I) \tag{9}$$

în care s-a notat prin Z(I, I), forma patratică a puterilor desvoltate în impedanțele rețelei. Identitatea (9) exprimă corespondența biunivocă între forma biliniară a puterii produse (E, I) și forma patratică Z(I, I) a puterii consumate. La baza metrizării rețelelor, stă principiul de conservare.

e) *Izomorfismul rețelelor electrice.* Prin analogie cu izomorfismul varietăților n dimensionale [2], se poate formula izomorfismul structurilor electrice, în sensul similitudinii ce se poate stabili între rețelele electrice. Un șir de rețele $R_{(m)}$ sînt izomorfe:

$$R_{(1)} \rightleftarrows R_{(2)} \rightleftarrows \cdots\cdots \rightleftarrows R_{(j)} \rightleftarrows \cdots\cdots R_{(m)} \tag{10}$$

dacă se poate stabili între vectorii de forță electromotoare $[E_{(m)}]$ de tensiuni $[U_{(m)}]$, curent $[I_{(m)}]$ și tensorii impedanțelor $[Z_{(m)}]$, corespondența biunivocă:

$$\begin{aligned}
&[E_{(1)}] \rightleftarrows [E_{(2)}] \rightleftarrows \cdots\cdots \rightleftarrows [E_{(j)}] \rightleftarrows \cdots\cdots \rightleftarrows E_{(m)}] \\
&[U_{(1)}] \rightleftarrows [U_{(2)}] \rightleftarrows \cdots\cdots \rightleftarrows [U_{(j)}] \rightleftarrows \cdots\cdots \rightleftarrows U_{(m)}] \\
&[I_{(1)}] \rightleftarrows [I_{(2)}] \rightleftarrows \cdots\cdots \rightleftarrows [I_{(j)}] \rightleftarrows \cdots\cdots \rightleftarrows I_{(m)}] \\
&[Z_{(1)}] \rightleftarrows [Z_{(2)}] \rightleftarrows \cdots\cdots \rightleftarrows [Z_{(j)}] \rightleftarrows \cdots\cdots \rightleftarrows Z_{(m)}]
\end{aligned} \tag{11}$$

astfel încît produsele scalare $(E_{(m)}, I_{(m)})$ și formele patratice $Z_m(I_{(m)}, I_m)$ sînt invariante:

$$(E_{(1)}, I_{(1)}) \equiv (E_{(2)}, I_{(2)}) \equiv \cdots\cdots \equiv (E_{(j)}, I_{(j)}) \equiv \cdots\cdots \equiv (E_{(m)}, I_{(m)}) \tag{12}$$

$$Z_{(1)}(I_{(1)}, I_{(1)}) \equiv Z_{(2)}(I_{(2)}, I_{(2)}) \equiv \cdots\cdots \equiv Z_{(j)}(I_{(j)}, I_{(j)}) \equiv \cdots\cdots \equiv Z_{(m)}(I_{(m)}, I_{(m)}) \tag{13}$$

iar produsele scalare $(U_{(m)}, I_{(m)})$, identic nule:

$$(U_{(1)}, I_{(1)}) \equiv (U_{(2)}, I_{(2)}) \equiv \cdots\cdots \equiv (U_{(j)}, I_{(j)}) \equiv \cdots\cdots \equiv (U_{(m)}, I_{(m)}) \equiv 0 \tag{14}$$

Energia electrică este deci invariantul structurilor izomorfe, ecuațiile (12), (13), (14), reprezentînd forme de exprimare a principiului de conservare. Ecuațiile (11) stabilesc pentru rețelele Rj transformarea vectorilor [E], [U], $[I]$ și $[Z]$, iar ecuațiile (12), (13), (14) definesc izomorfismul, sau izometria rețelelor.

În șirul rețelelor Rj, izometrice, se poate alege o rețea R_0, — rețea tipică și de cea mai simplă formă, pe care să se poată cerceta rețelele complexe. Izomorfismul rețelelor electrice permite deci studiul structurilor electrice pe modele simple.

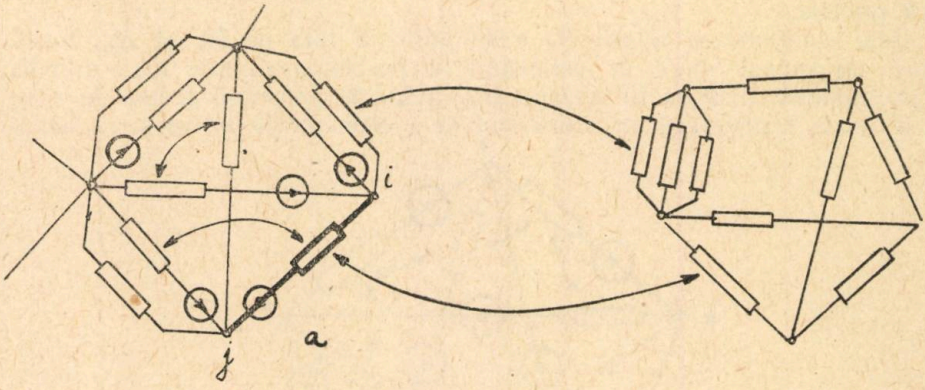
III. REȚELELE ELECTRICE POLIGONALE

Fie rețeaua electrică liniară în care elementul activ (ij), conectat între nodurile i și j, este definit de forța electromotoare E_{ij}, tensiunea la borne U_{ij}, curentul I_{ij} și impedanțele proprie Z_{ij}^{ij} și mutuale Z_{ij}^{pq}:

$$Z_{ij}^{ij} = p L_{ij}^{ij} + R_{ij}^{ij} + \frac{1}{pC_{ij}^{ij}}$$

După modul de interconectare a elementelor se disting:

a) *Rețele electrice complexe, cu subrețele poligonal complete și elemente binodale multiple, R_b.* Aceste rețele sînt constituite din 1 elemente, k conexiuni și S subrețele.



a. subrețea k b. subrețea $k+1$

Fig. 1. — Rețele electrice complexe, cu subrețele poligonal complete și elemente binodale multiple

Fiecare subrețea poate avea conectat între două noduri mai multe elemente, prezentînd efecte mutuale între ele, și între ele și restul elementelor din rețea, — fig. 1. O subrețea are însă forma poligonului complet, avînd în general între două noduri, elementele dispuse între ele în serie sau în paralel. Această rețea, de forma cea mai generală o vom denumi de tip „R_a" — rețea complexă cu subrețele poligonal complete și elemente binodale multiple, de dimensie:

$$n_a = l_a - k + s.$$

b) *Rețele electrice poligonal complete cu elemente binodale multiple R_b.* Aceste rețele au numai o subrețea (S=1), și sînt constituite ca și în cazul precedent, din elemente binodale multiple și cu efecte mutuale, — fig. 1 a. Vom denumi rețeaua de tip „R_a" — rețea poligonal completă cu elemente binodale multiple, de dimensie:

$$n_b = l_b - k + 1.$$

Evident că pentru același număr de elemente l_b și conexiuni k:

$$n_b < n_a$$

c) *Rețele electrice poligonal complete, R_p.* Aceste rețele avînd numai o subrețea, au interconectat între două noduri numai un element, — fig. 2.

Rețeaua R_p, pe care o vom denumi — „rețea electrică poligonal completă", va reprezenta pentru același număr de conexiuni k, forma cea mai simplă, tipică pentru rețelele R_a și R_b. Numărul elementelor rețelei fiind:

$$lp = k(k-1)/_2$$

dimensia va fi:

$$n_p = (k-1)(k-2)/_2$$

Față de rețelele R_a și R_b, rețeaua R_p are cea mai mică dimensie:

$$n_a > n_b > n_p$$

n_a, n_b, n_p reprezentînd ordinele sistemelor de ecuații liniare, care rezolvă rețelele.

Deși soluționarea rețelei R_p e simplificată față de R_a și R_b, totuși pentru un număr mare de conexiuni k, problema rămîne încă dificilă. Să presupunem însă că în rețeaua R_{rk} avînd k conexiuni (rețea de rang k), se poate transfigura structura stelată a elementelor active și cu efecte

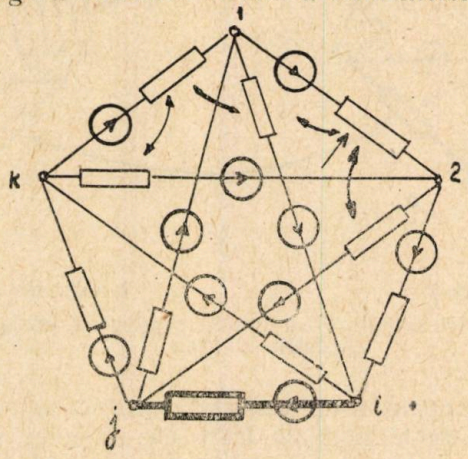


Fig. 2. — Rețea electrică poligonal completă Rp.

mutuale, conectate la nodul 1 (fig. 2) în structura poligonală echivalentă, astfel încît noua rețea $R_{b(k-1)}$ este de tip R_b cu (k—1) conexiuni și elemente binodale duble, fig. 3-a.

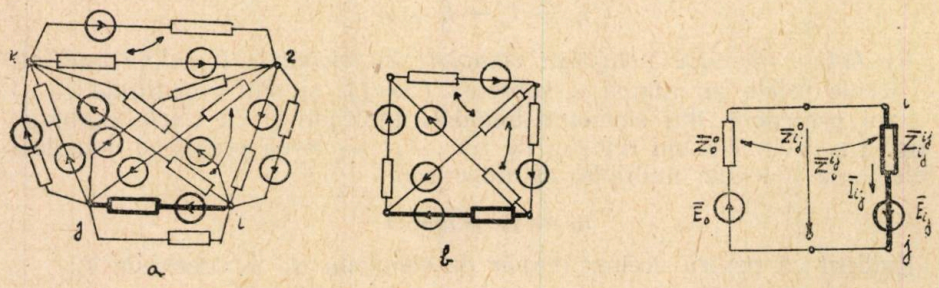


Fig. 3a. — Rețea electrică $R_{b(k-1),}$ - *b*, Rețea electrică $R_{p(k-1),}$-*c*, Rețea electrică Rp_2.

La rîndul său, rețeaua $R_{b(k-1)}$ poate fi transformată în rețeaua $R_{p(k-1)}$, poligonală, cu k—1 conexiuni, fig. 3b. Saltul de dimensie de la rețeaua R_{pk} la $R_{p(k-1)}$ este;

$$n_{pk} - n_{p(k-1)} = k - 2$$

Transfigurînd în continuare în rețeaua $R_{p(k-1)}$, structura stelată a nodului următor, se obține rețeaua intermediară $R_{b(k-2)}$, respectiv $R_{p(k-2)}$. În șirul rețelelor echivalente $R_{p(k-q)}$, q=1.2.... (k—2), se ajunge final la rețeaua R_{p_2}, care reprezintă schema generatorului echivalent privitor la elementul (ij'), — fig. 3c, (dipolul Thevenin cu cuplaje între elemente).

IV. CLASELE DE IZOMORFISM ALE REȚELELOR ELECTRICE

Dacă în rețelele R_a, R_b, R_{pk} sînt îndeplinite condițiile (11), iar invariantul este energia electrică (12—13), rețelele sînt izomorfe. În șirul rețelelor de tip R_a, R_b, R_{pk} se disting trei clase de izomorfism:

— clasa rețelelor izomorfice echidimensionale. Din această clasă fac parte rețelele care în afară de condițiile (11) și (12—14) au aceeași dimensie: n=1—k+S. În lucrarea [8], s-a demonstrat că printre rețelele echidimensionale prezintă interes ca rețele tipice, următoarele sisteme de circuite: rețeaua circuitelor independente Maxwell R' (în care $\bar{Z}'_{ik} \neq 0$), rețeaua redusă R'' (în care $\bar{Z}''_{ik}=0$) și rețeaua redusă la forma canonică R''' (în care tensorul impedanțelor este normat la unitate $[Z'''] = [1]$).

— Clasa rețelelor echinodale. Din această clasă fac parte toate rețelele cu același număr de conexiuni electrice k și care îndeplinind condițiile (11) și (12—14) pot fi duse prin transformări liniare la forma R_{pk}, care reprezintă rețeaua tipică cu k conexiuni.

— Clasa rețelelor de izomorfism contractat. Din această clasă, fac parte toate rețelele $R_{p(k-q)}$, $q = 0,1 \ldots$ (k—2), care în condițiile verificării condițiilor (11—14) au dimensiile n și numărul de conexiuni k diferite. Indiferent de tipul rețelelor R_a, R_b, R_{pk} sau de clasele de izomorfism, rețeaua de izomorfism, tipică, e rețeaua R_{p_2} fig. 3c.

În această lucrare se vor studia rețelele de izomorfism contractat și teoremele lor de transformare.

V. TRANSFORMĂRI DE IZOMORFISM CONTRACTAT

Să presupunem o rețea de tip R_a, avînd 1 elemente, k conexiuni electrice și S subrețele — și ne propunem a determina transformările, respectiv grupul de transformări, prin care rețeaua R_a se transformă în rețeaua R_{p_2}.

Mai întîi rețeaua R_a, trebuie adusă la forma R_b, apoi transformată în rețeaua R_{pk} și aceasta în R_{p_2}. Vom denumi funcționalele respective în modul următor:

— funcționala $[T_a^b]$ cuprinde grupul de transformări care aduce rețeaua R_a la forma R_b, prin suprimarea conexiunilor magnetice independente ale subrețelor, păstrînd însă numărul conexiunilor electrice, k_c.

— funcționala $[T_b^{pq}]$ cuprinde grupul de transformări care aduce rețeaua R_b la forma R_{pk}, păstrînd numărul conexiunilor electrice, dar reducînd numărul elementelor la $k(k-1)/2$.

— funcționala $[T_{pk}^{p2}]$ cuprinde grupul de transformări care aduce rețeaua poligonală cu k conexiuni electrice și k(k—1)/2 elemente la rețeaua generatorului echivalent T_{p_2} cu 2 conexiuni și 2 elemente active, cu efecte mutuale (dipolul Thévenin).

VI. TEOREMA TRANSFORMĂRILOR $[T_a^b]$

Fie rețeaua R_a, în care subrețelele m și n sînt interconectate magprin p conexiuni magnetice (fig. 4 a), numărul de spire fiind w_{mi}, w_{ni} iar curenții prin conexiunea (i) I_{mi}, I_{ni}, $i = 1,2 \cdots p$;

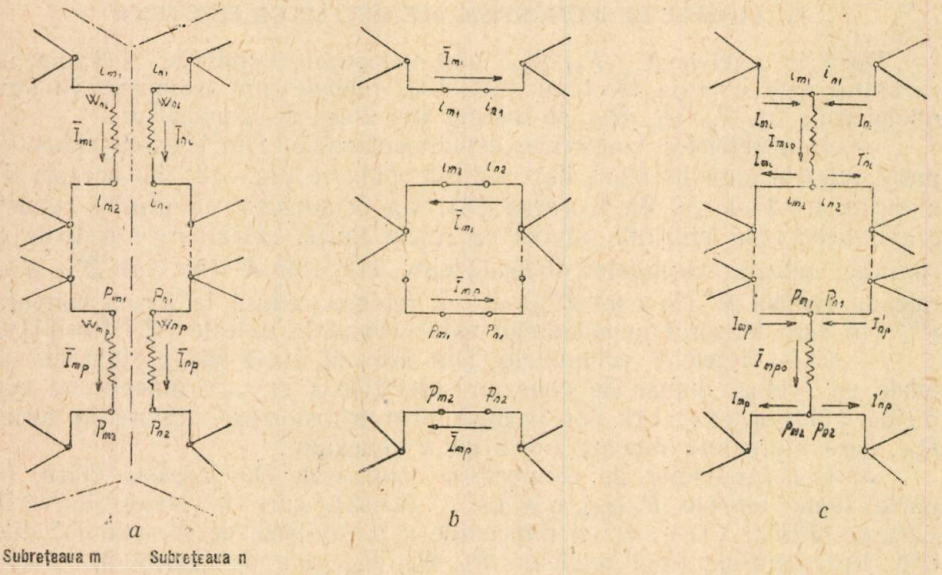


Fig. 4. — Transformări prin raportare

Presupunînd că pierderile hysterezis și Foucault sînt nule, ecuațiile amperspirelor magnetizante sînt:

$$w_{mq} I_{mq} + w_{nq} I_{nq} = 0 ; \qquad q = 1,2 \cdots p$$

sau:

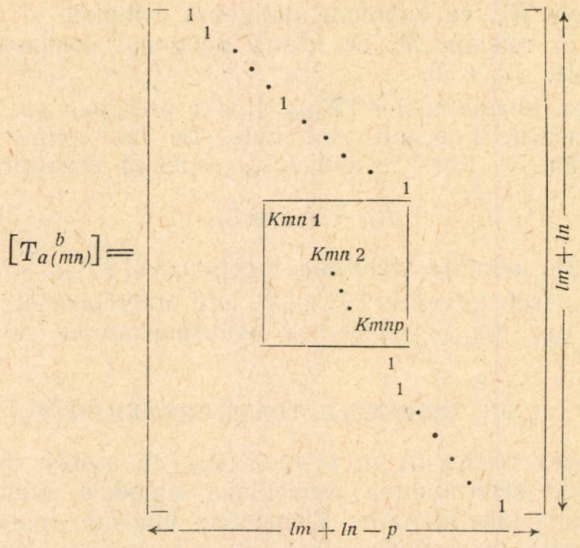
$$I_{mq} + I'_{nq} = 0 \tag{15}$$

în care s-a notat prin I'_{nq} curentul raportat la subrețeaua m:

$$I'_{nq} = w_{nq}/w_{mq} \qquad I_{nq} = I_{nq}/k_{mnq}$$

k_{mnq} fiind raportul de transformare al subrețelei n la subrețeaua m, privitor la conexiunea q.

Fie $[E_n]$, $[U_n]$, $[Z_n]$, $[I_n]$, matricele subrețelei n. Dacă se consideră sistemul curenților subrețelei m, ca liniar independent și se ține seama de (15), matricea transformării rezultînd din înlocuirea curenților I_{ng} prin ; $k_{mnq}\ I_{mq}$ este:



adică o matrice în care o parte din termeni sînt rapoartele de transformare k_{mnq}, iar restul egali cu unitatea, sau nuli. Matricea $[T^{b}_{a(mn)}]$ este singulară. Aplicînd regulile de transformare liniară, matricelor $[E_{mn}]$, $[U_{mn}]$, $[Z_{mn}]$, $[I_{mn}]$ se obțin matricele transformate $[E'_{mn}]$ $U'_{mn}]$, $[Z'_{mn}]$, $[I'_{mn}]$:

$$[E'_{mn}] = [T^{b}_{a\,(mn)}]_t [E_{mn}] \tag{17}$$

$$[U'_{mn}] = [T^{b}_{a\,(mn)}]_t [U_{mn}] \tag{18}$$

$$[Z'_{mn}] = [T^{b}_{a\,(mn)}]_t [Z_{mn}]\, T^{b}_{a\,(mn)}] \tag{19}$$

$$[I_{mn}] = [T^{b}_{a\,(mn)}] \quad [I'_{mn}] \tag{20}$$

în care matricele cu indici (mn), sînt matricele ambelor subrețele (ca sume aditive ale matricelor m și n).

Noua subrețea ale cărei matrici sînt (17)—(20) are proprietatea că nodurile: q_{m1} q_{n1} și q_{m2}, q_{n2} coincid, elementele conexiunilor magnetice fiind străbătute de curenții I_{mq}. Efectiv, noua subrețea nu mai constituie o „subrețea", deoarece conexiunile magnetice au fost înlocuite cu conexiuni conductoare (fig. 4 b). S-a obținut astfel „raportarea subrețelei n la subrețeaua m''. Față de forma diagonală a matricei $[T^{b}_{a\,(mn)}]$, rezultă că prin transformare, forța electromotoare E_{nq} situată în elementul q al subrețelei n interconectat magnetic, devine k_{mnq} E_{nq} iar restul forțelor electromotoare care nu sînt interconectate rămîn neschimbate prin transformare. Analog se transformă tensiunile, iar în ce privește impedanțele, se transformă după produsul k_{mni} k_{mnq}, $(i,\ q = 1,2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot p)$.

Procedînd în acest mod cu subrețeaua următoare r prin transformarea $[T^{b}_{a\,(mn,r)}]$ se raportează subrețeaua r la subrețeaua (mn), ajungînd final la o singură subrețea, prin urmare la o rețea de tip R_b.

Transformările $[T^{b}_{a(mn)}]$, formează un grup liniar și comutativ pe care-l notăm cu $[T^{b}_{a}]$. Grupul transformărilor $[T^{a}_{b}]$ permite deci transfor-

marea unei rețele R_a, cu subrețele poligonal complete și elemente binodale multiple, în rețeaua R_b de formă poligonal completă și elemente binodale multiple.

În stabilirea funcționalelor $[T^b_{a(mn)}]$, s-a presupus că pierderile prin hysterezis și curenți Foucault sînt nule. În caz contrar și cunoscînd valorile curenților de mers în gol I_{mq_o}, sistemul ecuațiilor (15) devine:

$$I_{mq} + I'_{nq} = I_{mqo} \tag{21}$$

Sistemul (21) permite stabilirea funcționalei $[T'^b_{a(mn)}]$. Noua subrețea ce rezultă prin transformarea $[T^b_{a(mn)}]$, are interconectat între nodurile q_{m1} (q_{n1}) și q_{m2} (q_{n2}), elementele corespunzătoare de mers în gol (fig. 4c).

VII. TEOREMELE TRANSFORMĂRILOR $[T^p_b]$

Transformarea rețelei R_b în rețeaua R_{pk} cu același număr de conexiuni k, pretinde determinarea elementelor binodale simple, echivalente cu elementele binodale multiple. Elementele binodale multiple se găsesc interconectate între două noduri (ij) într-o conexiune denumită obișnuit mixtă (fig. 5a) și care constă din elemente dispuse în serie și între ele în paralel. În cazul general al tuturor efectelor mutuale, conexiunea serie respectiv paralel a elementelor, o vom denumi: cu efecte mutuale interne și externe.

a) *Teorema transformării elementelor active montate în serie avînd cuplaje interne.* Fie structura electrică constituită din n elemente active, dispuse în serie (fig. 5b), în care pentru elementul (lm) s-a notat: E_{lm}, U_{lm}, I_{lm}, Z^{lm}_{lm}, Z^{pq}_{lm}, forța electromotoare, tensiunea la borne, curentul, impedanța proprie și impedanța mutuală față de celelalte elemente ale montajului și $Z^{(jk)}_{lm}$ impedanța mutuală față de elementul (jk) exterior montajului. Vom denumi impedanțele mutuale Z^{pq}_{lm} interne, iar impedanțele $Z^{(jk)}_{lm}$ externe.

Ecuația matricială fundamentală a căderilor de tensiune este:

$$[E] - [U] = [Z][I] + [\mathcal{Z}][\mathcal{I}] \tag{22}$$

în care $[Z]$ este matricea impedanțelor interne de rang $n \times n$, $[\mathcal{Z}]$ matricea impedanțelor externe de rang $n \times m$ și $[\mathcal{I}]$ matricea curenților exte-

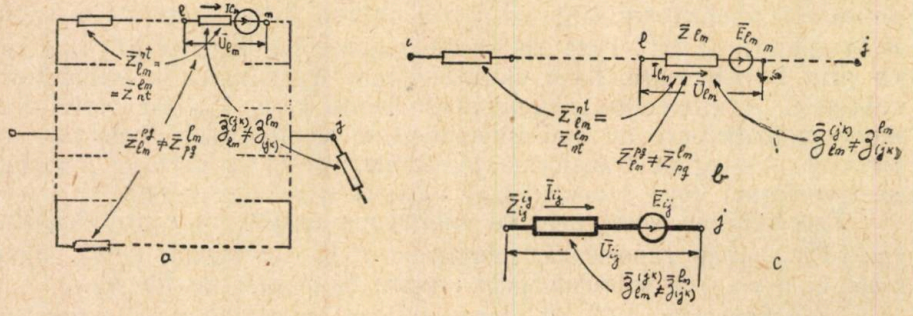


Fig. 5.

riori de tip coloană cu m linii. Ecuația (22) se poate scrie:

$$[E]-[U]=I_{ij}[Z][1_c]+[\mathcal{Z}][\mathcal{I}] \tag{23}$$

care s-a notat cu [1c], matricea coloană cu n linii și elemente egale cu unitatea. Dacă se multiplică ecuația (23) cu transpusa matricei $[1_c]$, adică $[1_l]$ se obține:

$$[1_l][E]-[1_l][U]=I_{ij}[1_l][Z][1_c]+[1_l][\mathcal{Z}][\mathcal{I}]$$

sau

$$\sum_{lm}^{n} E_{lm}-\sum_{lm}^{n} U_{lm}=I_{ij}\sum_{lm,pq}^{n,n} Z_{lm}^{pq}+\sum_{lm\,(jk)}^{n\,(m)} \mathcal{Z}_{lm}^{(jk)}\,\mathcal{I}_{(jk)} \tag{24}$$

Dacă se notează cu E_{ij}, U_{ij}, Z_{ij}^{ij}, forța electromotoare, tensiunea la borne și impedanța proprie a elementului echivalent (fig. 5c) conectat între nodurile (ij) și cu $\mathcal{Z}_{ij}^{(jk)}$, impedanțele mutuale echivalente față de elementele exterioare (jk), ecuația căderii de tensiune va fi:

$$E_{ij}-U_{ij}=Z_{ij}^{ij}I_{ij}+\sum_{(jk)}^{(m)}\mathcal{Z}_{ij}^{(jk)}\mathcal{I}_{(jk)} \tag{25}$$

în care:

$$E_{ij}=\sum_{lm}^{n} E_{lm} \tag{26}$$

$$Z_{ij}^{ij}=\sum_{lm,\,pq}^{n,\,n} Z_{lm}^{pq} \tag{27}$$

$$\mathcal{Z}_{ij}^{(jk)}=\sum_{lm}^{n}\mathcal{Z}_{lm}^{(jk)} \tag{28}$$

S-a stabilit următoarea teoremă a elementelor active cu efecte mutuale interne și externe, montate în serie: *un sistem de elemente active montate în serie și cu cuplaje interne și externe este echivalent (izomorf contractat) cu un element activ având ca forță electromotoare suma forțelor electromotoare, ca impedanță proprie suma impedanțelor proprii și mutuale interne, iar ca impedanță mutuală față de un element exterior, suma impedanțelor mutuale externe față de elementul respectiv — curentul fiind același.*

b) *Teorema transformării elementelor active montate în paralel.* Fie structura electrică constituită din n elemente active dispuse în paralel (fig. 6,a). Cu aceleași notații ca la conexiunea serie, ecuația matriceală a căderilor de tensiune (22), se va scrie sub forma:

$$[E]-U_{ij}[1_c]=[Z][I]+[\mathcal{Z}][\mathcal{I}] \tag{29}$$

în care U_{ij} este tensiunea comună la bornele elementelor.

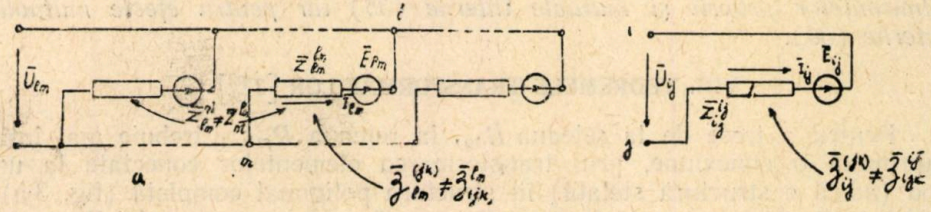


Fig. 6.

Multiplicînd ecuația (29) cu $[Z]^{-1}=[Y]$, se obține:

$$[Y][E]-U_{ij}[Y][1_c]=[I]+[Y][\mathscr{Z}][\mathscr{J}] \tag{30}$$

și apoi cu $[1_l]$:

$$[1_l][Y][E]-U_{ij}[1_l][Y][1_c]=[1_l][I]+[1_l][Y][\mathscr{Z}][\mathscr{J}] \tag{31}$$

Notînd produsul: $[Y]\,[\mathscr{Z}]=[\gamma]$
ecuația matricială (31), reprezintă o singură ecuație:

$$\frac{\sum\limits_{lm,\,pq}^{n,\,n} Y_{lm}^{pq}E_{lm}}{\sum\limits_{lm,\,pq}^{n,\,n} Y_{lm}^{pq}}-U_{ij}=\frac{I_{ij}}{\sum\limits_{lm,\,pq}^{n,\,n} Y_{lm}^{pq}}+\frac{\sum\limits_{lm,\,(jk)}^{n,\,(m)} \gamma_{lm}^{(jk)}\mathscr{J}_{(jk)}}{\sum\limits_{lm,\,pq}^{n,\,n} Y_{lm}^{pq}} \tag{32}$$

adică ecuația căderii de tensiune în elementul echivalent:

$$E_{ij}-U_{ij}=Z_{ij}^{ij}I_{ij}+\sum_{(jk)}^{(m)}\mathscr{Z}_{ij}^{(jk)}\mathscr{J}_{(jk)} \tag{33}$$

de unde rezultă:

$$E_{ij}=\frac{\sum\limits_{lm,\,pq}^{n,\,n} Y_{lm}^{pq}E_{lm}}{\sum\limits_{lm,\,pq}^{n,\,n} Y_{lm}^{pq}} \tag{34}$$

$$Y_{ij}^{ij}=\frac{1}{Z_{ij}^{ij}}=\sum_{lm,\,pq}^{n,\,n} Y_{lm}^{pq} \tag{35}$$

$$\mathscr{Z}_{ij}^{(jk)}=\frac{\sum\limits_{lm}^{n}\gamma_{lm}^{(jk)}}{\sum\limits_{lm,\,pq}^{n.\,n} Y_{lm}^{pq}}=\frac{\sum\limits_{lm,\,pq}^{n,\,n} Y_{lm}^{pq}\mathscr{Z}_{pq}^{(jk)}}{\sum\limits_{lm,\,pq}^{n,\,n} Y_{lm}^{pq}} \tag{36}$$

S-a stabilit următoarea teoremă a elementelor active cu efecte mutuale interne și externe, montate în paralel: *un sistem de elemente active montate în paralel și cu cuplaje interne și externe este echivalent (izomorf contractat) cu un element activ avînd forța electromotoare egală cu media ponderată a forțelor electromotoare în raport cu admitanțele (34), curentul egal cu suma curenților componenți, ca admitanță proprie suma admitanțelor proprii și mutuale interne (35) iar pentru efecte mutuale externe (36).*

VIII. TEOREMELE TRANSFORMĂRILOR $[T_{pk}^{p2}]$.

Pentru a trece de la rețeaua R_{pk}, la rețeaua $R_{p(k-1)}$ trebuie mai întîi suprimată o conexiune, prin transformarea elementelor conectate la un nod (adică o structură stelată) în structura poligonal completă (fig. 3 a), astfel încît noua rețea e de tipul $R_{b(k-1)}$. Transformarea rețelei $R_{b(k-1)}$ în $R_{p(k-1)}$, se va face prin funcționale $[T_a^b]$ a conexiunilor în paralel.

1. Structuri cu cuplaje interne

a) *Teorema transformării stea-poligon cu elemente active și efecte mutuale interne.* Fie structura electrică R_λ, constituită din n elemente active conectate în stea și prezentînd cuplaje interne. Se notează: $[E_\lambda]$ matricea forțelor electromotoare E_{jo}, $[V\lambda]$ matricea potențialelor nodurilor V_j, $[V_o]=V_o$ $[1_c]$ matricea potențialului punctului neutru $[I\lambda]$ matricea curenților I_{jo} și $[Z\lambda]$, matricea impedanțelor proprii Z_{jo}^{jo} și a impedanțelor mutuale Z_{jo}^{ko} (K=1 ... j ... r), — fig. 7 a. Ne propunem a determina structura izomorfă $R_\triangle$ de forma poligonului complet cu n vîrfuri și $n(n-1)/2$, elemente active în care: $[E_\triangle]$ este matricea forțelor electromotoare E_{ij} și $[U_\triangle]$ matricea tensiunilor la noduri U_{ij}, $[I_\triangle]$ matricea curenților I_{ij} și $[Z_\triangle]$ matricea impedanțelor proprii Z_{ij}^{ij} și mutuale ... Z_{ij}^{pq} $(pq=ij,\ldots\ldots ni)$ — fig. 7 d.

În acest scop, vom presupune interconectat cu rețeaua $R\lambda$, o rețea auxiliară pasivă, poligonal completă $R'^{o}_{\triangle}$ — fig. 7 a. Aplicînd la fiecare

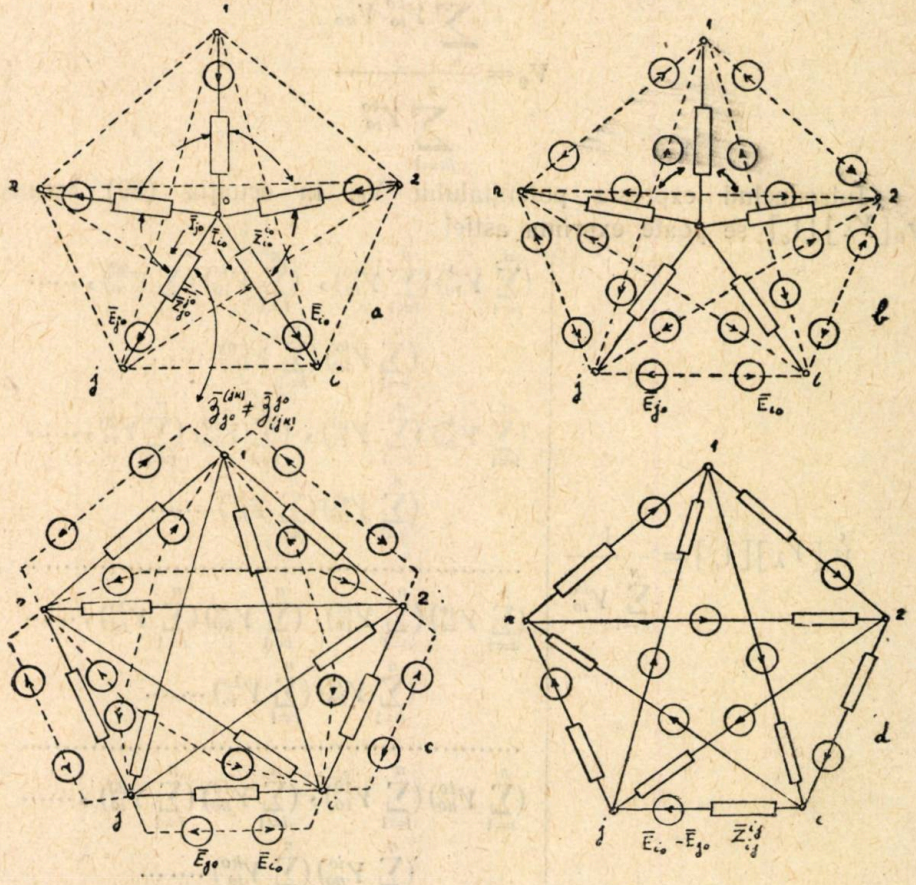


Fig. 7. — Transformarea stea poligon

nod i, teorema lui Vaschy, se poate pasiviza structura R_λ°, în schimb va deveni activă rețeaua auxiliară $R'_\triangle$. Astfel pasivizînd elementele (io) și (jo) ale structurii $R\lambda$, elementul (ij) al rețelei $R'^0_\triangle$ va deveni activ avînd ca forță electromotoare E_{ji}, (fig. 7 b);

$$E_{ji} = E_{jo} - E_{io} \tag{37}$$

Se poate acum transfigura structura pasivă R_λ° în structura pasivă poligonal completă $R_\triangle^\circ$. Ecuația matricială a căderilor de tensiune în rețeaua R_λ°, este: $[V_\lambda] - V_0[1_c] = [Z_\lambda][I_\lambda]$ (38)

Multiplicînd ecuația (38) cu $[Z_\lambda]^{-1} = [Y_\lambda]$ rezultă:

$$[Y_\lambda][V_\lambda] - V_0[Y_\lambda][1_c] = I_\lambda] \tag{39}$$

și apoi cu $[1_l]$ se obține:

$$[1_l][Y_\lambda][V_\lambda] - V_0[1_l][Y_\lambda][1_c] = 0 \tag{40}$$

deoarece: $[1_c][I_\lambda] = 0$ (41)

Din ecuația (40) se deduce potențialul V_0:

$$V_0 = \frac{\sum_{ik=1}^{n} Y_{io}^{ko} V_{ko}}{\sum_{ik=1}^{n} Y_{io}^{ko}} \tag{42}$$

Introducînd expresia potențialului V_0, în ecuația (39) termenul $V_0[Y_\lambda][1_c]$ se poate exprima astfel:

$$V[Y_\lambda][1_c] = \frac{1}{\sum_{ik-1}^{n} Y_{io}^{ko}} \cdot \begin{vmatrix} (\sum_{i=1}^{n} Y_{10}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{10}), & (\sum_{i=1}^{n} Y_{10}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{20}), \ldots\ldots \\ (\sum_{i=1}^{n} Y_{10}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{ko}) \ldots\ldots \\ (\sum_{i=1}^{n} Y_{20}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{10}), & (\sum_{i=1}^{n} Y_{20}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{20}), \ldots\ldots \\ (\sum_{i=1}^{n} Y_{20}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{ko}) \ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ (\sum_{i=1}^{n} Y_{ko}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{10}^{io}), & (\sum_{i=1}^{n} Y_{ko}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{20}), \ldots\ldots \\ (\sum_{i=1}^{n} Y_{ko}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{ko}) \ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ (\sum_{i=1}^{n} Y_{no}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{10}), & (\sum_{i=1}^{n} Y_{no}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{20}), \ldots\ldots \\ (\sum_{i=1}^{n} Y_{no}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{ko}) \ldots\ldots \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} \cdots\cdots\cdots (\sum_{i=1}^{n} Y_{10}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{no}) \\ \cdots\cdots\cdots (\sum_{i=1}^{n} Y_{20}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{no}) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots (\sum_{i=1}^{n} Y_{ko}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{no}) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots (\sum_{i=1}^{n} Y_{no}^{io})(\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{no}) \end{matrix} \Bigg] \begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{20} \\ \vdots \\ V_{ko} \\ \vdots \\ V_{no} \end{bmatrix} \tag{43}$$

Ecuația (39) se va exprima astfel:

$$[I_\lambda]=([Y_\lambda]-[Y_0])[V_\lambda] \tag{44}$$

în care $[Y_0]$ este matricea care multiplică vectorul $[V_\lambda]$ în (43).

Ecuația matricială a căderilor de tensiune în structura poligonală pasivizată $\overset{\circ}{R}_\Delta$, este:

$$[V_\Delta]=[Z_\Delta][I_\Delta] \tag{45}$$

în care multiplicînd cu $[Z_\Delta]^{-1}=[Y_\Delta]$, rezultă vectorul $[I_\Delta]$:

$$[I_\Delta]=[Y_\Delta][V_\Delta] \tag{46}$$

Notînd cu $[I_{\lambda\Delta}]$ și $[T_{\lambda\Delta}]$ transformările liniare a matricelor $[V_\lambda]$ în $[V_\Delta]$ și $[I_\Delta]$ în $[I_\lambda]$, se obține:

$$[V_\Delta]=[T_{\lambda\Delta}][V_\Delta] \tag{47}$$

$$[I_\lambda]=[T_{\Delta\lambda}][I_\Delta] \tag{48}$$

în care matricele $[T_{\lambda\Delta}]$, $[T_{\Delta\lambda}]$ sînt singulare.

Dacă în ecuația (46) se introduce valoarea lui $[V_\Delta]$ din (47) și se multiplică întreaga ecuație cu $[T_{\Delta\lambda}]$ rezultă:

$$[T_{\Delta\lambda}][I_\Delta]=[I_\lambda]=[T_{\Delta\lambda}][Y_\Delta][T_{\lambda\Delta}][V_\lambda] \tag{49}$$

și conform cu (44):

$$([Y_\lambda]-[Y_o])[V_\lambda]=[T_{\Delta\lambda}][Y_\Delta][T_{\lambda\Delta}][V_\lambda] \tag{50}$$

sau:

$$[Y_\lambda]-[Y_o]=[T_{\Delta\lambda}][Y_\Delta][T_{\lambda\Delta}] \tag{51}$$

Ordinul ecuației matriciale (51) este n. Pentru determinarea celor $n^2(n-1)^2/4$ necunoscute Y_{ik}^{pq} ale structurii poligonale $\overset{\circ}{R}_\Delta$ presupusă cu cuplaje mutuale asimetrice, sînt disponibile n^2 ecuații. Dacă se ține seama că matricele $[T_{\Delta\lambda}]$ și $[T_{\lambda\Delta}]$ sînt singulare astfel încît în matricea produs din membrul al doilea al ecuației (51), liniile și coloanele sînt liniar dependente, numărul ecuațiilor independente din sistemul (51) se reduce la n^2-2n.

Astfel pentru cazul particular n=3, matricele $[T_{\Delta\lambda}]$ și $[T_{\lambda\Delta}]$ sînt de forma:

$$[T_{\Delta\lambda}]=\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} \quad \therefore \quad [T_{\lambda\Delta}]=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \tag{52}$$

Ecuația matricială (51) se va scrie în acest caz:

$$\begin{vmatrix} Y_{12}^{12}-Y_{31}^{12}-Y_{12}^{31}+Y_{31}^{31}, & -Y_{12}^{12}+Y_{31}^{12}+Y_{12}^{23}-Y_{31}^{23}, & -Y_{12}^{23}+Y_{31}^{23}+Y_{12}^{31}-Y_{31}^{31} \\ -Y_{12}^{12}+Y_{23}^{12}+Y_{12}^{31}-Y_{23}^{31}, & Y_{12}^{12}+Y_{23}^{23}-Y_{23}^{12}-Y_{12}^{23}, & Y_{12}^{23}-Y_{23}^{23}-Y_{12}^{31}+Y_{23}^{31} \\ -Y_{23}^{12}+Y_{31}^{12}+Y_{31}^{23}-Y_{31}^{31}, & Y_{23}^{12}+Y_{31}^{12}-Y_{32}^{32}-Y_{31}^{23}, & Y_{23}^{23}-Y_{31}^{23}-Y_{23}^{31}+Y_{31}^{31} \end{vmatrix} =$$

$$=\begin{vmatrix} Y_{12}^{10} & Y_{10}^{20} & Y_{10}^{30} \\ Y_{20}^{10} & Y_{20}^{20} & Y_{20}^{30} \\ Y_{30}^{10} & Y_{30}^{20} & Y_{30}^{30} \end{vmatrix} - \frac{1}{y_0}\begin{vmatrix} y^{10}y_{10}, & y^{10}y_{20}, & y^{10}y_{30} \\ y^{20}y_{20}, & y^{20}y_{20}, & y^{20}y_{30} \\ y^{30}y_{10}, & y^{30}y_{20}, & y^{30}y_{30} \end{vmatrix} \tag{53}$$

în care s-a notat:

$$y_0=\sum_{i,k=1}^{n} Y_{io}^{ko}\,;\quad y^{jo}=\sum_{i=1}^{n} Y_{io}^{jo}\,;\quad y_{jo}=\sum_{i=1}^{n} Y_{jo}^{io} \tag{54}$$

Semnificația admitanțelor y^{jo}, y_{jo} este următoarea: admitanța y^{jo} a elementului j, este suma admitanței proprii și a tuturor admitanțelor mutuale a celorlalte elemente, față de elementul j, iar admitanța y_{jo} este suma admitanței proprii și a tuturor admitanțelor mutuale a elementului j față de celelalte elemente. Deoarece s-a presupus că structura R_λ nu este simetrică:

$$Y_{jo}^{ko} \neq Y_{ko}^{jo} \tag{55}$$

rezultă că în general:

$$y^{jo} \neq y_{jo} \tag{56}$$

În primul membru al ecuației (53), însumînd pe fiecare linie și coloană termenii respectivi, se obțin relații de dependență. În general se dispune de (n^2-2n) ecuații cu $n^2(n-1)^2/4$ necunoscute. Transformarea structurii stelate cu cuplaje mutuale asimetrice R_λ° în structura poligonal completă R_Δ° cu elemente cuplate asimetric, este nedeterminată. De asemenea, impunînd condiția ca efectele mutuale ale structurii poligonale să fie simetrice:

$$Y_{ij}^{pq}=Y_{pq}^{ij} \tag{57}$$

sistemul este încă nedeterminat.

Dacă însă structura poligonală R°_{Δ}, conține elemente fără cuplaje mutuale, transformarea este posibilă. Introducînd în ecuația (53):

$$Y^{pq}_{ij} = o \tag{58}$$

si identificînd termenii care nu sînt situați pe prima diagonală, se obține:

$$Y^{12}_{12} = \frac{1}{y_o}\, y^{10}\, y_{20} = Y^{20}_{10} \tag{59}$$

$$Y^{12}_{12} = \frac{1}{y_o}\, y_{10}\, y^{20} - Y^{10}_{20} \tag{60}$$

și în general pentru structura cu n brațe:

$$Y^{ij}_{ij} = \frac{1}{y_o}\, y^{io}\, y_{jo} - Y^{io}_{jo} \tag{61}$$

$$Y^{ij}_{ij} = \frac{1}{y_o}\, y_{io}\, y^{jo} - Y^{jo}_{io} \tag{62}$$

Pentru ca expresiile (59, 60) respectiv (61, 62) să fie identice, trebuie ca structura stelată să fie simetrică:

$$Y^{jo}_{io} = Y^{io}_{jo} \tag{63}$$

ceeace conduce la:

$$y_{io} = y^{io} \quad \therefore \quad y_{jo} = y^{jo} \tag{64}$$

Prin urmare o structură electrică cu n elemente pasive cu admitanțele proprii Y^{io}_{io} si admitanțe mutuale simetrice $Y^{jo}_{io} = Y^{io}_{jo}$ poate fi transformată în structura poligonal completă, fără cuplaje mutuale între elemente, R°_{Δ}, fig. 8 c și avînd ca admitanțe proprii:

$$Y^{ij}_{ij} = \frac{1}{y_o}\, y_{io}\, y_{jo} - Y^{io}_{io} \tag{65}$$

În structura poligonală pasivă R°_{Δ}, aplicînd la fiecare nod teorema Vaschy în sens invers, adică introducînd la fiecare nod forțe electromotoare egale și de sens contrar cu forțele electromotoare introduse anterior, rețeaua auxiliară R'_{Δ}, se pasivizează, în schimb devine activă rețeaua R°_{Δ}, adică se transformă în rețeaua R_{Δ}, fig. 7 d.

Astfel dacă la nodul i, se introduc f.em. E_{io} în sens contrar și analog la nodul j, $f.em.E_{jo}$, în elementul (ij) al rețelei auxiliare, $f.em.E_{io}$ din (37) se anulează, iar în elementul (ij) al rețelei R°_{Δ} apare f.em.:

$$E_{ij} = E_{io} - E_{jo} \tag{66}$$

Suprimînd rețeaua auxiliară R'_{Δ} (făcînd impedanțele $Z^{1\,ij}_{pq} = \infty$) rămîne numai structura R_{Δ} ca rețea izometrică cu rețeaua R_{λ}, fig. 7 d.

Ecuația (66) poate fi prezentată matricial în aceeași formă ca (47) adică:

$$[E_{\Delta}] = [T_{\lambda\Delta}]\,[E_{\lambda}] \tag{67}$$

Pentru a determina vectorul curent $[I_\Delta]$ în funcție de $[I_\lambda]$ se introduce în (46), valoarea lui $[V_\Delta]$ din (47) și se obține:

$$[I_\Delta]=[Y_\Delta][T_{\lambda\Delta}][U_\lambda] \tag{68}$$

Ecuația (68) poate fi scrisă și sub forma:

$$[I_\Delta]=[Y_\Delta][T_{\lambda\Delta}]([V_\lambda]-V_0[1_c]) \tag{69}$$

deoarece:

$$[T_{\lambda\Delta}][V_0]=V_0[T_{\lambda\Delta}][1_c]=0 \tag{70}$$

Înlocuind în (69) expresia din paranteză cu valoarea corespunzătoare din (38) se obține:

$$[I_\Delta]=([Y_\Delta][T_{\lambda\Delta}][Z_\lambda])[I_\lambda] \tag{71}$$

sau sub formă indicială:

$$I_{ij}=\left[\frac{1}{y_0}y_{io}\,y_{jo}-Y_{io}^{jo}\right]\sum_{k=1}^{n}(Z_{io}^{ko}-Z_{jo}^{ko})\,I_{ko}$$

S-a stabilit teorema transfigurării structurii electrice active din conexiunea stea în conexiunea poligon, după cum urmează: *orice structură electrică având elemente active conectate în stea și cu cuplaje simetrice* R_λ, *se poate transforma în o rețea de forma poligonului complet cu elemente active, dar fără cuplaje mutuale* R_Δ. *Elementul activ (ij) al structurii transformate izometrice este complet determinat prin expresiile mărimilor* E_{ij}, U_{ij}, I_{ij} *și* Y_{ij}^{ij} (Z_{ij}^{ij}) *în funcție de mărimile corespunzătoare ale structurii stelate;* E_{io}, V_{io}, I_{io}, Z_{io}^{io}, Z_{io}^{jo};

$$E_{ij}=E_{io}-E_{jo} \tag{72}$$

$$V_{ij}=V_{io}-V_{jo}=U_{io}-U_{jo} \tag{73}$$

$$Y_{ij}^{ij}=\frac{1}{y_0}y_{io}\,y_{jo}-Y_{io}^{jo} \tag{74}$$

iar curentul:

$$I_{ij}=\left[\frac{1}{y_0}y_{io}\,y_{jo}-Y_{io}^{jo}\right]\sum_{k=1}^{n}(Z_{io}^{ko}-Z_{jo}^{ko})\,I_{ko} \tag{75}$$

b) *Teorema transformării stea-triunghiu cu elemente active și cuplaje mutuale interne.* În cazul particular ($n=3$) se obține transformarea structurii din conexiunea stea cu 3 elemente active și cuplaje interne, în structura cu conexiune triunghiulară fără cuplaje mutuale interne. Dacă E_{io}, V_{io}, I_{io}, Z_{io}^{io}, Z_{io}^{ko} (ik=1, 2, 3) sînt mărimile care caracterizează structura activă stelată, simetrică;

$$Z_{io}^{ko}=Z_{ko}^{io}$$

mărimile corespunzătoare ale structurii triunghiulare izometrice sînt:

$$E_{12} = E_{10} - E_{20} \tag{76}$$

$$U_{12} = V_{10} - V_{20} \tag{77}$$

$$I_{12} = \left[y_{10}\, y_{20}\, \frac{1}{y_0} - Y_{10}^{20} \right] [(Z_{10}^{10} - Z_{20}^{10})\, I_{10} + (Z_{10}^{20} - Z_{20}^{20})\, I_{20} + (Z_{10}^{30} - Z_{20}^{30})\, I_{30}] \tag{78}$$

$$Y_{12}^{12} = y_{10}\, y_{20}\, \frac{1}{y_0} - Y_{10}^{20} \tag{79}$$

în care:

$$y_0 = Y_{10}^{10} + Y_{20}^{20} + Y_{30}^{30} + 2\, Y_{10}^{20} + 2\, Y_{20}^{30} + 2\, Y_{30}^{10} \tag{80}$$

$$y_{10} = Y_{10}^{10} + Y_{10}^{20} + Y_{10}^{30} \tag{81}$$

și analoagele.

Admitanțele structurii stelate R_λ rezultă din:

$$Y_{10}^{10} = \frac{Z_{20}^{20} Z_{30}^{30} - Z_{20}^{30} Z_{30}^{20}}{|Z_\lambda|} \tag{82}$$

iar impedanțele structurii triunghiulare R_Δ rezultă din:

$$Z_{12}^{12} = \frac{1}{Y_{12}^{12}} \tag{83}$$

și analoagele.

c) *Teorema transformării triunghi-stea cu elemente active și cuplaje mutuale interne.* Uneori este utilă transformarea inversă, a structurii active cu conexiune triunghiulară și cuplaje mutuale interne, în structura echivalentă cu conexiune stea fără cuplaje mutuale interne. Analog ca la transformarea stea-poligon, va trebui mai întîi pasivizată rețeaua triunghiulară, cu ajutorul unei rețele stelate auxiliare R_λ^{10}.

Fie deci structura poligonală R_Δ cu elemente active și cuplaje mutuale asimetrice (fig. 8 a), avînd n poli și $n(n-1)/2$ elemnte. Se notează $[E_\Delta]$, matricea f.em. E_{ij}, $[V_\Delta]$ matricea tensiunilor la noduri V_{ij}, $[I_\Delta]$ matricea curenților I_{ij} și $[Z_\Delta]$ matricea impedanțelor proprii Z_{ij}^{ij} și mutuale Z_{ij}^{pq}. Ne propunem a determina structura izometrică stelată R_λ cu n elemente active, în care: $[E_\lambda]$ este matricea f.em. E_{jo}, $[V_\lambda]$ matricea potențialului punctului neutru, $[I_\lambda]$ matricea curenților I_{jo} și $[Z_\lambda]$ matricea impedanțelor proprii Z_{jo}^{jo} și a impedanțelor mutuale Z_{jo}^{ko} $(k=1,..n.)$. Ecuația matricială a căderilor de tensiune în rețeaua R_Δ este;

$$[E_\Delta] - [U_\Delta] = [Z_\Delta][I_\Delta] \tag{84}$$

în care multiplicînd cu ; $[Z_\Delta]^{-1} = [Y_\Delta]$, rezultă:

$$[Y_\Delta][E_\Delta] - [Y_\Delta][U_\Delta] = [I_\Delta] \tag{85}$$

În ecuația (85) produsul matricelor $[Y_\Delta]$ $[E_\Delta]$ reprezintă matricea surselor de curent $[I_{c\Delta}]$, și deci ecuația (85) se poate scrie sub forma duală :

$$[I_{c\Delta}]-[I_\Delta]=[Y_{\Delta\Sigma}][U_\Delta] \qquad (85)$$

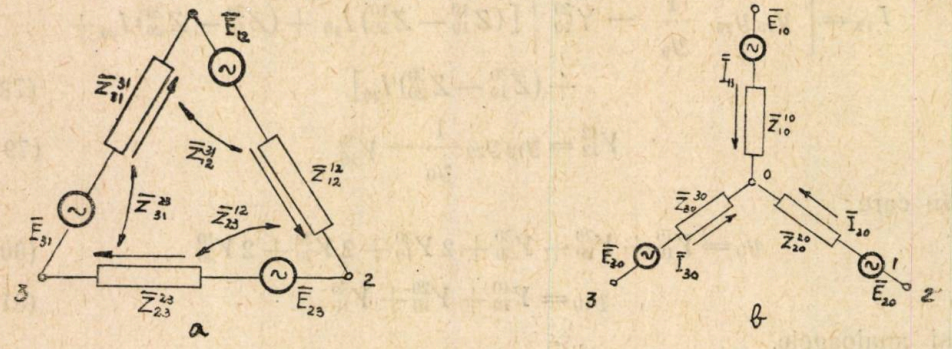


Fig. 8. — Structuri izomorfe triunghiu — stea cu elemente active și cuplaje mutuale interne

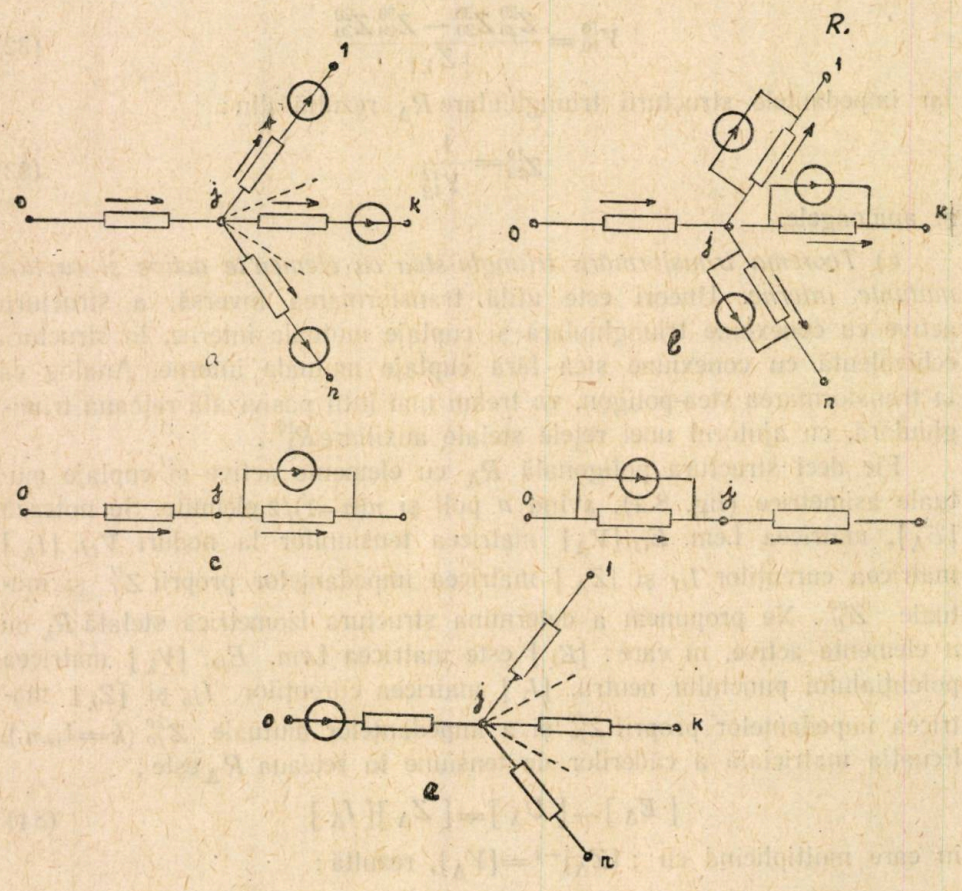


Fig. 9. — Teorema Vaschy pentru surse de curent

Vom presupune și în acest caz că pentru pasivizarea primei rețele se interconectează cu rețeaua R_Δ o rețea auxiliară pasivă R'^0_λ.

Aplicarea teoremei Vaschy sub forma surselor de forță electromotoare, nu conduce la pasivizarea rețelei. Vom demonstra mai întîi o teoremă pe care o vom denumi: analoaga teoremei Vaschy pentru sursele de curent.

a. Teorema Vaschy pentru sursele de curent. Să considerăm separat nodul j al rețelei R_Δ, la care se conectează elementele (jk), $k \neq j$, fig. 9 a.

Ecuația matricială a căderilor de tensiune în elementele conectate la nodul j va fi:

$$[E_{\Delta j}] - [U_{\Delta j}] [= Z_{\Delta j}] [I_\Delta] \tag{87}$$

respectiv ecuația dual ă:

$$[I_{c\Delta j}] - [I_{\Delta j}] = [Y_{\Delta j}] [U_\Delta] \tag{88}$$

adică ecuațiile submatricelor de indici j din (84—85), fig. 9 b.

Din punct de vedere al curentului I_{jk}, conform primei teoreme Kirchhoff aplicată nodului j, se poate scrie:

$$I_{jk} = \sum_{p=}^{n}{}_1 I_{jp}, \; p \neq k \tag{89}$$

sau matricial:

$$I_{jk} = [1_l] [I'^1_{\Delta j}] \tag{90}$$

în care $[I'_{\Delta j}]$ este matricea de ordin $(n-1)$ a curenților I_{jp} $(p \neq k)$.

Față de elementul (jk), sursele de curent I_{cj} sînt echivalente cu o singură sursă (fig. 9 c) a cărei valoare se obține prin transformare cu funcționala $[1_l]$, adică:

$$I_{cj} = [1_l] [I'^1_{c\Delta j}] = \sum_{p=1}^{n} I_{cjp}, \; p \neq k \tag{91}$$

în care $[I'_{c\Delta j}]$ este matricea de ordin $(n-1)$, a surselor de curent I_{cjp}.

Prin transformarea (91), sursa de curent echivalentă poate fi transferată pe elementul (jk), fig. 9 d. Revenind cu elementele (jp), $p = 1, 2 \ldots n$, $(p \neq k)$, la forma inițială, se obține structura echivalentă (fig. 9 e), în care numai elementul (jk) este activ. În acest mod toate sursele de forță electromotoare ale elementelor (jp), au fost transferate pe un singur element.

Pentru generalitate, teoremele Vaschy pentru sursele de forță electromotoare și pentru sursele de curent pot fi enunțate astfel:

— pornind de la un nod oarecare al unei rețele electrice, la care se conectează n elemente, se poate pasiviza în general un singur element suprimîndu-i forța electromotoare și diminuînd de la celelalte $(n-1)$ elemente, sursele de forță electromotoare cu valoarea sursei suprimate.

— pornind de la un nod oarecare al unei rețele electrice la care se conectează n elemente, se pot pasiviza $(n-1)$ elemente, suprimîndu-le sursele de curent și diminuînd de la elementul de referință sursa de curent respectivă, cu suma surselor de curent suprimate.

De remarcat, că în varianta sursei de curent, se pot pasiviza (n-1) elemente, în timp ce în varianta forțelor electromotoare se poate pasiviza numai un element.

Aplicînd teorema Vaschy în varianta surselor de curent, la fiecare nod j, sursele de curent I_{cjp} (p=1,2...n) ale elementelor (jp) aparținînd rețelei active R_Δ, pot fi transferate pe elementul (jo) al rețelei auxiliare R'^0_λ. Astfel rețeaua activă R_Δ, devine pasivă R^0_Δ, iar rețeaua auxiliară R'^0_λ, devine activă R'_λ. Asupra rețelei pasivizate R^0_Δ se pot efectua transfigurări. În general însă, transformarea poligon-stea este posibilă numai pentru structura triunghiulară.

β. *Transformarea triunghi-stea.* Prezintă interes transformarea structurii triunghiulare cu cuplaje mutuale interne (fig. 10 a) în structura stelată fără cuplaje mutuale (fig. 10 f). În ecuația duală (86), matricea surselor de curent $[I_{c\Delta}]$, are forma:

$$[I_{c\Delta}]=\begin{bmatrix} Y^{12}_{12}E_{12}+Y^{23}_{12}E_{23}+Y^{31}_{12}E_{31} \\ Y^{12}_{23}E_{12}+Y^{23}_{23}E_{23}+Y^{31}_{23}E_{31} \\ Y^{12}_{31}E_{12}+Y^{23}_{31}E_{23}+Y^{31}_{31}E_{31} \end{bmatrix} \tag{92}$$

Sursele de curent I_{cjo}, (fig. 10 b), transferate rețelei auxiliare R'^0_λ (fig. 10 c), au valorile:

$$\begin{aligned} I_{c10}&=I_{c12}-I_{c31}=(Y^{12}_{12}-Y^{12}_{31})E_{12}+(Y^{23}_{12}-Y^{23}_{31})E_{23}+(Y^{31}_{12}-Y^{31}_{31})E_{31} \\ I_{c20}&=I_{c23}-I_{c12}=(Y^{12}_{23}-Y^{12}_{12})E_{12}+(Y^{23}_{23}-Y^{23}_{12})E_{23}+(Y^{31}_{23}-Y^{31}_{12})E_{31} \\ I_{c30}&=I_{c31}-I_{c23}=(Y^{12}_{31}-Y^{12}_{23})E_{12}+(Y^{23}_{31}-Y^{23}_{23})E_{23}+(Y^{31}_{31}-Y^{31}_{23})E_{31} \end{aligned} \tag{93}$$

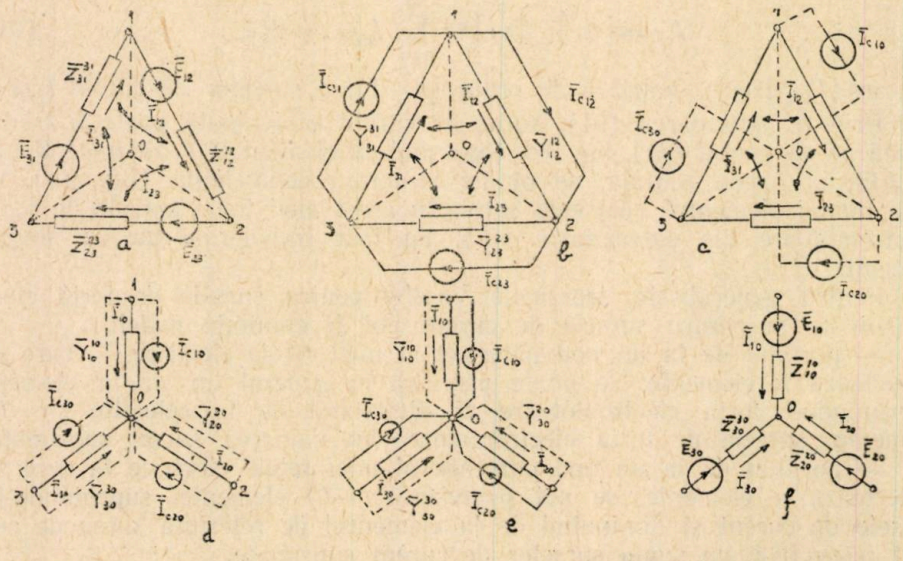


Fig. 10. — Structuri izomorfe triunghiu — stea cu elemente active și cuplaje mutuale interne

sau matricial: $$[I_{c\lambda}] = [T_{\Delta\lambda}][I_{c\Delta}] \tag{94}$$

în care $[_{\Delta\lambda}]$ are forma (52).

Structura triunghiulară R^0_Δ (fig. 10 c), pasivizată, se poate acum transforma în structura stelată corespunzătoare R^0_λ (fig. 10 d), iar valorile admitanțelor Y^{jo}_{jo} rezultă din ecuația (53), sub formă simplificată $Y^{jo}_{io} = 0$, $i \neq j$:

$$\begin{bmatrix} Y^{12}_{12}-Y^{12}_{31}-Y^{31}_{12}+Y^{31}_{31}, & -Y^{12}_{12}+Y^{12}_{31}+Y^{23}_{12}-Y^{23}_{32}, & -Y^{23}_{12}+Y^{23}_{31}+Y^{31}_{12}-Y^{31}_{33} \\ -Y^{12}_{12}+Y^{12}_{31}+Y^{31}_{12}-Y^{31}_{23}, & Y^{12}_{12}-Y^{12}_{23}-Y^{23}_{12}+Y^{23}_{23}, & Y^{23}_{12}-Y^{23}_{23}-Y^{31}_{12}+Y^{31}_{23} \\ -Y^{12}_{23}+Y^{12}_{31}+Y^{31}_{23}-Y^{31}_{31}, & Y^{12}_{23}-Y^{12}_{31}-Y^{23}_{23}+Y^{23}_{21}, & Y^{23}_{23}-Y^{23}_{31}-Y^{31}_{23}+Y^{31}_{31} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} Y^{10}_{10} & & \\ & Y^{20}_{20} & \\ & & Y^{30}_{30} \end{bmatrix} - \frac{1}{Y^{10}_{10}+Y^{20}_{20}+Y^{30}_{30}} \begin{bmatrix} Y^{10}_{10}Y^{10}_{10}, & Y^{10}_{10}Y^{20}_{20}, & Y^{10}_{10}Y^{30}_{33} \\ Y^{20}_{20}Y^{10}_{10}, & Y^{20}_{20}Y^{20}_{20}, & Y^{20}_{20}Y^{20}_{30} \\ Y^{30}_{30}Y^{10}_{10}, & Y^{30}_{30}Y^{20}_{20}, & Y^{30}_{30}Y^{30}_{30} \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{Y^{10}_{10}+Y^{20}_{20}+Y^{30}_{30}} \begin{bmatrix} Y^{10}_{10}(Y^{20}_{20}+Y^{30}_{30}), & -Y^{10}_{10}Y^{20}_{20}, & -Y^{10}_{10}Y^{30}_{30} \\ -Y^{20}_{20}Y^{10}_{10}, & Y^{20}_{20}(Y^{30}_{30}+Y^{10}_{10}), & -Y^{20}_{20}Y^{30}_{30} \\ -Y^{30}_{00}Y^{10}_{10}, & -Y^{30}_{30}Y^{20}_{20}, & Y^{30}_{30}(Y^{10}_{10}+Y^{20}_{20}) \end{bmatrix} \tag{95}$$

În ecuația (95), ultima matrice fiind simetrică, trebuie ca și matricea primului membru să fie simetrică:

$$Y^{pq}_{ij} = Y^{ij}_{pq} \tag{96}$$

Identificînd termenii în cele două matrice, care nu aparțin primei diagonale, se obține sistemul:

$$Y^{12}_{12} - Y^{23}_{12} - Y^{31}_{12} + Y^{31}_{23} = \frac{Y^{10}_{10}Y^{20}_{20}}{Y^{10}_{10}+Y^{20}_{20}+Y^{30}_{30}}$$

și analoagele. Soluționînd sistemul rezultă valorile admitanțelor rețelei R^0_λ:

$$Y^{10}_{10} = \frac{y_{12}y_{23} + y_{23}y_{31} + y_{31}y_{12}}{y_{23}} \tag{97}$$

în care s-a notat:

$$y_{12} = Y^{12}_{12} - Y^{23}_{12} - Y^{31}_{12} + Y^{31}_{22}$$

și analoagele.

S-au obținut astfel două structuri stelate R'_λ și R°_λ, montate în paralel (fig. 10 e) și prin urmare sursele I_{cjo} pot fi considerate ca aparținînd rețelei R^0_λ care devine activă R_λ, iar R'_λ revine pasivă R'^0_λ. Supri-

mînd rețeaua auxiliară $R_\lambda^{'0}$ ($Y_{jo}^{jo}=0$) rămîne structura $R\lambda$, ca rețea izomorfă cu rețeaua R_Δ (fig. 10 f).

Ecuația dual ă a surselor de curent pentru rețeaua izometrică R_λ fiind:

$$[I_{c\lambda}]-[I_\lambda]=[Y_\lambda][U_\lambda] \qquad (98)$$

în care $[Y_\lambda]$ este o matrice diagonală, se deduce imediat ecuația matricială a căderilor de tensiune:

$$[E_\lambda]-[U_\lambda]=[Z_\lambda][I_\lambda] \qquad (99)$$

care determină matricele $[E_\lambda]$, $[U_\lambda]$, $[Z_\lambda]$, $[I_\lambda]$ în funcție de $[E_\Delta]$, $[Z_\Delta]$, $[I_\Delta]$, $[U_\Delta]$.

S-a stabilit teorema transfigurării structurilor electrice active din conexiunea triunghi în conexiunea stea cu trei elemente, după cum urmează: *orice structură electrică avînd elemente active conectate în triunghi și cu cuplaje simetrice, se poate transforma în o rețea de forma poligonului complet cu elemente active, dar fără cuplaje. Elementul activ (jo) al structurii stelate izometrice, este complet determinat prin mărimile* E_{jo}, V_{jo}, I_{jo}, Y_{jo}^{jo} (Z_{jo}^{jo}) *exprimate în funcție de mărimile corespunzătoare ale structurii triunghiulare:* E_{ij}, U_{ij}, I_{ij}, Y_{ij}^{ij}:

$$E_{10}=\frac{y_{23}}{\sum_{12}^{31} y_{12}y_{23}}\left[(Y_{12}^{12}-Y_{31}^{12})E_{12}+(Y_{12}^{23}-Y_{31}^{23})E_{23}+(Y_{12}^{31}-Y_{31}^{31})E_{31}\right] \qquad (100)$$

$$U_{10}=\frac{y_{23}}{\sum_{12}^{31} y_{12}y_{23}}\left[(Y_{12}^{12}-Y_{31}^{12})U_{12}+(Y_{12}^{23}-Y_{31}^{23})U_{23}+(Y_{12}^{31}-Y_{31}^{31})U_{31}\right] \qquad (101)$$

$$I_{10}=I_{12}-I_{31} \qquad (102)$$

$$Z_{10}^{10}=\frac{y_{23}}{\sum_{12}^{31} y_{12}y_{23}} \quad \therefore \quad Y_{10}^{10}=\frac{\sum_{12}^{31} y_{12}y_{23}}{y_{23}} \qquad (103)$$

Expresia potențialului punctului neutru V_o rezultă din (42):

$$V_o=\frac{\sum_1^3 Y_{10}^{10}V_{10}}{\sum_1^3 Y_{10}^{10}}-\frac{\sum_1^3 Z_{20}^{20}Z_{30}^{30}V_{10}}{\sum_1^3 Z_{10}^{10}Z_{20}^{20}} \qquad (104)$$

2. *Structuri cu cuplaje mutuale interne și externe.*

d. *Teorema transformării stea-poligon cu elemente active și cuplaje mutuale interne și externe.* Fie structura electrică R_λ conținînd elemente active conectate în stea și prezentînd cuplaje interne și externe (fig. 11 a).

în care păstrînd notațiile de la pct. VIII a, se notează încă $[\mathcal{Z}_\lambda]$, $[\mathcal{J}]$ matricele impedanțelor mutuale $\mathcal{Z}_{jo}^{(ki)}$ ale elementelor Z_{jo}^{jo} cu elementele (ki) externe rețelei R_λ, iar $I_{(ki)}$ curenții din cele m elemente externe (ki). Pasivizarea rețelei R_λ, se face la fel ca și în cazul structurii avînd cuplaje interne, prin aplicarea la fiecare nod a teoremei Vaschy în varianta surselor de forță electromotoare (37).

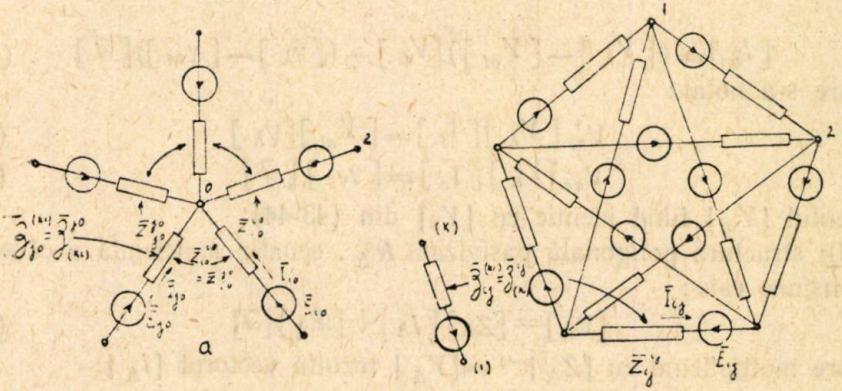


Fig. 11. — Structuri izomorfe stea — poligon cu elemente active și cuplaje mutuale interne și externe

Ecuația matricială a căderilor de tensiune în rețeaua pasivizată $R_\circ$ este:

$$[V_\lambda]-V_o[1_c]=[Z_\lambda][I_\lambda]+[\mathcal{Z}_\lambda][\mathcal{J}] \tag{105}$$

în care matricea $[\mathcal{Z}_\lambda]$ este de formă dreptunghiulară cu n linii și m coloane iar $[I]$ este o matrice coloană cu m linii.

Multiplicînd ecuația (105) cu $[Z_\lambda]^{-1}=[Y_\lambda]$, se obține:

$$[Y_\lambda][V_\lambda]-V_o[Y_\lambda][1_c]=[I_\lambda]+[Y_\lambda][\mathcal{Z}_\lambda][\mathcal{J}]=[I]+[\gamma_\lambda][\mathcal{J}] \tag{106}$$

în care s-a notat:

$$[\gamma_\lambda]=[Y_\lambda][\mathcal{Z}_\lambda] \tag{107}$$

Dacă se multiplică ecuația (106) cu matricea $[1_l]$ de rang n și conform cu (41) se obține:

$$[1_l][Y_\lambda][V_\lambda]-V_o[1_l][Y_\lambda][1_c]=[1_l][\gamma_\lambda][\mathcal{J}]$$

din care rezultă potențialul V_o:

$$V_o=\frac{\sum_{ik=1}^{n} Y_{io}^{ko} V_{ko}}{\sum_{ik=1}^{n} Y_{io}^{ko}}-\frac{\sum_{lm(kl)}^{n(m)} \gamma_{lm}^{(ki)} \mathcal{J}_{(ki)}}{\sum_{ik=1}^{n} Y_{io}^{ko}} \tag{108}$$

Primul termen din (108) este potențialul punctului neutru al rețelei $R\lambda$ dacă nu ar avea decît cuplaje interne (42), notat cu V_{oi} iar al doilea termen reprezintă contribuția cuplajelor externe la deplasarea punctului neutru, notat cu V_{oe}:

$$V_o = V_{oi} - V_{oe} \tag{109}$$

Ecuația (106) se va scrie:

$$[I_\lambda] = [Y_\lambda][V_\lambda] - V_{oi}[Y_\lambda][1_c] + V_{oe}[Y_\lambda][1_c] - [\gamma_\lambda][\mathcal{J}]$$

sau:

$$[I_\lambda] = ([Y_\lambda] - [Y_{oi}])[V_\lambda] - ([\gamma_\lambda] - [\gamma_{oe}])[\mathcal{J}] \tag{110}$$

în care s-a notat:

$$V_{oi}[Y_\lambda][1_c] = [Y_{oi}][V\lambda] \tag{111}$$

$$V_{oe}[Y_\lambda][1_c] = [\gamma_{oe}][\mathcal{J}] \tag{112}$$

termentul $[Y_{oi}]$ fiind identic cu $[Y_o]$ din (43-44).

În structura poligonală pasivizată R°_Δ, ecuația matricială a căderilor de tensiune este:

$$[V_\Delta] = [Z_\Delta][I_\Delta] + [\mathcal{Z}_\Delta][\mathcal{J}] \tag{113}$$

în care multiplicînd cu $[Z_\Delta]^{-1} = [Y_\Delta]$ rezultă vectorul $[I_\Delta]$:

$$[I_\Delta] = [Y_\Delta][V_\Delta] - [Y_\Delta][\mathcal{Z}_\Delta][\mathcal{J}] \tag{114}$$

Relațiile de dependență între $[V_\Delta]$, $[V_\lambda]$ și $[I_\Delta]$, $[I_\lambda]$ sînt aceleași ca în cazul structurilor cu cuplaje interne (47-48). Dacă se multiplică ecuația (114) cu $[I_{\Delta\lambda}]$ și se identifică coeficienții matricelor $[V_\lambda]$ în (110) și (114) se obține:

$$[T_{\Delta\lambda}][Y_\Delta][T_{\lambda\Delta}] = [Y_\lambda] - [Y_{oi}] \tag{115}$$

Din ecuația (115) se determină matricea $[Y_\Delta]$ în funcție de $[Y_\lambda]$ ca și în cazul structurilor cu cuplaje interne. Ecuațiile (65) rămîn valabile și pentru structurile cu cuplaje externe.

Dacă se identifică coeficienții matricelor $[\mathcal{J}]$ din ecuația (105) multiplicată cu $[T_{\lambda\Delta}]$ și din ecuația (113), se obține:

$$[\mathcal{Z}_\Delta] = [T_{\lambda\Delta}][\mathcal{Z}_\lambda] \tag{116}$$

care determină impedanțele mutuale $\mathcal{Z}_{ij}^{(ki)}$ în funcție de $\mathcal{Z}_{io}^{(ki)}$. Întrucît transformarea $[T_{\lambda\Delta}]$ este în general de forma:

$$[T_{\lambda\Delta}] = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 1 & 1- & & & \\ \hline & 1 & -1 & & \\ \hline & & 1 & -1 & \\ \hline & & & 1 & -1 \\ \hline -1 & & & & 1 \\ \hline +1 & & -1 & & \\ \hline & & 1 & & -1 \\ \hline & -1 & & & 1 \\ \hline & 1 & & -1 & \\ \hline -1 & & & 1 & \\ \hline \end{array} \tag{117}$$

(pentru o structură pentagonală)

atunci:

$$\mathscr{Z}_{ij}^{(ki)} = \mathscr{Z}_{io}^{(ki)} - \mathscr{Z}_{jo}^{(ki)} \tag{118}$$

Vectorul curent $[I_\Delta]$ rezultă din (114) în care se înlocuiește $[V_\Delta]$ și $[\mathscr{Z}_\Delta]$ cu expresiile corespunzătoare din (105) și (116):

$$[I_\Delta] = [Y_\Delta]([T_{\lambda\Delta}][Z_\lambda][I_\lambda] + [T_{\lambda\Delta}][\mathscr{Z}_\lambda][\mathscr{I}]) - [Y_\lambda][\mathscr{Z}_\Delta][\mathscr{I}] =$$

$$= ([Y_\Delta][T_{\lambda\Delta}][Z_\lambda])[I_\lambda] + ([Y_\Delta][T_{\lambda\Delta}][\mathscr{Z}_\Delta] - [Y_\Delta][T_{\lambda\Delta}][\mathscr{Z}_\Delta])[\mathscr{I}] =$$

$$= ([Y_\Delta][T_{\lambda\Delta}][Z_\lambda])[I_\lambda]$$

identică cu (71).

S-a stabilit teorema transfigurării stea-poligon a structurilor cu elemente active și cuplaje mutuale interne și externe, după cum urmează: *orice structură electrică avînd elemente active conectate în stea și cu cuplaje simetrice, se poate transfigura în rețeaua de forma poligonului complet cu elemente active, fără cuplaje interne, dar cu cuplaje externe. Elementul activ (ij) al structurii poligonale izometrice este complet determinat prin mărimile:* E_{ij}, U_{ij}, I_{ij}, Y_{ij}^{ij}, $(Y_{ij}^{pq} = 0)$ *sau* Z_{ij}^{ij} $(Z_{ij}^{pq} = \infty)$ *și* $\mathscr{Z}_{ij}^{(ki)}$ *exprimate în funcție de mărimile corespunzătoare ale structurii stelate:* $E_{io}, U_{io}, I_{io}, Y_{io}^{io}, Y_{io}^{jo}$ $(Z_{io}^{io}, Z_{io}^{jo})$ *și* $\mathscr{Z}_{io}^{(ki)}$ *prin ecuațiile:*

$$E_{ij} = E_{io} - E_{jo} \tag{119}$$

$$U_{ij} = U_{io} - U_{jo} = V_{io} - V_{jo} \tag{120}$$

$$I_{ij} = \left[\frac{1}{y_o} y_{io} y_{jo} - Y_{io}^{jo}\right] \sum_{k=1}^{n} (Z_{io}^{ko} - Z_{jo}^{ko}) I_{ko} \tag{121}$$

$$Y_{ij}^{ij} = \frac{1}{y_o} y_{io} y_{jo} Y_{io}^{jo} \tag{122}$$

$$\mathscr{Z}_{ij}^{(ki)} = \mathscr{Z}_{io}^{(ki)} - \mathscr{Z}_{jo}^{(ki)} \tag{123}$$

e. *Teorema transformării stea-triunghi cu elemente active și cuplaje mutuale interne și externe.* În cazul particular $n=3$ se obține **transformarea** structurii din conexiunea stea cu 3 elemente active și cuplaje interne și externe, în structura cu conexiune triunghiulară a elementelor active, fără cuplaje mutuale interne, dar cu cuplaje externe. Dacă E_{io}, V_{io}, I_{io}, Z_{io}^{io}, Z_{io}^{ko}, $\mathscr{Z}_{io}^{(ki)}$ sînt mărimile care caracterizează structura activă stelată și simetrică, mărimile corespunzătoare ale structurii triunghiulare sînt:

$$E_{12} = E_{10} - E_{20} \tag{124}$$

$$U_{12} = V_{10} - V_{20} \tag{125}$$

$$I_{12} = \left[\frac{1}{y_o} y_{10} y_{20} - Y_{10}^{20}\right] \sum_{k=1}^{3} (Z_{10}^{ko} - Z_{20}^{ko}) I_{ko} \tag{126}$$

$$Y_{12} = \left[\frac{1}{y_o} y_{10} y_{20} - Y_{10}^{20}\right] \tag{127}$$

$$\mathscr{Z}_{12}^{(ki)} = \mathscr{Z}_{10}^{(ki)} - \mathscr{Z}_{20}^{(ki)} \tag{127 bis}$$

și analoagele, în care y_o, y_{10}, y_{20} au aceleași valori ca în 80-81), adică:

$$y_o = Y_{10}^{10} + Y_{20}^{20} + Y_{30}^{30} + 2\,Y_{10}^{20} + 2\,Y_{20}^{30} + 2\,Y_{30}^{10} \tag{128}$$

$$y_{10} = Y_{10}^{10} + Y_{10}^{20} + Y_{10}^{30} \tag{129}$$

f. *Teorema transformării triunghi-stea cu elemente active și cuplaje mutuale interne și externe.* Fie structura electrică R_Δ , conținînd elemente active conectate în triunghi și prezentînd cuplaje mutuale interne și externe, în care păstrînd notațiile de la pct. VIII c, se notează încă $[\mathcal{Z}_\Delta]$, $[\mathcal{J}]$ matricele impedanțelor mutuale $\mathcal{Z}_{ij}^{(ki)}$ ale elementelor (ij) cu elementele (ki) externe rețelei R_Δ iar $\mathcal{J}_{(ki)}$ curenții în cele m elemente. Rețeaua R_Δ se pasivizează ca și în cazul structurii avînd numai cuplaje interne prin aplicarea la fiecare nod a teoremei Vaschy în varianta surselor de curent (93) adică transferînd sursele de curent în elementele unei rețele auxiliare, R_λ' .

În rețeaua pasivizată R_Δ° , ecuația dual a surselor de curent (114) poate fi scrisă, prin aplicare cu $[T_{\Delta\lambda}]$ sub forma:

$$[T_{\Delta\lambda}][I_\Delta] = [I_\lambda] = [T_{\Delta\lambda}][Y_\Delta][T_{\lambda\Delta}][V_\lambda] - [T_{\Delta\lambda}][\mathcal{Z}_\Delta][I] \tag{130}$$

Identificînd coeficienții matricei $[V_\lambda]$ din ecuația (130) și ecuația rețelei izometrice R_λ° (110) se obține:

$$[Y_\lambda] - [Y_{oi}] = [T_{\Delta\lambda}][Y_\Delta][T_{\lambda\Delta}] \tag{131}$$

identică cu (51) și care soluționează matricea $[Y_\lambda^\circ]$ în funcție de $[Y_\Delta]$.

Se observă imediat că matricele $[E_\lambda]$, $[U_\lambda]$, V_o, $[I_\lambda]$ și $[Y_\lambda]$ se obțin din mărimile corespunzătoare ale structurii R_Δ , independent de cuplajele externe, prin aceleași ecuații de transformare (100—104).

Pentru determinarea matricei $[\mathcal{Z}_\lambda]$ se scriu ecuațiile duale ale surselor de curent în rețelele R_Δ° și R_λ°, sub forma:

$$[I_\lambda] = [Y_\Delta][V_\Delta] - [Y_\Delta][\mathcal{Z}_\Delta][I] \tag{132}$$

$$[I_\lambda] = [Y_\lambda][V_\lambda] - [Y_\lambda][z_\lambda][I] \tag{133}$$

Dacă se multiplică ecuația (132) cu $[T_{\Delta\lambda}]$ și conform ecuației (48), se identifică coeficienții matricelor $[\mathcal{J}]$, se obține:

$$[Y_\lambda][z_\lambda] = [T_{\Delta\lambda}][Y_\Delta][z_\Delta] \tag{134}$$

sau:

$$[z_\lambda] = ([Z_\lambda][T_{\Delta\lambda}][Y_\Delta])[z_\Delta] \tag{135}$$

care reprezintă sub formă matricială ecuația de transformare a matricei $[z_\Delta]$ în $[z_\lambda]$.

Din (135) se deduce sub formă indicială, expresia impedanței mutuale externe $z_{10}^{(ki)}$ a elementului (10) a structurii R_λ față de elementul extern (ki) în funcție de impedanțele mutuale externe $\mathcal{Z}_{12}^{(ki)}$, $\mathcal{Z}_{23}^{(ki)}$, $\mathcal{Z}_{31}^{(ki)}$ prin relația:

$$\mathcal{Z}_{10}^{(ki)} = \frac{y_{23}}{\sum_{12}^{31} y_{12}y_{23}}\left[(Y_{12}^{12} - Y_{31}^{12})\mathcal{Z}_{12}^{(ki)} + (Y_{12}^{23} - Y_{31}^{23})\mathcal{Z}_{23}^{(ki)} + (Y_{12}^{31} - Y_{31}^{31})\mathcal{Z}_{31}^{(ki)}\right] \tag{136}$$

și analoagele.

S-a stabilit teorema transfigurării triunghi-stea a structurilor cu elemente active și cuplaje mutuale interne și externe, după cum urmează: *orice structură electrică avînd elemente active conectate în triunghi* R_Δ *și cu cuplaje simetrice, se poate transfigura în rețeaua de forma stelei cu trei elemente active* R_λ *fără cuplaje interne, dar cu cuplaje externe. Elementul activ (io) al structurii izometrice* R_λ *, este complet determinat prin mărimile* E_{io}, V_{io}, V_o, I_{io}, Y_{io}^{io} $(Y_{io}^{jo} = 0)$ *sau* Z_{io}^{io} $(Z_{io}^{jo} = \infty)$ *și* $Z^{(ki}_{io}$ *exprimate în funcție de mărimile corespunzătoare ale structurii triunghiulare* R^Δ *, prin ecuațiile:*

$$E_{10} = \frac{y_{23}}{\sum_{12}^{31} y_{12}y_{23}}\left[(Y_{12}^{12} - Y_{31}^{12})E_{12} + (Y_{12}^{23} - Y_{31}^{23})E_{23} + (Y_{12}^{31} - Y_{31}^{31})E_{31}\right] \tag{137}$$

$$V_{10} = \frac{y_{23}}{\sum_{12}^{31} y_{12}y_{23}}\left[(Y_{12}^{12} - Y_{31}^{12})V_{12} + (Y_{12}^{23} - Y_{31}^{23})V_{23} + (Y_{12}^{31} - Y_{31}^{31})V_{31}\right] \tag{138}$$

$$I_{10} = I - I_{31} \tag{139}$$

$$Z_{13}^{13} = \frac{\sum_{12}^{31} y_{12}y_{23}}{y_{23}} \tag{140}$$

$$V_o = \frac{\sum_{i=1}^{3} Y_{io}^{io} Y_{io}}{\sum_{i=1}^{3} Y_{io}^{io}} \tag{141}$$

$$\mathcal{Z}_{10}^{(ki)} = \frac{y_{23}}{\sum_{12}^{31} y_{12}y_{23}}\left[(Y_{12}^{12} - Y_{31}^{12})\mathcal{Z}_{12}^{(ki)} + (Y_{12}^{23} - Y_{31}^{23})\mathcal{Z}_{23}^{(ki)} + (Y_{12}^{31} - Y_{31}^{31})\mathcal{Z}_{31}^{(ki)}\right] \tag{142}$$

IX. *Concluzii*

Studiul rețelelor electrice pe considerațiuni de topologie, prezintă avantaje remarcabile:

a) definește structurile electrice prin analogie cu structurile topologice, în care legile de compoziție externe și interne, formulate axiomatic pentru varietățile n dimensionale, se regăsesc în ecuațiile matriciale fundamentale ale rețelelor electrice (1) și (2);

b) analogia conduce la enunțarea izomorfismului rețelelor electrice. În electrocinetica clasică, se folosesc curent diferite forme ale teoremelor

de izomorfism: teoremele echivalenței elementelor active conectate în serie sau paralel, transfigurările stea-poligon și în particular stea-triunghiu și triunghi-stea pentru elemente pasive, circuitele echivalente ale electroformatorului, mașinilor rotative etc. Sub forma clasică, teoremele electrocineticei nu dau posibilitatea stabilirii similitudinii rețelelor electrice luate în ansamblu și determinarea parametrilor prin metode care să nu pretindă soluționări de sisteme de ecuații liniare;

c) izomorfismul structurilor electrice permite enunțarea teoremelor de transfigurare a rețelelor electrice cu elemente active și cuplaje interne și externe, rezolvînd prin aceasta problema generală a schemelor echivalente. În orice rețea electrică, avînd în general cuplaje între elemente, se poate determina prin procedee de transfigurare, schema echivalentă referitor la sistemul de poli, adică structura poligonal completă. În cazul particular al structurii cuadripolare, se obține schema în punte, iar dacă este alimentat de curenți exteriori în perechi, schema echivalentă este cuadripolul în X;

d) izomorfismul rețelelor electrice soluționează direct problema dipolului Thevenin-Norton. În timp ce prin procedeul clasic pentru calculul f. em. E_0 a generatorului echivalent, este necesar soluționarea unui sistem de ecuații liniare, iar pentru calculul impedanței Z_0, metoda transfigurării, — izomorfismul structurilor electrice determină simultan parametrii E_0 și Z_0, prin transfigurări. Metoda propusă constituie totodată și o metodă de calcul a rețelelor electrice, deoarece parcurgînd în sens invers rețelele izomorfe R_{p_2}, $R_{p_3} \cdots R_{p_k}$, se soluționează repartiția curenților și tensiunilor în rețeaua dată. De remarcat că în ce privește problema generatorului echivalent, nu interesează decît transformările serie, paralel și stea-poligon. Imposibilitatea transformării inverse, poligon-stea, nu prezintă nicio dificultate, deoarece o astfel de transformare nu intervine în contracția rețelelor electrice. Uneori însă în cazuri particulare, transformarea triunghiu-stea a elementelor active poate fi utilă;

e) o aplicație importantă a izomorfismului, constă în simplificarea calculul curenților de scurtcircuit în rețelele electrice. Determinarea curentului de scurtcircuit, pretinde stabilirea schemei echivalente și a repartiției tensiunilor și curenților în regimul de scurtcircuit. În regimurile asimetrice și în general la scurtcircuitele monofazate, bifazate sau bifazate cu punere la pămînt, în care intervin cuplaje mutuale între elemente, metodele clasice sînt limitate și impun deobicei aplicarea calculul cu coordonare simetrice. Aplicarea teoremelor de transformare izomorfice, operează direct cu mărimile rețelei și elimină astfel descompunerea acestora după coordonate simetrice;

f) posibilitatea transfigurării structurilor cu conexiuni diferite, conținînd elemente active și cuplaje mutuale, permite pasivizarea multipolilor. Un multipol activ poate fi pasivizat, adică adus la forma rețelei poligonal complete cu elemente pasive, sursele fiind exteriorizate pe conexiunile externe ale polilor. În particular studiul cuadripolului activ prin exteriorizarea surselor, se reduce la studiul unui cuadripol pasiv, în care fiecare element al schemei se recunoaște în funcție de elementele inițiale;

g) teoremele izomorfismului structurilor electrice permit studiul „intern" al cuadripolilor;

h) izomorfismul rețelelor electrice își are baza fizică în principiul de

conservare a puterilor. Punînd condiții suplimentare de menținere invariantă a unora din parametri, respectiv valori impuse, se pot obține combinații interesante de structuri similare, de simetrizări de circuite etc.

Catedra de Electrotehnică I
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *Kuratowski* — La topologie — Varșovia, 1947.
2. *Montgomery* — Topological transformation.
3. *Kron G.* — Tensor analysis of networks — New-York, 1939.
4. *Le Corbeiller* — Matrix analysisi of electric networks, New-York, 1950.
5. *Voronov R. A.* — Obșceia teoriia cetîrehpoliusnikov, Moscova, 1951.
6. *Fortescue C. L.* — Metod of symmetrical coordinates applied to the solution of polyphase networks, Journal of the American Institute of Electrical Engineers, 1918.
7. *Antoniu I. S.* — Introducere în aplicarea calcului matricial la studiul circuitelor electrice, București, 1953.
8. *Mocanu C. I.* — Cercetări asupra topologiei rețelelor electirce, Bul. st. Acad. M. T. Nr. 2, 1956.
9. *Mocanu C. I.* — Asupra topologiei rețelelor electrice, Bul. st. Acad. T. M. Nr. 3, 1956.

ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ВИДОИЗМЕНЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

(Краткое содержание)

Видоизменения электрических сетей изучались до сих пор в нашей литературе лишь частично, а именно при рассмотрении частных случаев видоизменения электрической структуры с пассивными элементами и без взаимных включений — оставляя в стороне типизацию сетей.

В настоящей работе автор, опираясь в своем изложении на топологическую базу — а именно на изоморфизм электрических сетей — устанавливает общую форму теорем видоизменения сетей с активными элементами и взаимными включениями, разрешая вопросы: подобия, упрощенных сетей, экивалентых схем при установленных входах и т. д.

n — размерную геометричесхую копфигурацию электрически и магнитно связанных активных и пассивных элемеитов, составляющих электрическую сеть — можно во многих отношениях уподобить топологическим многообразиям. Если под „структурой“ в топологическом смысле этого слова следует понимать аксиоматическую организацию какого либо отвлеченного множества, основывающуюся с одной стороны на известном классе законов, касающихся состава между элементами этого множества — а именно на классе внутренних законов, а с другой стороны — на классе законов состава с элементами других множеств — классе внешних законов, то „электрическая структура“ может в том же порядке быть принята как пропускающая

электрические токи система взамино связанных — магнитно и электрически — элементов, представляющих собой, таким образом, подлежащее изучению множество.

Закон внутреннего состава выразится в таком случае следующим соотношением линейной зависимоти электрических токов

$$\sum \varepsilon_k I_k = 0 \quad \therefore \quad \sum w_k I_k = 0 \tag{1}$$

или в матрициальное форме

$$[C]\ [I] = 0 \tag{2}$$

где $[C]$ является матрицей связи (электрической и магнитной) — а $[I]$ — вектором тока.

Закон внешнего состава, устанавливаюший соотношения между элементами пространства токов $[I]$ и элементами пространства электродвижуших сил $[E]$ и напряжений $[U]$ — оба одинаковой вариантности — на основанни комплексного тела импедансов $[Z]$ — находит своё выражение в падении напряжения в каждом элементе, принимая следующую матрицальную форму:

$$[E] - [U] = [Z]\ [I] \tag{3}$$

По примеру изоморфизма n — размерных многообразий, можно формулировать изоморфизм электрических структур в смысле подобия, могущего быть установленным между электрическими сетями

$$R_{(1)} \rightleftarrows R_{(2)} \rightleftarrows \cdots \rightleftarrows R_{(j)} \rightleftarrows \cdots \rightleftarrows R_{(n)} \tag{4}$$

таким образом, что скалярные произведения $(E_{(j)}, I_{(j)})$ и квадратичные формы, $Z_{(j)}(I_{(j)}, I_{(j)})$ являтся инвариантами;

$$(E_{(1)}, I_{(1)}) \equiv (E_{(2)}, I_{(2)}) \equiv \cdots \equiv E_{(j)}, I_{(j)}) \equiv) \cdots (E_{(n)}, I_{(n)}) \tag{5}$$

$$Z_{(1)}(I_{(1)}, I_{(1)}) \equiv Z_{(2)}(I_{(2)}, I_{(2)}) \equiv \cdots \equiv Z_{(j)}(I_{(j)}, I_{(j)}) \equiv \cdots Z_{(n)}(I_{(n)}, I_{(n)}) \tag{6}$$

а скалярные произведения $(U_{(j)}, I_{(j)})$ будут идентично нулевыми

$$(U_{(1)}, I_{(1)}) \equiv (U_{(2)}, I_{(2)}) \equiv \cdots \equiv (U_{(j)}, I_{(j)}) \equiv \cdots \equiv (U_{(n)}, I_{(n)}) \equiv 0 \tag{7}$$

По способу взаимосвязи элементов сети различают:

а) комплексные электрические сети с полностью многоугольными подсетями и множественными бинодальными элементами — R_a

(Рис. 1)

б) полностью многоугольные электрические сети с бинодальными множественными элементами — R_b (рис. 1b).

в) полностью многоугольные электрические сети — R_p (рис. 3).

В полностью многоугольных электрических сетях R_{pk} с вершинами k и сторонами $k\,(k-1)/_2$, преобразовывая связанные в одном узле элементов в полностью многоугольную эквивалентную структуру, получаем сеть типа R_b, которая в свою очередь может быть преобразована в сеть типа $R_p(k-1)$ с вершинами $(k-1)$ и сторонами $(k-1)\,(k-2)/^2$, т. е. $(k-1)$ сеть, имеющую одним элементом меньше. Среди ряда сстей R_a, R_b, R_{pk}, различают три класса изоморфизма:

— класса равноразмерных изоморфных электрических сетей. К этому кассу принадлежат сети одинакового размера $n = l - k + s$ и именно сеть независимых токов Максвела ($\overline{Z}'_{ik} \neq 0$), упрошенная сеть ($\overline{Z}''_{ik} = 0$) и сеть, сведенная к канонической форме ($[Z'''] = [1]$).

— класс равноузловых сетей, т. е. сетей с одинаковым числом электрических соединений;

— класс сетей сжатого изоморфизма. К этому классу относятся сети полностью многоугольной формы и с различным числом соединений. В настоящей работе рассматриваются сети со сжатым изоморфизмом и теоремой преобразования.

Преобразования сетей R_a, R_b, R_{pk}, производятся с помощью функционалов:

$[T\ {}^{b}_{a}]$ охватывем группу преобразований, сводящх сеть R_a к форме R_b, путем упразднения независимых магнитных соединений подсетей, но с сохранением чнсла злектрических соединений.

—$[T_b^{PK}]$ охвашываеш группу пребразований, с водящих сеть R_b к Форме R_{pk}, сохраняя при этом число элекрисеских соединений, но сокрашая число элементов до.

— $[T_{Pk}^{P2}]$ охватывает группу преобразобаний, сводящих многоугольную сеть с электричкими соедниениями и с $k(k-1)/2$ — элементами — к сети равнозначного генератора R_{p_2} с 2-мя соединенями и 2-мя активными элементами, обладающими взаимными эффектами (диполь Тзвзнзна).

а) — Преобразование $[T_a^b]$ которыи подвергаются электрические сети, содержашие магнитно — взаимосвязанные подсети, позволяют приведение подсетей, а следовательно и преобразование магнитных соединений в соединения электрические (16—20).

б) — Преобразования $[T_b^P]$ охватывает группу преобазований, сводяших многоугольную сеть со множественными бинодальными элементами и с k электрическими соединениями R к целостно многоугольной форме R_{pk} с одинаковым числом электрических соединений. Теоремами преовразования являются:

— α. Теорема преобразования активных элементов в последоеательном соединении с внутренними и внешними включениями. Систма активных элементов в последовательном соединении, где E_{lm}, U_{lm}, Z_{lm}^{lm}, Z_{lm}^{pq}, представляю собою электродвижушую силу, напряжение на эажимах, ток, собственный и взаимный импеданс между элементами схемы и $\mathcal{Z}_{lm}^{(jk)}$ взаимный импеданс по сравнению со внешними элементами схемы зквивалентна (сжатый изоморф) активному элементу, где

$$\begin{aligned} E_{ij} &= \sum_{lm} E_{lm} \\ U_{ij} &= \sum U_{lm} \\ Z_{ij}^{ij} &= \sum Z_{lm}^{pq} \\ I_{ij} &= I_{lm} \\ \mathcal{Z}_{ij}^{(jk)} &= \sum \mathcal{Z}_{lw}^{(jk)} \end{aligned} \tag{8}$$

— Теорема преобразования активных элементов в параллельном соединении. Система активных элементов в параллельном соединении эквивалетна (сжатый изоморф) активному элементу, в которои.

$$E_{ij} = \frac{\sum\limits_{lm,\ pq} Y_{lm}^{pq} E_{lm}}{\sum\limits_{lw,\ pq} Y_{lm}^{pq}}$$

$$U_{ij} = U_{lm}$$

$$I_{ij} = \sum I_{lm}$$

$$\overline{Y}_{ij}^{ij} = \sum_{lm,\ pq} \overline{Y}_{lm}^{pq}$$

$$\mathcal{Z}_{ij}^{(ik)} = \frac{\sum Y_{lm}^{pq}\ \mathcal{Z}_{pq}^{(jk)}}{\sum Y_{lm}^{pq}}$$

в) = Преобразования $[T_{pk}^{Plk-1}]$ охватывают группу преобразований, сводяших многоугольную сеть с k соединениями R_{pk} к форме $R_{p\ (k-l)}$ с $(k\text{-}1)$ соединениями. Теоремой преобразования является:

— теорема преобразования звезда — многоугольник с активными елементами, п взаимными внутренними и внешними включениями. Злектрическая структура с активными елементами, в звездчатом соединеии и с симметрическими взаимными включениями превращается в полностью многоугольную структуру с активными злементами без взаимных внутренних, но со взаимными внешними включениями. Активный злемен$_{(ij)}$ многоугольной изометрической структуры определен полностью с помошью, E_{ij} , U_{ij} I_{ij} , Y_{ij} , $\mathcal{Z}_{ij}^{(ki)}$ выраженных в зависимости от соответственных величин звездчатой стрктуры: E_{io}, U_{io}, I_{io} , Y_{io}^{io}, $\mathcal{Z}_{ij}^{(ki)}$ при посредстве:

$$E_{ij} = E_{io} - E_{jo}$$

$$U_{ij} = U_{io} - U_{jo} = V_{io} - V_{jo}$$

$$I_{ij} = \begin{bmatrix} 1 \\ y_o \end{bmatrix} y_{io}\ y_{jo} - Y_{io}^{jo} \Big] \sum_{k=1}^{n} (Z_{io}^{ko} - Z_{jo}^{ko})\, I_{ko} \qquad (10)$$

где:

$$Y_{io} = \sum_{j=1}^{n} Y_{lo}^{jo} \quad \therefore \quad Y_o = \sum_{i,j=1}^{n} Y_{io}^{jo} \qquad (11)$$

Полезно также и обратное преобразование: треугльникзвезда. — теорема преобразования треугольник —звезда с активными злементами и взаимными внутренним и внешеим включеииями. Злектрическая структура с активными, соединенными треугольником злементами и с симмесрическими взаимными включениями, превращается в звездчатую структуру с активными злементами без взаимных внутренних включений. Злемент (io) изотермической структры определяется с помошью; E_{lo} , U_{io} , V_{io} , I_{io} , Y_{io}^{io}, , $\overline{\mathcal{Z}}_{io}^{(Ki)}$, выраженных в зависимости от соответственых величин треугольной структуры при посредстве.

$$E_{10} = \frac{y_{23}}{\sum y_{12} y_{23}} \left[(Y_{12}^{12} - Y_{31}^{12}) E_{12} + (Y_{12}^{23} - Y_{31}^{23}) E_{23} + \right.$$
$$\left. + (Y_{12}^{31} - Y_{31}^{31}) E_{31} \right] \qquad (12)$$

$$V_{10} = \frac{y_{23}}{\sum y_{12} y_{23}} \left[(Y_{12}^{12} - Y_{31}^{12}) U_{12} + (Y_{12}^{23} - Y_{31}^{23}) U_{23} + \right.$$
$$\left. + (Y_{12}^{31} - Y_{31}^{31}) U_{31} \right]$$

$$I_{10} = I_{12} - I_{31}$$

$$Z_{10} = \frac{\sum y_{12} y_{23}}{y_{23}}$$

$$\mathcal{Z}_{10}^{(ki)} = \frac{y_{23}}{\sum y_{12} y_{23}} \left[(Y_{12}^{12} - Y_{31}^{12}) \mathcal{Z}_{12}^{(ki)} + (Y_{12}^{23} - Y_{31}^{23}) \mathcal{Z}_{23}^{(ki} + \right.$$
$$\left. + (Y_{13}^{31} - Y_{31}^{31}) \mathcal{Z}_{21}^{(ki)} \right]$$

где;

$$y_{12} = Y_{12}^{12} - Y_{12}^{23} - Y_{12}^{31} + Y_{23}^{31}$$

Теоремы топологических видоизменений разрешают вопрос определения эквивалентных схем для любой злектричесой сети и даст в частности непосредственное решение задачи диполя Тзвзнзна-Нортон. В то время как классический прием определения параметров эквивалентного генератора требует решения целой системы линейных уравнений для E и последовательных преовразований для эквивалентного импеданса Z, — изоморфизм злектрических струиур определяет одновременно параметры E и Z. Предлагаемый здесь метод упрошает также расчет токов короткого замыкания. Установление эквивалентных схем при нарушенном ремиме и взаимных включениях между злементами пользуется методом симметрических координат. Применение теорем преобразования оперирующих непосредстенно с сетевыми величинами независимо от нарушеннго равновесия или от природы включений, избавляет нас от сложных расчетов разложения по симметрическим координатам. Изоморфизм злектрических структур позволяет типизировать сети и синтетизировать многополюсники на постоянных входах с упорядоченными зффектми.

THE TOPOLOGICAL TRANSFORMATIONS OF THE ELECTRICAL NETWORKS

Summary

In literature, the transformations of the electrical network partially studied only in special cases of the transformation of the electrical structure with passive elements and without mutual couplings, without considering the standardisation of the network.

In this work the author formulating the isomorphism of the electrical network on a topological basis — establishes in a general form the transformative theorems on active elements and mutual coupling networks, solving the problem of similitude of the network of contraction, of he equivalent diagrams at fixed accesses, and so on.

The dimensional "n" geometrical configuration of the active and passive elements, electrical and magnetical connexes, composing the electrical network, is comparable in many ways with the topological variations. If, in the topological sense by "structure" is meant the axiomatical organisation of an abstract multitude, based upon a class of laws on composition, between the elements of the same multitude — the calss of internal laws — and of an other class of laws on composition with the elements of other multitudes — the class external laws — analogous to „the electrical structure" may be interpreted as an interconnection of an electrical and magnetical system, traversed by electrical currents wich thus compose the multitude for study.

The law on internal composition will be expressed in this case through relations of linear dependence on the electrical currents:

$$\sum \varepsilon_k I_k = 0 \therefore \sum w_k I_k = 0$$

or under the matricial form:

$$[C]\ [I] = 0$$

in which "C" is the matrix of connection (of, the electrical and magnetical connections) and "I" is the current vector.

The law on external composition, establishing relations between the elements of the space of the currents "I", with the elements of the space of the electromotive power "E" and of the voltage "U" — both of the same variation, according to the complex body of impedance "Z" — is expressed by the fall of tension into each element, under the matricial form:

$$[E] - [U] = [Z]\ [I]$$

Like the "n" dimensional isomorphism variation, the isomorphism of the electrical structures can be formulated in the sense of similitude which can be estabished between the electrical networks $R_{(j)}$:

$$R_{(1)} \rightleftarrows R_{(2)} \rightleftarrows \cdots \rightleftarrows R_{(j)} \rightleftarrows \cdots \rightleftarrows R_{(n)}$$

so that the scalar products $(E_{(j)}, I_{(j)})$ and the square forms $Z_{(j)}, (I_{(j)}, I_{(j)})$ are invariants:

$$(E_{(1)}, I_{(1)}) = (E_{(2)}, I_{(2)}) = \cdots = (E_{(j)}, I_{(j)}) = \cdots = (E_{(n)}, I_{(n)})$$

$$Z_{(1)}\ (_{(1)}, I_{(1)}) = Z_2\ (I_{(2)}, I_{(2)}) = \cdots Z_{(j)}\ I_{(j)}, I_{(j)}) = \cdots = Z_{(n)}\ (I_{(n)}, I_{(n)})$$

and the scalare's products $(U_{(j)}, I_{(j)}$ are identically nought:

$$(U_{(1)}, I_{(1)}) = (U_{(2)}, I_{(2)} = \cdots = (U_{(j)}, I_{(j)}) = \cdots = (U_{(n)}, I_{(n)})$$

According to the manner of interconnectiong the elements of the networks, there are:

a) complexe electrical networks with complete polygonal's subnetworks and multiple binodal elements — R (fig. 1),

b) complete polygonal electrical networks with multiple binodal elements — R (fig. 1b),

c) complete polugonal electrical networks — R_p (fig. 3).

In the complete polygonal electrical networks — R_{pk} — with "K" vertices and "k (k-1)/2 sides, by transforming the connected elements at a loop in the complete polygonal equivalent structure, a network of the "R_b" type is obtained, which can be transformed into the network of the "$R_{p(k-1)}$" type, with "k—1" vertices and "(k—1) (k—2)/2" sides, that is to say with "k—1" elements less. In the series of networks R_a, R_b, R_{pk} there are three classes of isomorphism:

— the class of the equidimensions "n=1—k+S" are included in this class: the Maxwell ($Z'_{ik} \neq 0$) independent circuit network, the reduced network ($Z''_{ik}=0$) the network reduced to the canonical form ($[Z^m]=[1]$),

— the class of the equinodal network, namely the network with the same number of electrical connections,

— the class of the contracted isomorphism networks. The networks with a complete polygonal for mand a different number of connections, constitute a part of this class. The networks of contracted isomorphism and theoremes of transformation are examined in the work.

The transformations of the R_a, R_b, R_{pk} networks are effectuated by the following functionals:

— $[T_a^b]$ includes the transformers group which brings the "R_a" network to the form "R_b" by repealing the independent magnetical connections of the sublnetworks, keeping, fowerer, the number of the electrical connections.

— $[T_b^{pk}]$, includes the transformer's group, which brings the "R_b" network to the form "R_{pk}". In this case the number of the electrical connections are maintained, and the number of elements to "k(k—1)/2' are reduced.

— $[T_{pk}^{pz}]$, includes the transformer's group which brings the polygonal network with "k" electrical connections and "k(k—1)/2" elements to the network of the quivalent generator "R_{pz}", with two connections and two active elements with mutual effect (Thevenin dipol).

a) The $[T_a^b]$ transformations applied upon the electrical network containing the magnetic interconnected sub-network allows the plotting of the sub-network and thus transformation of the magnetic connections into the electrical connections (16—20).

b) The $[T_p]$ transformations include the transformer's group which brings the polygonal network with its multiple binodal and "k" electrical connections "R_b", to the complete polygonal form "R_{pk}" with the same number of electrical connections. The transformer's theorems are:

α — the theorem of the transformation of the active elements into the series connection with internal and external couplings. A system of active elements connected in series in which: E_{lm}, Ul_m, I_{lm}, Z_{lm}^{lm}, Z_{lm}^{pf}, are the electromotive power, the terminal voltage, the current, the proper and mutual impedance between the elements of the series conection and $\mathcal{Z}_{lm}^{(jk)}$ mutual impedance toward the external elements of the series connection equivalent (contracted isomorph) to an active element, having:

$$E_{ij} - \sum_{im} E_{lm}$$

$$U_{lj} = \sum_{lm} U_{lm}$$

$$Z_{ij}^{ij} = \sum_{lm,\ lf} Z_{lm}^{pf}$$

$$I_{ij} = I_{lm}$$

$$\mathcal{Z}_{ij}^{(jk)} = \sum_{lm} \mathcal{Z}_{lm}^{(jk)}$$

— the theorem of the active elements which are connected in parallel. A system of active lements connected in parallel is equivalent (contracted isomorph) to an active element in which:

$$E_{ij} = \frac{\sum_{lm,\ pf} Y_{lm}^{pf}\, E_{lm}}{\sum_{lm,\ pf} Y_{lm}^{pf}}$$

$$U_{ij} = U_{lm}$$

$$I_{ij} = \sum_{lm} I_{lm}$$

$$Y_{ij}^{ij} = \sum_{lm,\ pf} Y_{lm}^{pf}$$

$$\mathcal{Z}_{ij}^{(jk)} = \frac{\sum_{lp,\ pf} Y_{lm}^{pf}\, \mathcal{Z}_{pf}^{(jk)}}{\sum_{lm,\ pf} Y_{lm}^{pf}}$$

c) The transformations include the transformer's group which brings the polygonal network with "k" connections "R_{pk}" to the form "$R_{p\,(k-1)}$" with "k—1" connections. The theorem of transformation is:

— the theorem of the star-polygonal transformation with active elements and internal and external mutual couplings. The electrical structure, having active elements in star connected and symetrical mutual couplings, transforms into a complete polygonal structure, with active elements without internal but with external mutual couplings. The active element (ij) of the isometrical polygonal structure is completely determined by: E_{ij}, U_{ij}, I_{ij}, Y_{ij} and $\mathcal{Z}_{ij}^{(ki)}$ expressed in relation to the corresponding notions of the star structure: E_{io}, U_{io}, I_{io}, $Y_{io}^{(ki)}$, $\mathcal{Z}_{io}^{(ki)}$ by:

$$E_{ij} = E_{io} - E_{jo}$$

$$U_{ij} = U_{io} - U_{jo} = V_{io} - V_{jo}$$

$$I_{ij} = \left[\frac{1}{y_o}\, y_{io}\, y_{jo} - Y_{io}^{jo}\right] \sum_{k=l}^{n} (Z_{io}^{ko} - Z_{jo}^{ko})\, I_{ko}$$

$$Y_{ij}^{ij} = \frac{1}{y_o}\, y_{io}\, y_{jo} - Y_{io}^{jo}$$

in which:

$$y_{io} = \sum_{j=l}^{n} Y_{io}^{jo} \quad \therefore \quad y_o = \sum_{i,\ j=l}^{n} Y_{io}^{jo}$$

The inverted delta-star transformation is also usefull.

— the theorem of the delta-star transformation with active elements and internal mutual couplings. The electrical structure, having the active elements in delta connections with symmetrical mutual couplings, is transformed into a star structure with active elements, without internal mutual couplings. The (io) element of he isometrical structure, is determined by: E_{io}, U_{io}, V_{io}, Y_{io}^{io} and $Z_{io}^{(ki)}$ expressed in relation to the corresponding notions of the delta structure by:

$$E_{10}=\frac{y_{23}}{\sum y_{12}\,y_{23}}\left[(Y_{12}^{12}-Y_{31}^{12})\,E_{12}+(Y_{12}^{23}-Y_{31}^{23})\,E_{23}+(Y_{12}^{31}-Y_{31}^{31})\,E_{31}\right]$$

$$V_{10}=\frac{y_{23}}{\sum y_{12}\,y_{23}}\left[(Y_{12}^{12}-Y_{31}^{12})\,U_{12}^{12}+(Y_{12}^{23}-Y_{31}^{23})\,U_{23}+(Y_{12}^{31}-Y_{31}^{31})\,U_{31}\right]$$

$$I_{10}=I_{12}-I_{31}$$

$$Z_{10}=\frac{\sum y_{12}\,y_{23}}{\sum y_{23}}$$

$$\mathcal{Z}_{10}^{(ki)}=\frac{y_{23}}{\sum y_{12}y_{23}}\left[(Y_{12}^{12}-Y_{31}^{12})\mathcal{Z}_{12}^{(ki)}+(Y_{12}^{23}-Y_{31}^{23})-\mathcal{Z}_{23}^{(ki)}+(Y_{12}^{31}-Y_{31}^{31})\mathcal{Z}-{}_{31}^{(ki)}\right]$$

in which:

$$y_{12}=Y_{12}^{12}-Y_{12}^{23}-Y_{12}^{31}+Y_{23}^{31}$$

The theorems of the topological transformations solve the problem of the determination of the equivalent diagrams for any electrical network, especially the direct solution of the problem of the Thevenin Norton dipol. Nhile through the classical method, the determination of the parameters of linear equation for "E", and through successive transformations of the equivalent impedance "Z", — the isomorphism of the electrical structures determine simultaneosly the parameters "E" and "Z". Also, the proposed method simplifies the calculation of the short-circuit currents. The establishment of the equivalent diagrams for the non-equilibrated working current and mutual couplings between the elements, appeals to the method of symmetrical coordination. The application of the transformative theorems which operate directly with the notions of the network, irrespective of the disequilibraion, of the nature of the couplings, eliminates the laborious calculus of the discomposedness which refers to the symmetrical coordinated. The isomorphism of the electrical structure permits the uniformity of the networks and the synthesis of the multipols at fixed accesses with arranged answers.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

MAȘINI ȘI APARATE ELECTRICE

621.313.2

METODA DE PROIECTARE A MAȘINILOR DE c.c. CU CARACTERISTICI FUNCȚIONALE IMPUSE *)

de CONSTANTIN APETREI

I. — PROBLEMA

În practica proiectării mașinilor de c.c. se întîlnesc numeroase cazuri cînd, prin teme de proiectare, se impun mașinilor care urmează a fi proiectate caracteristici funcționale bine determinate ; este cazul mașinilor motoare sau generatoare de c.c. cu destinație deobicei specială cînd pe lîngă datele nominale ale mașinii indicate în mod curent în teme de proiectare — putere, tensiune, turație, etc. — se impune și îndeplinirea anumitor caracteristici funcționale — caracteristicile mecanice în cazul motoarelor, coeficientul de amplificare în cazul mașinilor amplificatoare etc.

Un asemenea caz îl prezintă și mașina de c.c. generatoare care îndeplinește funcțiunea de excitatoare — sau subexcitatoare — a mașinilor sincrone.

În prezent proiectarea acestor mașini se efectuiază după metoda clasică de proiectare a mașinilor de c.c. cu anumite indicații speciale în ceea ce privește tensiunea minim admisibilă pentru care procesul autoexcitației este asigurat — în cazul mașinilor cu excitație în paralel — variația tensiunii în jurul punctului nominal de funcționare a mașinei etc. : aceste cerințe se traduc prin realizarea mașinei cu o caracteristică de magnetizare anumită, fapt ce poate fi realizat prin luarea unor măsuri constructive adecvate.

Metoda clasică de proiectare poate să dea rezultate satisfăcătoare în cazul în care excitatoarea mașinii sincrone se privește doar ca o mașină sursă de c.c. pentru excitarea mașinii sincrone.

Problema primește noi aspecte în cazul în care mașina de c.c. excitatoare se privește ca un element constituent al sistemului de excitație al mașinilor sincrone, sistem care include atît sistemul de reglare al excitației cît și excitatoarea însăși ; în acest caz mașina excitatoare capătă funcțiuni noi, fundamentale pentru comportarea mașinii sincrone în cadrul sistemelor electroenergetice — stabilitatea statică, dinamică etc.

Mașina excitatoare, pe lîngă faptul că trebuie să fie proiectată ca o mașină economică, sigură în exploatare, urmează să asigure variația excitației mașinilor sincrone în limite largi — forțare și dezexcitare —, raportul dintre tensiunea maximă și tensiunea în regim nominal al exci-

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

tatoarei (plafonul) poate să ia valori de 2,3 și chiar 4, variația respectivă urmînd să se realizeze în minimum de timp, cu viteze de răspuns maxim posibile.

Metoda de proiectare clasică a mașinilor de c.c. trebuie completată, în caz contrar stabilirea soluției optime — mașină economică, sigură în exploatare, cu caracteristici funcționale bine determinate, impuse prin tema de proiectare — poate fi făcută greoiu, după numeroase calcule succesive în mai multe variante și fără siguranța soluției optime posibile.

În lucrarea de față se indică care sînt funcțiunile fundamentale ale mașinilor excitatoare a mașinilor sincrone din cadrul sistemelor electroenergetice moderne; se fixează relațiile de calcul care stau la baza calculului mașinii cu caracteristici funcționale impuse; se indică succesiunea calculului electromagnetic pentru ca volumul de calcule în stabilirea variantei optime să fie minim; se dă cu caracter ilustrativ performanțele unei mașini excitatoare proiectată după metoda indicată față de o mașină de c.c. proiectată după metoda clasică păstrîndu-se neschimbate în ambele variante datele principale de proiectare referitoare la funcționarea nominală.

Tratarea și rezolvarea problemei în modul indicat nu sînt întîlnite, după cunoștința autorului, în literatura de specialitate.

În rezolvarea problemei se apelează la noțiunile curente din teoria proiectării mașinilor electrice de c.c.

II. — MODUL DE REZOLVARE AL PROBLEMEI

1. În prezent practica și teoria exploatării sistemelor electroenergetice moderne prezintă următoarele cerințe importante excitatoarelor mașinilor sincrone:

a) să fie sigure și simple în exploatare;

b) să fie mașini, în anumite condiții date, cu cost minim;

c) să posede anumite caracteristici funcționale impuse.

Primele două aspecte pot fi rezolvate cu suficientă ușurință apelînd la teoria clasică a proiectării mașinilor de c.c.; utimul aspect poate fi rezolvat apelînd la unele elemente noi; este necesar însă, ca varianta stabilită cu caracteristice funcționale impuse să se verifice avînd în vedere primele 2 aspecte.

2. Funcțiunile importante, care urmează să fie îndeplinite de excitatoarele mașinilor sincrone, atunci cînd se are în vedere comportarea ultimelor mașini în cadrul sistemelor electroenergetice, constau în:

a) asigurarea excitației necesare în regim nominal staționar de funcționare;

b) asigurarea variației excitației în limite largi — forțare și dezexcitare — în minimum de timp posibil, în cazul unor manevre obișnuite a mașinilor sincrone — autosincronizare, funcționarea în regim supraexcitat etc., — sau în cazul unor avarii care intervin în sistem — variații importante ale sarcinii, scurt-circuite, etc.

Ultima funcțiune se traduce prin aceea, că excitatoarea trebuie să asigure plafoane $\left(p_e = \frac{U_{e\,max}}{U_{e\,n}}\right)$ de forțare mari cu viteze de răspuns (V_e) ridicate.

În lucrările anterioare (B—1) și (B—2) s-au arătat factorii importanți care influențează viteza de răspuns (B—1) și modul de calcul al acesteia (B—2). În prima lucrare s-a stabilit că viteza de răspuns a unei mașini excitatoare depinde în principal de: valoarea constanței de timp a circuitului de excitație în punctul nominal de funcționare (T_e), de plafonul forțării excitației (p_e) și de caracteristicile circuitului magnetic al mașinei (de caracteristica sa de magnetizare).

Rezultă deci că la proiectarea unei mașini excitatoare este necesar să se aibă în vedere *realizarea unei mașini cu o caracteristică de magnetizare dată, cu o anumită constantă de timp și care să asigure un plafon dat* — toate aceste condiții se impun de către cel care utilizează excitatoarea funcție de condițiile care dictează funcționarea mașinilor sincrone —; este bine de remarcat că ultima condiție, asigurarea unui anumit „plafon", este de la sine îndeplinită dacă se respectă prima condiție și dacă mașina are suficientă rezervă de putere pentru a putea suporta timp limitat o supraîncărcare anterior determinată; în afară de cele amintite mai sus, mașina excitatoare proiectată trebuie să fie o mașină economică și să satisfacă toate celelalte condițiuni impuse în proiectarea și exploatarea mașinilor electrice de c.c.

3. Relațiile de calcul, care permit stabilirea legăturii funcționale dintre caracteristicile funcționale ale mașinii și parametrii săi constructivi, se deduc pornind de la elementele fundamentale ale teoriei mașinilor electrice.

a) *Constanta de timp a circuitului de excitație al excitatoarei* (T_e).

Expresia constantei de timp T_e, în cazul în care se utilizează notațiile curente — vezi fig. 1 — poate avea una din următoarele forme:

$$T_e = \frac{4p\ W_e^2 \sigma\ \Phi}{R_e F_{en}}\ ;\ T_e = \frac{2p\ W_e \sigma \Phi}{U_{en}}\ ;\ T_e = \frac{4p\ W_e^2 \sigma\ \Delta\Phi}{R_e \Delta F}. \qquad (1)$$

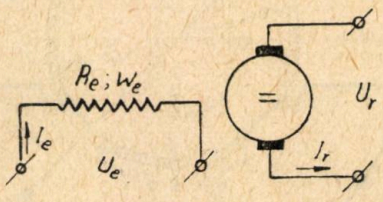


Fig. 1.

Primele 2 expresii definesc constanta de timp a circuitului de excitație în punctul nominal de funcționare, ultima într-un punct de funcționare oarecare pe caracteristica de magnetizare a mașinii.

Din expresia 2-a a relațiilor (1) prin înlocuiri succesive convenabile, se poate deduce următoarea relație importantă de calcul:

$$T_e = \frac{\pi\, a\, \sigma\, B_\delta}{2\varrho\, \Delta_e \left(\frac{2p}{D_r} + a\frac{\pi}{l}\right)} \qquad (2)$$

*) În relațiile de mai sus σ, reprezintă coef. de scăpări al inductorului.

În relația (2) s-a apreciat lungimea medie a unei spire a circuitului de excitație, l_w, în modul următor:

$$l_w \cong 2\left(l + a\frac{\pi D_r}{2p}\right)$$

unde a poate lua valori cuprinse deobicei între $(0{,}4 \div 0{,}6)$.

Relația (2) stabilește legătura dintre constanta de timp T_e a circuitului de excitație, dimensiunile principale ale indusului (D_r, l), inducția în întrefer (B_δ), densitatea de curent și rezistivitatea înfășurării de excitație (Δ_e, ϱ), numărul de perechi de poli (p) etc.; cu ajutorul relației (2) se poate stabili variația lui T_e atunci cînd diferiții parametri constructivi ai mașinii variază.

b) *Determinarea înălțimii polului principal al mașinii.*

În fig. 2 s-a reprezentat haşurat suprafața de calcul disponibilă (S_{cd}) dispunerii înfășurării de excitație a mașinii.

Suprafața disponibilă reală S_{rd}, poate fi exprimată în funcție de S_{cd} prin introducerea unui coeficient de corecție K (cu valori cuprinse între 0,8 și 0,9) sub următoarea formă:

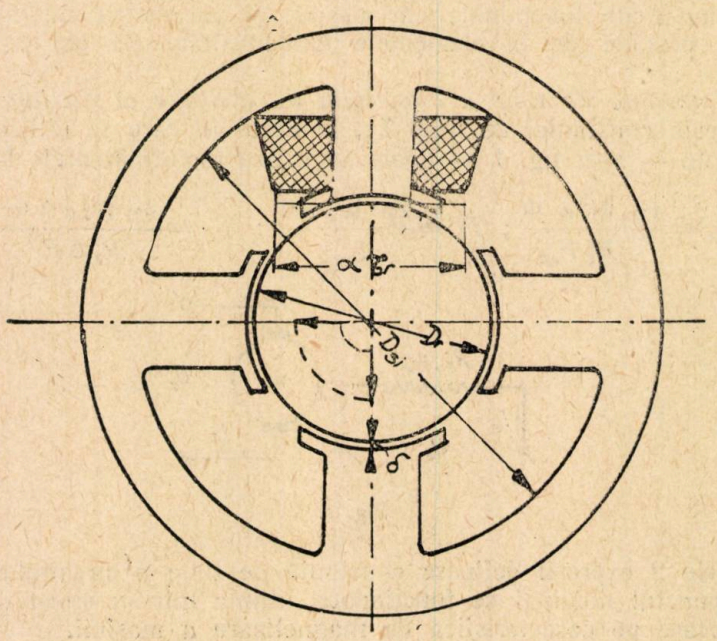


Fig. 2.

$$S_{rd} = K S_{cd} = K\frac{2\pi(D_{si} - D_r)}{16p} \cdot \left[0{,}5\ D_{si} + D_r\left(\alpha - \frac{3}{2}a\right)\right] \qquad (3)$$

Dacă se notează cu n_e, numărul înfășurărilor de excitație dispuse pe polul principal — considerate că dezvoltă fiecare aceeași f.m.m —, atunci

înălțimea polului, necesară dispunerii celor n_e înfășurări, se poate calcula prin determinarea lui D_{si} cu ajutorul relației:

$$K\frac{2\pi(D_{si}-D_r)}{16p}\cdot\left[0{,}5\,D_{si}+D_r\left(\alpha-\frac{3}{2}\,a\right)\right]=\frac{2n_e}{\Delta_e\,\varphi_e}K_s\frac{\delta'}{\mu_o}B_\delta \qquad (4)$$

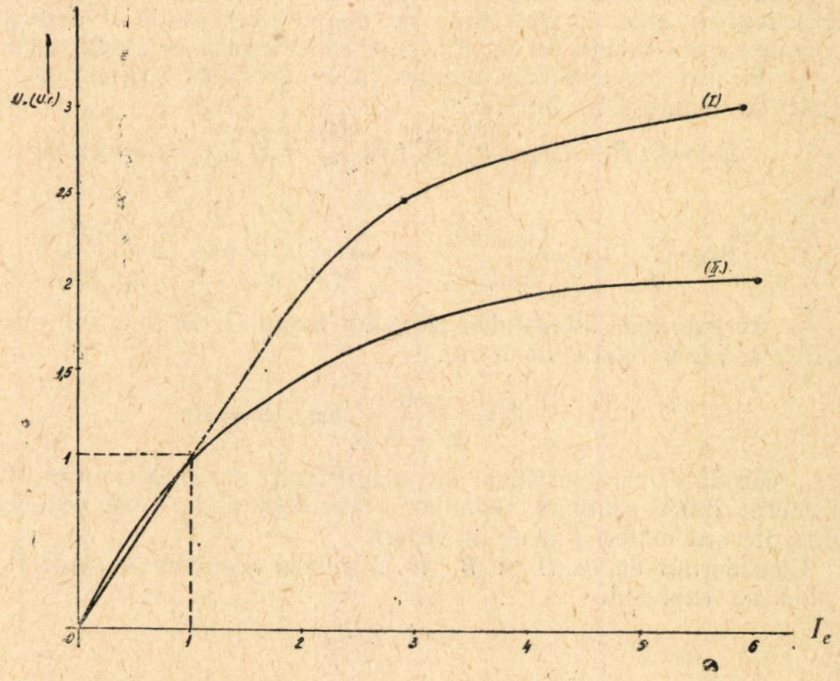


Fig. 3.

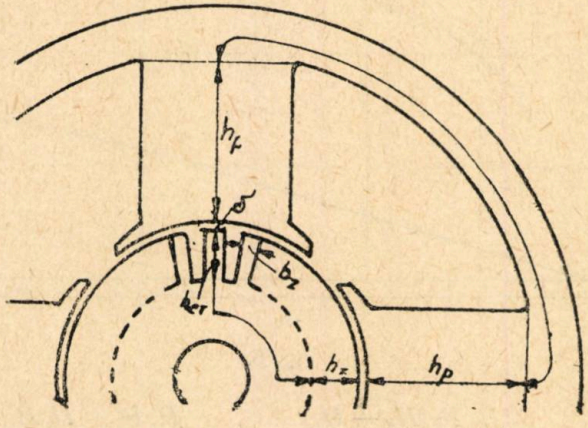


Fig. 4.

Relația (4) scoate în evidență modul cum variază geometria mașinii, atunci cînd variază diferiți parametrii constructivi ai mașinii;

c) *Reproducerea caracteristicii de magnetizare și a gradului de fortare impus.*

Pentru stabilirea relațiilor de calcul, se utilizează caracteristica de magnetizare impusă exprimată în unități relative — vezi fig. 3.

Dacă se consideră circuitul magnetic al mașinii — vezi fig. 4 —, atunci reproducerea caracteristicii de magnetizare poate fi realizată prin rezolvarea unui sistem de ecuații, care se formează în modul următor :

— Se exprimă inducția magnetică în diferitele secțiuni ale mașinii funcție de inducția în întrefer :

$$B_p = k_p B_\delta \; ; \; B_{js} = k_{js} B_\delta \; ; \; B_{z\,med} = k_z B_\delta \; ; \; B_{jr} = k_{jr} B_\delta \qquad (5)$$

unde :

$$k_p = \frac{\alpha\sigma}{a} \; ; \; k_{js} = \frac{\alpha\pi\sigma D_r}{2p.2 h_{js}} \; ; \; k_z = \frac{t_r}{t_r - b_{cr}} \; ; \; k_{jr} = \frac{\alpha\pi D_r}{2p \cdot 2h_{jr}}$$

— Se exprimă intensitatea cîmpului magnetic H în funcție de inducția B folosind o relație de forma :

$$H = \frac{B}{a - b\,B} \text{ sau, } B = Hc \qquad (6)$$

care reproduce caracteristica de magnetizare a materialului magnetic considerat într-o anumită regiune ; coeficienții a, b, c se pot determina pentru fiecare material avut în vedere.

Considerînd de ex. H și B în 2 puncte distincte — vezi fig. 5 — a și b au expresiile :

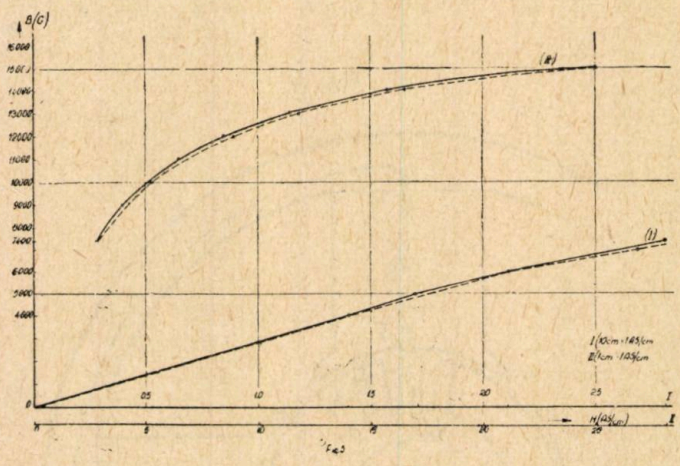


Fig. 5.

$$a = \frac{B_1 B_2 (H_2 - H_1)}{H_1 H_2 (B_2 - B_1)} \; ; \; b = \frac{H_2 B_1 - H_1 B_2}{H_1 H_2 (B_2 - B_1)} \qquad (7)$$

— Cu ajutorul relației (6) se poate stabili intensitatea cîmpului H în diferite porțiuni ale circuitului magnetic și deci se poate exprima f.m.m.

pe un pol:

$$F_e = I_e W_e = H_\delta \cdot \delta' + H_{z\,med} h_z + H_p h_p + H_{jr} \frac{l_{jr}}{2} + H_{js} \frac{l_{js}}{2} \qquad (8)$$

unde:

$$\frac{l_{jr}}{2} \cong \frac{\pi D_r}{2 \cdot 2p}\,; \quad \frac{l_{js}}{2} = \frac{\pi D_{se}}{2 \cdot 2p} = \frac{\pi (D_{si} + 2h_{js})}{2 \cdot 2p}$$

— Pe baza caracteristicii de magnetizare a mașinii, care urmează să fie reprodusă, se poate forma un sistem de ecuații cu numărul ecuațiilor egal cu al necunoscutelor; de exemplu în cazul definirii caracteristicii de magnetizare prin 3 puncte se pot determina 3 mărimi dimensionale ale mașinii, cu ajutorul sistemului de ecuații:

$$\left.\begin{aligned} F_{e\,max} &= (I_e W_e)_{max} = \frac{B_{\delta\,max}}{\mu_0} \cdot \delta' + \frac{k_z B_{\delta\,max}}{a - b\, k_z B_{\delta\,max}} h_z + \cdots \\ F_{e\,med} &= (I_e W_e)_{med} = \frac{B_{\delta\,med}}{\mu_0} \cdot \delta' + \frac{k_z B_{\delta\,med}}{a - b\, k_z B_{\delta\,max}} h_z + \cdots \\ F_{e\,n} &= (I_e W_e)_n = \frac{B_{\delta\,n}}{\mu_0} \cdot \delta' + \frac{k_z B_{\delta\,n}}{a - b\, k_z B_{\delta\,n}} h_z + \cdots \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

unde F_e și B_δ în diferitele puncte ale caracteristicii de magnetizare se pot determina cunoscînd p_{en}, p_{emed}, p_{emax},*) f_n, f_{med}, f_{max}**).

Sistemul de ecuații (9) determină valorile necunoscutelor — 3 dimensiuni ale circuitului magnetic convenabil alese — în așa mod ca, caracteristica de magnetizare a mașinii proiectate să reproducă caracteristica de magnetizare impusă.

Asupra celor stabilite relativ la reproducerea caracteristicii de magnetizare se fac următoarele observații:

— Exactitatea reproducerii caracteristicii de magnetizare impuse depinde de forma relațiilor (6) și de alegerea judicioasă a punctelor 1 și 2 pentru determinarea lui a, b sau c.

— Exactitatea rezultatelor va depinde și de numărul ecuațiilor sistemului (9) respectiv de numărul punctelor caracteristicii de magnetizare impuse și reproduse de caracteristica de magnetizare a mașinii proiectate; un număr mare de ecuații mărește exactitatea însă îngreuiază rezolvarea sistemului (9) de aceea se recomandă utilizarea a 2 ecuații.

— Numărul ecuațiilor sistemului (9) este limitat și de numărul necunoscutelor (dimensiuni ale circuitului magnetic), care pot fi lăsate să varieze liber fără ca soluțiile sistemului (9) să devină soluții fizico-tehnce incompatibile; de ex. determinarea lui δ, lăsat să varieze liber, prin rezolvarea sistemului (9) poate conduce la soluții fizico-tehnice incompatibile în sensul unor valori mici inadmisibile din punct de vedere mecanic sau al deformației cîmpului inductor etc.

4. — Avînd stabilite relațiile de legătură dintre caracteristicile funcționale și parametrii constructivi ai mașinii — sarcinile electromagne-

*) p_{en}, p_{emed}, $p_{e\,max}$ — Plafoanele excitatoarei în u.r.

**) f_n, f_{med}, f_{max} — Forțele magnetomotoare în u.r.

tice și dimensiunile principale — prezintă interes urmărirea influenței ultimilor factori asupra caracteristicilor funcționale ale mașinii, volumului, randamentului etc.

Dacă se are în vedere relația dintre puterea mașinii P, dimensiunile indusului, turația și sarcinile electromagnetice :

$$P = \pi^2 \alpha D_r^2 ln B_\delta A \qquad (10)$$

problema care urmează a fi analizată constă în determinarea lui n, B_δ, A în așa fel ca la o putere dată să rezulte o constantă de timp T_e minimă *)

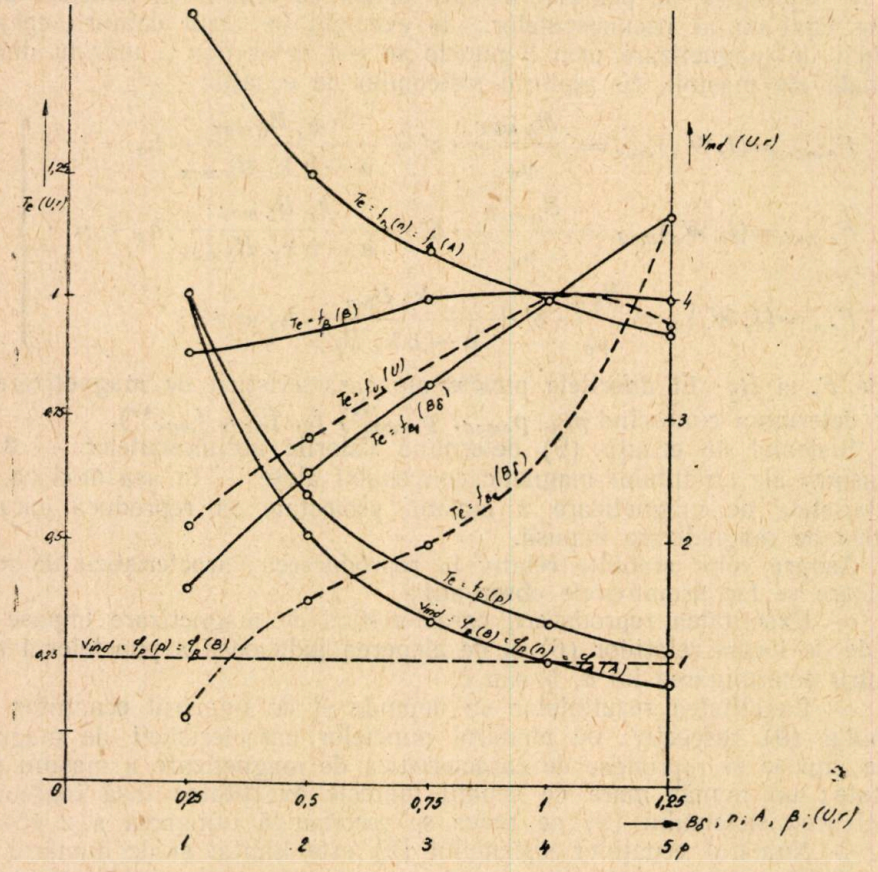


Fig. 6.

cu un volum al indusului minim și cu caracteristici tehnice acceptabile (comutație, încălzire, randament etc.). Pentru aceasta se va analiza relația (10) și (2) în scopul de a se urmări influența diferiților parametri asupra constantei Te și volumului indusului; (10), (4) și parțial (2)

*) Micșorarea constantei de timp Te poate prezenta interes în anumite limite, cunoscut fiind că micșorarea sa sub anumite limite nu contribuie în mod esențial la îmbunătățirea comportării dinamice a sistemului excitatoare, mașină sincronă, receptoare etc.

pentru urmărirea influenței parametrilor fundamentali asupra dimensiunilor polilor principali și în fine relația (10), (2) și sistemul (9) pentru fixarea condițiilor de compatibilitate a sistemului (9) în cadrul rezolvării generale a problemei.

a) Relațiile (2) și (10):

$$T_e = \frac{\pi a \sigma B_\delta}{2\varrho \Delta_e \left(\frac{2p}{D_r} + a\frac{\pi}{l}\right)}\ ;\ P = \pi^2 a \cdot D_r^2 \cdot l \cdot n \cdot B_\delta \cdot A$$

pot conduce la stabilirea unor funcțiuni de forma:

$$T_e = f_B(B_\delta);\ T_e = f_n(n);\ T_e = f_A(A);\ T_e = f_p(p);\ T_e = f_\Delta(\Delta_e);$$

$$T_e = f_\beta\left(\frac{D_r}{l}\right)$$

și $$V_{ind} = \varphi_B(B_\delta);\ V_{ind} = \varphi_n(n);\ V_{ind} = \varphi_A(A)\ *)$$

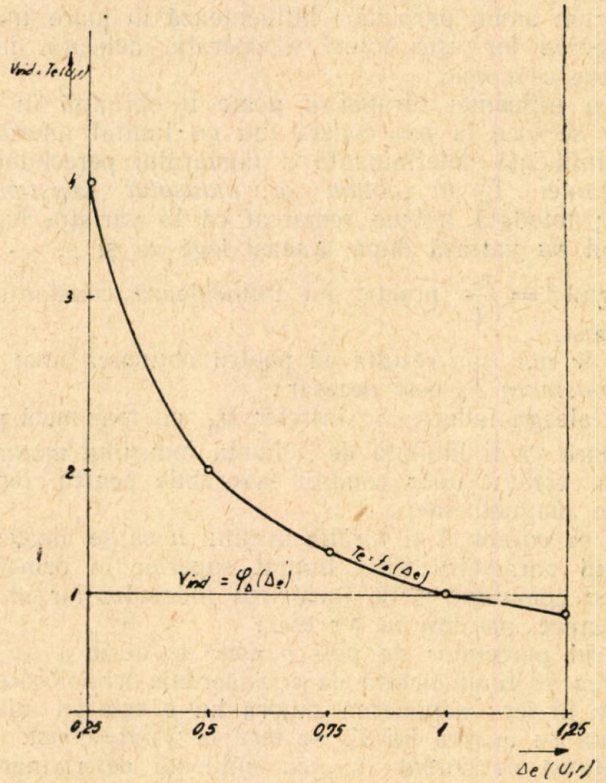


Fig. 7

funcțiuni care se obțin prin varierea succesivă a unuia dintre parametri și menținerea constantă a celorlalți; funcțiunile respective pot servi ca

*) V_{ind} — Volumul indusului în u. r.

indicație asupra modului de alegere a parametrilor constructivi pentruca condițiile enunțate anterior să fie îndeplinite.

În *fig. 6, 7* se dau în unități relative funcțiunile indicate mai sus; curba $T_e = f_{B1}(B_\delta)$ reprezintă variația constantei de timp T_e funcție de inducția B_δ la $p =$ const. iar la $T_e = f_{B_2}$ la $p =$ variabil; deasemeni $T_e = f_{n1}(n)$ reprezintă variația lui T funcție de turația n la pn variabil iar $T_e = f_{n_2}(n)$ la pn limitat inferior și superior.

Din analiza curbelor redate în fig. 6 și 7 se pot remarca următoarele:

— Modul de variație al volumului indusului (V_{ind}) în u.r. este identic, indiferent de variabila aleasă: B_δ n, A.

— Influența determinantă asupra valorii constantei T_e manifestă inducția în întrefer B_δ și densitatea de curent din înfășurarea de excitație (Δe); la variații ale variabilelor independente (B_δ respectiv Δe) între limitele 0,25—1,25, constanta de timp variază între 0,395—1,17 respectiv 4—0,8; variația constantei de timp T_e se face în primul caz la volumul indusului variabil în la 2-lea $V_{ind} =$ const.

— Parametrii n și A influențează relativ în mică măsură constanta de timp T_e; cum ambii parametri influențează în mare măsură volumul indusului alegerea lor este totuși o operație delicată, importantă din punct de vedere economic;

— Mărirea influenței turației n poate fi obținută în cazul în care variația lui n se face la pn=const., sau pn limitat inferior și superior; de remarcat influența determinantă a numărului perechilor de poli (p) asupra constantei T_e *la volum al indusului constant* ($p = 1 \div 5$; $T_e = 1 \div 0{,}269$); totodată trebuie remarcat că la variația lui p și Vind= const. produsul pn variază după aceeași lege ca și p.

— Raportul $\beta = \frac{\tau_r}{l}$ practic nu influențează constanta de timp Te cînd V_{ind}=const.

Din cele de mai sus rezultă că pentru obținerea unei *valori cît mai mici pentru constanta* T_e este necesar:

— Să se aleagă inducția în întrefer B_δ cît mai mică posibil; valoarea sa inferioară va fi limitată de volumul indusului maxim admisibil și de necesitatea creierii unor condiții favorabile pentru reproducerea caracteristicii de magnetizare;

— Pînza de curent A și turația mașinii n să se aleagă cît mai mari posibil; primul parametru fiind limitat superior în principal de condițiile unei bune comutații și de încălzirea indusului iar al 2-lea de considerente mecanice, pierderi în fer etc.;

— Numărul perechilor de poli p este de dorit a se alege cît mai mare; limitarea sa fiind dictată de considerente tehnologice și de pierderile admisibile în fer; acționarea asupra lui p este cu atît mai de dorit cu cît influența sa asupra lui T_e se face la Vind=const.

— Densitatea de curent Δe, cu influență determinantă asupra lui T_e urmează a se lua cît mai mare, limitarea sa făcîndu-se de încălzirea admisibilă a înfășurării de excitație a mașinii.

b) Cu ajutorul relației (4);

$$K\frac{2\pi(D_{si}-D_r)}{16p}\cdot\left[0{,}5\,D_{sl}+D_r\left(\alpha-\frac{3}{2}a\right)\right]=\frac{2n_e}{\Delta_e\varphi_e}K_s\frac{\delta'}{\mu_0}B_\delta$$

se poate urmări influența diferiților parametrii constructivi asupra diametrului interior al statorului D_{si} și deci asupra înălțimii polului h_p și geometriei mașinii; această analiză prezintă importanță și din punct de vedere al materialelor utilizate pentru construcția polilor.

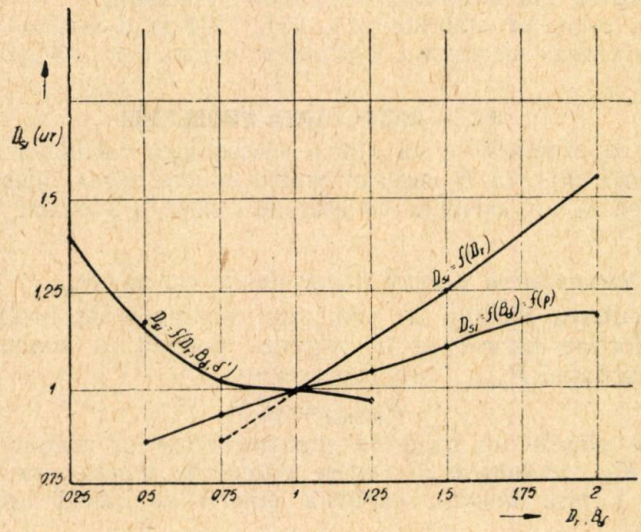


Fig. 8.

În fig. 8 s-a reprezentat modul de variație al diametrului D_{si} atunci cînd variază diametru D_r, inducția B_δ, p etc., iar ceilalți parametrii rămîn constanți; deasemeni cazul unei variații concomitente și adecvate a parametrilor D_r, δ' și B_δ.

Din examinarea curbelor reprezentate reiese, că înălțimea polului h_p variază în limite relativ mici, atunci cînd ceilalți parametri constructivi ai mașinii sînt variabili; această observație este valabilă îndeosebi în cazul unei variații concomitente a lui D_r, δ' și B_δ — variația acestor parametri se face conform relațiilor bine cunoscute din teoria proiectării mașinilor de c.c.

Remarca făcută prezintă mare importanță pentru geometria și economicitatea mașinii; indicațiile date la punctul anterior, cu privire la alegerea parametrilor constructivi pentru obținerea unor constante T_e mici, nu conduc la condiții incompatibile pentru geometria mașinii.

c) Din analizarea relațiilor (2), (4) și (10) n-au reeșit direct condițiile care să conducă la incompatibilitatea sistemului (9); este necesar să se remarce însă, că adoptarea unor inducții în întrefer B_δ mici și a unor valori pentru pînza de curent A mari, va conduce la valori ale întreferului relativ mari; *acest fapt ca și inducțiile* B_δ *mici pot îngreuia reproducerea caracteristicii de magnetizare impusă prin tema de proiectare.* Într-adevăr, dacă se lasă ca parametri liberi (care urmează a se determina din condițiile reproducerii caracteristicii de magnetizare) dimensiunile b_z, h_{jr}, h_{js} pentru saturarea mașinii conform caracteristicii impuse la B_δ mic și δ' mare poate să rezulte valori pentru b_z, h_{jr}, h_{js} tehnic inacceptabile — din punct de vedere al pierderilor la inducții

foarte mari al realizării tehnologice etc. — ; deaceea B_δ nu poate fi oricît de mic (deobiceiu $B_\delta \geq 0{,}3 \cdot 10^{-4}$ Wb/cm^2 iar coeficienții k_p, k_z etc. trebuie astfel aleși pentru a se obține o repartizare rațională a f.m.m. pe diferitele porțiuni ale circuitului magnetic al mașinii.

Pe baza relațiilor stabilite (2), (4), (10) și a analizei lor se poate trece la indicarea succesiunii calculelor pentru ca volumul lor să fie minim.

III. — REZOLVAREA PROBLEMEI

În cele ce urmează se va indica succesiunea calculelor mașinii, apelîndu-se, atunci cînd va fi necesar pentru concretizarea diferitelor aspecte ale problemei, la un exemplu concret de calcul *) efectuat după metoda expusă.

1. — *Determinarea puterii nominale de calcul:* P_{nc}

Avînd puterea mașinii în condițiuni nominale de funcționare P_n și gradul de forțare necesar a fi asigurat, puterea în punctul maxim de forțare al excitației $P_{e\,max}$ are expresia:

$$P_{e\,max} = p_e^2 P_n$$

Dacă se admite un grad de supraîncărcare al mașinii după curent și tensiune K_{iu}, avîndu-se în vedere timpul de funcționare al mașinii în punctul de forțare maxim, expresia puterii de calcul are următoarea formă:

$$P_{nc} = \frac{P_{e\,max}}{K_{i,u}^2} = \frac{p_e^2 P_n}{K_{i,u}^2} \qquad (11)$$

Valoarea lui $K_{i,u}^2$ în cazul excitatoarelor moderne poate fi luată în jurul lui 2,5; practica exploatării acestor mașini a demonstrat, că dacă se iau măsuri constructive speciale în privința asigurării comutației, a tensiunii dintre lamele etc. — la timpuri de forțare de ordinul secundelor asemenea valori pentru $K_{i,u}$ sînt acceptabile.

În cazul concret analizat:

$$P_{nc} = \frac{p_e^2 \cdot P_n}{K_{i,u}^2} = 120\ Kw$$

2. — *Determinarea dimensiunilor principale.*

a) *Determinarea diametrului axului mașinii.*

Pentru a se avea indicații asupra alegerii raportului β și deci, obținerea unor valori acceptabile pentru înălțimea jugului indusului și înălțimea dinților (h_{jr} respectiv h_z) se determină diametrul axului cu formula aproximativă — vezi (B—3):

$$d_{ax} \geq 1{,}25\, d_{min} = 1{,}25 \sqrt{\frac{K M_n \cdot 16}{\pi \tau_{max}}} \qquad (12)$$

b) *Alegerea parametrilor principali* (B_δ, A, n, p, β)

Alegerea parametrilor respectivi se face conform indicațiilor date la punctul II și valoarea concretă a lui T_e, în cazul cînd T_e se indică prin

*) Se are în vedere o mașină excitatoare care trebuie să asigure la funcționarea nominală a mașinii sincrone o putere de 83,5 Kw. la U = 230 V cu un grad de forțare $p_e = 3$ și o caracteristică de magnetizare impusă.

tema de proiectare; în plus trebuie să se sublinieze următoarele: la alegerea lui n trebuie avut în vedere și modul de antrenare al mașinii excitatoare — excitatoarea este dispusă pe ax comun cu mașina sincronă sau formează un grup electrogen separat etc.; deasemeni dat fiind, că β poate fi ales liber fără nici o restricție în privința valorii lui T_e, este recomandabil ca β să fie luat cît mai mic fapt care prezintă pe lîngă avantagiile cunoscute și pe aceea a unor posibilități largi în determinarea ulterioară a lui h_{jr}, h_z etc.

c) *Cu datele fixate se poate calcula diametrul indusului* (D_r) *și lungimea de calcul a mașinii* l.

În cazul mașinii examinate s-a ales:

$B_\delta = 0{,}3 \cdot 10^{-4}$ Wb/cm²; $A = 400$ A/cm; $n = 3\,000$ rot/min; $p = 5$; $\beta = 0{,}43$

S-a ales n=3000 rot/min considerîndu-se excitatoarea dispusă pe ax comun cu un turbogenerator sincron de mare putere (25 MW) cu n=3000 rot/min.

La aceste date corespund dimensiunile:

$$D_r = 35 \text{ cm}; \; l = 25 \text{ cm}; \; \tau_r = 10{,}8 \text{ cm}$$

d) Se face o primă verificare a sumei $h_{jr} + h_z$ calculîndu-se informativ inducția în jugul indusului.

3. — *Determinarea datelor principale ale înfășurării indusului.*

a) Datele principale ale înfășurării indusului se stabilesc folosind metodele cunoscute din teoria proectării mașinilor de curent continuu.

b) Se reținca date importante pentru dezvoltarea ulterioară a calculelor pasul dentar al indusului t_r și secțiunea crestăturii S_{cr}.

e) Se face o primă verificare sumară a lățimii minim admisibile a dinților $b_{z\,min}$, a încălzirii înfășurării indusului și a comutației.

4. — *Determinarea întrefierului de calcul al mașinii.*

Întrefierul δ' se calculează cu metodele obișnuite vezi B —3 de exemplu —, neglijîndu-se într-o primă etapă pentru acoperire, f.m.m. corespunzătoare magnetizării dinților în punctul de funcționare nominal.

Ipoteza simplificatoare făcută este admisibilă în general și eroarea introdusă poate fi calculată ulterior.

5. — *Determinarea înălțimii polilor inductorului.*

Determinarea lui h_p se face prin calculul lui D_{si} folosind relația (4); pentru utilizarea relației (4) mai este necesară alegerea a încă 2 mărimi importante: coeficientul saturației mașinii K_s și densitatea de curent Δ_e; caracteristica de magnetizare care urmează a fi reprodusă, exprimată în u.r., nu oferă posibilitatea determinării lui K_s în punctul nominal de funcționare; dat fiind că mașina proiectată va fi o mașină slab saturată se poate aprecia $K_s = 1—3\%$ și ulterior verifica. Fixarea în acest mod a lui K_s va fi ulterior utilizată și la reproducerea caractericiі de magnetizare.

Valoarea aleasă pentru Δ_e se va verifica ulterior; numărul înfășurărilor de excitație ne este indicat prin tema de proiectare.

În cazul calculat s-a ales $K_s = 2{,}5\,\%$; $\Delta_e = 400$ A/cm² iar $n_e = 1$; s-a obținut:

$$D_{si} = 54 \text{ cm} : h_p \cong 9{,}5 \text{ cm}$$

Valoarea lui h_p astfel calculată cuprinde deasemeni întreferul real al mașinii și lățimea tălpilor polare.

6. — *Determinarea caracteristicilor înfășurării de excitație.*

Determinarea se face după metodele bine cunoscute verificîndu-se spațiul disponibil dispunerii înfășurării respective; se verifică factorul de umplere al spațiului disponibil φ_e și valoarea densității de curent.

La calculul înfășurării de excitație — a secțiunii conductorului — se apreciază lungimea spirei $l_w \cong 2(l_p + b_p) \cong 2(l + a\,\tau_r)$; în cazul mașinii proiectate $l_w = 60$ cm cu $a = 0{,}5$.

7. — *Determinarea constantei de timp T_e.*

Calculul se face cu ajutorul relației (2); în cazul cînd valoarea lui T_e este nesatisfăcătoare *) se revine asupra calculului apelîndu-se la punctul 2/b; o primă verificare se poate face și imediat după efectuarea punctului 2/b — acest lucru fiind absolut necesar în cazul în care valoarea lui T_e se impune prin tema de proiectare.

În cazul concret calculat s-a obținut:

$T_e = 0{,}117$ sec., valoare care poate fi considerată mulțumitoare pentru o mașină de 120 KW caracterizată de valori ale lui T_e în mod normal de cîteva ori mai mari: (4—5 ori).

8. — *Reproducerea caracteristicei de magnetizare:*

a) Cu ajutorul caracteristicei de magnetizare date prin tema de proiectare se determină valorile dorite ale lui p_e și f.

b) Se alege relația care reproduce caracteristica de magnetizare a materialelor circuitului magnetic, relația utilizată putînd diferi pentru fiecare punct, care urmează a fi reprodus; practic în alegerea punctelor extreme (H_1, B_1, H_2, B_2) se poate proceda considerînd, că inducția în diferitele puncte ale circuitului magnetic este cuprinsă între (1—2) B_δ și deci $B_1 = B_\delta$ iar $B_2 = 2B_\delta$.

În cazul concret studiat s-a asimilat caracteristica de magnetizare a tolelor, ($\Im 1A$, $\Im 1AA$, $\Im 2A$) pentru inducții cuprinse între 0 și 0,6. $10^{-4}\ \frac{Wb}{cm^2}$ deci pentru punctul nominal de funcționare — cu dreapta:

$$B = cH \text{ unde } c = 0{,}284\ \frac{Wb}{A \cdot cm}$$

iar pentru inducții cuprinse între $(0{,}6 \div 1{,}6)\ 10^{-4}$ Wb/cm²

cu curba: $H = \frac{B}{a - aB}$ unde: $a = 0{,}435.10^{-4}\ \frac{Wb}{cm\ A}$; $b = 0{,}25$ **)cm/A.

e) Se alege numărul punctelor care trebuie reproduse deci numărul ecuațiilor și al dimensiunilor necunoscutelor, care urmează a se determina avîndu-se în vedere greutățile de calcul, exactitatea reproducerii caracteristicii și compatibilitatea sistemului; se calculează diferiții coeficienți k și se formează ecuațiile sistemului care urmează a se rezolva.

---

*) aceasta în cazul în care valoarea lui T_e nu se indică în tema de proiectare, specificîndu-se doar ca valoarea lui T_e să fie cît mai mică posibil.

**) În fig. 5 unde s-au reprezentat curbele $F = f(H)$ conform tabelelor de calcul și relațiilor de mai sus, se observă că erorile în privința inducțiilor nu depășesc cîteva procente.

În cazul calculului efectuat s-au ales 2 ecuații cu necunoscutele h_{jr} și h_{js}, reproducîndu-se un punct mediu și punctul de forțare maximă; s-a ales în prealabil inducția medie în dinți și dimensiunile dinților utilizînd datele dela punctul 3/b.

În alegerea dimensiunilor dintelui trebuie avut în vedere și valorile tehnic admisibile ale lui h_{jr} și h_{js}.

d) Se rezolvă sistemul (9) format după indicațiile de mai sus; în plus trebuie remarcat, că în reproducerea punctelor cu inducții mari, unde intervine saturația puternică a ferului mașinii, pot interveni greutăți de calcul, calculul trebuind să se facă cît mai exact*) posibil; deoarece în expresia soluțiilor pot interveni sub radical termeni, foarte mici însă de semn negativ, datorită inexactităților de calcul, termenii respectivi se pot neglija, fără erori asupra rezultatelor.

În cazul calculului efectuat s-a obținut soluțiile $h_{jr}=3{,}41$ cm și $h_{js}=3{,}3$ cm valori, care fac posibilă reproducerea caracteristicii de magnetizare impuse cu erori minime — vezi fig. 3.

9. — Continuarea calculului mașinii — determinarea pierderilor, randamentului, încălzirii, răcirii, calculul mecanic, etc. — se face după metodele bine cunoscute din literatură; studiul altor probleme ca și introducerea corecturilor necesare se efectuiază conform metodicii clasice de proiectare a mașinilor de curent continuu.

În cele ce-au precedat s-au dat indicații cu caracter general asupra modului cum urmează să se conducă calculul electromagnetic al mașinii, prin aceasta neepuizîndu-se toate aspectele care apar în proiectarea unei mașini de curent continuu.

Asupra acestor elemente nu s-a insistat dat fiind caracterul lor bine cunoscut.

IV. — COMPARAȚIE TEHNICO-ECONOMICĂ A SOLUȚIEI STABILITE, CU O MAȘINĂ DE CURENT CONTINUU DE CONSTRUCȚIE NORMALĂ

În tabelul următor se dau datele principale ale mașinii excitatoare al cărui calcul sumar s-a făcut după metoda indicată; de asemeni datele unei mașini de curent continuu caracterizată de date principale identice în punctul de funcționare nominal. Vezi fig. 9 dimensiunile principale ale mașinii calculate.

Din analiza datelor indicate în tabel și a unor calcule sumare rezultă:

1. — În punctul nominal de funcționare ambele mașini asigură aceeași putere la aceeași tensiune.

2. — Constanta de timp a celei de a 2-a mașini T_{e2} este de cca. 5 ori mai mare decît a mașinii excitatoare.

3. — Tensiunea maximă asigurată de prima mașină este de aproximativ 2 ori mai mare decît cea asigurată de mașina 2— ca atare și viteza de răspuns a mașinii excitatoare va fi cu mult mai mare decît cea corespunzătoare mașinii 2.

4. — Volumul materialelor active (fier și cupru) este mai mic în cazul excitatoarei; valorile rapoartelor: $\frac{V_{Fe\,1}}{V_{Fe\,2}}$ și $\frac{V\,C_{u1}}{V\,C_{u2}}$ sînt egale aproxi-

*) În această zonă la variații relativ mici ale inducției corespund variații foarte mari ale intensității cîmpului H.

Mărimea	Notația	Unit	Mașina excitatoare (1)	Mașina normală (2)
Puterea	P	kW	120	120
Tensiunea	U	V	230	230
Turația	n	rot/min	3000	1500
Gradul de forțare	p_e	—	3	1,4
Constanta de timp	T_e	s	0.117	0,59
Caract. de magnetizare	—	—	cea impusă	standard
Inducția în intrefer	B_δ	Wb/cm²	$0,3\ 10^{-4}$	$0,76\ 10^{-4}$
Pînza de curent	A	A/cm	400	350
Densit. de curent		A/cm²	400	400
Nr. perechilor de poli	p	—	5	2
Raportul	β	—	0,43	1,28
Coef. de scăpări	σ	—	1,15	1,15
Fact. de acoperire	α	—	0,65	0,7
Raportul	a	—	0,5	0,44
Diametrul indus.	D_r	cm	35	35
Lungimea indus.	l	cm	25	21,5
Pasul polar	τ_r	cm	10,8	27,5
Nr. spirelor indus.	Wa	—	420	152
Secțiunea cond. indus.	S_{cond}	cm²	0,13	0,35
Secțiunea crestăturii	S_{cr}	cm²	8,9	8
Pasul dentar	t_r	cm	3,14	3
Înălțimea crest.	h_{cr}	cm	4,9	5,5
Lățimea crest.	b_{cr}	cm	1,82	1,4
Întreferul	δ'	cm	0,7	0,5
	l_{jr}	cm	10,8	28
	l_{js}	cm	19,14	
Înălțimea polului	h_p	cm	9	10
Lățimea polului	b_p	cm	5,04	12
Secțiunea inf. inductoare	S_e	cm²	0,00985	0,0075
Nr. spirelor/pol.	W_e	—	440	1270
Înălțimea jug. stat.	h_{js}	cm	3,3	6
Înălțimea jug. rotoric	h_{jr}	cm	3,4	9

mativ cu 0,65 respectiv 0,82; acest lucru are loc deși $B_{\delta_1} < B_{\delta_2}$ și se datorește în principal inegalităților: $n_2 < n_1$; $A_2 < A_1$ etc; valoarea lui n_2 s-a dedus din inegalitatea $pn_2 \geq 3000$ iar — valoare lui A_2 cea recomandată în tabele pentru mașini de puteri de ordinul a 120 kW.

5. — Randamentul η_1 va fi mai mare decît η_2 deși $f_2 = 5f_1$ fiindcă $p_{Cu1} < p_{Cu2}$ (volume inegale) iar $B_{\delta 1}^2 < B_{\delta 2}^2$.

6. — Comportarea la comutație a mașinii 2 se poate considera mai bună (lungimea $l_2 < l_1$; $A_2 < A_1$ etc.).

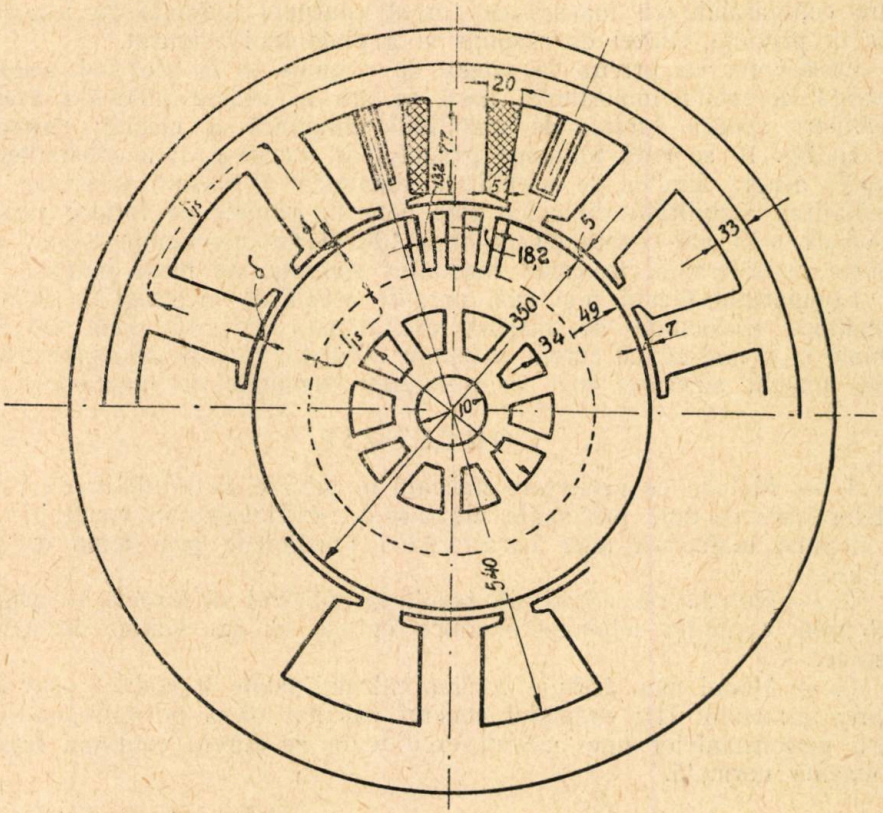

20
27
18,2
5
33
49
7
34
10°
5,40

Fig. 9

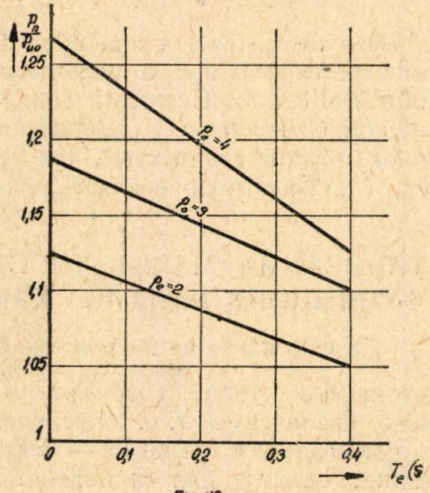

1,25
1,2
1,15
1,1
1,05
1
0
0,1
0,2
0,3
0,4
$p_e=4$
$p_e=3$
$p_e=2$
T_e (s

Fig. 10.

Rezultă deci caracteristici tehnico-economice pentru mașina excitatoare comparabile cu mașina de curent continuu normală cu avantagii nete în privința vitezei de răspuns și a plafonului asigurat.

Observația cu privire la viteza de răspuns și la plafonul asigurat prezintă deosebită importanță, dacă se are în vedere influența acestor parametri asupra limitei de stabilitate dinamică a mașinii sincrone.

În fig. 10 se redă influența gradului de forțare p_e și a constantei de timp T_e asupra limitei de stabilitate dinamică a mașinii sincrone; îmbunătățirea stabilității dinamice este netă la gradele de forțare ridicate și valori mici ale constanței de timp T_e și are consecințe tehnico-economice considerabile în cazul mașinilor sincrone de mare putere.

Comparația făcută mai sus, permite stabilirea avantagiilor tehnico-economice prezentate de mașina excitatoare realizată după cerințele actuale și o mașină de curent continuu normală, care poate asigura excitația mașinii sincrone doar în condițiuni nominale de funcționare.

CONCLUZII

1. — Metoda de proiectare indicată în lucrare dă posibilitatea fixării datelor dimensionale principale ale mașinii excitatoare în cazul în care se impune realizarea unor caracteristici funcționale prin tema de proiectare.

2. — Metoda respectivă dă rezultate suficient de exacte și asigură stabilirea variantei tehnico-economice optime cu un volum de calcule minime.

3. — Modul cum trebuie condus calculul poate fi stabilit prin analizarea punctului III; exemplul concret calculat oferă posibilitatea aprecierii performanțelor unei mașini excitatoare de curent continuu față de o mașină normală.

Catedra de mașini electrice
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *C. Apetrei.* — „Viteza de răspuns a mașinilor de curent continuu funcționînd în schema de excitație a generatoarelor sincrone". Buletinul Institutului Politehnic, București Tom. XVIII/1956.
2. *V. Nedelcu, D. Crețu, C. Apetrei.* — „Determinarea vitezei de răspuns a excitatoarelor mașinilor sincrone". Electrotehnica Nr. 2/957.
3. *I. M. Postnicov.* — „Proectirovanie electriceschih mașin". 1952. Kiev

МЕТОД ПРОЕКТИРОВАНИЯ МАШИН ПОСТОЯННОГО ТОКА С ЗАДАННЫМИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ.

(Краткое содержание)

Машины постоянного тока, возбудители синхронных машин, кроме их основного назначения, т. е. обеспечение возбуждения синхронных машин в номинальном режиме — выполняют также (дополнительные) функции, важные для бесперебойной работы знергосистемы в целом; а именно обеспечение изменения возбуждения синхро-

нных машин в широких пределах при форсировке или расфорсировке, а также повышенной быстроотзывчивости, необходимые в настоящее время для практики эксплуатаций энергосистем большой мощности.

Эти функции могут быть выполнены машинами с определенными функциональными характеристиками: постоянная времени, характеристика намагничивания и д.т. указанными в проектном задании заказчика этой машины.

В насторящей работе указываются основные функции возбудителей постоянного тока: даются расчетные выражения, положенные в основу проектирования машин, заданных функциональных параметров. Здесь имеется в виду: постоянная времени в номинальной точке работы, «потолок» и характеристика намагничивания машины: указывается последовательность электромагнитного расчета в целях снижения до предела трудоемкости расчетов для определения оптимального варианта; дается нагля-пример работы возбудителя, проектированного по указанному и классическому методам, причем сохранены основные проектные данные по номинальной работе этих машин постоянного тока.

Для решения проблемы прибегают к текущм понятиям теории проектирования электрических машин постоянного тока.

UNE METHODE DE CALCUL DES MACHINES A COURANT CONTINU AYANT LES CARACTERISTIQUES FONCTIONELLES DONNEES.

(Résumé)

Les machines à courant continu, excitatrices des machines synchrones, à part leur fonction de base qui est d'assurer l'excitation des machines synchrones en régime nominal, accomplissent des fonctions collatérales importantes pour le fonctionnement correct des systèmes énergétiques dans leur ensemble. Les machines excitatrices à courant continu, habituellement mandées à présent par la pratique de l'exploitation des systèmes énergétiques de grande puissance, doivent permettre une large variation de l'excitation des machines synchrones — dans les régimes de sur — ou de sous — excitation; et assurer des vitesses de réponse supérieures, etc.

Ces fonctions peuvent être satisfaites par des machines aux caractéristiques fonctionnelles déterminées — plafon, constantes de temps, caractéristique d'aimantation etc., — indiquées par celui qui utilise la machine par le théma du projet.

On indique dans cet ouvrage, quelles sont les fonctions fudamentales des machines excitatrices à courant continu, on établit les relations fondamentales pour le calcul des machines aux caractéristiques fonctionelles données, en tenant compte de: la constante de temps correspondant au point nominal de fonctionnement, du plafon et de la caractéristique d'aimantation de la machine; on indique le développement du calcul de l'électroaiment pour lequel le volume de calcul pour la détermination de la variante optima, est minime; on montre, à titre illustratif,

les performances d'une machine excitatrice prejetée selon indiquée, en comparaison avec une machine projetée conformément à la methode classique, en gardant les mêmes données principales de projection concernant le fonctionnement nominal dans les deux variantes.

Pour résoudre le probléme, on fait appel aux notions habituelles de la théorie de projection pour les machines électriques à courant continu.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

ELECTRONICA

538.082.103

CERCETĂRI ASUPRA FERITELOR INDIGENE*)

de EDMOND NICOLAU, ELENA LĂBUȘCĂ și GHEORGHE STANCU

1. — Scopul acestei lucrări este de a prezenta unele rezultate obținute în laboratorul de Măsuri în înaltă frecvență al Institutului Politehnic București, relativ la unele ferite elaborate de unul dintre noi [1], [2], în cadrul Institutului de Fizică Atomică al Academiei R.P.R.

Lucrarea este formată din mai multe părți. În prima se fac unele precizări asupra materialelor studiate. În a doua se definesc parametrii măsurați. În a treia se expun metodele de măsură utilizate. În ultima parte se dau rezultatele obținute. Menționăm că unele rezultate au fost publicate [1], [2], [3].

2. — *Generalități asupra feritelor.*

Între noile materiale care interesează radiotehnica, un loc important îl ocupă materialele magnetice. Dintre acestea, *materialele magnetice de tip ferit* — de care ne vom ocupa în lucrarea de față — prezintă proprietăți foarte interesante atît din punct de vedere teoretic, cît și practic, feritele fiind în același timp materiale ceramice — prin metoda de elaborare și starea de agregare — cît și materiale semiconductoare, — prin proprietățile fizice specifice.

Materialele de tip ferit formează grupa feromagneților nemetalici și sînt substanțe caracterizate prin proprietăți magnetice remarcabile și în același timp prin proprietăți dielectrice. Din punct de vedere al compoziției chimice feritele sînt substanțe de tipul MFe_2O_4 — sau $MO.Fe_2O_3$ — în care M reprezintă un ion de metal bivalent. În cazul în care M este un ion de Cu, Mn Mg, Ni, Fe, Co, Zn, Ca, — feritele respective cu structură cubică de tip spinelic, pot forma cristale mixte și majoritatea lor — cu excepția feritului de cobalt, — stau la baza materialelor *magnetice moi* de tip ferit — caracterizate printr-o permeabilitate magnetică relativ mare ($\mu = 10 - 4000$) și în același timp printr-o rezistivitate mare ($\varrho = 10^2 - 10^{13}$ ohm.cm).

În cazul în care M este ionul de Ba, feritele au o structură diferită de primele, cristalizează în sistemul hexagonal, materialele respective avînd proprietăți de *magneți permanenți*, fiind caracterizate printr-o forță coercitivă mare ($Hc = 1300 - 2000$ oe) și de asemenea printr-o rezistivitate mare ($\varrho = 10^4 - 10^6$ ohm.cm).

---

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

În lucrarea de față ne vom ocupa de feritele cúbice, cu caracter de materiale magnetice moi.

Aceste ferite tind nu numai să înlocuiască din ce în ce mai mult materialele magnetice moi metalice, dar oferă și posibilități cu totul noi radiotehnice, datorită faptului că îmbină în același material proprietăți magnetice cu proprietăți dielectrice.

Se știe că, pentru materialele magnetice moi se cere, în general: — o permeabilitate inițială cît mai mare; — pierderi cît mai reduse prin hysteresis, curenți Foucault și prin postefect (trenaj); o stabilitate cît mai bună a acestor caracteristici cu temperatura.

Pentru a ajunge la aceste caracteristici este necesar ca anizotropia cristalină, magnetostricțiunea și tensiunile interne ale materialului respectiv să fie cît mai mici. În cazul magneților metalici se poate spune că s-a ajuns pînă astăzi la caracteristicile optime, posibile prin alegerea compoziției materialului, prin tratamente termice speciale, prin utilizarea materialelor pulverulente (ferocart) sau a tolelor foarte subțiri (permolloy) — totuși nu s-a reușit să se reducă pierderile sub o anumită limită.

În cazul feritelor, caracteristicile de mai sus, (μ mare, pierderi mici etc) se rezolvă optim datorită structurii lor: în primul rînd *structura lor cristalină cubică,* prin specificul ei, le conferă valori foarte mici în ceeace privește anizotropia cristalină și tensiunile interne — conducînd deci la pierderi hysteresis foarte mici — iar în al doilea rînd *structura ceramică* a feritelor le conferă o rezistivitate foarte mare, deci un caracter dielectric pronunțat.

Prin *material ceramic* se înțelege o substanță minerală solidă care s-a elaborat din materiale sub formă de pulbere, sub acțiunea presiunii și a temperaturii — fără a trece prin starea lichidă, deci fără a se topi. Din acest punct de vedere, feritele, în forma cunoscută astăzi, sînt materiale tipic ceramice. Rezistivitatea mare a feritelor este datorită în primul rînd faptului că au o structură ceramică granulară, adică o structură de corp solid aglomerat din pulberi, în care particulele metalice s-au consolidat în mare parte — menținîndu-și însă într-o oarecare măsură caracteristicile lor individuale — realizîndu-se astfel un corp solid policristalin, cu cristale relativ mici și relativ izolate unele de altele.

Din punct de vedere al rezistivității, feritele — cu o rezistivitate de ordinul a 10^2—10^{12} ohm.cm. — se situează în grupa semiconductorilor, între metalele propriu zise, cu o rezistivitate de 10^{-3}—10^{-6} ohm, cm. și izolanții propriu ziși, cu o rezistivitate între 10^4 și 10^{18} ohm.cm. Ca o urmare a acestei rezistivități mari, pierderile în curenți Foucault ale materalelor de tip ferit, sînt foarte mici, uneori chiar neglijabile, pînă la frecvențe foarte mari.

Materialele magnetice moi de tip ferit au, din toate punctele de vedere, proprietăți similare sau chiar mai bune decît materialele magnetice moi metalice, în special în înaltă frecvență — în afară de inducția de saturație care este în medie de 3—5 ori mai mică decît cea a ferului. Valorile inducției de saturație atinse pentru diferite tipuri de ferite nu au depășit pînă în prezent 6000 gauss. În toate cazurile unde nu este necesară o inducție mai mare și unde se lucrează la frecvențe peste 10—15 kHz, feritele au înlocuit sau tind să înlocuiască magneții metalici, oferind posibilități cu totul noi radiotehnicii, atît din punct de vedere

al caracteristicilor de utilizare obținute, cît și din punct de vedere al dimensiunilor care pot fi foarte reduse față de cele ale materialelor metalice respective.

Am menționat mai sus, că structura cubică, asociată cu structura granulară ceramică sînt cauza valorilor mici a anizotropiei și tensiunilor interne și a valorilor mari a rezistivității feritelor. În ceea ce privește proprietățile magnetice specifice — acestea se datoresc exclusiv compoziției chimice și structurii cubice a feritelor. Această structură cubică este de un tip special și o vom descrie schematic în cele ce urmează.

Feritele magnetice moi, cu formula generală $MO.Fe_2O_3$ — sau MFe_2O — au o structură spinelică. [5] [6]. O celulă de bază din această structură spinelică este formată dintr-o împachetare cubică compactă de ioni mari de oxigen (raza atomică 1,4 Å), care ocupă nodurile rețelei, și între care rămîn *interstiții octaedrice* — înconjurate de cîte 6 atomi de

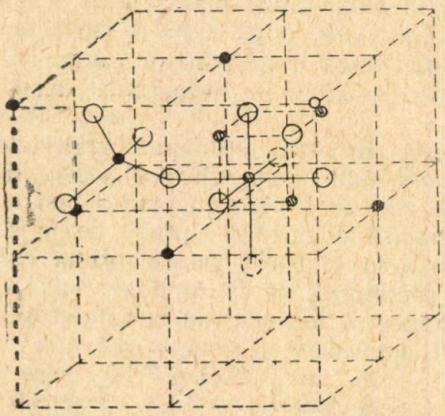


Fig. 1. — Structură spinelică de tip $Mg\ Al_2\ O_4$. Cercurile mari reprezintă ionii de oxigen. Cercurile negre reprezintă ionii metalici. În stînga este o poziție tetraedrică, iar în dreapta una octaedrică.

oxigen, și interstiții tetraedrice — înconjurate de cîte 6 atomi de oxigen, și interstiții tetraedrice — înconjurate de cîte 4 atomi de oxigen. Ionii de metal bivalent M^{2+} (Mg, Cu, Ni, etc) și ionii trivalenți de Fe^{3+} a căror raze ionice sînt mici, (între 0,6—0,9 Å), ocupă aceste spații rămase goale unde atomii de oxigen (vezi fig. 1) deoarece teoretic celula de bază este formată din 8 molecule de ferit — 8 MFe_2O_4 — deci are numai 8 ioni M^{2+} și 16 ioni Fe^{3+}, — rezultă că nu toate interstițiile sînt ocupate de ioni metalici. S-a constatat că din cele 32 de interstiții octaedrice sînt ocupate 16 din cele 64 de interstiții tetraedrice sînt ocupate 8. Sînt posibile două cazuri limită în modul de aranjare al atomilor metalici în cazul feritelor și anume:

a) — *feritele cu structură normală,* în care ionii M^{2+} ocupă pozițiile tetraedrice iar ionii Fe^{3+} ocupă pozițiile octaedrice.

b) — *ferite cu structură inversă,* în care o parte din ionii Fe^{3+} ocupă poziții tetraedrice, iar ceilalți ioni Fe^{3+} împreună cu ionii M^{2+} ocupă pozițiile octoedrice.

S-a constatat că toate *feritele metalelor* Cu, Mg, Ni, Co, Fe, au

structură inversă și sînt magnetice — iar feritul de Zn și cel de Cd au structură inversă și nu sînt magnetice.

De asemenea s-a constatat [5] că prin adăogarea feritului de *Zn* la feritele simple de *Mn, Mg, Ni, Cu,* etc. se obțin ferite duble care au valori ale permeabilității magnetice mai mari, decît feritele respective inițiale. Aceasta se datorește faptului că atomii de Zn^{2+} tind să ocupe pozițiile tetraedrice ocupate de atomii de fier în feritul cu structura inversă. O parte din ionii de Fe^{3+} din pozițiile tetraedrice, trec deci în pozițiile octaedrice, schimbarea aceasta avînd ca efect o creștere a momentului magnetic pe moleculă, potrivit teoriei antiferomagnetismului, aplicată de Néel la ferite și verificată experimental prin lucrările lui Görter [6], [7]. Adausul de ferit de *Zn* are de asemenea ca efect *o scădere continuă a temperaturii punctului Curie, pe măsură ce feritul respectiv (de Ni, Zn, etc.) înglobează o cantitate mai mare de ferit de zinc.* În același timp se deplasează astfel, la temperaturi mai scăzute, valoarea maximă a permeabilității materialului, care, după cum se știe, se obține de obicei la o temperatură ceva mai mică decît punctul Curie. În acest mod se aduce valoarea permeabilității maxime la temperaturi apropiate de temperatura ambiantă.

Întrucît, în ceeace privește utilizarea materialelor magnetice moi interesează tocmai domeniul temperaturilor joase, între 10—40°C, acest efect al adausului de zinc în feritele inverse a fost cercetat și valorificat, în sensul că s-au stabilit compoziții optime de ferite duble, care conțin toate $Zn\ Fe_2O_4$, care s-au elaborat pentru prima oară de Snoek [5] și sînt cunoscute sub denumirea de *ferite duble* sau *feroxcuburi.*

Cercetările în domeniul feritelor au continuat și astăzi se pot grupa feritele — din punct de vedere al compoziției, în :

— *ferite simple* — de tip $x\ MO.y\ Fe_2O_3$, care prezintă interes mai mult din punct de vedere teoretic și sînt caracterizate prin rezistivități foarte mari, mai ales atunci cînd ele sînt de tipul $x\ HO.(1—x)\ Fe_2O_3$, în care $0{,}5<x<1$ și cînd nu conțin ioni de Fe^{2+}.

— *ferite duble sau feroxcuburi,* de tip $x.MO.y\ ZnO.\ zFe_2O_3$, în care de obicei $z<0{,}5$ moli, ferite care au mare importanță din punct de vedere al posibilităților de utilizare.

— *ferite mixte,* de tip $x\ MO.y\ ZnO.zM'O.u\ M''O.v\ Fe_2O_3$ în care M,M' și M'' sînt diferiți ioni metalici bivalenți.

Cercetările în domeniul feritelor sînt desvoltate în prezent în această direcție și majoritatea materialelor magnetice moi de tip feri care au astăzi utilizări remarcabile, sînt ferite mixte mai mult sau mai puțin complexe.

3. — *Coeficienți caracteristici.*

Proprietățile unui miez magnetic de radiofrecvență se caracterizează prin următoarele două mărimi fundamentale :

1. — permeabilitatea inițială ; 2. — pierderile de energie.

Aceste pierderi se evaluează fie global, prin tg δ , fie se separă pe categorii în pierderi : a) — prin histereză ; b) prin curenți Foucault ; c) prin trenaj.

În afară de aceasta, calitatea unei ferite este dată de stabilitatea ei.

Se disting coeficienții de stabilitate a permeabilității față de: temperatură, cîmp magnetic, frecvență, timp, umiditate.

Coeficienții se definesc precum urmează:

Coeficientul de temperatură β se definește ca raportul dintre variația relativă a permeabilității și variația corespunzătoare a temperaturii

$$\beta = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1 (T_2 - T_1)} = \frac{\Delta \mu}{\mu_1 \Delta T} \quad \left[\frac{1}{^\circ C}\right] \tag{1}$$

unde μ_i este permeabilitatea la temperatura T_i.

Coeficientul de cîmp α se definește prin relația

$$\alpha = \frac{\mu - \mu_0}{\mu_0 H} \quad \left[\frac{1}{A/m}\right] \tag{2}$$

unde: H — intensitatea cîmpului magnetic la care se măsoară permeabilitatea μ; μ_0 — permeabilitatea pentru un cîmp magnetic tinzînd către zero.

Coeficientul de frecvență γ se definește prin relația

$$\gamma = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_2 f^2} \quad \left[\frac{1}{H_z^2}\right] \tag{3}$$

unde f — frecvența la care se face măsurătoarea; μ_1 — permeabilitatea la frecvența f; μ_2 — permeabilitatea la o frecvență zero, adică în curent continuu.

Coeficientul de îmbătrînire ζ se definește prin relația

$$\zeta = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1} \tag{4}$$

unde cele două permeabilități se măsoară la un interval de timp de un an.

Coeficientul de umiditate η este definit prin relația

$$\eta = 100 \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1} \tag{5}$$

unde μ_1 este permeabilitatea măsurată în condiții normale de laborator, iar

iar μ_2 — permeabilitatea măsurată după ce proba a fost supusă timp de 24 sau 48 de ore unei umidități de 98%.

Pierderi.

În cîmp magnetic alternativ, există totdeauna la ferite o defazare între inducția $\mathbf{B}$ și cîmpul $\mathbf{H}$. Această defazare este provocată de trei cauze: pierderile prin histereză, pierderile prin curenți Foucault și pierderile prin trenaj.

Putem considera, că aceste pierderi se produc într-o rezistență echivalentă R considerată în serie cu bobina:

$$R = R_h + R_f + R_v \tag{6}$$

Apariția unei defazări între inducție și cîmp, duce la introducerea unei permeabilități complexe, definită prin relația

$$\mathbf{B} = (\mu_1 - j\,\mu_2)\,\mathbf{H}$$

Partea reală a acestei permeabilităţi complexe se confundă cu permeabilitatea în sens curent; partea imaginară a permeabilităţii complexe măsoară pierderile de energie din materialul respectiv.

4. — *Principii de măsură.*

Proprietăţile feritelor se exprimă prin permeabilitatea iniţială măsurată pe circuit magnetic închis, prin pierderi — evaluate fie global prin tg δ fie separîndu-le după origină şi prin coeficienţii enumeraţi mai sus. Pentru radiotehnică este util a cunoaşte mai ales factorul de supratensiune Q obţinut cu un anume material şi nu atît tg δ.

În măsurătorile făcute s-a determinat totdeauna μ şi Q. Pentru unele materiale s-au separat pierderile iar la unele s-a determinat şi coeficientul de temperatură al materialului. În unele cazuri s-a măsurat şi ε.

Determinarea permeabilităţii unui material s-a făcut astfel: un tor din materialul respectiv era bobinat şi i se măsura inductanţa. Se calcula apoi inductanţa pe care ar fi avut-o bobinajul dacă miezul ar fi avut permeabilitatea 1. Raportul acestor două inductanţe dă pe μ_r. În unele cazuri s-a făcut o replică a torului cu un material izolant — bachelită sau trolitul — măsurîndu-se pe el atît inductanţa cît şi pierderile. Această din urmă metodă prezintă avantajul evident că permite măsurarea directă a pierderilor introduse de bobinaj — dacă miezul în sine nu introduce pierderi apreciabile.

În ceeace priveşte metodele de măsură, din experienţa acumulată rezultă că în domeniul frecvenţelor joase 0—100 kHz se poate lucra bine cu puntea. Determinările la 10 kHz s-au făcut totdeauna cu puntea de rezonanţă. Pentru frecvenţe radio s-a lucrat cu Q-metru.

O prezentare a metodelor de măsură a feritelor, însoţită de o discuţie a lor s-a dat în [8].

5. — *Efecte neliniare.*

În măsurarea feritelor s-a constatat că în anume cazuri, ele se comportă neliniar [8]. Acest fenomen apare atunci cînd cîmpul $\mathbf{H}$ aplicat depăşeşte o anumită valoare proprie fiecărui material. Cînd se intră în zona de neliniaritate, deşi f.e.m. aplicată montajului rămîne sinusoidală, curentul care circulă prin bobinaj încetează de a mai fi: apar atunci o serie de fenomene care conduc la falsificarea rezultatelor obţinute considerînd mai departe materialul ca avînd o comportare liniară.

Deoarece aceste fenomene apar în special în metodele de rezonanţă — deci şi la Q-metru — vom face o prezentare succintă a lor.

Fie un circuit serie căreia i se aplică o f.e.m. e (t).

Ecuaţia circuitului este:

$$\frac{d\varphi}{dt} + Ri + Sq = l\ (t)$$

unde φ este fluxul din bobina cu ferită, R — rezistenţa totală a circuitului, q — sarcina capacitorului C = 1/S, iar e (t) — f.e.m. aplicată.

Dacă elementele de circuit sînt liniare, se poate scrie:

$$\varphi = L\ i$$

unde L, este constant ca şi R şi S.

În metodele curente de măsură se aplică circuitului o f.e.m. e (t) armonică în timp,

$$e\ (t) = E \sin \omega\ t$$

Prin aducerea circuitului la rezonanță, pe fercvența ω_0, cunoscînd pe S de acord, se deduce L:

$$L = S\ \omega_0^{-2}$$

Determinarea lui R se poate face prin diverse metode indicate în literatură [9]: a Q — metrului, a variației capacității, a variației frecvenței etc.

Important este de observat că toate aceste metode sînt studiate într-un regim liniar, în care L, R și S sînt constante.

Ori în cazul feritelor, avînd de aface cu materiale neliniare, nelucrîndu-se în regim armonic, noțiunea de impedanță nu se mai poate aplica, situîndu-se într-un alt regim decît cel armonic.

Practic se constată că efectele neliniare sînt importante în anume cazuri.

Astfel, de exemplu în cazul Q — metrului sau al altei metode de rezonanță, măsurînd tensiunea la bornele condensatorului pentru E și ω constant și S variabil, se obține niște curbe de tipul celor din fig. 2.

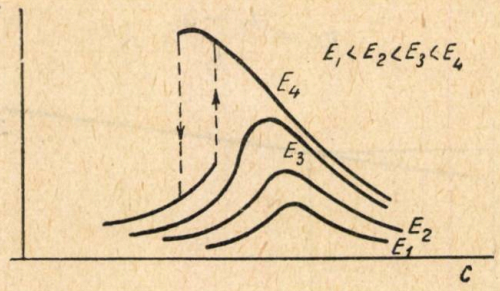


Fig. 2. — Familie de curbe dînd variația tensiunii la bornele capacității circuitului serie, în funcție de valoarea capacității; ca parametru s-a luat E, valoarea f.e.m. aplicate circuitului

Aceste curbe arată clar apariția mai multor fenomene: deplasarea frecvenței de rezonanță cu E; disimetria curbelor de rezonanță; apariția unor salturi pentru valori mari ale lui E. Toate aceste efecte arată, că nu se pot aplica metodele liniare decît cu rezerve, la f.e.m. suficient de mici pentru a rămîne în limite liniare. Obținem și un criteriu al limitei de liniaritate: E trebue să fie suficient de mic pentru ca curba de rezonanță să rămînă practic simetrică.

Fenomenele neliniare se pot studia și analitic. Pentru aceasta e convenabil a neglija pe R — ceeace este plausibil circuitul avînd un bun factor de calitate.

Aproximînd relația neliniară dintre flux și curent prin polinomul:

$$\varphi = a\ \dot{q} + b\ \dot{q}^3$$

ecuația sistemului devine:

$$(a + 3bq^2)\ \ddot{q} + Sq = E \sin \omega\ t$$

Studiindu-se comportarea integralelor cu ajutorul metodelor grafoanalitice [8] se explică toate fenomenele neliniare arătate mai sus.

6. — *Separarea pierderilor.*

Menținîndu-ne în limitele domeniului liniar, este necesar — în special pentru cel ce realizează feritele și le studiază intrinsec, nu în vederea utilizării — de a se separa pierderile. Ori metodele expuse pînă acum, dau numai o valoare globală a lor evaluată prin unghiul δ dat de relația

$$tg\ \delta = \frac{R}{\omega\ L}$$

Dacă se lucrează la cîmpuri suficient de mici, se pot separa pierderile plecînd de la relația

$$tg\ \delta \approx \delta = \delta_h\ H + \delta_f\ f = \delta_v \qquad (7)$$

unde δ_h este coeficientul de pierderi prin histerez, δ_f — coeficientul de pierderi prin curenți Foucault iar δ_v coeficientul de pierderi pri postefect.

Pentru a determina coeficienții δ_h, δ_f și δ_v este suficient să determinăm pe δ funcție de cîmp la două frecvențe. Pentru simplificarea calculului se recomandă ca cele două frecvențe să fie într-un raport de 2. (fig. 3). Dacă luăm H= ct și facem diferența ordonatelor pentru cele două frecvențe vom avea:

$$\delta_F = \frac{a_2 - a_1}{f_1}$$

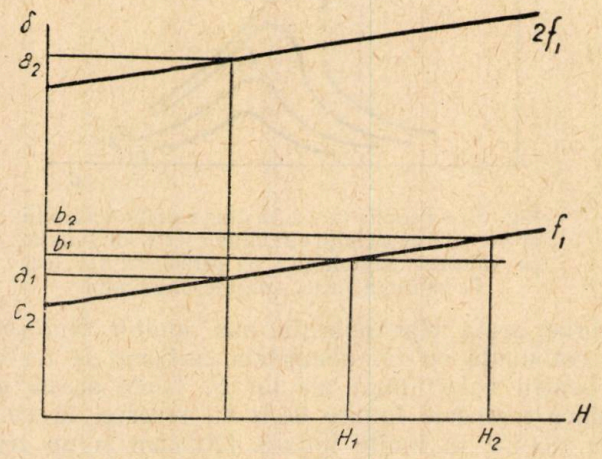


Fig. 3. — Figură la separarea pierderilor la ferite.

Păstrînd frecvența constantă și făcînd să varieze cîmpul, vom căpăta coeficientul de pierderi prin histerezis:

$$\delta_h = \frac{b_2 - b_1}{H_2 - H_1}$$

La determinarea coeficientului de pierderi prin vîscozitate magnetică, vom scrie relația (7) în origină (la H=0) și pentru dreapta f=f1 vom avea $\delta_v = c_1 - \delta_F\ f_1$.

7. — *Rezultate obținute.*

Primele măsurări s-au efectuat asupra unor epruvete din ferit dublu de nichel, de forma $NiFe_2O_4$. $ZnFe_2O_4$. S-a lucrat atît pe epruvete cu circuit magnetic închis (tor) cît și pe epruvete cilindrice. În acest din urmă caz s-a determinat o permeabilitate echivalentă.

Dimensiunile geometrice și numărul de spire pentru epruvetele toroidale se dau în tabloul alăturat.

Tabloul 1

Dimensiunile geometrice ale eprovetelor toroidale studiate și numărul de spire al bobinajului

Tipul de ferit dublu	Diametrul exterior mm.	Diametrul interior mm.	Înălțimea mm.	Nr. spire
NV1	22	10	5	61
NV3	22	12	6	97
NV5	32	16	7	120
$NV8_1$	32	16	3	130
$NV8_2$	22	10	8	66

La aceste probe s-a urmărit în primul rînd variația factorului de calitate cu frecvența. Determinările s-au făcut cu Q-metrul TESLA TM-392. Indicațiile directe s-au comparat cu valorile lui Q determinate prin metoda variației capacității. Rezultatele obținute prin ambele metode au fost comparabile.

Pentru determinarea cîmpului din miez, s-a măsurat tensiunea la bornele circuitului adus la rezonanță. Cunoscînd inductanța bobinei și frecvența de lucru, s-a dedus curentul din bobină. Cunoscînd numărul de spire s-a dedus cîmpul H din miez. De oarece s-a lucurat totdeauna cu un H mic, $H<1$ Oe, nu este de așteptat o variație importantă a permeabilității cu cîmpul. Acest fapt s-a verificat în practică.

Variația factorului de supratensiune Q cu frecvența, pentru diverse probe de ferit, s-a redat în tabloul 2.

Tabloul 2

Variația cu frecvența a factorului de supratensiune Q la diverse epruvete toroidale de ferit

Tipul de ferit	DATELE OBȚINUTE										
NV1	f MHz	0,5	0,7	0,95	1,1	1,2	1,3	1,5	2,0		
	Q	120	135	142	145	141	138	132	117		
NV3	f MHz	0,5	0,6	0,7	0,8	0,95	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
	Q	170	175	182	172	165	155	147	146	144	135
NV5	f MHz	0,05	0,08	0,10	0,15	0,20	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6
	Q	190	230	240	260	250	245	220	200	198	190
$NV8_1$	f MHz	0,5	0,6	0,7	0,8	0,95	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
	Q	210	220	228	225	215	200	198	188	182	180	175
$NV8_2$	f MHz	0,05	0,08	0,10	0,15	0,20	0,25	0,3	0,6	0,95	1,0	1,5
	Q	110	160	190	250	300	330	300	190	170	165	144

S-au făcut o serie de determinări şi pe epruvete cilindrice. Introducîndu-se în bobine adecuate, care aveau cu aer un factor Q_0, şi o inductanţă L_0, s-a observat o creştere atît a inductanţei cît şi a lui Q. Notînd cu L noua inductanţă, s-a definit o permeabilitate echivalentă prin raportul L/L_0. S-a constatat că permeabilitatea echivalentă are valori cuprinse între 3,85 şi 4,75 pentru epruvetele măsurate. Acestea aveau diametrul de 8 mm şi înălţimea de 20 mm — 25 mm. Prin introducerea miezului de ferit factorul de supratensiune creştea de 2,5 pînă la 3 ori.

Este interesant de a face o comparaţie între calitatea feritelor indigene şi a unor produse similare străine. Datele comparative se dau în tabloul 3. Drept termen de comparaţie s-a luat produsul Manifer 1. Datele respective s-au luat din catalogul VEB — KWH 1955.

Tabloul 3

Comparaţie între caracteristicile feritelui de tip NVI şi ale feritului de tip Manifer 1

PROPRIETĂŢI	NVI	Manifer 1
Permiabilitatea măsurată pe tor μ_t	100 ± 10	100 ± 20
Permiabilitatea echivalentă măsurată pe miezuri cilindrice	2,5—4,75	2,2—3,1
Factorul de supratensiune pentru probe toroidale Q_t	120—145	—
Factorul de supratensiune pentru probe cilindrice	90—114	—
Factor specific de pierderi $\frac{\text{tg } \delta}{Q}$	$< 100\ 10^{-6}$	$< 200\ 10^{-6}$
Cifra de calitate medie $\mu_t Q_t$	$> 15\,000$	$> 5\,000$

Feritul NV1 are deci o comportare întru totul comparabilă cu a feritului Manifer 1. Precizăm că feritul NV1 are compoziţia dată de formula 14,5 NiO, 35,5 ZnO. 50 Fe_2O_3.

Pentru comparaţie în fig. 4 se dă variaţia cu frecvenţa a factorului specific de pierderi pentru diverse materiale magnetice metalice, şi nemetalice elaborate în străinătate şi la noi.

În afara acestor determinări, s-a mai urmărit variaţia permeabilităţii relative şi a pierderilor cu intensitatea cîmpului H, pentru diverse materiale. Rezultatele sînt prezentate în tabloul 4.

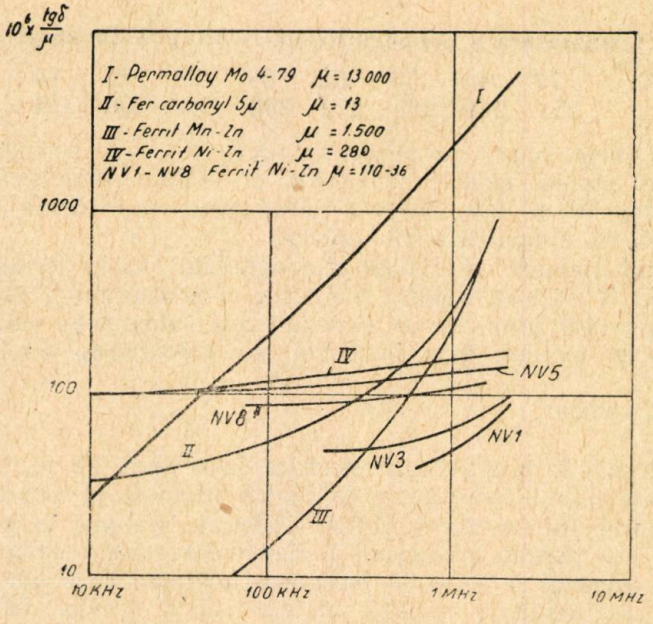


Fig. 4. — Variația cu frecvența a factorului specific de pierderi la diverse materiale magnetice

Tabloul 4

Variația cu cîmpul H a permiabilității relative și a pierderilor la cîteva ferite

Tipul de ferit 5 V 10—2	H A/m	6	9,15	11,6	14	
	μ r	78	80	81,5	83	
	tg δ×10³	6,0	9,6	13	15	
NV8	H A/m	6	8,10	15	24	
	μ r	36	36,5	37	38	
	tg δ 10³	1,0	1,16	1,46	1,91	
NV 91	H A/m	5,6	8,5	10,8	12,8	14,7
	μ r	59,5	60	60,5	61	62,3
	tg δ 10³	1,2	2,4	3,5	4,5	5,1
2 L 5	H A/m	2,72	4,23	5,85	7,3	
	μ r	423	430	440	445	
	tg δ 10³	63	90	95	100	

Toate aceste determinări din tabloul 4 s-au făcut la 20 kHz.

Pentru materialul C 2-e s-a determinat și variația permeabilității relative cu temperatura. Datele sînt prezentate în tabloul 5.

Tabloul 5

Variația cu temparatura a permeabilității relative a feritului de tip C 2-e

T °C	28	40	50	52	60	70	80	90	100
μr	251	263	280	292	306	324	350	394	410

Pentru unele tipuri de ferită s-a determinat și permitivitatea. S-a constatat că pentru feritele măsurate, constanta dielectrică are valori cuprinse între 10 și 100. Nu s-a putut pune în evidență o variație a permitivității cu cîmpul electric aplicat.

În scopul obținerii unor date mai detailate asupra feritelor indigene, pentru feritul N 84 s-au separat pierderile. S-a determinat astfel că coeficientul de pierderi prin curenți Foucault are valoarea $\delta_F = 6{,}3\ 10^{-9}$ 1/Hz. Coeficientul de pierderi prin histereză are valoarea $\delta_H = 1{,}41\ 10^{-3}$ 1/Oe.

8. — *Concluzii.*

S-a determinat proprietățile electrice la o serie de ferite mixte elaborate atît în cadrul Institutului de Fizică Atomică al Academiei R.P.R. cît și în cadrul Întreprinderii M.P.T.-Clăbucet. S-a pus la punct o serie de metode care permit măsurarea parametrilor caracteristici ai feritelor. S-a pus în evidență o serie de fenomene neliniare care pot falsifica rezultatele și s-a făcut o analiză matematică a acestor fenomene. S-a constatat că feritele indigene studiate au proprietăți comparabile celor străine.

S-a constatat de asemeni că feritele studiate prezintă și alte proprietăți mai puțin interesante din punct de vedere al aplicațiilor radiotehnice la bobine, dar prezentînd interes științific sau pentru alte domenii ale tehnicii. Ele vor forma obiectul unor lucrări ulterioare.

Institutul de Fizică Atomică al Academiei R. P. R.

Laboratorul de măsuri de înaltă frecvență Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *Elena Lăbușcă, M. Ionescu* și *Edm. Nicolau.* — Comunicările Academiei R.P.R. VI (1956) 5 (mai) 649—654.
2. *Elena Lăbușcă* și *Florica Constantinescu.* — Comunicările Academiei R.P.R. VII (1957) 4 (apr.) 413—420.
3. *E. Lăbușcă* și *M. Ionescu.* — Studii și cercetări de fizică VII (1956) 2, 307—319.
4. *I. A. Vlasov.* — Ferromagnetism veșcestv tipa ferritov i antiferromagnetism. J. E. T. F. 27 (1954) 1, 75.
5. *J. L. Snoek.* — New Developments in Ferromagnetic Materials. Amsterdam, 1949.
6. *R. M. Bezorth.* — Ferromagnetism New York, London, 1951.
7. *H. P. J. Vijn.* — L'Onde Electrique XXXIV (1954) nr. 326, 460.
8. *Edmond Nicolau, Gheorghe Stancu.* — Automatica și electronica, 1 (1957) 6.
9. *Edmond Nicolau.* — Măsurări în radiotehnică vol. I, București, Editura Energetică, 1955.

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ПОВОДУ ФЕРРИТОВ, РУМЫНСКОЙ ФАБРИКАЦИИ

(краткое содержаине)

В работе указываются общие свойства ферритов и наиболее подходящие методы измерения ферритов румыиского происхождения.

Иссленуются нелинейнюе явления, возникающие ппи некоторых методах измерения.

Представлены результаты, полученные в измерении некоторых местных ферритов и даны сравнения зтих результатов с данными иностранной литературы.

RECHERCHES SUR LES FERRITES INDIGENES

(Résumé)

Dans cette étude on fait voir quelles sont les propriétés générales des ferrites et quelles sont les méthodes à mesurer indiquées pour les ferrites indigènes. On y analyse les phénomènes nonlinéaires qui paraissent dans certaines méthodes à le suite du mesurage de quelques ferrites réalisées dans le pays, résultats qu'on compare aux données de la littérature de spécialité.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

621.396 645.1

AMPLIFICATORI CU TUB TRANZITRON *)

de MOISE BERLĂDSCHI

În mod obișnuit, organele electrice cu rezistență internă negativă (dinatron, tranzitron, etc.) se folosesc în schemele de oscilatori, unde au rolul de a compensa pierderile în circuitul oscilant și a asigura astfel un regim de oscilații întreținute. Însă este posibilă și utilizarea organelor de acest tip în scheme de amplificare, realizîndu-se performanțe particulare, uneori destul de interesante. În prezenta lucrare se expun cîteva considerente teoretice și experimentale legate de funcționarea pentodei tranzitron în regim de amplificator.

1. *Proprietățile pentodei trazitron în scheme de amplificare.*

Forma generală a caracteristicelor unei pentode în montaj tranzitron e arătată în fig. 1. Anodul are un potențial constant, iar potențialul supre-

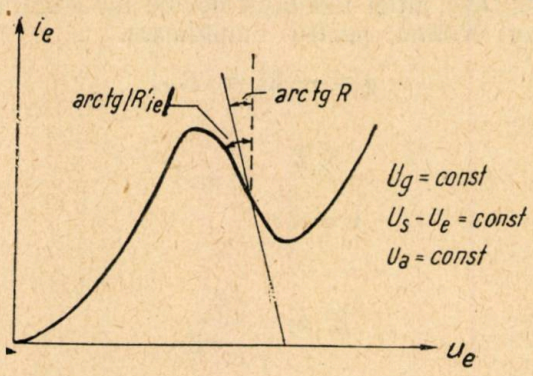


Fig. 1. — Caracteristica pentodei în montaj tranzitron

sorului diferă cu o cantitate fixă de cel al ecranului (cei doi electrozi sînt cuplați electric). Se pot defini pentru acest tub parametrii statici:

$$S'_e = \left.\frac{\partial i_e}{\partial u_g}\right|_{u_s - u_e,\ u_a = \text{const}} \tag{1}$$

$$R'_{ie} = \left.\frac{1}{\partial i_e / \partial u_e}\right|_{u_g,\ u_s - u_e,\ u_a = \text{const}} \tag{2}$$

$$\mu'_{ie} = -\left.\frac{\partial u_e}{\partial u_g}\right|_{u_s - u_e,\ u_a,\ i_e = \text{const}} \tag{3}$$

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

Indicele (′) atașat parametrilor semnifică tocmai funcționarea în regim tranzitron, adică valoarea constantă a diferenței de potențial dintre supresor și ecran. Într-un anumit domeniu de variație a tensiunii de ecran, caracteristicele sînt, după cum se știe, descrescătoare, adică rezistența internă a tubului e negativă.

Ecuația diferențială pentru curentul de ecran se scrie sub forma

$$d i_e = S_e' \, d u_g + \frac{1}{R_{ie}'} d u_e \tag{4}$$

Dacă se introduce în serie cu ecranul o impedanță de sarcină Z și se aplică pe grilă un semnal U_1 (fig. 2, a), analiza schemei se poate face, în același mod ca și în cazul amplificatorilor convenționali (cu rezistență internă pozitivă și ieșirea pe anod), pe baza circuitului echivalent din fig. 2, b. Expresia amplificării rezultă în forma

$$A = \frac{S_e' Z}{1 + \frac{Z}{R_{ie}'}} \tag{5}$$

(Aci amplificarea poate deveni mai mare decît $S_e' Z$, întrucît R_{ie}' este negativ).

Se înțelege că funcționarea în regim de amplificator este posibilă numai pentru $Z < |R_{ie}'|$, altfel montajul devine autoexcitat, adică se transformă în oscilator. Notînd, pentru simplificare,

$$\varrho = -R_{ie}' = |R_{ie}'| \tag{6}$$

relația (5) devine

$$\frac{S_e' Z}{1 - \frac{Z}{\varrho}} = S_e' Z' \tag{7}$$

unde

$$Z' = \frac{Z}{1 - \frac{Z}{\varrho}} \tag{8}$$

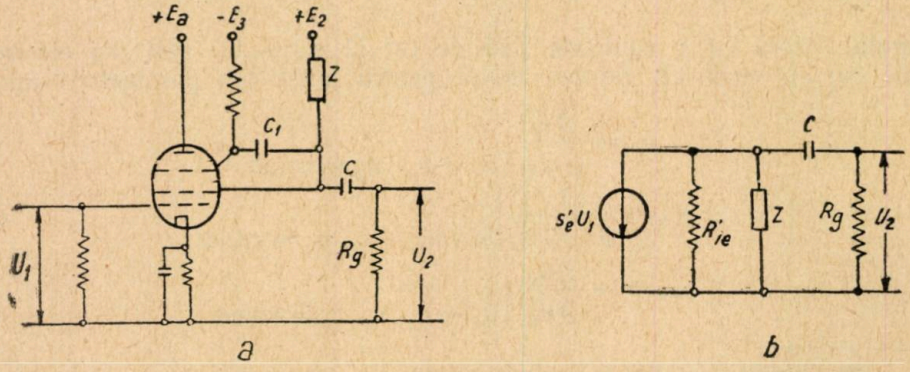


Fig. 2. — Schemă amplificatoare cu tub tranzitron (a) și circuitul echivalent (b)

Cum $Z < \varrho$, se vede că $Z' > Z$ și deci se pot obține amplificări destul de mari. Dacă se mărește Z pînă la valori apropiate de ϱ, amplificarea crește apreciabil, realizîndu-se valori mult superioare celor obținute cu un organ de aceeași pantă, însă cu rezistență internă pozitivă. În practică însă, nu se poate lucra cu Z prea mare, deoarece regimul devine foarte instabil și amorsarea oscilațiilor are loc foarte ușor. Totuși, chiar cu $Z = (0{,}85—0{,}90)\,\varrho$ se realizează amplificări apreciabile. Se poate spune că pe lîngă amplificarea normală $S'_e Z$ se mai produce o amplificare în cascadă datorită rezistenței negative.

Dacă la ieșirea etajului amplificator e conectată o rezistență (R_g în fig. 2), formula (8) trebuie scrisă

$$Z' = \frac{1}{1 + \frac{Z}{R_g} - \frac{Z}{\varrho}} \tag{9}$$

2. *Produsul cîștig — bandă.*

Dacă sarcina amplificatorului este un circuit acordat, se poate scrie la rezonanță:

$$Z'_o = Q' \omega_o L = \frac{Q'}{\omega_o C} \tag{10}$$

unde, în cazul cel mai general,

$$Q' = \frac{Q}{1 - \frac{Z_o}{\varrho} + \frac{Z_o}{R_g}} \tag{11}$$

Dacă rezistența R_g e destul de mare,

$$Q' = \frac{Q}{1 - \frac{Z_o}{\varrho}} \tag{12}$$

adică *selectivitatea amplificatorului e extrem de pronunțată* și banda se îngustează foarte mult:

$$B = \frac{f_o}{Q'} = \frac{f_o}{Q}\left(1 - \frac{Z_o}{\varrho}\right) \tag{13}$$

Aceasta este proprietatea esențială a circuitului.

În același timp, se realizează o amplificare mare (la rezonanță):

$$A_o = S'_e \frac{Q'}{\omega_o C} \tag{14}$$

Ca și în cazul amplificatorilor convenționali, produsul cîștig-bandă are expresia

$$A_o B = \frac{S'_e}{2\pi C} \tag{15}$$

Exemplu: Fie pentoda 6 *J* 7 în regim tranzitron. Parametrii tubului sînt: [1]) $S'_e = 0{,}76$ mA/V, $\varrho = 13.000$ ohmi. Dacă se consideră un circuit acordat cu $L = 0{,}74$ mH, $Q = 20{,}6$, $C = 3{,}07$ *nF*, $f_0 = 106$ kHz și se presupune $R_g = 0{,}56$ megohmi, se deduce, pe baza relațiilor de mai sus, $Z_0 = 10.000$ ohmi, $Q' = 85{,}5$ (deci o creștere a factorului de calitate de 4,15 ori), $A_0 = 31{,}8$, $B = 1{,}24$ kHz (bandă foarte îngustă) și $A_0 B = 39{,}4$ kHz.

Alte proprietăți ale amplificatorului tranzitron se pun în evidență în cazul unei sarcini aperiodice — într-o schemă de tipul R-C. În acest caz, valoarea maximă a amplificării, corespunzătoare frecvențelor mijlocii, are expresia

$$A_m = S'_e Z' \tag{16}$$

unde

$$\frac{1}{Z'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_g} - \frac{1}{\varrho} \tag{17}$$

Și aici rezultă deci o creștere a amplificării, datorită acțiunii rezistenței negative.

Caracteristica de frecvență are o formă aperiodică, limitele benzii (definite pentru o scădere a amplificării cu 3 db) avînd aceleași expresii ca în amplificatorul $C - R$ obișnuit:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi C R_j} \tag{18}$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi C_p Z'} \tag{19}$$

Aci C este capacitatea condensatorului de cuplaj, $C_p =$ capacitatea parazită totală, iar

$$R_j = R_g + \frac{R}{1 - \frac{R}{\varrho}} \tag{20}$$

R fiind rezistența de sarcină.

Exemplu: Pentru cazul aceluiași tub 6 *J* 7, considerînd valorile date mai sus pentru R_g și ϱ și punînd $C = 2{,}5$ *nF*, $C_p = 56$ *pF*, rezultă

$$A_m = 0{,}76\, Z' \quad (Z' \text{ în kiloohmi})$$

$$\frac{1}{Z'} = \frac{1}{R} - 0{,}0752 \quad (Z',\ R \text{ în kiloohmi})$$

$$f_1 = \frac{63{,}7}{R_j} \quad (R_j \text{ în kiloohmi, } f_1 \text{ în } Hz)$$

$$f_2 = \frac{2840}{Z'} \quad (Z' \text{ în kiloohmi, } f_2 \text{ în } kHz)$$

Pe baza acestor relații s-au predeterminat caracteristicele de frecvență ale amplificatorului pentru valori ale lui R cuprinse între 6000 și 12.000

[1]) Parametrii au fost deduși experimental; a se vedea § 3.

ohmi. Curbele sînt reprezentate în fig. 3. Se vede că amplificatorul capătă un caracter din ce în ce mai selectiv pe măsură ce valoarea rezistenței de sarcină se apropie de valoarea absolută a rezistenței interne

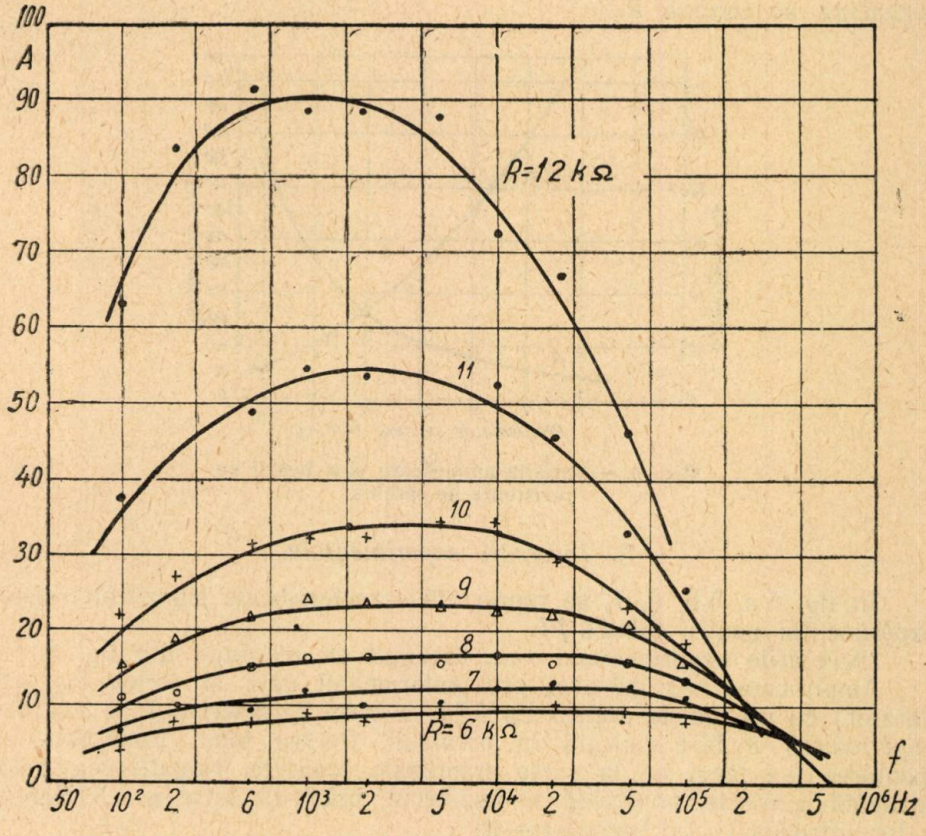


Fig. 3 — Caracteristicile de frecvență la diferite rezistențe de sarcină

negative a tubului. De aci rezultă posibilitatea de a realiza *etaje de amplificare selective fără circuite acordate.*

Definind lărgimea de bandă prin limita superioară a benzii (la 3 db. atenuare):

$$B \approx f_2 \tag{21}$$

se obține pentru produsul cîștig-bandă

$$A_m B = \frac{S_e'}{2\pi C_p} \tag{22}$$

Ca și în cazul sarcinii selective, produsul cîștig-bandă depinde de panta tubului. Cu valorile considerate mai sus pentru tubul 6*J*7, rezultă $A_m B \approx A_m f_2 = 0{,}76 \cdot 2840 = 2160$ *kHz*.

Așa cum s-a mai arătat [4], proprietățile amplificatorilor cu tub cu rezistență negativă devin interesante atunci cînd caracteristica curen-

tului de ecran are o pantă mare, iar sarcina are o valoare apropiată de valoarea absolută a rezistenței negative.

În fig. 4 se reprezintă variația amplificării A_m și a benzii B cu rezistența de sarcină R.

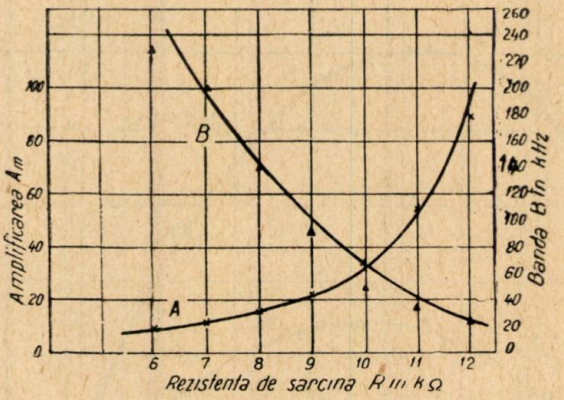


Fig. 4. — Variația amplificării și a benzii cu rezistența de sarcină

3. *Încercări experimentale.*

În fig. 5 a, 5 b, 6, 7, se reprezintă caracteristicele tranzitron ridicate experimental pentru tubul 6 J 7.

Încercările experimentale s-au executat cu montajul din fig. 8.

Amplificarea s-a măsurat prin intermediul unui al doilea etaj (separator) cu un tub de același tip 6 J 7, a cărui caracteristică de frecvență (aperiodică) a fost ridicată în prealabil. Pentru tubul tranzitron, alimentarea s-a făcut de la surse stabilizate separate. Negativarea a fost realizată automat, conectînd o rezistență potrivită între $a - b$. Sarcina a fos introdusă între bornele $c - d$.

S-a considerat punct mediu (static) de funcționare punctul M (fig. 5 a) în care $u_g = -1$ V, $u_e - 70$ V, $u_s = -10$ V, $u_a = 60$ V, $i_a = 2{,}2$ mA, $i_e = 1{,}5$ mA; pentru negativarea automată s-a folosit în acest caz o rezistență de 300 ohmi. Parametrii tubului sînt în acest punct $S'_e = 0{,}76$ mA/V, $\varrho = 13.000$ ohmi (valori considerate în calculul analitic de mai sus).

Pentru determinarea capacității parazite a amplificatorului, tubul a fost pus să funcționeze în punctul M' (fig. 5 a), cu $u_g = -1$ V, $u_e = 100$ V, $u_s = 20$ V, $u_a = 60$ V. Ridicînd în această situație caracteristica de frecvență pentru cîteva valori ale rezistenție de sarcină, măsurînd limita superioară a benzii și folosind relația (19), s-a găsit $C_p \approx 56$ pF.

În cazul unei sarcini selective, s-a utilizat un circuit acordat avînd constantele menționate mai sus (§ 2), măsurate cu deosebită grijă. Excitînd tubul pe grilă cu o tensiune de 10 mV eficace, s-a găsit $A_0 = 33$, $B \approx 1{,}3$ kHz și $A_0 B = 42{,}9$ kHz, valori apropiate de cele precalculate analitic.

Pentru studiul etajului cu sarcină rezistivă, s-a conectat între bornele $c - d$ (fig. 8) o cutie de rezistențe de precizie și s-au ridicat carac-

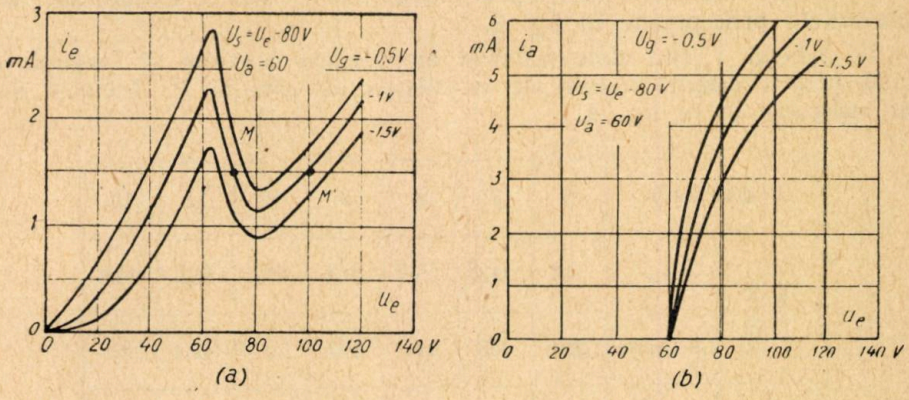


Fig. 5. — Caracteristicile curentului de ecran (a) și curentului de placă (b) ale pentodei în montaj tranzitron

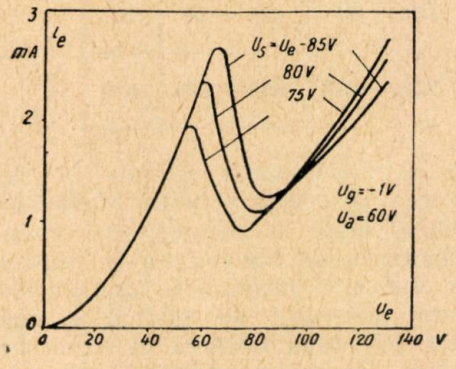


Fig. 6. — Caracteristicile curentului de ecran pentru diferite valori ale tensiunii supresorului

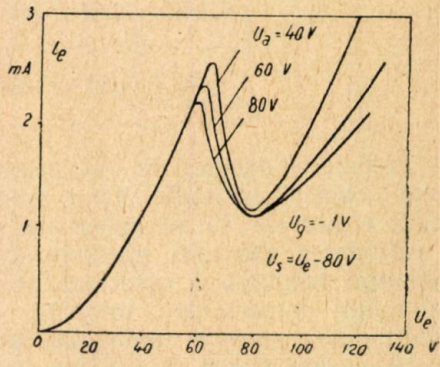


Fig. 7. — Caracteristicile curentului de ecran pentru diferite valori ale tensiunii anodului

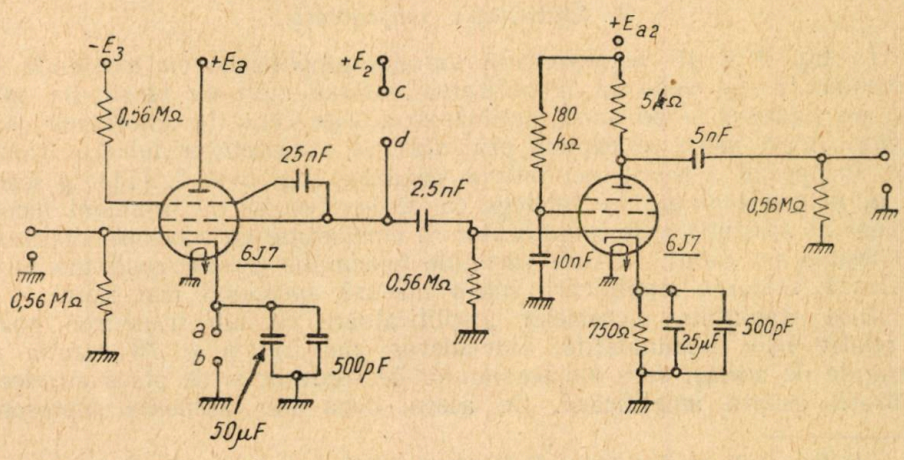


Fig. 8, — Schema de principiu a montajului pentru încercările experimentale

teristicele de frecvență pentru $R = 6.000—12.000$ ohmi. Rezultatele sînt reprezentate prin puncte în fig. 3.

În tabelul I sînt date valorile amplificării maxime și lărgimii de bandă pentru diferite valori ale rezistenței de sarcină R. Aceleași date sînt reprezentate în fig. 4.

R (kiloohmi)		6	7	8	9	10	11	12
valori calculate	A_m	8,3	11,2	15,3	21,1	30,6	50,9	93,8
	B (kHz)	260	193	141	102	70,5	42,4	23
valori experimentale	A_m	9	11	16	23	34	54	90
	B (kHz)	230	200	140	95	48	36	22
	$A_m B$ (k Hz)	2,07	2,20	2,24	2,18	1,63	1,94	1,98

Trebuiesc menționate dificultățile în funcționarea schemei la frecvențe coborîte și înalte. Cum aplificarea în aceste condiții scade apreciabil, e necesar să se aplice un semnal mare la intrare, ceea ce duce la extinderea excursiei punctului instantaneu de funcționare în regiunea pronunțat neliniară a caracteristicelor statice și eventual la apariția unor distorsiuni importante; totodată, dacă rezistența de sarcină e mare, amplitudinea mare a semnalului poate determina trecerea în regim basculant și amorsarea oscilațiilor parazite. De aceea, utilizarea amplificatorului tranzitron e indicată la semnale relativ slabe [4].

4. *Stabilitatea amplificării.*

În fig. 9 și 10 se reprezintă variația amplificării cu tensiunile de alimentare [1]). Se vede că amplificarea variază mult cu tensiunile aplicate pe supresor și pe anod, putîndu-se ajunge chiar la amorsarea oscilațiilor. Acest lucru se explică prin variația parametrilor tubului tranzitron, în special a rezistenței interne negative (fig. 6 și 7, [5]): ϱ scade cu u_s și crește cu u_a. Se înțelege că de aci rezultă un însemnat inconvenient al acestui tip de amplificator în comparație cu schemele obișnuite (cu ieșirea pe anod), în care variațiile tensiunilor pe electrozii tubului [2]) afectează valoarea amplificării într-o măsură apreciabil mai mică.

Însă stabilitatea schemelor amplificatoare cu tub tranzitron poate fi relativ ușor îmbunătățită. Într-adevăr, din fig. 9 și 10 rezultă că variațiile de același sens ale tensiunilor de supresor și de placă au efecte contrarii asupra amplificării. De aceea, dacă s-ar alimenta supresorul

[1]) Încercările au fost făcute la frecvența 5 kHz (a se vedea fig. 3).
[2]) Cu excepția tensiunii de ecran în amplificatorii convenționali cu pentode.

și anodul dela o aceeași sursă de tensiune continuă, amplificarea își va modifica valoarea într-o măsură mai redusă.

O atare performanță se poate realiza în montajul din fig. 11. În

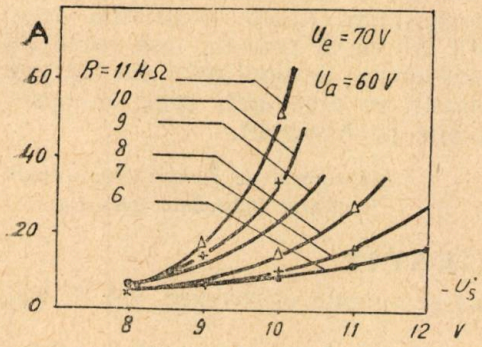


Fig. 9. — Variația amplificării cu tensiunea de supresor

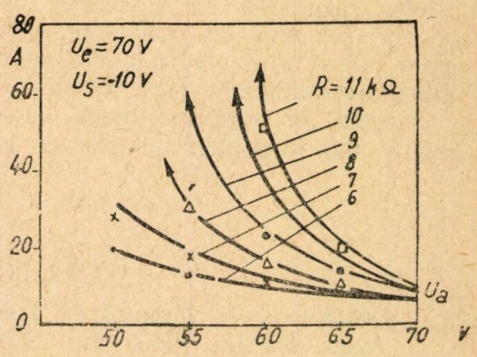


Fig. 10. — Variația amplificării cu tensiunea de placă

cazul tubului 6 J 7, pentru a păstra punctul mediu de funcționare considerat anterior, sursa de alimentare trebuie să aibă tensiunea $E_o = u_a - u_s = 60 + 10 = 70$ V.

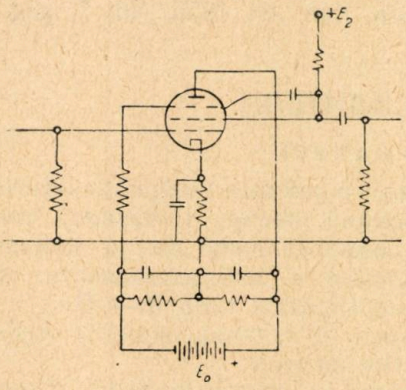


Fig. 11. — Schema de principiu a amplificatorului tranzitron cu stabilitate îmbunătățită

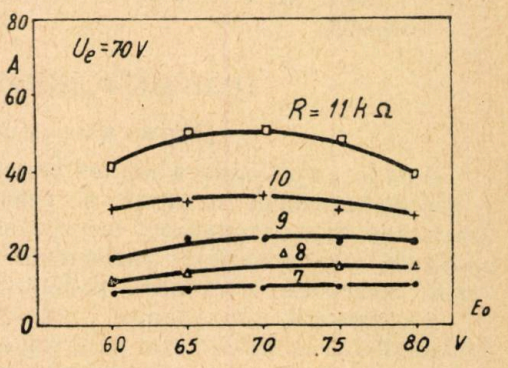


Fig. 12. — Variația amplificării cu tensiunea de alimentare în schema din fig. 11

Variațiile acestei tensiuni au asupra amplificării efectele arătate — pe baza datelor experimentale — în fig. 12. Se constată că în adevăr se poate obține o ameliorare însemnată a neajunsului semnalat mai sus. În aceste condiții stabilitatea schemei e pe deplin comparabilă cu aceea a amplificatorilor obișnuiți — mai ales pentru valori ale rezistenței de sarcină care nu sînt excesiv de apropiate de modulul rezistenței interne negative.

5. *Concluzii.*

Din cele expuse mai sus rezultă că amplificatorul cu tub tranzitron permite realizarea unei amplificări suplimentare datorită rezistenței interne negative a tubului în circuitul de ecran. Amplificări mari se pot

obține chiar cu impedanțe de sarcină mici, deci tubul poate lucra în condițiuni favorabile cu surse de alimentare (de c.c.) de tensiune relativ redusă. Pe de altă parte, schema face posibilă mărirea selectivității circuitelor rezonante cu Q relativ coborît și se pot realiza amplificatori aproape selectivi cu rezistențe și condensatori. Aceste proprietăți principale pot fi utilizate în unele aplicații. Montajul necesită însă surse de alimentare stabilizate (sau folosirea unui montaj de tipul celui din fig. 12) și lucrează în condițiuni bune la semnale nu prea mari (pînă la aproximativ 0,5 V pentru tuburile de recepție de tensiune).

Laboratorul de Tuburi Electronice
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *T. Tănăsescu.* — Manual de Tuburi și circuite electronice, vol. I, Ed. Acad. R.P.R., 1955, pag. 203.
2. *T. Tănăsescu.* — Circuite electronice, vol. I, caietul 1, Ed. I.P.B., 1952, pag. 162—163.
3. *B. P. Aseev.* — Bazele radiotehnicii, Sviazizdat, Moscova, 1947, pag. 452—456.
4. *T. Tănăsescu, I. Felea.* — Bul. St. Acad. R.P.R., Secția St. Mat. și Fiz., tom. VII, No. 4, 1955, pag. 1108—1110.
5. *N. I. Stein, G. S. Eidus.* — Radiotehnica, tom. 10, 1955, No. 7, pag. 58—68.

ТРАНЗИТРОННЫЕ УСИЛИТЕЛИ

(Краткое содержание)

В работе проводится анализ усилительного режима (апериодичекого и избирательного) пентода в транзитронной схеме. Показано, что благодаря отрицательному внутреннему сопротивлению лампы можно получить значительное увеличение усиления и избирательности, а также возможно построить избирательные каскады типа $R - C$.

Выражения, полученые для усиления и щирины полосы пропускания, дают резултаты подтверждаемые опытом.

Анализируется стабильность усилителя в транзитронной схеме по отношению и напряжениям и питания приводится схема для компенсации нестабильности.

TRANSITRON AMPLIFIERS

(Summary)

The article gives the analysis of tuned and untuned amplifiers employing pentode tubes in transitron connection. It is showed that owing to the negative internal resistance of the tube an important increase of the gain and selectivity is obtained; it is also possible to develop in the same way selective R-C stages.

The equations for the gain and band width are verified by the experimental results.

The stability of the amplifier with the supplying voltages is discussed and a compensated circuit with improved stability is proposed.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

RADIOCOMUNICAȚII

538.567.4
621.392.5

RĂSPUNSUL CUADRIPOLILOR LINIARI LA OSCILAȚII CU MODULAȚIE DE FRECVENȚĂ *)

de ANDREI MIRCEA și GEORGETA ZAMFIR

Rezumat: Cu ajutorul metodei seriilor Fourier se obține răspunsul unui cuadripol liniar sub formă de serie trigonometrică, rapid convergentă dacă distorsiunea introdusă de cuadripol nu e mare.

Se studiază în amănunt modulația de frecvență, aplicînd relațiile generale în cazurile modulației sinusoidale și dreptunghiulare.

1. Notații:

1. $E(t)$ = semnalul la intrarea în cuadripol
2. $I(t)$ = semnalul la ieșirea din cuadripol
3. $S(qt)$ = semnalul de modulație de fază
4. q = pulsația fundamentală a semnalului de modulație
5. ω_0 = pulsația purtătoarei semnalului
6. $\alpha = \omega - \omega_0$ = dezacordul față de purtătoare
7. $K(\alpha)$ = factorul de transfer al cuadripolului în regim armonic permanent, calculat ca o funcție de ecartul față de purtătoarea semnalului.
8. $|K(\alpha)|$ = modulul factorului de transfer;
9. $\varrho(\alpha)$ = partea variabilă a modulului factorului de trans- transfer
10. $\varphi(\alpha)$ = faza factorului de transfer
11. $\varphi_2(\alpha) = \varphi(\alpha) - \varphi_0 + t_0\alpha$ = partea neliniară a fazei factorului de transfer
12. $R(\alpha) = |K(\alpha)| \cos\varphi(\alpha)$ = partea activă a factorului de transfer
13. $X(\alpha) = |K(\alpha)| \sin\varphi(\alpha)$ = partea reactivă a factorului de transfer
14. $R(\alpha) = |K(\alpha)| \cos\varphi_2(\alpha)$
15. $X_2(\alpha) = |K(\alpha)| \sin\varphi_2(\alpha)$
16. $R_2(\alpha) = R(\alpha) - 1 - t_1\alpha$ = partea neliniară a componentei active a factorului de transfer redus
17. $\psi(qt) =$ faza semnalului de ieșire
18. $\delta(qt) = \psi(qt) - S(qt)$ = deformația datorită trecerii prin cuadripol a semnalului de modulație.

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

2. *Calculul răspunsului:*

Fie semnalul:

$$E(t) = e^{j\omega_0 t + j S(qt)} \tag{1}$$

pe care îl punem sub forma desvoltării sale Fourier

$$E(t) = e^{j\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n e^{jnqt} \tag{1'}$$

Presupunem în cele ce urmează că a_n sînt reali *).
Răspunsul cuadripolului se obține sub forma bine cunoscută:

$$I(t) = e^{j\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n e^{jnqt} K(nq)$$

Deoarece urmărim aplicarea rezultatelor la cazul, foarte important în practică, cînd răspunsul reproduce aproape fidel semnalul dela intrare, căutăm să punem în evidență expresia acestuia

$$I(t) = e^{j\omega_0 + jS(qt)} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_r a_n e^{j(n-r)qt} K(nq)$$

Făcînd schimbarea de indici $n-r=p$ găsim sub formă explicită desvoltarea Fourier a deformării introduse de cuadripol:

$$I(t) = E(t)\ Y(qt) \tag{2}$$

unde:

$$Y(qt) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} c_p e^{jpqt} \tag{3}$$

iar:

$$c_p = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n a_{n-p} K(nq) \tag{4}$$

Deoarece a_n sînt reali avem:

$$c_p = c_{1p} + j c_{2p} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n a_{n-p} R(nq) + j \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n a_{n-p} X(nq) \tag{4'}$$

Faza semnalului la ieșire este:

$$\psi(qt) = S(qt) + \delta(qt) \tag{5}$$

unde deformarea e dată de:

$$\delta(qt) = \operatorname{arc\ tg} \frac{\sum_{-\infty}^{+\infty}{}_p (c_{1p} \sin pqt + c_{2p} \cos pqt)}{\sum_{-\infty}^{+\infty}{}_p (c_{1p} \cos pqt - c_{2p} \sin pqt)} \tag{6}$$

*) Această presupunere e echivalentă cu considerarea funcțiilor S(t) impare [S(t) = — S(— t)] și permite simplificări considerabile în scriere. Forma generală a relațiilor se obține cu ușurință dacă înlocuim a_n (reali) cu coeficienții complecși

$$a_n = a_{1n} + j a_{2n}$$

Expresiile (2)—(6) constitue relațiile fundamentale, dar nu au forma cea mai potrivită pentru calculul numeric în cazul cînd cuadripolul studiat produce o întîrziere considerabilă a semnalului. E preferabil a scoate în evidență partea liniară a variației fazei factorului de transfer, punînd:

$$\varphi(\alpha) = \varphi_0 - \alpha t_0 + \varphi_2(\alpha) \tag{7}$$

Găsim atunci:

$$I(t) = e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n e^{jnq(t-t_0)} |K(nq)| e^{j\varphi_2(nq)}$$

sau:

$$I(t) = e^{j(\omega_0 t + \varphi_0) + jS(t-t_0)} Y_2[q(t-t_0)] \tag{8}$$

unde:

$$Y_2[q(t-t_0)] = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \gamma_p e^{jpq(t-t_0)} \tag{9}$$

iar:

$$\gamma_p = \gamma_{1p} + j\gamma_{2p} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n a_{n-p} |K(nq)| e^{j\varphi_2(nq)} \tag{10}$$

$$\left.\begin{aligned} \gamma_{1p} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n a_{n-p} \overline{R}(nq) \\ \gamma_{2p} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n a_{n-p} X_2(nq) \end{aligned}\right\} \tag{10'}$$

Notînd $t - t_0 = \tau$, faza răspunsului este:

$$\psi(t) = \varphi_0 + S(q\tau) + \delta_2(q\tau) \tag{11}$$

unde:

$$\delta_2(q\tau) = \operatorname{arc\,tg} \frac{\sum_{p=-\infty}^{+\infty} (\gamma_{1p} \sin pq\tau + \gamma_{2p} \cos pq\tau)}{\sum_{p=-\infty}^{+\infty} (\gamma_{1p} \cos pq\tau - \gamma_{2p} \sin pq\tau)} \tag{6'}$$

În sfîrșit, vom separa din $\overline{R}(\alpha)$ partea constantă, punînd:

$$\overline{R}(\alpha) = 1 + R_v(\alpha)$$

Avem așa cum se demonstrează în Nota 1:

$$\gamma_{1p} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n a_{n-p} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n a_{n-p} R_v(nq) = \begin{cases} 1 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n^2 R_v(nq) & (p=0) \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n a_{n-p} R_v(nq) & (p \neq 0) \end{cases}$$

astfel că expresia definitivă exactă a deformării este:

$$\delta_2(q\tau) = \operatorname{arc\,tg} \frac{\sum_{p=0}^{\infty} \left\{ \sin pq\tau \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_{np} R_v(nq) \right] + \cos pq\tau \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \beta_{np} X_2(nq) \right] \right\}}{1 + \sum_{p=0}^{\infty} \left\{ \cos pq\tau \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \beta_{np} R_v(nq) \right] - \sin pq\tau \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_{np} X_2(nq) \right] \right\}} \tag{12}$$

unde:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_{np} &= a_n(a_{n-p} - a_{n+p}) \\ \beta_{np} &= a_n(a_{n-p} + a_{n+p}) \end{aligned}\right\} \quad (p = 1, 2, \ldots.) \tag{12a}$$
$$\alpha_{n0} = \beta_{n0} = a_n^2$$

3. *Cazul distorsiunilor mici.*

Dacă distorsiunile sînt mici, adică $R_v(\alpha)$, $X_2(\alpha)$ sînt mici față de unitate în toată banda ocupată de componentele principale ale semnalului, putem simplifica relația (12) aproximînd argumentul cu tangenta și numitorul din (12) cu unu. Deasemenea avem:

$$\cos\varphi_2(\alpha) \approx 1 \quad \sin\varphi_2(\alpha) \approx \varphi_2(\alpha)$$
$$R_v(\alpha) = |K(\alpha)| \cos\varphi_2(\alpha) - 1 \approx |K(\alpha)| - 1 \equiv \varrho(\alpha)$$
$$X_2(\alpha) = [1 + \varrho(\alpha)] \sin\varphi_2(\alpha) \approx (1 + \varrho)\varphi_2(\alpha) \approx \varphi_2(\alpha)$$

astfel că rezultă:

$$\delta_2(q\tau) \approx \sum_{p=0}^{\infty} \left\{ \sin pq\tau \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_{np} \varrho(nq) \right] + \cos pq\tau \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \beta_{np} \varphi(nq) \right] \right\} \tag{13}$$

Relația (13) e remarcabilă mai ales prin împrejurarea că separă efectele variației modulului și fazei factorului de transfer.

4. *Cazul „discriminatorului".*

Revenind la (12) să presupunem că în banda ocupată de componentele principale ale semnalului, partea activă $R_v(\alpha)$ a factorului de transfer „redus" are o variație aproximativ liniară. Separînd partea liniară:

$$R_v(\alpha) = t_1\alpha + R_2(\alpha)$$

și ținînd seamă de următoarele relații demonstrate în Nota 1:

$$\begin{aligned} \sum_{p=0}^{\infty} \sin pq\tau \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_{np} \cdot nq &= 0 \\ \sum_{p=0}^{+\infty} \cos pq\tau \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \beta_{np} \cdot nq &= S'(\tau) \end{aligned} \tag{14}$$

găsim că în prima aproximație partea liniară nu contribuie la distorsiuni, deoarece avem:

$$\delta_2(q\tau) = \operatorname{arc\ tg} \frac{\sum_{p=0}^{\infty} \left\{ \sin pq\tau \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_{np} R_2(nq) \right] + \cos pq\tau \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \beta_{np} X_2(nq) \right] \right\}}{1 + t_1 S'(\tau) + \sum_{p=0}^{+\infty} \left\{ \cos pq\tau \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \beta_{np} R_2(nq) \right] - \sin pq\tau \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_{np} X_2(nq) \right] \right\}} \quad (12')$$

precum și forma aproximativă:

$$\delta_2(q\tau) \approx \frac{1}{1 + t_1 S'(\tau)} \sum_{p=0}^{\infty} \left\{ \sin pq\tau \left[\sum_{-\infty}^{+\infty}{}_n \alpha_{np} \varrho_2(nq) \right] + \cos pq\tau \left[\sum_{-\infty}^{+\infty}{}_n \beta_{np} \varphi_2(nq) \right] \right\} \quad (13')$$

În practică se poate aprecia dela caz la caz care din formulele (12), (13) sau (12'), (13') duce mai repede la rezultat.

5. *Valorile medii pătratice ale distorsiunilor.*

În proectarea inginerească a amplificatorilor de unde modulate în frecvență, problema centrală se formulează astfel: între ce limite pot varia caracteristicile (de amplitudine și fază) ale rețelei, în jurul caracteristicilor ideale (constantă în amplitudine și liniară în fază), pentru ca deformarea semnalului să nu întreacă o limită impusă?

Un răspuns la această problemă, remarcabil prin generalitatea și simplitatea sa, a fost dat de către MEDHURST [1] prin calcularea mediei pătratice a amplitudinilor armonicelor din desvoltarea (13), pe care a dedus-o în cazul particular al modulației sinusoidale cu ajutorul unor aproximații ingenioase.

În cele ce urmează se aplică metoda mediei pătratice a lui MEDHURST în cazul formulelor generale (12), (12') care sînt exacte și valabile pentru un regim de modulație periodic oarecare.

Se pune problema de a calcula valorile medii pătratice ale următoarelor expresii:

$$a \cdot \sum_{n=-N}^{+N} \alpha_{np} \varrho_2(nq) \qquad c \cdot \sum_{n=-N}^{+N} \beta_{np} \varphi_2(nq)$$

$$b \cdot \sum_{n=-M}^{+N} \beta_{np} \varrho_2(nq) \qquad d \cdot \sum_{n=-N}^{+N} \alpha_{np} \varphi_2(nq)$$

care intervin în (12') dacă punem:

$$R_2(nq) \approx \varrho_2(nq)$$
$$X_2(nq) \approx \varphi_2(nq)$$

atunci cînd $\varrho_2(\alpha)$ și $\varphi_2(\alpha)$ au variații după o lege arbitrară în banda:

$$-Nq < \alpha < Nq$$

ocupată de componentele principale ale semnalului *), astfel încît, în această bandă:

$$-\delta < \varrho_2(\alpha) < +\delta$$
$$-\Delta q < \varphi_2(\alpha) < +\Delta q \qquad (15)$$

Valoarea medie pătratică a expresiei „a" se va obține cu integrala (2N—1)-plă:

$$\frac{1}{(2\delta)^{\frac{2N+1}{2}}}\left[\int_{-\delta}^{+\delta}\int_{-\delta}^{+\delta}\cdots\int_{-\delta}^{+\delta}(\alpha_{-Np}X_{-N}+\cdots+\alpha_{-1p}X_{-1}+\alpha_{0p}X_0+\right.$$
$$\left.+\alpha_{1p}X_1\cdots+\alpha_{Np}X_N)^2\,dx_{-N}\cdots dx_N\right]^{1/2}\equiv\delta P_{\alpha p} \qquad (16')$$

iar pentru „b" vom avea de calculat o expresie analoagă în care intervine însă β_{np}

Efectuarea integralei (16) nu prezintă dificultăți iar rezultatul este următorul:

$$P_{\alpha p}=\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\sum_{-N}^{+N}\alpha_{np}^2\right]^{1/2};\quad P_{\beta p}=\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\sum_{-N}^{+N}\beta_{np}^2\right]^{1/2} \qquad (16)$$

Pentru expresia „c" vom avea de calculat o integrală de formă:

$$\frac{1}{(2\Delta q)^{\frac{2N+1}{2}}}\left[\int_{-\Delta q}^{+\Delta q}\int_{x_{-N+1}-\Delta q}^{x_{-N+1}+\Delta q}\cdots\cdots\int_{x_{N-1}-\Delta q}^{x_{N-1}+\Delta q}(\beta_{-Np}x_{-N}+\cdots+\right.$$
$$\left.+\beta_{Np}x_N)^2\,dx_{-N}\cdots dx_N\right]^{1/2}\equiv\Delta q\,Q_{\beta p} \qquad (12)$$

și analog pentru „d". Se obține:

$$Q_{\beta p}=\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\beta_{Np}^2+(\beta_{Np}+\beta_{(N-1)p})^2+\cdots+(\beta_{Np}\cdots+\beta_{-Np})^2\right]^{1/2}$$

$$Q_{\alpha p}=\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\alpha_{Np}^2+(\alpha_{Np}+\alpha_{(N-1)p})^2+\cdots+(\alpha_{Np}+\cdots\alpha_{-Np})^2\right]^{1/2} \qquad (12')$$

Înlocuind în (12') se obține:

$$\delta_2(q\tau)=\operatorname{arc\,tg}\frac{\delta\sum_{p=0}^{\infty}P_{\alpha p}\sin p\,q\,\tau+\Delta q\sum_{p=0}^{\infty}Q_{\beta p}\cos p\,q\,\tau}{1+t_1S'(\tau)+\delta\sum_{p=0}^{\infty}P_{\beta p}\cos p\,q\,\tau-\Delta q\sum_{p=0}^{\infty}Q_{\alpha p}\sin p\,q\tau} \qquad (12'')$$

*) Noțiunea aceasta, precum și numărul N care caracterizează banda ocupată efectiv de semnal, se precizează de la caz la caz, funcție de forma și mărimea semnalului de mouldație. Vezi în acest sens, Anexa 1.

Din cele de mai sus e evident că același procedeu se aplică oricăreia din relațiile (12), (13), (12'), (13'). coeficienții P și Q nedepinzînd de rețea ci numai de semnalul aplicat. Astfel, valoarea aproximativă medie a deformării, dedusă din (13'), este:

$$\delta_2(q\tau) \approx \delta \sum_{p=o}^{\infty} P_{\alpha p} \sin p\, q\, \tau + \Delta q \sum_{p=0}^{\infty} Q_{\beta p} \cos p\, q\, \tau \qquad (13'')$$

6. *Aplicația 1: Modulație sinusoidală.*

În acest caz semnalul este de forma:

$$\delta(t) = b \sin q\, t \qquad (18)$$

adică satisface condițiile impuse în paragraful 1. Avem:

$$a_n \equiv J_n(b) \qquad (19)$$

Fără a mai transcrie toate relațiile vom da numai expresia armonicei de ordinul p, calculată din (13):

armonica de ordin p a semnalului (ca modulație de fază)

$$\approx \sin p\, q\, \tau \sum_{n=1}^{\infty} J_n (J_{n-p} - J_{n+p}) [\varrho(nq) - (-1)^p \varrho(-nq)] +$$

$$+ \cos p\, q\, \tau \sum_{n=1}^{\infty} J_n (J_{n-p} + J_{n+p}) [\varphi(nq) + (-1)^p \varphi(-nq)] \qquad (20)$$

$$(p = 1, 2, \ldots.)$$

Derivînd (20) în raport cu timpul, însumînd pătratic cele două componente în cuadratură și raportînd la amplitudinea fundamentalei:

$$S'(t) = bq \cos q\, t$$

găsim expresia distorsiunii de ordin p:

$$k_p \approx \frac{p}{b} \left[\left\{ \sum_{n=1}^{\infty} J_n (J_{n-p} + J_{n+p}) [\varrho(nq) - (-1)^p \varrho(-nq)] \right\}^2 + \right.$$

$$\left. + \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} J_n (J_{n-p} + J_{n+p}) [\varphi(nq) + (-1)^p \varphi(-nq)] \right\}^2 \right]^{1/2} \qquad (21)$$

Lucrarea citată mai sus [1] cuprinde tabele ale coeficienților $\frac{p}{b}\alpha_{np}$, $\frac{p}{b}\beta_{np}$ pentru $p = 2$, $p = 3$ și diferite valori ale indicelui de modulație b cuprinse între 0,1 și 12, precum și mediile pătratice $\frac{p}{b}P_{\alpha p}$, $\frac{p}{b}Q_{\beta p}$ care intervin în (13''). Aceste tabele au fost complectate cu altele pentru $p=4$ și $p=5$, ținînd seama de faptul că pentru valori mari ale indicelui de modulație, așa cum sînt cele folosite deobiceiu în radiodifuziunea cu M.F., distorsiunile produse de armonicele superioare nu pot fi în genere neglijate. În fig. 1 a și 1 b sînt trasate curbele $\frac{p}{b}P_{\alpha p}(b)$ și

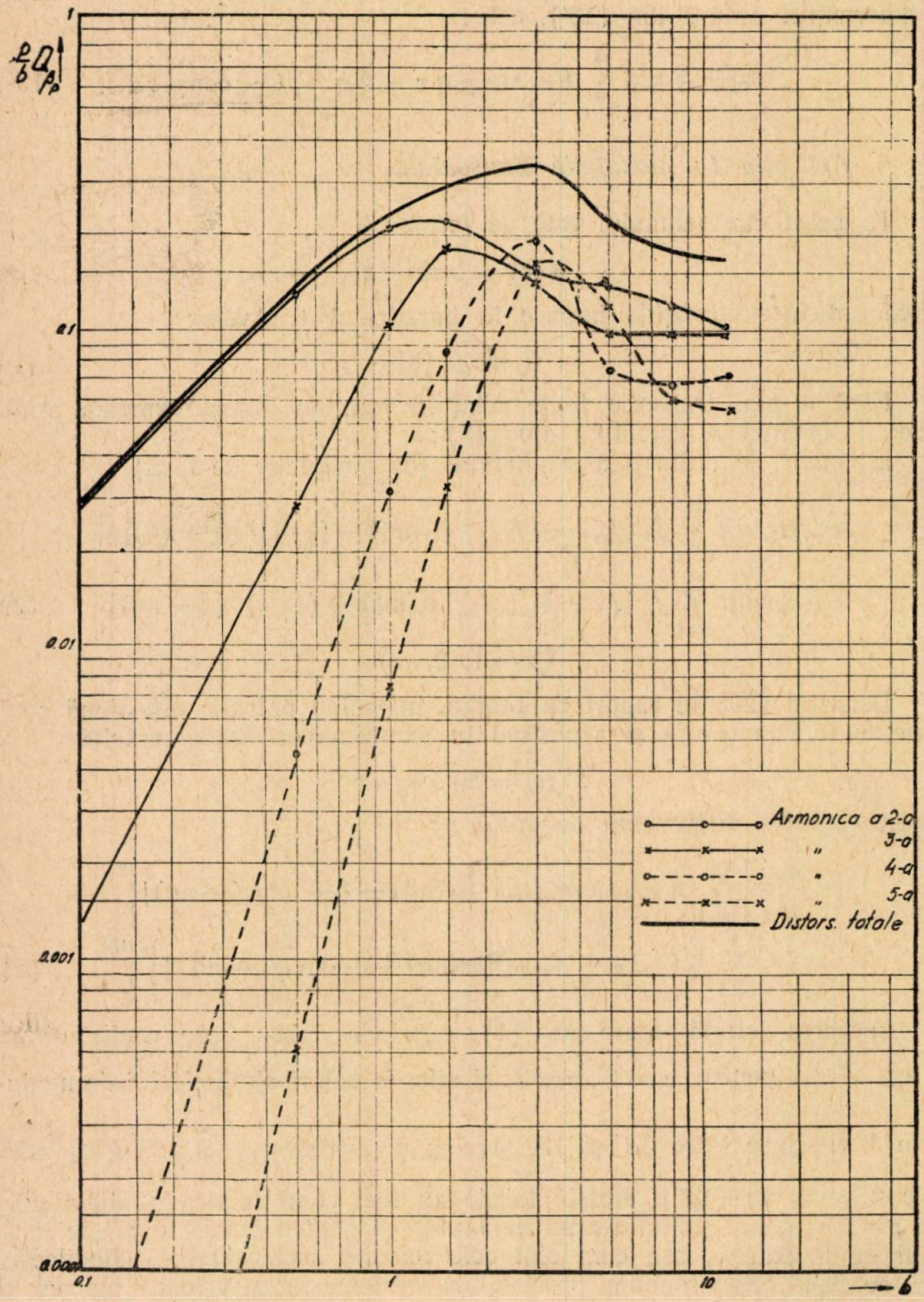


Fig. 1 a. — Curbe pentru calculul valorii patratice medii a distorsiunilor în MF sinusoidală; contribuţia variaţiilor de amplitudine

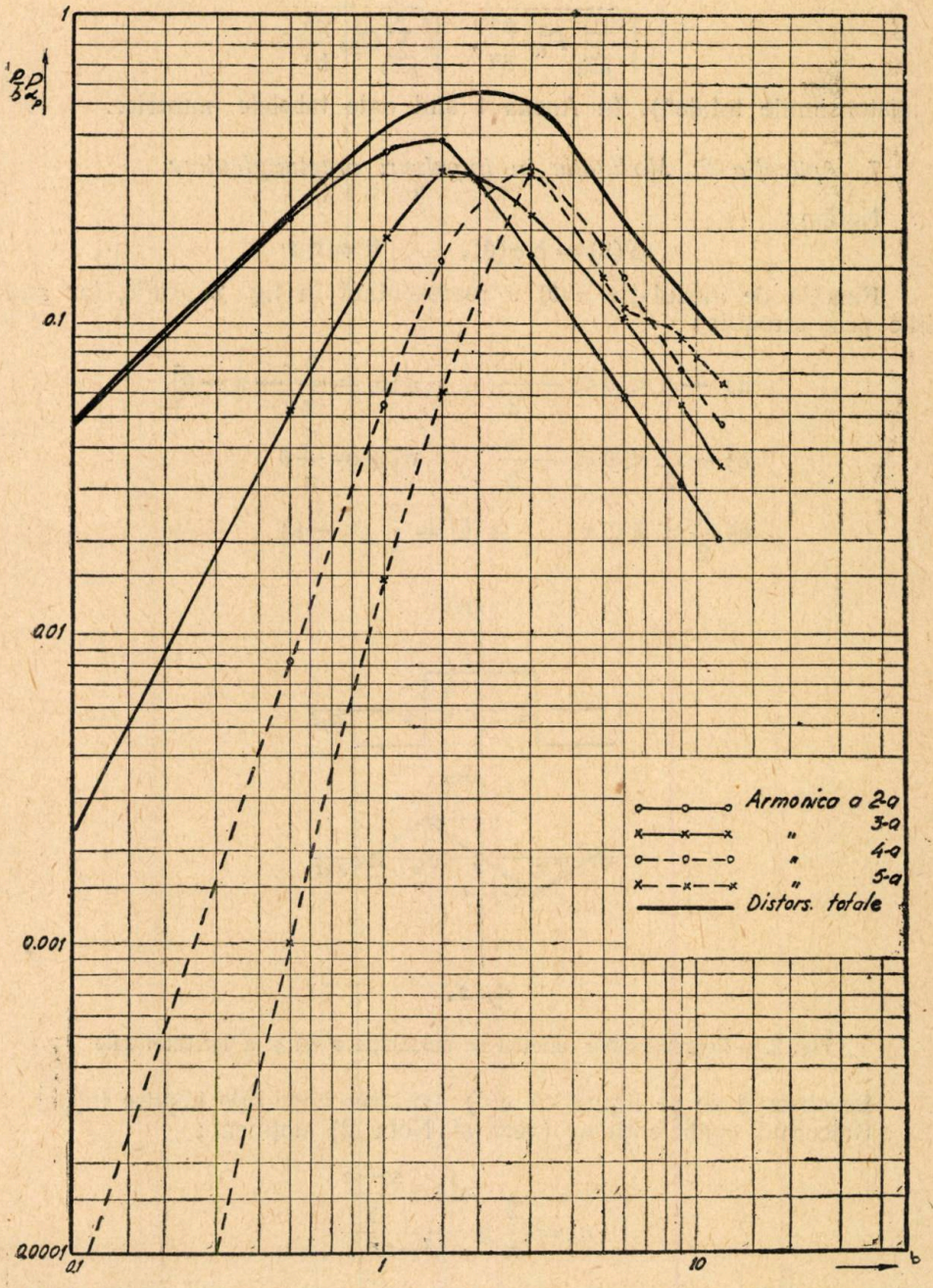


Fig. 1 b. — Curbe pentrn calculul valorii patratice medii a distorsiunilor în MF sinusoidală; contribuția neliniarității fazei.

$\frac{p}{b} Q_{\beta p}(b)$ pentru $p = 2, 3, 4, 5,$ — precum și

$$\sqrt{\sum_{p=2}^{5} P_{\alpha p}^2 \frac{p^2}{b^2}}, \quad \sqrt{\sum_{p=2}^{5} Q_{\beta p}^2 \frac{p^2}{b^2}}$$

(„distorsiunile totale"). În Anexa 1 sînt date tabelele numerice.

7. *Aplicația 2: Modulație în impulsuri dreptunghiulare.*

Notăm:

$$S(\theta) = b\,\sigma(\theta), \qquad \theta = q\,t$$

Funcția de modulație $\sigma(\theta)$ e reprezentată în fig. 2 grafic, iar analitic prin ecuațiile:

$$a) \quad -\pi < \theta < -\frac{\pi}{2} \qquad \sigma(\theta) = \frac{2}{\pi}[-\pi - \theta]$$

$$b) \quad -\frac{\pi}{2} < \theta < +\frac{\pi}{2} \qquad \sigma(\theta) = \frac{2}{\pi}\theta$$

$$c) \quad \frac{\pi}{2} < \theta < \pi \qquad \sigma(\theta) = \frac{2}{\pi}(\pi - \theta)$$

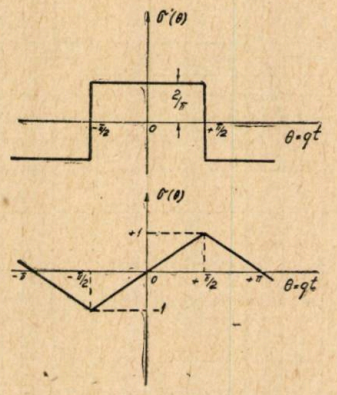


Fig. 2.

Fig. 2. — Reprezentarea funcției de modulație $\sigma(\theta)$ și a derivatei sale

Se observă de pe figură că $\sigma(\theta)$ satisface condițiile impuse în par. 1. Calculînd coeficienții a_n (vezi și Nota 2) obținem:

$$a_n = \frac{2}{\pi} y \frac{\sin \pi \frac{y-n}{2}}{y^2 - n^2}$$

unde $y = \frac{2}{\pi} be$ „indicele de modulație", definit ca raportul dintre deviația de frecvență maximă și frecvența de modulație.

Seriile trigonometrice care se obțin în acest caz converg destul de încet. Prezintă interes numai relațiile de tipul (12″), în care intervin mediile pătratice ale coeficienților. Pentru un indice de modulație dat seriile trigonometrice din (12″) se pot însuma cu ajutorul mașinilor de calculat, rezultînd funcțiile:

$$P_\alpha(b,\bar{\theta}) = \sum_{p=0}^{\infty} P_{\alpha_p} \sin pq\tau\,; \quad Q_\beta(b,\bar{\theta}) = \sum_{p=0}^{\infty} Q_{\beta_p} \cos pq\tau$$
$$P_\beta(b,\bar{\theta}) = \sum_{p=0}^{\infty} P_{\beta_p} \cos pq\tau\,; \quad Q_\alpha(b,\bar{\theta}) = \sum_{p=0}^{\infty} Q_{\alpha_p} \sin pq\tau \tag{23}$$

astfel că rezultatul capătă forma, suficient de comodă pentru calculul tehnic:

$$\delta_2(\bar{\theta}) = \operatorname{arc\,tg} \frac{\delta P_\alpha(b,\bar{\theta}) + \Delta q\, Q_\beta(b,\bar{\theta})}{1 + t_1 S'(\theta) + \delta P_\beta(b,\bar{\theta}) - \Delta q\, Q_\alpha(b,\bar{\theta})} \tag{24}$$

Evident că această metodă de calcul se aplică nu numai pentru semnalul dreptunghiular considerat în acest paragraf, ci și pentru alte forme (nesinusoidale) ale undei de modulație, pentru care expresia analitică a coeficienților a_n este suficient de simplă.

8. *Concluzii.*

Metoda de calcul propusă constă în esență dintr-un procedeu de ameliorare a convergenței seriilor trigonometrice care apar în scrierea Fourier a răspunsului rețelelor la oscilații cu modulație periodică.

Îmbunătățirea convergenței se obține prin însumări parțiale cu ajutorul cărora se separă părțile principale ale sumelor corespunzătoare, ceeace permite aplicarea unor aproximări simplificatoare fără a micșora mult precizia rezultatului.

Deși expunerea este făcută pe exemplul modulației de frecvență metoda este complect generală, putîndu-se aplica în cazuri mai complicate cum ar fi de pildă modulația combinată de frecvență și amplitudine.

Fiind esențial bazată pe desvoltarea în serie Fourier, metoda propusă se aplică mai greu în cazul semnalelor discontinue sau cu derivate discontinui, din pricina convergenței slabe a seriilor ce intervin în calcul.

Institutul Politehnic București
Catedra de Radiocomunicații 1957

Nota 1.

a) Considerăm identitatea:

$$1 = e^{jS(t)}\, e^{-jS(t)} = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} a_s e^{jsqt} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} a_r e^{-jrqt} = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} e^{jpqt} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} a_s a_{s-p}$$

din care rezultă:

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} a_s a_{s-p} = \begin{cases} 1 & (p=0) \\ 0 & (p\neq 0) \end{cases}$$

b) Considerăm identitatea:

$$jq\,S'(qt)=e^{-jS(qt)}\frac{d}{dt}e^{jS(qt)}=\sum_{s=-\infty}^{+\infty}a_s e^{-jsqt}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}a_n\,jnqe^{jnqt}=$$

$$=j\left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty}nq\,a_n^2+\sum_{p=1}^{\infty}\cos pqt\sum_{n=-\infty}^{+\infty}nq\,a_n\,(a_{n+p}+a_{n-p})+\right.$$

$$\left.+\sum_{p=1}^{\infty}\sin pqt\sum_{n=-\infty}^{+\infty}nq\,a_n\,(a_{n+p}-a_{n-p})\right]$$

Identificînd părțile reale și imaginare în egalitatea de mai sus și ținînd seama de (12 a) căpătăm relațiile (14).

În genere avem:

$$e^{-jS(t)}\frac{d^l}{dt^l}e^{jS(t)}=(j)^l\sum_{-\infty}^{+\infty}{}_p\,e^{jpqt}\sum_{-\infty}^{+\infty}{}_n\,(nq)^l\,a_n\,a_{n-p}$$

Nota 2. Calculul coeficienților a_n, α_{np} și β_{np}

Avem:

$$a_n=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi}e^{jS(\theta)-jn\theta}\,d\theta\qquad(\theta=qt)$$

Dacă semnalul e o funcție impară de timp:

$$S(\theta)=-S(-\theta)$$

atunci toți a_n sînt reali:

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\left[\cos S(\theta)\cos n\theta+\sin S(\theta)\sin n\theta\right]d\theta$$

În aplicațiile considerate mai sus semnalul are o formă și mai particulară, anume:

$$S(\theta)=S(\pi-\theta)$$

În acest caz:

$$a_n=\frac{1}{\pi}\left\{[1+(-1)^n]\int_0^{\pi/2}\cos S(\theta)\cos n\theta\,d\theta+\right.$$

$$\left.+[1-(-1)^n]\int_0^{\pi/2}\sin S(\theta)\sin n\theta\,d\theta\right\}$$

Rezultă: pentru *n par*

$$a_n=a_{-n}=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}\cos S(\theta)\cos n\theta\,d\theta$$

pentru *n* impar

$$a_n=-a_{-n}=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}\sin S(\theta)\sin n\theta\,d\theta$$

și deasemenea:

$$\alpha_{-np}=a_{-n}(a_{-n+p}-a_{-n+p})=(-1)^{2n+p}a_n\,(a_{n+p}-a_{n-p})=(-1)^{p+1}\alpha_{np}$$

$$\beta_{-np}=a_{-n}(a_{-n-p}+a_{-n+p})=(-1)^{2n+p}a_n(a_{n+p}+a_{n-p})=(-1)^p\beta_{np}$$

Anexa 1.

n	Armonica a 2-a		Armonica a 3-a	
	Caract. de fază $\frac{p}{b}\beta_{np}$	Caract. de ampl.* $\frac{p}{b}\alpha_{np}$	Caract. de fază* $\frac{p}{b}\beta_{np}$	Caract. de ampl. $\frac{p}{b}\alpha_{np}$
	b=12			
0	— 0,001 350 1	0	0	— 0,004 653 0
1	— 0,015 588 6	— 0,001 054 3	— 0,005 450 3	+ 0,014 939 1
2	— 0,003 258 3	+ 0,001 908 2	— 0,003 184 4	— 0,006 304 3
3	— 0,009 656 6	— 0,004 877 6	— 0,009 563 4	+ 0,014 216 4
4	— 0,009 996 5	+ 0,004 830 0	— 0,017 962 5	— 0,002 426 9
5	— 0,000 304 7	— 0,004 474 3	+ 0,000 731 7	+ 0,002 388 3
6	— 0,009 245 1	— 0,005 581 4	— 0,025 927 3	+ 0,002 147 5
7	— 0,004 452 4	+ 0,008 622 0	— 0,020 557 1	+ 0,005 021 5
8	+ 0,000 426 5	— 0,004 090 2	+ 0,002 220 3	— 0,003 876 9
9	+ 0,003 845 8	— 0,016 920 2	— 0,002 790 2	— 0,025 284 6
10	+ 0,012 037 8	— 0,007 521 2	— 0,003 763 9	= 0,021 814 7
11	+ 0,015 797 9	+ 0,004 968 1	+ 0,007 445 5	— 0,001 348 3
12	+ 0,011 896 3	+ 0,007 662 7	+ 0,012 790 5	+ 0,009 703 9
13	+ 0,006 047 9	+ 0,004 781 9	+ 0,009 445 6	+ 0,008 605 1
14	+ 0,002 268 5	+ 0,001 965 2	+ 0,004 489 6	+ 0,004 304 3
15	+ 0,000 663 1	+ 0,000 603 0	+ 0,001 560 3	+ 0,001 526 3
16	+ 0,000 156 7	+ 0,000 146 6	+ 0,000 422 9	+ 0,000 417 6
17	+ 0,000 030 8	+ 0,000 029 3	+ 0,000 093 0	+ 0,000 092 3
18	+ 0,000 005 1	+ 0,000 004 9	+ 0,000 017 1	+ 0,000 017 0
19	+ 0,000 000 7	+ 0,000 000 7	+ 0,000 002 7	+ 0,000 002 7
20	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 4	+ 0,000 000 4

* Pentru componentele inferioare ale spectrului, coeficienții din coloanele notate cu asteric se folosesc cu semn schimbat, iar cei din celelalte coloane se folosesc cu același semn.

n	Armonica a 2-a		Armonica a 3-a	
	Caract. de fază $\frac{p}{b}\alpha_{np}$	Caract. de ampl.* $\frac{p}{b}\beta_{np}$	Caract. de fază* $\frac{p}{b}\alpha_{np}$	Caract. de ampl. $\frac{p}{b}\beta_{np}$
	b=2			
0	— 0,005 815 4	0	0	— 0,010 896 4
1	— 0,023 236 3	— 0,003 509 4	— 0,009 863 5	+ 0,033 552 0
2	— 0,011 452 7	+ 0,005 637 4	— 0,014 501 7	— 0,009 186 8
3	— 0,007 650 5	— 0,012 076 4	— 0,006 874 5	+ 0,017 770 9
4	— 0,020 598 4	+ 0,003 508 3	— 0,050 684 8	+ 0,007 269 4
5	— 0,001 792 1	+ 0,006 218 1	— 0,008 254 3	+ 0,002 939 4
6	+ 0,001 797 8	— 0,025 904 5	+ 0,002 311 9	— 0,026 957 2
7	+ 0,011 631 5	— 0,019 641 8	— 0,015 366 3	— 0,042 587 9
8	+ 0,022 304 5	+ 0,005 397 8	+ 0,000 730 0	— 0,011 923 7
9	+ 0,018 607 6	+ 0,012 665 7	+ 0,016 596 6	+ 0,012 672 5
10	+ 0,009 212 4	+ 0,007 694 3	+ 0,014 061 0	+ 0,013 160 7
11	+ 0,003 120 7	+ 0,002 821 2	+ 0,006 407 6	+ 0,006 246 1
12	+ 0,000 782 8	+ 0,000 736 3	+ 0,001 973 8	+ 0,001 950 3
13	+ 0,000 152 8	+ 0,000 146 6	+ 0,000 451 6	+ 0,000 448 7
14	+ 0,000 024 0	+ 0,000 023 4	+ 0,000 080 9	+ 0,000 080 6
15	+ 0,000 003 1	+ 0,000 003 1	+ 0,000 011 8	+ 0,000 011 7
16	+ 0,000 000 3	+ 0,000 000 3	+ 0,000 001 4	+ 0,000 001 4
17	+ 0,000 000 0	+ 0,000 000 0	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 1

n	Armonica a 2-a		Armonica a 3-a	
	Caract. de fază $\frac{p}{b}\beta_{np}$	Caract. de ampl.* $\frac{p}{b}\alpha_{np}$	Caract. de fază* $\frac{p}{b}\beta_{np}$	Caract. de ampl. $\frac{p}{d}\alpha_{np}$
			b = 6	
0	— 0,024 391 8	0	0	— 0,017 289 3
1	— 0,036 102 8	— 0,014 933 1	— 0,015 877 3	+ 0,083 076 4
2	— 0,041 149 8	+ 0,016 758 0	— 0,077 570 2	+ 0,010 371 1
3	+ 0,003 267 2	— 0,024 436 9	+ 0,022 751 8	— 0,005 462 5
4	+ 0,000 353 3	— 0,058 261 0	— 0,026 304 0	— 0,072 649 6
5	+ 0,029 492 6	— 0,001 788 5	— 0,033 735 9	— 0,054 205 4
6	+ 0,033 939 7	+ 0,024 674 6	+ 0,016 708 8	+ 0,011 505 5
7	+ 0,016 554 8	+ 0,014 725 3	+ 0,023 624 0	+ 0,022 721 6
8	+ 0,004 763 8	+ 0,004 501 3	+ 0,010 292 6	+ 0,010 176 9
9	+ 0,000 928 7	+ 0,000 899 8	+ 0,002 607 4	+ 0,002 595 8
10	+ 0,000 132 5	+ 0,000 130 0	+ 0,000 451 7	+ 0,000 450 8
11	+ 0,000 014 5	+ 0,000 014 4	+ 0,000 057 9	+ 0,000 057 9
12	+ 0,000 001 3	+ 0,000 001 3	+ 0,000 005 8	+ 0,000 005 8
13	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 5	+ 0,000 000 5
			b = 3	
0	— 0,168 545 3	0	0	+ 0,160 744 7
1	— 0,006 780 3	— 0,146 501 0	+ 0,209 581 0	+ 0,120 046 2
2	— 0,041 485 5	— 0,127 059 8	— 0,143 897 9	— 0,185 729 3
3	+ 0,078 726 0	+ 0,060 994 7	— 0,076 850 9	— 0,083 893 8
4	+ 0,043 790 0	+ 0,041 784 2	+ 0,045 103 7	+ 0,044 431 0
5	+ 0,008 938 7	+ 0,008 762 6	+ 0,020 937 0	+ 0,020 894 5
6	+ 0,001 006 7	+ 0,000 999 2	+ 0,003 522 4	+ 0,003 520 5
7	+ 0,000 073 2	+ 0,000 072 9	+ 0,000 336 4	+ 0,000 336 3
8	+ 0,000 003 8	+ 0,000 003 7	+ 0,000 021 2	+ 0,000 021 2
9	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 1	+ 0,000 001 0	+ 0,000 001 0
			b = 1,5	
0	+ 0,316 770 4	0	0	— 0,124 812 1
1	— 0,369 705 5	— 0,460 409 5	+ 0,272 121 1	+ 0,245 848 6
2	+ 0,162 026 8	+ 0,154 743 5	— 0,258 145 1	— 0,259 815 6
3	+ 0,045 498 3	+ 0,045 205 8	+ 0,062 433 9	+ 0,062 378 3
4	+ 0,003 645 2	+ 0,003 638 1	+ 0,013 132 3	+ 0,013 131 2
5	+ 0,000 146 3	+ 0,000 146 2	+ 0,000 835 3	+ 0,000 835 2
6	+ 0,000 003 6	+ 0,000 003 6	+ 0,000 027 8	+ 0,000 027 8
7	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 6	+ 0,000 000 6
			b = 1	
0	+ 0,351 695 5	0	0	— 0,089 819 0
1	— 0,370 071 3	— 0,404 506 8	+ 0,154 959 6	+ 0,148 420 5
2	+ 0,176 416 9	+ 0,175 278 6	— 0,151 603 9	— 0,151 776 1
3	+ 0,017 227 5	+ 0,017 208 0	+ 0,044 910 7	+ 0,044 908 3
4	+ 0,000 569 3	+ 0,000 569 3	+ 0,003 269 6	+ 0,003 269 5
5	+ 0,000 009 8	+ 0,000 009 8	+ 0,000 086 1	+ 0,000 086 1
6	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 1	+ 0,000 001 2	+ 0,000 001 2

n	Armonica a 2-a		Armonica a 3-a	
	Caract. de fază $\frac{p}{b}\beta_{np}$	Caract. de ampl.* $\frac{p}{b}\alpha_{np}$	Caract, de fază* $\frac{p}{b}\beta_{np}$	Caract. de ampl. $\frac{p}{b}\alpha_{np}$
		b = 0,5		
0	+ 0,229 767 6	0	0	— 0,028 871 8
1	— 0,232 291 6	— 0,237 260 5	+ 0,044 720 0	+ 0,044 252 7
2	+ 0,114 903 5	+ 0,114 864 1	— 0,044 484 9	— 0,044 487 8
3	+ 0,002 484 4	+ 0,002 484 5	+ 0,014 435 9	+ 0,014 435 9
4	+ 0,000 019 7	+ 0,000 019 7	+ 0,000 233 6	+ 0,000 233 6
5	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 1	+ 0,000 001 5	+ 0,000 001 5
		b = 0,1		
0	0,049 835 5	0	0	— 0,001 246 1
1	— 0,049 854 3	— 0,049 859 9	0,001 871 5	0,001 870 7
2	0,024 916 8	0,024 916 8	— 0,001 871 1	— 0,001 871 1
3	0,000 020 8	0,000 020 8	0,000 623 0	0,000 623 0
4	0,000 000 0	0,000 000 0	0,000 000 4	0,000 000 4

n	Armonica a 4-a		Armonica a 5-a	
	Caract. de fază $\frac{p}{b}\beta_{np}$	Caract. de ampl.* $\frac{p}{b}\alpha_{np}$	Caract. de fază* $\frac{p}{b}\beta_{np}$	Caract. de ampl. $\frac{p}{b}\alpha_{np}$
		b = 12		
0	+ 0,005 802 2	0	0	+ 0,002 919 8
1	+ 0,020 006 5	+ 0,009 061 9	+ 0,005 700 3	— 0,039 682 7
2	+ 0,009 304 3	+ 0,004 495 5	+ 0,012 930 3	+ 0,000 880 6
3	+ 0,003 460 0	+ 0,025 608 5	— 0,003 238 9	— 0,010 572 0
4	+ 0,005 656 4	+ 0,000 157 8	+ 0,034 509 6	— 0,000 527 3
5	— 0,000 169 8	+ 0,011 143 9	— 0,010 658 3	+ 0,007 738 5
6	— 0,017 511 3	+ 0,031 311 0	— 0,004 769 4	+ 0,050 124 2
7	— 0,025 420 5	+ 0,004 272 0	— 0,007 828 1	+ 0,019 877 9
8	+ 0,005 678 7	— 0,000 192 1	+ 0,005 924 1	+ 0,001 409 0
9	+ 0,003 584 5	— 0,014 868 7	+ 0,023 767 2	+ 0,011 275 1
10	— 0,017 873 5	— 0,030 925 5	— 0,005 240 6	— 0,013 156 3
11	— 0,012 496 8	— 0,018 195 7	— 0,025 884 5	— 0,029 036 2
12	+ 0,003 844 9	+ 0,002 024 7	— 0,013 389 4	— 0,014 316 6
13	+ 0,009 454 8	+ 0,008 998 4	+ 0,002 365 3	+ 0,002 149 8
14	+ 0,006 561 0	+ 0,006 467 7	+ 0,006 263 9	+ 0,006 222 7
15	+ 0,002 857 5	+ 0,002 840 4	+ 0,003 961 2	+ 0,003 954 5
16	+ 0,000 911 9	+ 0,000 909 6	+ 0,001 576 9	+ 0,001 576 0
17	+ 0,000 228 3	+ 0,000 228 0	+ 0,000 463 7	+ 0,000 463 5
18	+ 0,000 046 7	+ 0,000 046 6	+ 0,000 107 7	+ 0,000 107 7
19	+ 0,000 008 0	+ 0,000 008 0	+ 0,000 020 6	+ 0,000 020 6
20	+ 0,000 001 2	+ 0,000 001 2	+ 0,000 003 3	+ 0,000 003 3
21	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 4	+ 0,000 000 4

n	Armonica a 4-a		Armonica a 5-a	
	Caract. de fază $\frac{p}{b}\beta_{np}$	Caract. de ampl.* $\frac{p}{b}\alpha_{np}$	Caract. de fază* $\frac{p}{b}\beta_{np}$	Caract. de ampl. $\frac{p}{b}\alpha_{np}$
		b = 9		
0	+ 0,021 316 4	0	0	— 0,005 524 3
1	+ 0,013 726 1	+ 0,025 727 6	— 0,008 334 4	— 0,064 024 6
2	+ 0,022 478 0	— 0,003 828 4	+ 0,040 911 0	— 0,011 791 0
3	— 0,006 606 1	+ 0,045 059 9	— 0,045 225 2	+ 0,016 105 2
4	— 0,025 335 8	+ 0,046 652 1	+ 0,004 488 1	+ 0,067 870 9
5	— 0,011 257 1	— 0,000 744 4	— 0,001 050 6	+ 0,006 574 9
6	+ 0,024 476 3	+ 0,001 830 1	+ 0,034 907 4	+ 0,020 782 9
7	— 0,017 278 0	— 0,035 388 0	+ 0,031 334 4	+ 0,021 367 6
8	— 0,032 279 9	— 0,039 708 0	— 0,028 829 7	— 0,032 500 7
9	— 0,004 222 0	— 0,006 290 7	— 0,031 226 5	— 0,032 156 3
10	+ 0,011 533 4	+ 0,011 107 3	— 0,003 723 7	— 0,003 901 9
11	+ 0,009 090 6	+ 0,009 019 4	+ 0,007 075 8	+ 0,007 048 6
12	+ 0,003 718 9	+ 0,003 709 3	+ 0,004 985 1	+ 0,004 981 7
13	+ 0,001 034 8	+ 0,001 033 8	+ 0,001 835 7	+ 0,001 835 4
14	+ 0,000 215 9	+ 0,000 215 8	+ 0,000 464 9	+ 0,000 464 9
15	+ 0,000 035 6	+ 0,000 035 6	+ 0,000 039 1	+ 0,000 089 1
16	+ 0,000 004 8	+ 0,000 004 8	+ 0,000 013 6	+ 0,000 013 6
17	+ 0,000 000 5	+ 0,000 000 5	+ 0,000 001 7	+ 0,000 001 7
18	+ 0,000 000 0	+ 0,000 001 0	+ 0,000 000 2	+ 0,000 000 2
		b = 6		
0	+ 0,071 835 9	0	0	— 0,090 911 2
1	— 0,045 619 6	+ 0,087 958 8	— 0,139 143 9	— 0,025 778 8
2	— 0,000 479 9	+ 0,079 129 7	— 0,002 999 1	+ 0,049 456 1
3	+ 0,031 048 7	+ 0,011 821 7	— 0,017 821 7	— 0,028 635 2
4	+ 0,049 396 8	+ 0,022 446 4	+ 0,088 769 4	+ 0,076 153 4
5	— 0,061 690 0	— 0,071 898 2	+ 0,047 556 9	+ 0,043 354 3
6	— 0,038 663 5	— 0,049 946 1	— 0,056 263 0	— 0,057 102 1
7	+ 0,010 091 9	+ 0,009 738 0	— 0,026 168 7	— 0,025 286 5
8	+ 0,013 499 3	+ 0,013 458 2	+ 0,005 413 0	+ 0,005 400 5
9	+ 0,005 111 0	+ 0,005 107 2	+ 0,005 398 5	+ 0,006 307 5
10	+ 0,001 141 7	+ 0,001 141 2	+ 0,002 101 3	+ 0,002 101 3
11	+ 0,000 176 9	+ 0,000 176 9	+ 0,000 419 5	+ 0,000 419 5
12	+ 0,000 020 5	+ 0,000 020 5	+ 0,000 058 9	+ 0,000 058 9
13	+ 0,000 001 9	+ 0,000 001 9	+ 0,000 006 2	+ 0,000 006 2
14	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 5	+ 0,000 000 5
		b = 3		
0	— 0,091 561 7	0	0	+ 0,037 298 8
1	— 0,120 268 4	— 0,159 172 9	+ 0,081 050 9	+ 0,068 173 6
2	+ 0,322 430 9	+ 0,307 682 9	— 0,248 324 1	— 0,252 451 5
3	— 0,133 670 9	— 0,140 770 3	+ 0,250 642 0	+ 0,250 133 6
4	— 0,045 694 1	— 0,045 867 9	— 0,074 593 7	— 0,074 630 8
5	+ 0,019 457 1	+ 0,019 447 4	— 0,018 648 5	— 0,018 650 3
6	+ 0,007 348 8	+ 0,007 385 8	+ 0,006 438 7	+ 0,006 438 6
7	+ 0,001 049 7	+ 0,001 049 7	+ 0,002 063 7	+ 0,002 063 7
8	+ 0,000 086 9	+ 0,000 086 9	+ 0,000 254 2	+ 0,000 254 2
9	+ 0,000 004 8	+ 0,000 004 8	+ 0,000 018 6	+ 0,000 018 6
10	+ 0,000 000 2	+ 0,000 000 2	+ 0,000 000 9	+ 0,000 000 9
11	+ 0,000 000 0	+ 0,000 000 0	+ 0,000 000 0	+ 0,000 000 0

n	Armonica a 4-a		Armonica a 5-a	
	Caract. de fază $\frac{p}{b}\beta_{np}$	Caract. pe ampl.* $\frac{p}{b}\alpha_{np}$	Caract. de fază* $\frac{p}{b}\beta_{n}$	Caract. de ampl. $\frac{p}{b}\alpha_{np}$
		b = 1,5		
0	+ 0,032 124 0	0	0	— 0,006 139 9
1	— 0,088 026 8	— 0,093 381 3	+ 0,022 310 3	+ 0,021 462 2
2	+ 0,143 780 3	+ 0,143 498 0	— 0,047 144 2	— 0,047 182 4
3	— 0,090 700 2	— 0,090 708 0	+ 0,047 163 7	+ 0,047 162 8
4	+ 0,016 062 1	+ 0,016 061 9	— 0,021 886 2	— 0,021 886 2
5	+ 0,002 677 2	+ 0,002 677 2	+ 0,003 070 0	+ 0,003 070 0
6	+ 0,000 141 1	+ 0,000 141 1	+ 0,000 424 0	+ 0,000 424 0
7	+ 0,000 004 0	+ 0,000 004 0	+ 0,000 019 1	+ 0,000 019 1
8	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 5	+ 0,000 000 5
		b = 1		
0	+ 0,015 160 9	0	0	— 0,001 911 1
1	— 0,033 995 8	— 0,034 875 1	+ 0,005 495 3	+ 0,005 403 2
2	+ 0,052 820 9	+ 0,052 801 6	— 0,011 238 6	— 0,011 240 3
3	— 0,034 435 3	— 0,034 435 6	+ 0,011 239 5	+ 0,011 239 5
4	+ 0,007 580 5	+ 0,007 580 0	— 0,005 449 2	— 0,005 449 2
5	+ 0,000 439 6	+ 0,000 439 6	+ 0,000 955 6	+ 0,000 955 6
6	+ 0,000 009 6	+ 0,000 009 6	+ 0,000 046 1	+ 0,000 046 1
7	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 7	+ 0,000 000 7
		b = 0,5		
0	+ 0,002 413 6	0	0	— 0,000 151 1
1	— 0,004 953 3	— 0,004 984 5	+ 0,000 390 2	+ 0,000 383 6
2	+ 0,007 492 9	+ 0,007 492 8	— 0,000 784 6	— 0,000 784 6
3	— 0,004 968 9	— 0,004 968 9	+ 0,000 784 6	+ 0,000 784 6
4	+ 0,001 206 8	+ 0,001 206 8	— 0,000 398 4	— 0,000 398 4
5	+ 0,000 015 6	+ 0,000 015 6	+ 0,000 075 5	+ 0,000 075 5
6	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 1	+ 0,000 000 8	+ 0,000 000 8
		b = 0,1		
1	+ 0,000 020 7	0	0	— 0,000 000 0
2	— 0,000 041 6	— 0,000 041 6	+ 0,000 000 6	+ 0,000 000 6
3	+ 0,000 062 4	+ 0,000 062 4	— 0,000 001 3	— 0,000 001 3
4	— 0,000 041 6	— 0,000 041 6	+ 0,000 001 3	+ 0,000 001 3
5	+ 0,000 010 4	+ 0,000 010 4	— 0,000 000 6	— 0,000 000 6
6	+ 0,000 000 0	+ 0,000 000 0	+ 0,000 000 0	+ 0,000 000 0

	p=2	p=3	p=4	p=5	Dist. totale
			Caracteristica de fază		
b	$\frac{p}{b}Q_{\beta p}$				$\sqrt{\sum_{p=2}^{5} Q_{\beta p}^2 \frac{p^2}{b^2}}$
12	0,106 03	0,093 60	0,073 83	0,057 93	0,169 73
9	0,119 86	0,099 32	0,068 36	0,060 34	0,180 62
6	0,139 01	0,099 41	0,075 95	0,124 69	0,224 76
3	0,154 83	0,145 53	0,191 97	0,152 73	0,324 52
1.5	0,219 37	0,177 45	0,085 45	0,031 94	0,296 55
1	0,214 42	0,102 26	0,031 80	0,007 62	0,239 78
0.5	0,134 14	0,029 74	0,004 54	0,000 51	0,136 95
0.1	0,028 78	0,001 25	0,000 36	0,000 00	0,028 80
<0.1	$\frac{1}{\sqrt{12}}b$	$\frac{1}{8}b^2$			
			Caracteristica de amplitudine		
b	$\frac{p}{b}P_{\alpha p}$				$\sqrt{\sum_{p=2}^{5} P_{\alpha p}^2 \frac{p^2}{b^2}}$
12	0,020 78	0,035 01	0,048 55	0,064 01	0,090 06
9	0,032 20	0,056 01	0,073 19	0,090 30	0,132 98
6	0,059 70	0,103 81	0,126 25	0,114 71	0,208 38
3	0,169 61	0,218 00	0,308 09	0,303 06	0,512 92
1.5	0,398 31	0,305 29	0,158 72	0,060 09	0,529 74
1	0,360 23	0,184 62	0,055 28	0,014 47	0,408 76
0.5	0,215 24	0,052 57	0,008 43	0,000 00	0,221 69
0.1	0,045 54	0,002 33	0,000 07	0,001 01	0,045 59
<0.1	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{6}}b$	$\frac{1}{8}\sqrt{\frac{7}{2}}b^2$			

Catedra de Radiocomunicaţii
Institutul Politehnic Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Medhurst, R. G.* — Harmonic distortion of F. M. waves by linear networks; P.I.E.E., 101 (1954), March part. III, p. 171.
2. *Stojanovic, I. S.* — Influence des variations du temps de propagation de groupe sur la bande passante video d'un faisceau hertzien; Ann. de Radioél. 1956 Oct. p. 293.

ПРОХОЖДЕНИЕ ЧАСТОТНО — МОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ ЛИНЕЙНЫЕ ЧЕТЫРЁХПОЛЮСНИКИ

(Краткое еодержане)

Полулается выражение сигнала на выходе линейного четырёхполюсника образом тригонометрического ряда, который быстро сходится, если искажение, вносимое четырёхполюсником, невелико.

Детально изучается случай частотной модуляции, применяя общие соотношения на особых случаях синусоидальной и прямоугольной модуляции.

CALCUL DE LA REPONSE DES QUADRIPOLE LINEAIRES AUX OSCILLATIONS MODULEES EN FREQUENCE.

(Résume)

On obtient la réponse du quadripôle sous la forme de série trigonométrique, rapidement convergente si la déformation causée par le quadripole est petite.

On étudie aussi en détail la modulation de fréquence, en appliquant les formules générales aux cas de la modulation sinusoïdale et rectangulaire.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

TELEFONIE-TELEGRAFIE

621.395.74

CIRCUITE NERECIPROCE CU ELEMENTE PASIVE ȘI ACTIVE *)

de SERGIU CONDREA

1. *Introducere*

Organele de transmisiuni utilizate în telecomunicații sînt de obicei cuadripoli, cu două borne de intrare și două borne de ieșire, sau mai general „diporți", cu o poartă de intrare și o poartă de ieșire (fig. 1).

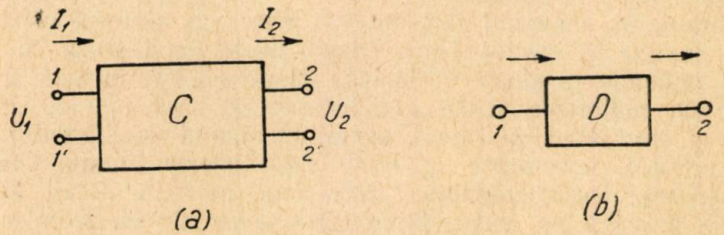


Fig. 1. — Cuadripol (*a*) sau diport (*b*), cu sensurile convențional pozitive pentru tranmisiunea energiei

Un diport poate fi unilateral sau neunilateral. În primul caz are un singur sens de transmisiune, de exemplu de la stînga la dreapta, iar sensul opus este oprit. Acest tip de diport se numește „izolator", în înțelesul că izolează într-un singur sens. Un exemplu il constituie cuadripolul activ unilateral, adică amplificatorul ideal, fără reacțiune.

Un diport neunilateral este unul care transmite sau nu transmite în ambele sensuri. Astfel sînt toți cuadripolii pasivi utilizați în telecomunicații (atenuatori, filtre, corectori etc.), repetorii telefonici bilaterali, ghidurile de undă ș.a. Diportul neunilateral poate fi cu reciprocitate sau fără reciprocitate. În primul caz se aplică principiul reciprocității, adică transmisiunea semnalelor într-un sens suferă aceeași transformare ca și în sensul opus; în al doilea caz, nu se aplică principiul reciprocității, adică transmisiunea semnalelor în cele două sensuri este diferită.

Pentru simplificarea expunerii vom utiliza în cele ce urmează, pentru primul caz expresia de cuadripol sau diport „reciproc", iar pentru al doilea caz „nereciproc". Observăm că un diport nereciproc poate fi și unilateral, adică de tipul „izolator".

Pînă nu de mult nu se cunoșteau în telecomunicații decît cuadripoli pasivi reciproci, iar cuadripolii nereciproci nu puteau fi decît activi (cu surse de energie comandate). Cuadripolii pasivi nereciproci au apărut

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

pentru prima oară acum aproape 10 ani (1948), cînd B. D. H. Tellegen a publicat studiul referitor la noul element de circuit, giratorul [1]. Elementele componente ale unei rețele electrice pasive, cunoscute pînă în 1948, erau: rezistorul de rezistență R, industorul (bobina de inducție) de inductanță L, condensatorul de capacitate C și transformatorul ideal, de inductanță mutuală M. Noul element, giratorul, este tot un element de cuplaj mutual ca și transformatorul, dar în loc de coeficient M, are un coeficient de girație, pentru care nu s-a stabilit încă simbolul. Îl vom denumi provizoriu S.

Toate cele patru elemente cunoscute, R, L, C și M sînt elemente reciproce, adică, dacă sînt plasate într-o latură comună la două ochiuri m și n dintr-o rețea electrică, avem $R_{mn}=R_{nm}$, $L_{mn}=L_{nm}$, $C_{mn}=C_{nm}$ și $M_{mn}=M_{nm}$. Noul element, giratorul, nu este reciproc, deoarece $S_{mn}=-S_{nm}$. O rețea, compusă din elemente reciproce și nereciproce, se va comporta din afară ca un cuadripol nereciproc.

Primele elemente sau dispozitive nereciproce pasive au fost realizate, în domeniul hiperfrecvențelor ($10^2 \ldots 10^4$ MHz), cu ajutorul feritelor, iar mai tîrziu, în domeniul frecvențelor joase, cu ajutorul cristalelor de germaniu supuse la efectul Hall. Dispozitivele nereciproce cu ferite au căpătat o aplicație imediată în tehnica microundelor, în special în echipamentele de radiorelee și de radiolocație, pe cînd cele cu cristale de germaniu și efect Hall au rămas numai în stadiul de laborator.

Dispozitivele nereciproce cu ferite sînt sisteme liniare, pasive, care transmit energia electromagnetică între două porți de acces. Aceste dispozitive se bazează pe proprietățile giroscopice ale electronilor și comportă cuplaje interne între energia electromagnetică (a undelor) și energia mecanică (a electronilor). Ele au format obiectul a numeroase studii, apărute în diverse publicațiuni tehnice și științifice [2], [3], [4].

În cele ce urmează ne vom ocupa numai de aspectul exterior, de cuadripol, al dispozitivelor nereciproce în genere, pasive sau active, analizînd unele metode de realizare, precum și cîteva aplicații ale circuitelor nereciproce de frecvență vocală.

2. *Parametrii cuadripolului nereciproc.*

Giratorul nu este singurul element de circuit nereciproc. Un altul am văzut că este „izolatorul", cu cuplaj unilateral. În teoria impedanțelor negative se utilizează convertizorul ideal de impedanță negativă [5] și inversorul de impedanță negativă [6]. Primul transformă o impedanță Z_R în $-kZ_R$ sau în $Z_R/-k$, iar al doilea o transformă în impedanță negativă inversă $-R^2/Z_R$. Recent s-a propus un nou element nereciproc, transformatorul cu raport de transformare complex sau imaginar [7].

Un cuadripol liniar cu o poartă de intrare și una de ieșire este determinat de 4 parametri, care stabilesc relațiile liniare dintre 4 mărimi ale energiei electrice transmise prin cuadripol. În general, cele 4 mărimi electrice sînt tensiunea și curentul la intrare și tensiunea și curentul la ieșire.

Astfel, dacă se scriu relațiile dintre tensiunea U_1 și curentul I_1 de la intrare, în funcție de tensiunea U_2 și curentul I_2 de la ieșire, avem sistemul de ecuații

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= A_{11}\, U_2 + A_{12}\, I_2 \\ I_1 &= A_{21}\, U_2 + A_{22}\, I_2 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

sau, matricial,

$$\begin{bmatrix} U_1 & 0 \\ I_1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 & 0 \\ I_2 & 0 \end{bmatrix}. \tag{1'}$$

Matricea $[A]$ se poate numi matricea de transfer de la poarta 1 la poarta 2 (fig. 1).

Dacă se scriu relațiile dintre tensiunile U_1 și U_2 de la cele două porți, în funcție de curenții I_1 și I_2, se obține matricea $[Z]$ de impedanță, iar dacă se ia matricea inversă $[Z]^{-1}$, se obține matricea $[Y]$ de admitanță. De asemenea, relațiile dintre U_1, I_2 și U_2, I_1 se exprimă prin matricea hibridă $[H]$, iar relațiile dintre I_1, U_2 și I_2, U_1, prin matricea $[G]$.

Un alt mod de a defini un cuadripol este prin impedanțele sale imagine Z_{01}, Z_{02} și prin exponentul de transfer g, care în cazul cuadripolului nereciproc are două valori, g_{12} și g_{21}.

După cum se știe, condiția de reciprocitate a unui cuadripol este exprimată, pentru fiecare gen de parametri, printr-o relație determinată. Astfel, un cuadripol este reciproc dacă este îndeplinită una din condițiile:

$$\begin{aligned} |A| &= (A_{11}\ A_{22} - A_{12}\ A_{21}) = 1, \\ -Z_{12} &= Z_{21}, \\ -Y_{12} &= Y_{21}, \\ H_{11} &= H_{22}, \\ G_{11} &= G_{22}, \\ g_{12} &= g_{21} = g. \end{aligned} \tag{2}$$

Prima condiție din (2) arată că valoarea curentului de la ieșire este aceeași dacă mutăm f.e.m. de la o poartă la alta (fig. 1 a). Astfel, cu f.e.m. E la poarta 1, curentul la ieșire (poarta 2) va fi:

$$I_2 = \frac{E}{Z_{tr}}, \tag{3}$$

unde $Z_{tr} = A_{11}Z_2 + A_{12} + A_{21}Z_1Z_2 + A_{22}Z_1$ este impedanța de transfer de la 1 la 2. Mutînd f.e.m. E la 2, curentul la poarta 1 va fi

$$I_1 = \frac{E\ (A_{11}\ A_{22} - A_{12}\ A_{21})}{Z_{tr}}. \tag{3'}$$

În aceste expresii Z_1 și Z_2 reprezintă impedanțele conectate respectiv la poarta 1 și 2.

Pentru a avea $I_1 = I_2$, trebuie satisfăcută prima condiție (2)

$$A_{11}\ A_{22} - A_{12}\ A_{21} = 1.$$

A doua condiție din (2) arată că impedanța de transfer în gol dintr-un sens $(-Z_{12})$ este egală cu impedanța de transfer în gol din sensul celălalt (Z_{21}). (Semnul minus provine din cauza că sensul pozitiv al curentului a fost ales de la stînga la dreapta pentru ambele porți).

Ultima condiție din (2) arată că exponentul de transfer este același în ambele sensuri.

Prin urmare, dacă ne limităm la aceste trei forme, condiția de nereciprocitate poate fi exprimată printr-una din neegalitățile

$$\begin{aligned} |A| &\neq 1, \\ Z_{12} &\neq -Z_{21}, \\ g_{12} &\neq g_{21}. \end{aligned} \tag{4}$$

Giratorul este un cuadripol liniar, nedisipativ, definit printr-unul din sistemele de ecuații:

$$|A| = -1, \quad A_{11} = A_{22} = 0, A_{12} = \frac{1}{A_{21}} = r; \tag{5}$$

$$Z_{12} = Z_{21} = r, \quad Z_{11} = Z_{22} = 0; \tag{6}$$

$$a_{12} = a_{21} = 0, \quad b_{12} = 0, \quad b_{21} - \pi, \quad Z_0 = r. \tag{7}$$

În aceste relații r este impedanța de girație, un număr real, pozitiv; a_{12}, a_{21} și b_{12}, b_{21} sînt respectiv atenuările și defazările pe imagini în cele două sensuri, iar Z_0 este impedanța caracteristică a cuadripolului.

Matricele de transfer și de impedanță ale giratorului sînt respectiv

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & r \\ \frac{1}{r} & 0 \end{bmatrix} \text{ și } [Z] = \begin{bmatrix} 0 & r \\ r & 0 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Pentru comparație amintim că matricele corespunzătoare ale transformatorului ideal sînt:

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}, \quad [Z] = \infty. \tag{9}$$

Prin urmare, giratorul transmite energia semnalului fără nici o atenuare în ambele sensuri, dar cu o defazare diferită, nulă într-un sens și de 180^0 în sensul opus. Pentru reprezentarea grafică a giratorului s-au propus diferite simboluri (fig. 2).

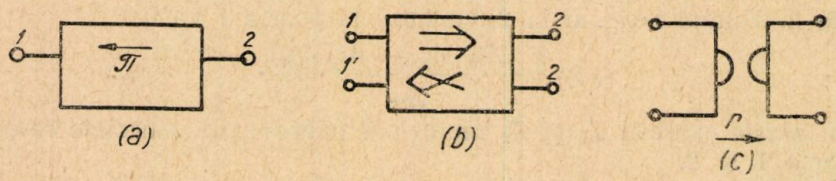


Fig. 2. – Diferite simboluri pentru reprezentarea giratorului

În (a) și (b) se scoate în evidență defazarea diferită cu π în cele două sensuri, iar în (c) se subliniază rolul de transformator de fază în sens unic.

Convertizorul de impedanță negativă este un transformator nereciproc, în care raportul de transformare a impedanțelor, în loc să fie $1/n^2$ într-un sens și n^2 în sens opus, este $-k$ într-un sens și 1 în sens opus (fig. 3). Matricea de transfer a acestui convertizor ideal este

$$[A] = \begin{bmatrix} j\sqrt{k} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{10}$$

Matricele corespunzătoare de impedanță și de admitanță sînt infinite, ca și la transformatorul reciproc ideal. Determinantul matricei de transfer e diferit de 1, fiind egal cu

$$|A| = j\sqrt{k}.$$

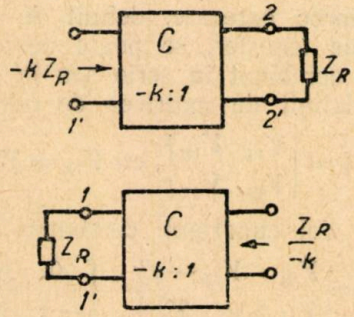


Fig. 3. — Convertizor de impedanță negativă (negativizor de impedanță)

Inversorul de impedanță negativă este un cuadripol activ care inversează și negativizează o impedanță Z_2 conectată la ieșire (fig. 4, (a)). El poate fi compus de exemplu dintr-o schemă în T simetrică, cu brațul

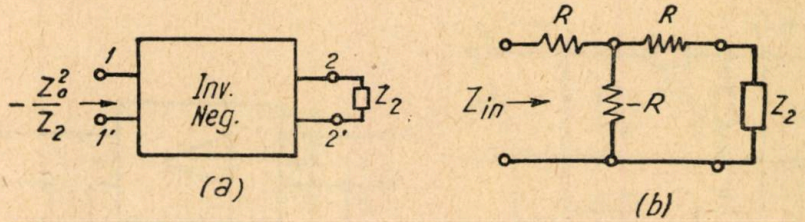


Fig. 4. — Inversor de impedanță negativă (inversor și negativizor)

transversal o rezistență negativă (fig. 4 (b)). Impedanța Z_2 privită prin cuadripol devine $-R^2/Z_2$.

Matricea de transfer și cea de impedanță sînt respectiv

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & R \\ -R^{-1} & 0 \end{bmatrix}, \quad [Z] = \begin{bmatrix} 0 & R \\ -R & 0 \end{bmatrix}. \tag{11}$$

Acesta este un cuadripol *reciproc,* deoarece sînt îndeplinite condițiile

$$|A| = 0 - R\,(-R^{-1}) = 1 \text{ sau } Z_{12} = R = -Z_{21} = R.$$

Transformatorul cu *raport de transformare imaginar* este un cuadripol nereciproc, cu matricea de transfer

$$[A] = \begin{bmatrix} j^{-1} & 0 \\ 0 & -j \end{bmatrix}. \tag{12}$$

Determinantul matricei este $|A| = -j \cdot j^{-1} = -1$, ca și la girator. Raportul de transformare poate fi și un număr complex, p^{-1} într-un sens și p^* (conjugatul invers) în celălalt sens.

Acești cuadripoli ideali pot servi ca instrumente teoretice pentru analiza și sinteza circuitelor nereciproce, precum și ca instrumente de laborator pentru cercetare.

3. *Metode de realizare*

Un cuadripol nereciproc oarecare, definit de neegalitatea impedanțelor sau admitanțelor de transfer, se poate descompune totdeauna într-un cuadripol reciproc, combinat în serie sau în paralel cu un girator.

Astfel, cuadripolul definit de matricea de admitanță

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}, \text{ cu } Y_{12} \neq Y_{21},$$

se poate descompune în doi cuadripoli combinați în paralel,

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12}-\gamma \\ Y_{21}+\gamma & Y_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \gamma \\ -\gamma & 0 \end{bmatrix}, \tag{13}$$

unde γ este admitanța de girație,

$$\gamma = \frac{Y_{12}-Y_{21}}{2}, \text{ în general complexă.}$$

Primul cuadripol este reciproc, cu admitanța de transfer în ambele sensuri $(Y_{12}+Y_{21})/2$, iar al doilea un girator γ (fig. 5). S-a considerat

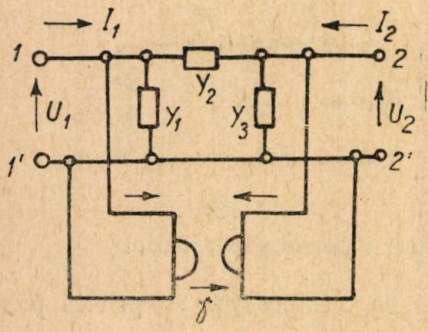


Fig. 5.—Descompunerea unui cuadripol nereciproc în cuadripol și girator

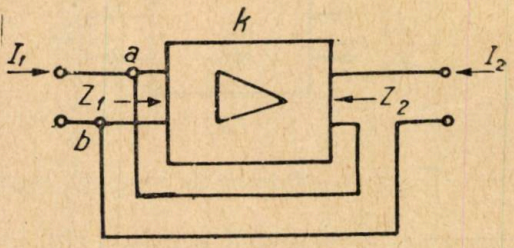


Fig. 6. — Amplificator cu reacțiune *p—s*

în acest caz sensul pozitiv al curentului convergent spre interiorul cuadripolului, cum este arătat prin săgeți în fig. 5.

Cuadripolii nereciproci ideali nu pot fi realizați în practică, ci numai aproximați pe o anumită bandă de frecvențe. Astfel, se poate obține un girator real prin combinarea unui inversor de impedanță, cu o rezistență negativă [9].

Inversorul de impedanță se poate realiza de exemplu cu ajutorul unui amplificator cu reacțiune. În fig. 6 este arătat un astfel de amplificator, cu circuitul de reacțiune conectat în paralel la intrare și în serie la ieșire (*p—s*). Pentru simplificarea expresiilor vom adopta în aceste scheme ca sens pozitiv al curenților, sensul convergent spre interior, ca și la fig. 5.

Impedanța de intrare a unui cuadripol oarecare, terminat pe un receptor Z_R, este dată de

$$Z_{in} = Z_{11} - \frac{Z_{12}\, Z_{21}}{Z_{22} + Z_R}. \tag{14}$$

Ca să fie inversor de impedanță trebuie să avem

$Z_{11} = Z_{22} = 0$ și $Z_{12}\, Z_{21} < 0$.

Relația (14) devine atunci

$$Z_{in} = \frac{Z_{12}\, Z_{21}}{Z_R} = \frac{Z_t^2}{Z_R} \tag{14'}$$

unde s-a pus $Z_t = \sqrt{Z_{12}\, Z_{21}}$.

Dacă se impune ca $Z_{12} = r$ și $Z_{21} = -r$, cădem peste condițiile giratorului din (6), cu singura deosebire că, prin convenția sensurilor pozitive convergente pentru curent, apare o inversiune de semn.

Impedanța de intrare se mai poate scrie (10):

$$Z_{in} = Z_{1g}\, \frac{Z_{2sc} + Z_R}{Z_{2g} + Z_R}, \tag{15}$$

unde indicele g înseamnă în gol, iar sc în scurtcircuit.

Dacă notăm impedanța de intrare în gol a amplificatorului din fig. 6 cu Z_1, impedanța pasivă la ieșire (cu tuburile stinse) cu Z_2 și amplificarea în gol cu k, avem:

$$Z_{1g} = Z_1,\ Z_{2\,sc} = Z_2,\ Z_{2g} = Z_2 + Z_{1k} + Z_1.$$

Relația (15) devine

$$Z_{in} = \frac{Z_1\,(Z_2 + Z_R)}{Z_1\,(k+1) + Z_2 + Z_R}. \tag{15'}$$

Dacă se face $Z_1(k+1) + Z_2 = 0$, prin alegerea unei anumite amplificări k (schimbarea semnului în $-k$ se poate obține prin încrucișarea bornelor de reacțiune a, b la intrare) și se ia $Z_2 \gg Z_R$, formula (15') devine

$$Z_{in} \approx \frac{Z_1\, Z_2}{Z_R} = \frac{Z_t^2}{Z_R}. \tag{16}$$

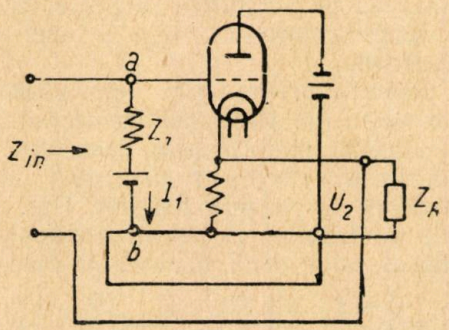


Fig. 7. — Repetor catodic cu reacțiune $p-s$

În loc de amplificator cu reacțiune p—s, se poate utiliza reacțiunea s—p (serie la intrare și paralel la ieșire), cum este de exemplu montajul repetor catodic cu reacțiune din fig. 7.

Notînd în (15′) $Z_1(1-k)+Z_2+Z_R=\alpha$, matricea cuadripolului activ din fig. 6 (p—s) se poate scrie

$$[Z]=\begin{bmatrix} Z_1 & -Z_1 \\ Z_2-\alpha & \alpha \end{bmatrix} \tag{17}$$

Dacă se face α pozitiv și foarte aproape de zero (negativ sau zero ar produce instabilitate), se ajunge, pentru impedanța de intrare (15′), la expresia

$$Z_{in}=\frac{Z_i\,(Z_2+Z_R)}{Z_R},$$

iar matricea (17) devine

$$[Z]=\begin{bmatrix} Z_1 & -Z_1 \\ Z_2 & 0 \end{bmatrix}. \tag{17'}$$

Conectîndu-se la intrare o impedanță negativă $-Z_1$ în serie și alegîndu-se $Z_1=Z_2=R$, se obține un girator, cu matricea

$$[Z]=\begin{bmatrix} 0 & -R \\ R & 0 \end{bmatrix}. \tag{18}$$

Pentru reducerea lui α pînă aproape de zero, se ia amplificarea k aproximativ 2. Deoarece impedanța de intrare în gol Z_1 este în general o rezistență, impedanța negativă ce se conectează în serie va fi tot o rezistență negativă (fig. 8). Această rezistență trebuie să fie de tipul stabilă

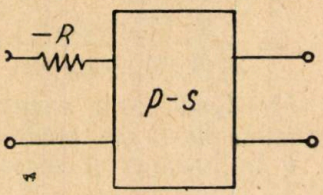


Fig. 8. — Girator format dintr-o rezistență negativă și un amplificator cu reacțiune $p-s$

în gol. Lucrînd cu matricea de admitanțe se poate obține un girator prin conectare la ieșirea amplificatorului $p-s$ a unei rezistențe negative $-R$, stabilă în scurtcircuit.

Aceste montaje prezintă proprietățile unui girator pe o bandă de frecvență limitată, dar destul de largă pentru necesitățile practice.

Un girator mai poate fi realizat prin conectarea în cascadă a doi cuadripoli, unul fiind un transformator cu raport de transformare $1:j$, iar celălalt un inversor de impedanță reciproc (fig. 9).

Utilizînd matricele de transfer A pentru cei doi cuadripoli, matricea rezultantă va fi produsul celor două matrice în cascadă:

$$[A]=\begin{bmatrix} -j & 0 \\ 0 & -j \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 0 & j \\ j & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{19}$$

adică matricea unui girator cu impedanță de girație 1

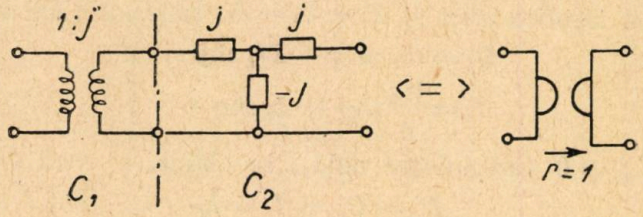


Fig. 9. — Compunerea unui girator din doi cuadripoli în cascadă

4. *Aplicații ale giratorului de frecvență vocală.*

Repetorul de frecvență vocală pe două fire poate fi utilizat, în anumite condiții, pentru realizarea unui girator experimental. În fig. 10 este dată schema bloc a unui astfel de repetor, cu elementele componente esențiale.

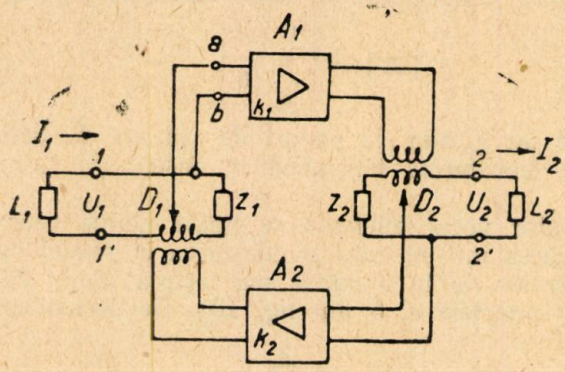


Fig. 10. — Repetor vocal pe 2 fire în regim de girator

În D_1 și D_2 sînt sistemele diferențiale, cu echilibrorii Z_1 și Z_2 presupuși că echilibrează perfect cele două „linii" L_1 și L_2. Amplificatorii pentru cele două sensuri lucrează adaptat și au amplificările k_1, respectiv k_2. Filtrele de limitare a benzii și corectorii de atenuare sînt scoși și se presupune că circuitul rămas nu introduce distorsiune de fază.

Considerînd circuitul cuprins între perechile de borne $1 - 1'$ și $2 - 2'$, avem un cuadripol, în general nereciproc. Notînd exponentul de transfer pe imagini în sensul $1 - 2$ cu g_1 și cel din sensul $2 - 1$ cu g_2, se poate scrie sistemul de ecuații, prin analogie cu ecuațiile de propagare pe linie, cu notațiile din figură:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= \frac{e^{g_1} + e^{-g_2}}{2} U_2 + \frac{e^{g_1} - e_2^{-g_2}}{2} Z_2 I_2 \\ I_1 &= \frac{e^{g_1} - e^{-g_2}}{2} \frac{U_2}{Z_1} + \frac{e^{g_1} + e^{-g_2}}{2} I_2 . \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

Dacă se reglează repetorul astfel ca exponentul de transfer să fie egal în cele două ramuri ($g_1 = g_2 = g$) și presupunînd că „liniile" L_1 și L_2 sînt identice, deci și $Z_1 = Z_2 = Z_0$, sistemul (20) se poate scrie

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= U_2 \, ch\ g + Z I_2 \, shg \\ I_1 &= \frac{U_2}{2} shg + I_2 \, chg \cdot \end{aligned}\right\} \qquad (20')$$

Punînd $g = 0$ (amplificare nulă), se obține, în mod evident

$$U_1 = U_2 \text{ și } I_1 = I_2 \cdot$$

Dacă se pune în (20) $e^{g1} = k_1 = 1$ și $e^{g2} = k_2 = -1$, adică se reglează amplificatorii, astfel ca într-un sens să avem amplificare zero și defazare zero, iar în sensul opus amplificare zero și defazare 180°, se obține, cu $Z_1 = Z_2 = Z_0$,

$$U_1 = Z_0 I_2 \text{ și } I_1 = \frac{U_2}{Z_0} \cdot \qquad (21)$$

În ipoteza că impedența „liniei", deci și a echilibrului, este o rezistență pură $Z_0 = R$, cuadripolul va avea matricea de transfer

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & R \\ \frac{1}{R} & 0 \end{bmatrix} \qquad (22)$$

Acesta este un girator cu raport de girație R, care, după cum se vede din (21), transformă tensiunea în curent și curentul în tensiune fără pierderi.

Cu un repetor vocal telefonic se poate obține ușor o diferență de 180° între defazarea într-un sens și defazarea în sensul opus, prin simpla încrucișare a firelor de la intrarea sau ieșirea unuia din amplificatori (de exemplu în punctele *a*, *b* din fig. 10). De asemenea se poate regla

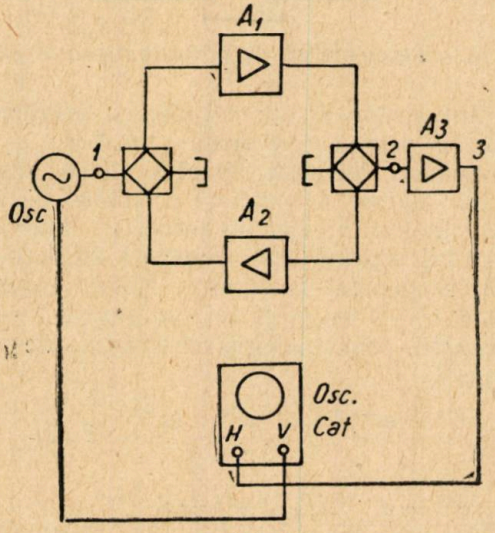


Fig. 11. — Montajul oscilografului catodic pentru măsurarea defazajului unui repetor telefonic

cîștigul repetorului la zero în ambele sensuri. Ceea ce este mai greu de realizat este o plajă suficient de largă cu defazarea zero sau cel puțin constantă, în funcție de frecvență.

Măsurătorile de defazaj efectuate cu ajutorul unui oscilograf catodic pe un repetor vocal din Laboratorul de transmisiuni telefonice al I.P.B. (montajul din fig. 11) au dat rezultatele arătate în curbele din fig 12. Curba 1 — 3 reprezintă defazajul între punctele 1 și 3, deci inclusiv defazajul amplificatorului auxiliar *A*3, necesar pentru a mări sensibilitatea oscilografului catodic. Defazajul este identic în cele două sensuri

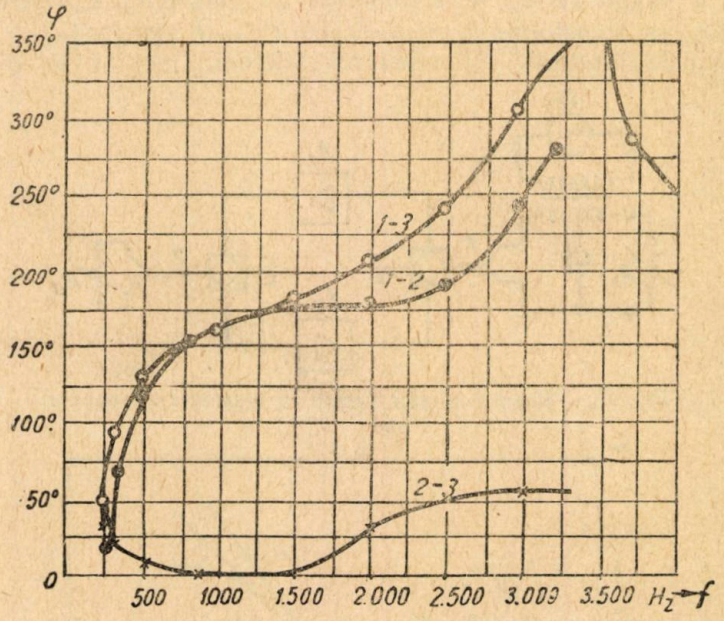


Fig. 12. — Curbele de defazaj obținute pentru repetorul telefonic din Laboratorul I.P.B.

de transmisie. Curba 2—3 reprezintă defazajul amplificatorului auxiliar *A*3, măsurat separat, iar curba 1—2 este diferența dintre primele două, reprezentînd deci defazajul repetorului singur. Se vede că defazajul este aproximativ constant pe o plajă de frecvențe cuprinsă între 1000 și 2500 Hz.

Un astfel de girator experimental poate servi pentru transformarea curentului în tensiune sau reciproc, pentru inversarea impedanțelor și pentru studiul filtrelor electrice. Un element neliniar, cum ar fi o celulă redresoare din cuproxid, conectat la un capăt al giratorului experimental, va avea la capătul celălalt o caracteristică inversată, adică creșterea curentului în funcție de tensiune va deveni creșterea tensiunii în funcție de curent. Dacă impedența de girație R este egală cu 1, curbura caracteristicii se păstrează și în forma inversată. Prin variația lui R se poate obține o mărire sau o micșorare a curburii caracteristicii pînă la rectificare. Această transformare poate fi utilizată pentru anumite funcții de detecție. Prin urmare, un girator poate transforma

un dipol în dualul său, adică poate servi pentru inversarea impedanțelor. Dacă împărțim ecuațiile (21) una prin alta, obținem:

$$Z_{in} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{Z_0 I_2}{\frac{1}{Z_0} U_2} = \frac{Z_0^2}{\frac{U_2}{I_2}} = \frac{Z_0^2}{Z_R} \tag{23}$$

Punînd $Z_0 = R$, avem $Z_{in} = R^2/Z_R$, adică inversarea impedanței Z_R la puterea R^2. Deci o rezistență R_a se transformă în duala sa, $R_a' = R^2/R_a$. Tot așa, o capacitate C_a se transformă în inductanța $L_a' = R^2 C_a$, iar o inductanță L_a se transformă în capacitatea $C_a' = L_a/R^2$ [11].

Încercările efectuate cu repetorul telefonic montat în girator, cu

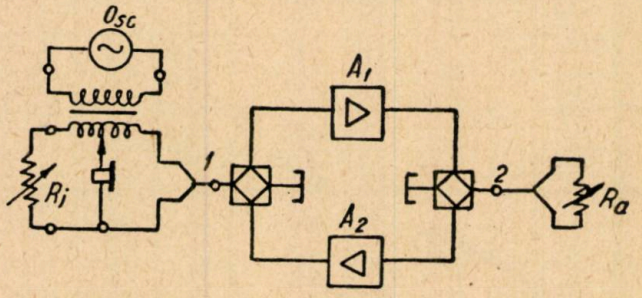


Fig. 13. — Repetor girator pentru inversarea rezistențelor

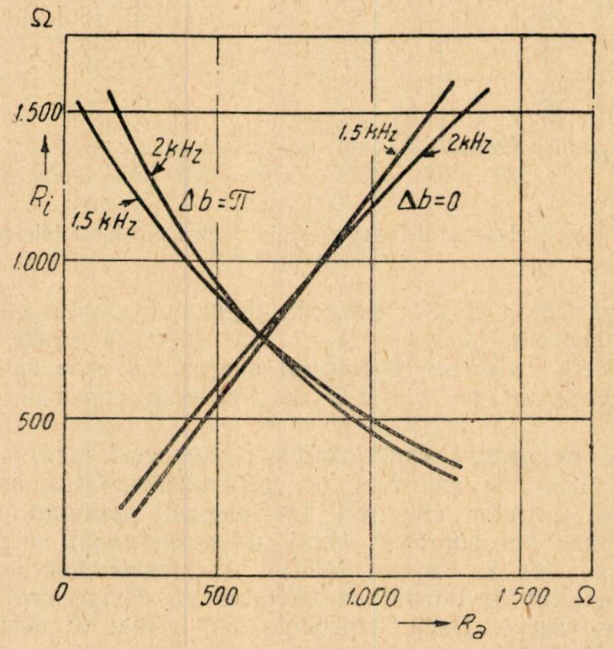


Fig. 14. Inversarea rezistențelor prin girator

schema din fig. 13, au dat rezultatele trasate în curbele din fig. 14, pentru inversarea rezistențelor. Curbele reprezintă variația rezistenței de in-

trare R_1, în funcție de rezistența la ieșire R_a, cu parametru frecvența de măsură. Pentru comparație, s-au ridicat curbele cu repetorul având același defazaj în ambele sensuri ($\Delta b = 0$) și cu repetorul având o diferență $\Delta b = \pi$ între defazajele din cele două sensuri. Încercările făcute la diferite frecvențe (300, 500, 1090, 1500, 2000, 2500 și 3000 Hz) au arătat că inversarea pantei de variație a rezistenței este aproximativ aceeași la toate frecvențele.

Conectînd în locul rezistenței R_a o capacitate $C_a = 2\mu F$, s-au obținut la intrare valori inductive, cu $L'_a = 120\ mH$.

Repetorul girator poate servi pentru efectuarea de înmulțiri și împărțiri, precum și pentru studiul filtrelor în X. Notînd cu Z_1 și Z_2 impedanțele celor doi echilibrori, avem din (23):

$$Z_{in} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_R} = \frac{Z_1 Z_2}{R},$$

unde s-a presupus că impedanța terminală este o rezistență pură, $Z_R = R$. Dacă $R = 1$, produsul celor două mărimi Z_1 și Z_2, care pot fi reale sau complexe, se obține direct prin Z_{in}

La fel, dacă facem $Z_2 = R = 1$, obținem cîtul a două impedanțe

$$Z_{in} = \frac{Z_1}{Z_R} \cdot R \cdot$$

Luînd $Z_1 = Z_a$ și $Z_2 = Z_b$, impedanțele componente ale unui filtru în X, se poate studia variația impedanței Z_x a filtrului în zona de trecere, folosind relația

$$Z_{in} = \frac{Z_a Z_b}{R} = \frac{Z_x^2}{R}.$$

De asemenea, făcînd $Z_1 = Z_b$, $Z_R = Z_a$ și $Z_2 = R$, se poate studia exponentul de transfer $\operatorname{th}(g/2) = \sqrt{Z_b/Z_a}$ a filtrului X în zona de oprire, folosind relația

$$Z_{in} = \frac{Z_b}{Z_a} R = th^2 \frac{g}{2} \cdot R \cdot$$

Precizia rezultatelor depinde de precizia de măsură a impedanței de intrare Z_{in} și de constanța defazajului în funcție de timp și de frecvență.

Catedra de Telefonie
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *Tellegen, B.D.H., The Gyrator.* — A New Electric Network Element. In Philips Research Report, apr. 1948.
2. *Fox, A. G., Miller, S. E., Weiss, M. T.* — Behavior and Applications of Ferrites in the Microwave Region. In Bell Syst. Tech. Journal, 1955, nr. 1 (ian.).
3. *Mirimanov, R. G., Lomize, L. G.* — Ghirotropnîi țilindriceskii volnovod beskonecinci dlină. In Radiotehnika i Elektronika, 1956, nr. 9 (sept.).

4. *Prache, P. M.* — Structures granulaires ferromagnétiques. In Câbles & Transmission, 1957, nr. 2 (apr.).
5. *Merrill, J. L.* — Theory of the Negative Impedance Converter. In Bell Syst. Tech. Journal, 1951, nr. 1 (ian.).
6. *Bode, H. W.* — Network Analysis and Feedback Amplifier Design, Van Nostrand, 1945.
7. *Edelmann, H.* — Ein Ubertrager mit komplexen Ubersetzungsverhältnis". In Frequenz, 1957, nr. 2.
8. *Feldtkeller, R.* — Einführung in die Vierpoltheorie, Leipzig, 1942.
9. *Bogert, B. P.* — Some Gyrator and Impedance Inverter Circuits. In Proc. I.R.E., 1955, nr. 7 (iul.).
10. *Condrea, S.* — Bazele transmisiunilor pe fir. Vol. 1, Curs I.P.B., 1956.
11. *Nonnenmacher, W., Schreiber, F.* — Der Zweidrahtverstärker als Gyrator und als Vierpol zur Herstellung ungewönlicher Scheinwiederstände. In Frequenz, 1954, nr. 7 (iul.).

ЦЕПИ, НЕ УДОВЛЕТВОРЯЮЩИЕ ПРИНЦИПУ ВЗАИМНОСТИ С ПАССИВНЫМИ И АКТИВНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

(Краткое содержание)

После краткого изложéния относительно пассивных необратимых элементов, в особенности гиротропных ферритовых волноводов, устанавливаются различные параметры и основные матрицы необратимых четырехполюсников, выявляя условия невзаимности.

Анализируются несколько методов осуществления гираторов с активными элементами, в особенности с двухпроводными усилителями и рассматриваются возможные применения таких цепенй в лабораторных работах, относящихся к инверсии сопротивлении, к изменению тока в напражение или обратно и экспериментальные исследования электрических фильтров.

CIRCUITS NON-RECIPROQUES A ELEMENTS PASSIFS ET ACTIFS

(Résume)

Après un court exposé sur les éléments non-réciproques passifs, en particulier les gyrateurs à ferrites, ont établit les divers paramètres et les matrices fondamentales des principaux quatripoles non-réciproques, en mettant en évidence les conditions de non-réciprocité.

On analyse quelques méthodes de réalisation des gyrateurs avec des éléments actifs, en particulier avec des répéteurs à 2 fils, et on examine les applications posibles de ces circuits aux travaux de laboratoire, concernant l'inversion des impédances, le changement dès valeurs d'intensité en valeurs de tension ou inversement et l'étude expérimentale des filtres électriques.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

TEORIA VIBRAȚIILOR

ASUPRA METODELOR DE CALCUL PENTRU DETERMINAREA AMPLITUDINILOR ȘI FRECVENȚELOR PROPRII ALE VIBRAȚIILOR FUNDAȚIILOR DE MAȘINI*

de GHEORGHE BUZDUGAN

1. *Introducere.*

În practica proiectării fundațiilor, la noi în țară, se aplică în special metodele de calcul cuprinse în cărțile scrise de D. D. Barkan [1] și de O. A. Savinov [5], precum și în lucrarea lui E. Rausch [4], publicată în limba germană. Toate metodele de calcul expuse în aceste cărți se bazează pe teoria vibrațiilor mecanice, complectată prin o serie de date experimentale.

Recent, lucrînd la o monografie asupra fundațiilor de mașini, am ajuns la concluzia că se pot aduce unele precizări și complectări la metodele suscitate, în vederea ușurării muncii proiectanților sau a măririi preciziei calculelor.

Într-un studiu anterior [2], am arătat că relațiile de calcul pentru determinarea pulsațiilor proprii ale vibrațiilor cu două grade de libertate, cuprinse în lucrările sovietice și în cele germane — deși ca formă complect diferite — au la bază aceleași principii și sînt practic identice. S-a arătat, cu acea ocazie, condiția ca relațiile de calcul din cele două metode să fie făcute identice, respectiv diferențele maxime ce pot exista între cele două metode.

În cele ce urmează ne vom ocupa de altă problemă: vom examina modul cum se calculează azi pulsațiile proprii și amplitudinile vibrațiilor pentru fundațiile ciocanelor mecanice și vom propune o nouă schemă de calcul, care să reprezinte mai corect fenomenul real.

2. *Scheme de calcul pentru vibrațiile fundațiilor de ciocane.*

2.1 *Valori ale amplitudinilor admisibile la fundațiile ciocanelor.*

Șocurile produse în funcționarea ciocanelor mecanice dau naștere la trepidații, al căror efect poate fi neplăcut atît pentru ciocane, cît și pentru mașinile, instalațiile și clădirile învecinate.

Practica a dus la stabilirea unor valori admisibile ale acestor amplitudini, precum și la prescripții pentru realizarea păturilor elastice necesare atenuării vibrațiilor.

---

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

La o fundație de ciocan, se pot întîlni următoarele pături elastice:

a) Pătura elastică dintre șabotă (nicovală) și fundație, făcută din lemn, pîslă etc. cu constanta elastică k_1.

b) Pătura elastică de sub fundație, k_2 (fig. 1) formată din plută, arcuri, teren elastic.

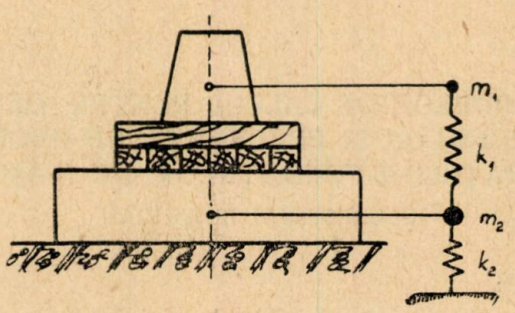


Fig. 1.

c) Dacă pătura elastică de sub fundație trebuie să fie protejată contra apei sau a altor agenți corosivi, ea trebuie așezată într-o cuvă protectoare. În acest fel fundația de masă m_2 (fig. 3) stă pe pătura elastică k_2, iar aceasta se sprijină pe cuva de masă m_3, așezată pe terenul cu constanta k_3.

În lucrările existente se dau recomandări pentru valorile admisibile ale amplitudinilor fundațiilor.

Astfel:

— După Barkan și „Condițiile tehnice" sovietice, se admit amplitudini ale vibrațiilor fundațiilor pe teren mergînd pînă la 1,0 ... 1,2 mm;

— Liubimov propune a se ridica aceste limite pînă la 2,5 mm;

— Rausch propune, la fundațiile pe arcuri, să se ia limite ce merg pînă la 2/3 cm;

— pentru șabotă, se recomandă amplitudini ce variază cu greutatea berbecului, mergînd de la 1 pînă la 4,5 mm.

Este clar că valorile arătate trebuie să aibă ca punct de vedere buna funcționare a ciocanului și protecția împrejurimii.

Cifra de 2/3 cm, recomandată de Rausch, arată o limită a vibrației ciocanului așezat pe arcuri; cît este însă de mare amplitudinea vibrației cuvei în acest caz? Metoda lui Rausch nu analizează această mărime. În metoda sovietică se dau valorile admisibile ale amplitudinilor, pornind de la considerații de protecție a împrejurimii și în acest fel se limitează în special amplitudinile punctului cel mai de jos al fundației.

2.2 *Scheme de calcul existente pentru calculul fundațiilor de ciocane.*

Schema de calcul uzuală, folosită de Barkan [1], ca și de Rausch [4], este cea din fig. 1: un sistem oscilant cu două grade de libertate, format din masa m_1 a șabotei, rezemată elastic pe stratul cu constanta k_1 și masa m_2 a fundației și ciocanului, rezemată pe plută, arcuri, teren etc., avînd constanta k_2.

Notînd cu z_1 și z_2 deplasările verticale ale celor două mase, ecuațiile de mișcare ale vibrațiilor libere sînt:

$$\left.\begin{aligned} \ddot{m_1 z_1} + k_1(z_1 - z_2) &= 0 \\ \ddot{m_2 z_2} - k_1(z_1 - z_2) + k_2 z_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Rezolvînd problema pe calea cunoscută, se ajunge la ecuația pulsațiilor:

$$p^4 - (\overline{p_1}^2 + \overline{p_2}^2)(1+\mu)\, p^2 + (1+\mu)\, \overline{p_1}^2 \cdot \overline{p_2}^2 = 0 \tag{2}$$

ale cărei rădăcini, p_1, p_2, reprezintă soluția problemei.

În ecuația (2) s-au notat:

$$\left.\begin{aligned} \overline{p_1}^2 &= \frac{k_1}{m_1} \\ \overline{p_2}^2 &= \frac{k_2}{m_1 + m_2} \\ \mu &= \frac{m_1}{m_2} \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

unde m_1, m_2, k_1, k_2 corespund figurii 1.

În cazul fundațiilor rezemate pe arcuri, schema de calcul uzuală este cea din fig. 2, în care m_1 reprezintă șabota plus blocul de fundație,

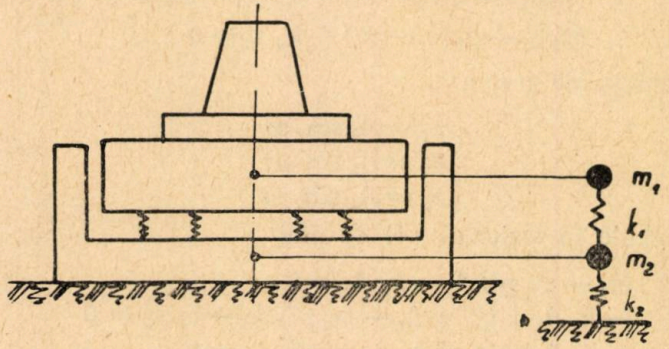


Fig. 2.

iar m_2 reprezintă cuva. În acest fel sistemul se consideră tot cu două grade de libertate. Rezultă că relațiile (1), (2), (3) rămîn aceleași, în timp ce m_1, m_2, k_1, k_2 au alte definiții decît la fig. 1 și anume:

m_1 — masa de deasupra arcurilor (ciocan, șabotă, fundație);
m_2 — masa de sub arcuri (cuva);
k_1 — constanta elastică a arcurilor;
k_2 — constanta elastică a terenului.

2.3 *O nouă schemă de calcul pentru fundații de ciocane.*

Din cele citate mai sus, se vede că metodele de calcul existente evită utilizarea schemei de calcul reprezentînd un sistem oscilant cu trei grade de libertate.

La fundațiile având cuvă, fig. 3, este evident că sîntem în prezența unui sistem oscilant cu trei grade de libertate, arătat pe desen.

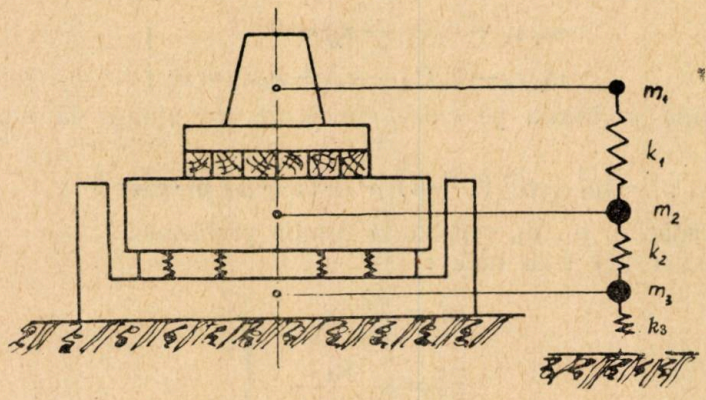


Fig. 3.

Ca urmare, este normal a se lua în considerare ecuațiile de mișcare a sistemului cu trei grade de libertate

$$\left.\begin{aligned} &m_1 \ddot{z}_1 + k_1 (z_1 - z_2 = 0 \\ &m_2 \ddot{z}_2 - k_1 (z_1 - z_2) + k_2 (z_2 - z_3) = 0 \\ &m_3 \ddot{z}_3 - k_2 (z_2 - z_3) + k_3 z_3 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Luînd soluții de forma

$$\begin{aligned} z_1 &= A_1 \sin pt \\ z_2 &= A_2 \sin pt \\ z_3 &= A_3 \sin pt \end{aligned}$$

și substituindu-le în sistemul (4) se află

$$\begin{aligned} &(k_1 - m_1 p^2) A_1 - k_1 A_2 = 0 \\ &- k_1 A_1 + (k_1 + k_2 - m_2 p^2) A_2 - k_2 A_3 = 0 \\ &- k_2 A_2 + (k_2 + k_3 - m_3 p^2) A_3 = 0 \end{aligned} \qquad (5)$$

Sistemul (5) are soluții A_i diferite de zero dacă determinantul său este nul:

$$\Delta = \begin{vmatrix} k_1 - m_1 p^2 & - k_1 & 0 \\ - k_1 & k_1 + k_2 - m_2 p^2 & - k_2 \\ 0 & - k_2 & k_2 + k_3 - m_3 p^2 \end{vmatrix} = 0$$

ceiace duce la ecuația pulsațiilor:

$$(k_1 - m_1 p^2)[(k_1 + k_2 - m_2 p^2)(k_2 + k_3 - m_3 p^2) - k_2^2] - k_1^2 (k_2 + k_3 - m_3 p^2) = 0 \qquad (6)$$

Cele trei rădăcini ale acestei ecuații dau pulsațiile proprii ale sistemului oscilant.

Se pune, în continuare, problema de a determina amplitudinile vibrațiilor, respectiv a scrie ecuațiile vibrațiilor libere ale celor trei mase. Problema se rezolvă punînd condițiile inițiale și ținînd seama de relațiile care exprimă ortogonalitatea oscilațiilor normale [3].

Vibrația rezultantă a masei de ordin i este:

$$z_i = \sum_{k=1}^{n} (a_k \cos p_k t + b_k \sin p_k t) A_{ik} \tag{7}$$

În această relație, A_{ik} reprezintă funcția proprie a oscilației normale de ordin k, corespunzătoare masei i.

Valorile funcțiilor proprii A_{ik} se află din sistemul (5) dînd o valoare arbitrară uneia din ele și obținînd pe celelalte. Astfel, pentru vibrația normală cu pulsație p_k sistemul (5) se va scrie

$$\left.\begin{aligned} &(k_1 - m_1 p_k^2) A_{1k} - k_1 A_{2k} = 0 \\ &-k_1 A_{1k} + (k_1 + k_2 - m_2 p_k^2) A_{2k} - k_2 A_{3k} = 0 \\ &-k_2 A_{2k} + (k_2 + k_3 - m_3 p_k^2) A_{3k} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Luînd de exemplu, $A_{1k}=1$, se află celelalte funcțiuni proprii.

Dacă sistemul oscilant are numai două grade de libertate, din prima ecuație (8) rezultă

$$A_{2k} = \frac{k_1 - m_1 p_k^2}{k_1} A_{1k} \tag{9}$$

Analog, pentru sistemul cu trei mase, se găsesc

$$A_{2k} = \frac{k_1 - m_1 p_k^2}{k_1} A_{1k} \tag{10}$$

$$A_{3k} = \frac{k_2 (k_1 - m_1 p_k^2)}{k_1 (k_2 + k_3 - m_3 p_k^2)} A_{1k} \tag{11}$$

Coeficienții a_k, b_k din relația (7) au expresiile

$$\left.\begin{aligned} a_k &= \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i z_{io} A_{ik}}{\sum_{i=1}^{n} m_i A_{ik}^2} \\ b_k &= \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \dot{z}_{io} A_{ik}}{p_k \sum_{i=1}^{n} m_i A_{ik}^2} \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

În relațiile (12), z_{io} este deplasarea inițială (la $t=0$) a masei m_i, iar $\dot{z}_{io}$ viteza inițială a ei.

În cazul particular al sistemului oscilant din fig. 3, numai masa m_1 are o viteză inițială v_{10}, celelalte mărimi z_{io} și $\dot{z}_{io}$ fiind nule. În acest

fel, coeficienții a_k sînt identic nuli, iar cei trei coeficienți b_k au expresiile

$$\left.\begin{aligned} b_1 &= \frac{m_1 v_{10} A_{11}}{p_1(m_1 A_{11}^2 + m_2 A_{21}^2 + m_3 A_{31}^2)} \\ b_2 &= \frac{m_1 v_{10} A_{12}}{p_2(m_1 A_{12}^2 + m_2 A_{22}^2 + m_3 A_{32}^2)} \\ b_3 &= \frac{m_1 v_{10} A_{13}}{p_3(m_1 A_{13}^2 + m_2 A_{23}^2 + m_3 A_{33}^2)} \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Cu acestea, sistemul de ecuații ale mișcării, în baza relației (7) devine:

$$\left.\begin{aligned} z_1 &= b_1 A_{11} \sin p_1 t + b_2 A_{12} \sin p_2 t + b_3 A_{13} \sin p_3 t \\ z_2 &= b_1 A_{21} \sin p_1 t + b_2 A_{22} \sin p_2 t + b_3 A_{23} \sin p_3 t \\ z_3 &= b_1 A_{31} \sin p_1 t + b_2 A_{32} \sin p_2 t + b_3 A_{33} \sin p_3 t \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Amplitudinile oscilațiilor celor trei mase se vor determina din relațiile (14). Dacă în aceste sume cîte doi termeni pot fi neglijați, vibrațiile devin armonice simple și amplitudinile lor sînt evidente. Contrar, se poate lua situația cea mai desavantajoasă, cînd toate armonicele se adună aritmetic, deci amplitudinea masei m_i este suma amplitudinilor celor trei armonice.

În esență noua schemă de calcul cuprinde aplicarea relațiilor (6), (10), (11), (13), (14).

3. *Exemplu de calcul.*

Se va face o comparație între calculul exact, cu schema sistemului cu trei mase și calculul aproximativ, cu două mase, pentru fundația cu cuvă a unui ciocan mecanic.

3.1 *Datele problemei.*

La un ciocan mecanic, corespunzînd schemei de calcul din fig. 3, se dau:

1. Greutatea șabotei: $G_1 = 16{,}0$ *t;* $(m_1 = 1{,}632$ *t* $m^{-1} s^2)$.
2. Greutatea fundației și stativului: $G_2 = 202{,}9$ *t;* $(m_2 = 20{,}7 tm^{-1}s^2)$.
3. Greutatea cuvei: $G_3 = 100$ *t;* $(m_3 = 10{,}2\ tm^{-1}s^2)$;
4. Constanta elastică a lemnului de sub șabotă: $k_1 = 240000$ *t/m;*
5. Constanta elastică a plutei de sub fundație: $k_2 = 250000$ *t/m;*
6. Constanta elastică a terenului, sub cuvă: $k_3 = 300000$ *t/m;*
7. Viteza inițială a șabotei: $v_{10} = 0{,}95$ *m/s;*
8. Frecvența de lucru a ciocanului: $n = 102\ min^{-1}$ sau $\omega = 10{,}7\ s^{-1}$.

3.2 *Calculul aproximativ după schema din fig. 1.*

Această schemă nu ține seama de mișcare cuvei, mai precis, de masa cuvei în mișcare. Pentru constanta elastică de sub fundație (fig. 1), se poate proceda în două feluri:

— fie a lua în considerare numai stratul de plută, dintre blocul de fundație și cuvă, deci

$$k_2 = 250000\ t/m$$

— fie a considera două elemente elastice așezate în serie, pluta și terenul, deci

$$\frac{1}{k_2} = \frac{1}{250000} + \frac{1}{300000}$$

ceiace dă

$$k_2 = 136300 \ t/m$$

Ambele căi reprezintă aproximații. După prima, se află deplasări ale masei m_2 mai mici decît cele reale, căci se consideră terenul rigid. A doua se bazează pe compunerea în serie a două constante elastice, care în realitate sînt separate prin masa cuvei.

Vom folosi a doua cale, deci luăm ca date de calcul pentru schema din fig. 1 :

$$\begin{aligned} m_1 &= 1{,}632 \ tm^{-1}s^2 \\ m_2 &= 20{,}7 \ tm^{-1}s^2 \\ k_1 &= 240\,000 \ t/m \\ k_2 &= 136\,300 \ t/m \\ v_{10} &= 0{,}95 \ m/s \end{aligned}$$

Introducînd în relațiile (2) și (3) se află ecuația pulsațiilor, avînd rădăcinile

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= 77{,}4 \ s^{-1}; & p_1^2 &= 6000 \ s^{-2} \\ p_2 &= 397 \ s^{-1}; & p_2^2 &= 158\,000 \ s^{-2} \end{aligned}\right\} \quad (a)$$

Din ecuația (9) se află funcțiunile proprii. Se ia $A_{11} = 1 \ m$ și rezultă

$$A_{21} = \frac{240\,000 - 1{,}632 \times 6\,000}{240\,000} \times 1 = 0{,}958 \ m$$

În mod analog, $A_{12} = 1 \ m$

$$A_{22} = \frac{240\,000 - 1{,}632 \times 158\,000}{240\,000} = -0{,}075 \ m$$

Se aplică primele două relații (13), știind că $m_3 = 0$

$$b_1 = \frac{1{,}632 \times 0{,}95 \times 1}{77{,}4\,(1{,}632 \times 1^2 + 20{,}7 \times 0{,}958^2)} = 0{,}97 \times 10^{-3}$$

$$b_2 = \frac{1{,}632 \times 0{,}95 \times 1}{397\,(1{,}632 \times 1^2 + 20{,}7 \times 0{,}075^2)} = 2{,}24 \times 10^{-3}$$

Simplificînd cu 10^{-3} se transformă amplitudinile din m în mm și ecuațiile mișcării, după relațiile (14), devin

$$\begin{aligned} z_1 &= 0{,}97 \times 1 \ \sin p_1 t + 2{,}24 \times 1 \ \sin p_2 t \\ z_2 &= 0{,}97 \times 0{,}958 \ \sin p_1 t - 2{,}24 \times 0{,}075 \ \sin p_2 t \end{aligned}$$

respectiv

$$\left.\begin{aligned} z_1 &= 0{,}97 \ \sin p_1 t + 2{,}24 \ \sin p_2 t \\ z_2 &= 0{,}93 \ \sin p_1 t - 0{,}168 \ \sin p_2 t \end{aligned}\right\} \quad (b)$$

Se vede că nu putem neglija nici una din armonice.

După un timp extrem de scurt, cele două armonice pot ajunge în fază, ceiace înseamnă că amplitudinile se pot afla însumînd amplitudinile armonicelor:

$$\left.\begin{aligned} z_{1\,max} &= Z_1 = 0{,}97 + 2{,}24 = 3{,}21 \text{ mm} \\ z_{2\,max} &= Z_2 = 0{,}93 + 0{,}168 \approx 1{,}1 \text{ mm} \end{aligned}\right\} \quad (c)$$

3.3 *Al doilea calcul aproximativ, după schema din fig. 2*

De astă dată, se consideră că șabota și blocul de fundație fac corp comun, deci cele două mase sînt:

— șabota + fundația: $m_1 = 22{,}33\ tm^{-1}\ s^2$
— cuva: $m_2 = 10{,}2\ tm^{-1}\ s^2$

Modificînd notațiile din paragraful 3.1 spre a corespunde cu fig. 2 și cu formulele (2) și (3), vom scrie

$$k_1 = 250\,000\ t/m; \qquad k_2 = 300\,000\ t/m.$$

În ce privește viteza inițială, dintr-un studiu de ciocniri se găsește că blocul de fundație are

$$v_{10} = 0{,}111\ m/s.$$

Cu aceste date, urmînd exact calea de mai sus, se află

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= 74{,}6\ s^{-1}; & p_1^2 &= 5550\ s^{-2} \\ p_2 &= 243\ s^{-1}; & p_2^2 &= 59350\ s^{-2} \end{aligned}\right\} \quad (d)$$

$$A_{11} = 1 \text{ m}; \qquad A_{21} = 0{,}504 \text{ m}$$
$$A_{12} = 1 \text{ m}; \qquad A_{22} = -4{,}53 \text{ m}$$
$$b_1 = 1{,}33 \times 10^{-3}; \quad b_2 = 0{,}044 \times 10^{-3}$$

$$\left.\begin{aligned} z_1 &= 1{,}33 \sin p_1 t + 0{,}044 \sin p_2 t \\ z_2 &= 1{,}27 \sin p_1 t - 0{,}0033 \sin p_2 t \end{aligned}\right\} \quad (e)$$

$$\left.\begin{aligned} z_{1\,max} &= Z_1 = 1{,}33 + 0{,}04 \approx 1{,}37 \text{ mm} \quad \text{(blocul de fundație)} \\ z_{2\,max} &= Z_2 \approx 1{,}27 \text{ mm} \quad \text{(cuva)} \end{aligned}\right\} \quad (f)$$

Relațiile (e) arată că armonicele de pulsații p_2 sînt neglijabile, deci mișcările celor două mase sînt practic oscilații armonice.

3.4 *Calculul ca sistem cu trei grade de libertate*

Făcînd calculul după schema propusă, conform fig. 3, se înlocuiesc datele problemei în ecuația (6), care devine, după simplificări

$$p^6 - 22{,}5 \times 10^4 p^4 + 107 \times 10^8 p^2 - 52{,}6 \times 10^{12} = 0$$

adică o ecuație de gradul III în p^2. Prin încercări, se află ușor una din rădăcini, $p_3^2 = 16 \times 10^4\ s^{-2}$ și apoi rezultă o ecuație de gradul II. Soluțiile sînt

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= 69{,}3\ s^{-1}; & p_1^2 &= 0{,}48 \times 10^4\ s^{-2} \\ p_2 &= 245\ s^{-1}; & p_2^2 &= 6{,}02 \times 10^4\ s^{-2} \\ p_3 &= 400\ s^{-1}; & p_3^2 &= 16 \times 10^4 s^{-2} \end{aligned}\right\} \quad (g)$$

Din relațiile (10) și (11) se află funcțiunile proprii.

Pentru primul mod de vibrație, corespunzînd pulsației p_1, se obține

$$A_{11} = 1 \text{ m}$$

$$A_{21} = \frac{240\,000 - 1{,}632 \times 4\,800}{240\,000} = 0{,}968 \text{ m}$$

$$A_{31} = \frac{250\,000\,(240\,000 - 1{,}632 \times 4\,800)}{240\,000\,(250\,000 + 300\,000 - 10{,}2 \times 4\,800)} = 0{,}482\ m$$

Analog, la celelalte moduri de vibrații

$$A_{12} = 1 \text{ m}; \quad A_{22} = 0{,}59 \text{ m}; \quad A_{32} = -2{,}34 \text{ m}$$
$$A_{13} = 1 \text{ m}; \quad A_{23} = -0{,}0875 \text{ m}; \quad A_{33} = 0{,}0202 \text{ m}$$

Se aplică apoi relațiile (13)

$$b_1 = \frac{1{,}632 \times 0{,}95 \times 1}{69{,}3\,(1{,}632 \times 1^2 + 20{,}7 \times 0{,}59^2 + 10{,}2 \times 0{,}482^2)} = 0{,}958 \times 10^{-3}$$

$$b_2 = \frac{1{,}632 \times 0{,}95 \times 1}{245\,(1{,}632 \times 1^2 + 20{,}7 \times 0{,}59^2 + 10{,}2 \times 2{,}34^2)} = 0{,}098 \times 10^{-3}$$

$$b_3 = \frac{1{,}632 \times 0{,}95 \times 1}{400\,(1{,}632 \times 1^2 + 20{,}7 \times 0{,}0875^2 + 10{,}2 \times 0{,}0202^2)} = 2{,}16 \times 10^{-3}$$

Înmulțind cu 10^3, spre a transforma din metri în milimetri și înlocuind în relațiile (14), se obține

$$\left.\begin{aligned} z_1 &= 0{,}958 \sin p_1 t + 0{,}098 \sin p_2 t + 2{,}16 \sin p_3 t \\ z_2 &= 0{,}927 \sin p_1 t + 0{,}058 \sin p_2 t - 0{,}189 \sin p_3 t \\ z_3 &= 0{,}462 \sin p_1 t - 0{,}229 \sin p_2 t + 0{,}043 \sin p_3 t \end{aligned}\right\} \quad \text{(h)}$$

Considerînd și acum cazul cel mai defavorabil, cînd cele trei vibrații componente ajung în fază, amplitudinile vor fi

$$\left.\begin{aligned} z_{1\,max} &= Z_1 = 0{,}958 + 0{,}098 + 2{,}16 \approx 3{,}21 \text{ mm} \\ z_{2\,max} &= Z_2 = 0{,}927 + 0{,}058 + 0{,}189 \approx 1{,}17 \text{ mm} \\ z_{3\,max} &= Z_3 = 0{,}462 + 0{,}229 + 0{,}043 \approx 0{,}73 \text{ mm} \end{aligned}\right\} \quad \text{(i)}$$

3.5 *Compararea rezultatelor obținute*

Rezultatele obținute în calculele făcute sînt trecute în tabela 1. Examinînd aceste cifre, se pot trage unele concluzii:

a) Pulsațiile proprii determinate prin metodele aproximative sînt destul de apropiate de cele date de metoda exactă. Cum era firesc, în calculul aproximativ se pierde una din pulsațiile armonicelor superioare, odată a doua, altă dată a treia.

b) Calculul făcut în ipoteza că cuva este imobilă dă, pentru șabotă și blocul de fundație, amplitudini foarte apropiate de cele adevărate. Acest calcul nu ne arată cît de mare este amplitudinea cuvei, deci tocmai cifra cea mai importantă, care dă imaginea trepidațiilor transmise terenului.

Tabela 1

Schema de calcul		Amplitudini mm			Pulsații proprii s^{-1}		
		Șabota	Blocul de fundație	Cuva	p_1	p_2	p_3
Calculul aproximativ: sistem oscilant cu două grade de libertate	Cuva imobilă	3,21	1,10	—	77,4	—	397
	Șabota făcînd corp comun cu blocul de fundație	1,37		1,27	74,6	243	—
Calculul exact: sistem oscilant cu trei grade de libertate		3,21	1,17	0,73	69,3	245	400

c) Calculul în ipoteza că șabota face corp cu blocul de fundație dă pentru acest bloc și mai ales pentru cuvă, amplitudini mult superioare celor reale, deci este fals.

d) În exemplul citat, dacă se ia cifra maximă admisibilă pentru amplitudinea cuvei, de 1,2 mm (după Barkan) calculul aproximativ arată că se depășește această cifră, pe cînd calculul exact arată că fundația este corespunzătoare, amplitudinea fiind mult sub limita admisibilă.

Catedra de Rezistența Materialelor
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *D. D. Barkan.* — Dinamica osnovanii i fundamentov, Stroivoenmorizdat, 1948.
2. *Gh. Buzdugan.* — Studiu comparativ între diversele metode pentru calculul fundațiilor masive de mașini, Studii și Cercetări de Mecanică aplicată, Nr. 2, 1957 București, Edit. Academiei R.P.R.
3. *S. D. Ponomarev, V. L. Biderman, K. K. Liharev, V. M. Makușin, N. N. Malinin, V. I. Feodosiev.* — Calculul modern de Rezistență în construcția de mașini, I, București, Edit. Tehnică, 1956.
4. *E. Rausch.* — Maschinenfundamente und andere dynamische Bauaufgaben, 1, 2, 3, Berlin, Edit. VDI, 1936, 1940, 1942.
5. *O. A. Savinov.* — Fundamenti pod mașin, Leningrad, Editura de Stat pentru Arhitectură și Construcții, 1955.

ПО ПОВОДУ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУД И ЧАСТОТ СОБСТВЕННЫХ ВИБРАЦИЙ ФУНДАМЕНТОВ МАШИН

(Краткое содержание)

В статье рассматривается вопрос, вносящий некоторые уточнения в современные методы расчёта вибраций фундаментов машин, а именно: для механических молотов, имеющих фундамент, опирающийся

еластично (на пружинах, пробке и. т. д.), а гибкие звенья, поддерживаемые в ковше. Указывается, что современные схемы расчёта применяемые в данном случае и основанные на колебательных системах с двумя массами, не точны. Предлагается пользоваться схемой расчёта системы с тремя массами, причём даются выражения (6), (10), (11), (13), (14), неовходимые проектировщикам. Числовой пример показывает различия между правильной расчётной схемой и таковой же приблизительной, сведенные количественно в таблице 1.

ÜBER DIE BERECHNUNGSVERFAHREN DER EIGENFREQUENZEN UND SCHWINGWEITEN VON MASCHINENFUNDAMENTEN

(Auszug)

Im Artikel wird ein Problem behandelt, welches einige Erläuterungen im gegenwärtigen Verfahren der Schwingungen — Berechnung für Maschinenfundamente bringt und zwar für Hammer mit elastisch gelagertem Fundament (an Federn, Kork, u.s.w.) während die elastischen Elemente sich in einer Grube befinden. In diesem Falle wird gezeigt, dass die gegenwärtigen Berechnungs-Schema, welche sich auf Schwingungs-Systeme mit zwei Massen begründen, nicht richtig sind. Es wird vorgeschlagen, das Berechnungs — Schema des Systems mit drei Massen anzuwenden, indem die für die Projektanten nötigen Formel gegeben werden: (6), (10), (11), (13), (14). Ein Zahlenbeispiel zeigt die Unterschiede zwischen dem Genauen- und Näherungsverfahren. (Tafel 1).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

TERMOTEHNICA ȘI CONSTRUCȚII DE MAȘINI

662.921

CONTRIBUȚII LA CALCULUL SUPRAFEȚELOR FIERBĂTOARE DE CONVECȚIE ALE CAZANELOR DE ABUR CU ȚEVI DE APĂ *)

de MIRCEA POSTELNICESCU

1. *Introducere.*

Sistemul fierbător al agregatelor de cazane de abur cu țevi de apă este format, în cazul cel mai general, din următoarele suprafețe de schimb de căldură: ecranele de radiație, fascicolul de convecție primar și fascicolul de convecție secundar, între acestea din urmă găsindu-se, de regulă, supraîncălzitorul de abur. În unele cazuri, după tipul constructiv și caracteristicile de bază ale cazanului, unele din suprafețele de schimb de căldură menționate pot lipsi.

În general, calculul mărimii suprafețelor de convecție se face cu formula:

$$S = \frac{Q}{k\,\Delta t_m} \tag{1-1}$$

formulă în care:

S — este mărimea suprafeței exterioare de schimb de căldură, în m^2;

Q — cantitatea de căldură cedată de gazele de ardere suprafeței respective, în $\frac{k\,cal}{h}$;

k — coeficientul total de transmitere a căldurii dela gazele de ardere la fluidul care primește căldura, în $\frac{k\,cal}{m^2\ h\ ^0C}$;

Δt_m — diferența medie logaritmică de temperatură dintre gazele de ardere și fluidul încălzit, în ^0C.

În particular, referindu-ne la suprafețele fierbătoare de convecție ale cazanelor de abur cu țevi de apă, suprafețe formate din fascicole de țevi din oțel spălate prin exterior de gazele de ardere, vom observa că, chiar dacă țevile fascicolului au un diametru exterior determinat, o dispoziție aleasă și o înclinare față de curentul de gaze de ardere fixată, totuși, coeficientul total de transmitere a căldurii este funcție, printre altele, de numărul de rînduri de țevi în adîncime al fascicolului și de viteza gazelor de ardere la trecerea prin fascicol, cu alte cuvinte de elemente care determină mărimea suprafeței ce urmează a se calcula. Astfel încît, în practică, la proiectarea cazanelor de abur, pentru calculul acestor suprafețe, se ia un anumit k, se calculează S cu formula anterioară, determi-

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

nîndu-se apoi numărul de rînduri de țevi sau secțiunea de scurgere a gazelor de ardere, deci viteza lor, după care se verifică k. Prin aproximații succesive, se stabilește concordanța dintre k admis și k rezultat.

Evident, că un astfel de procedeu reclamă multiple încercări, mai ales atunci cînd suprafețele trebuiesc calculate în mai multe situații, pentru a se putea determina soluția optimă.

În lucrarea de față se prezintă o metodă directă de calcul a mărimii suprafețelor fierbătoare de convecție, care înlocuiește metoda aproximațiilor succesive.

2. *Calculul coeficientului total de transmitere a căldurii.*

a) Pentru suprafețele fierbătoare de convecție, coeficientul total de transmitere a căldurii k se determină cu formula:

$$k = f_m \alpha_1 \tag{2-1}$$

formulă în care:

α_1 — este coeficientul de transmitere a căldurii dela gazele de ardere la pereții țevilor fascicolului, în $\frac{k\ cal}{m^2\ h\ ^0C}$;

f_m — coeficientul de murdărire al suprafeței de încălzire, ce depinde de o serie de factori, factorul de bază fiind natura combustibilului utilizat. Valoarea coeficientului de murdărire, în condiții medii de murdărire a țevilor, se găsește între limitele 0,65—0,80.

b) La rîndul său, coeficientul α_1, de transmitere a căldurii dela gazele de ardere la pereții țevilor fascicolului, se calculează cu formula:

$$\alpha_1 = f_d\ \alpha_c + \alpha_r \tag{2-2}$$

în care:

α_c — este coeficientul de transmitere a căldurii prin convecție dela gazele de ardere la pereții țevilor, la scurgerea gazelor perpendicular pe direcția țevilor, în $\frac{k\ cal}{m^2\ h\ ^0C}$;

f_d — coeficientul de reducere a transmiterii de căldură prin convecție dela gazele de ardere la pereții țevilor, atunci cînd, în locul unei scurgeri perpendiculare, curentul de gaze de ardere face un unghi diferit de 90° cu direcția țevilor fascicolului;

α_r — coeficientul de transmitere a căldurii prin radiația gazelor de ardere triatomice la pereții țevilor, în $\frac{k\ cal}{m^2\ h\ ^0C}$.

Pentru coeficientul de transmitere a căldurii α_c se va folosi formula [1]:

$$\alpha_c = f_g\ f_a\ f_z\ (t+273)^{0,25}\ \frac{w_0^{0,61}}{d^{0,39}} \tag{2-3}$$

în care:

t — este temperatura medie a gazelor de ardere la trecerea prin fascicol, în °C;

w_0 — viteza gazelor de ardere, la 0°C și 760 mm Hg, în secțiunea cea mai strîmtă, în $\frac{m}{s}$;

d — diametrul exterior al țevilor fascicolului, în m;

f_g — coeficientul ce ține seama de compoziția gazelor de ardere și care poate fi luat egal cu 1,46 (pentru aer el este egal cu 1,38, iar pentru gaze de ardere provenite din arderea teoretică a cărbunilor 1,48);

f_a — coeficientul ce ține seama de dispoziția țevilor în fascicol, de raporturile pasurilor dintre țevi în cele două direcții și diametrul exterior al țevilor, precum și de numărul lui Reynolds. Valoarea acestui coeficient se ia după diagramele din fig. 1 și 2:

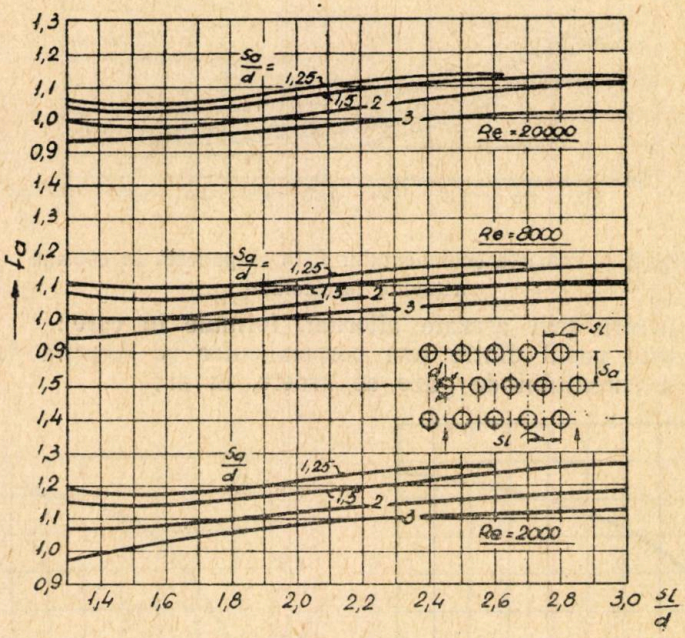


Fig. 1. — Valoarea coeficientului f_a la dispunerea alternată a țevilor fascicolului

sau, pentru cifre Reynolds Re<8000 (practic Re este cuprins între 2000 și 8000), se calculează cu formula:

$$f_a = 1{,}07 - 0{,}65 \frac{\left(\frac{s_l}{d}\right)^{1{,}5}}{\left(\frac{s_a}{d}\right)^4} \qquad (2\text{-}4\,a)$$

pentru țevi așezate în coloană și cu formula:

$$f_a = 0{,}874 + \frac{0{,}286}{\left(\frac{s_a}{d}\right)^2} + 0{,}084\,\frac{s_l}{d} \qquad (2\text{-}4\ b)$$

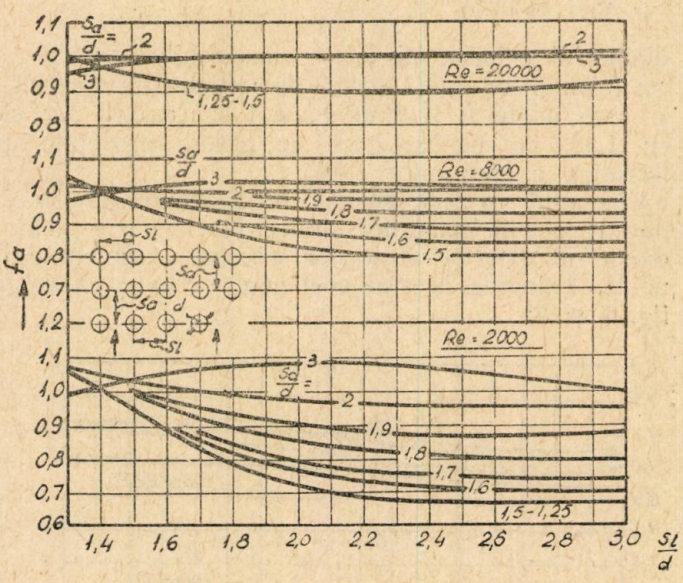


Fig. 2. — Valoarea coeficientului f_a la dispunerea în coloană a țevilor fascicolului

pentru țevi așezate alternat, formule în care:

s_l — este pasul dintre țevi perpendicular pe direcția de scurgere a curentului de gaze de ardere, în m;

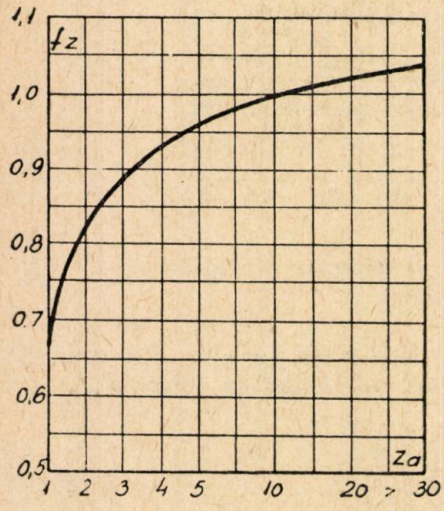


Fig. 3.—Valoarea coeficientului f_z la dispunerea alternată a țevilor fascicolului

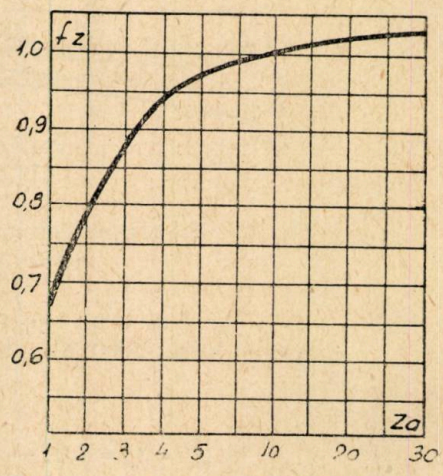


Fig. 4. — Valoarea coeficientului f_z la dispunerea în coloană a țevilor fascicolului

s_a — pasul dintre țevi în sensul scurgerii gazelor de ardere, în m;

f_z — coeficientul ce ține seama de numărul z_a de rînduri de țevi în adîncimea fascicolului și care pentru $z_a = 10$ este egal cu 1, iar pentru alte valori se ia după diagramele din fig. 3 și 4 [2], sau se poate calcula cu formula aproximativă [3]:

$$f_z = 1 - \frac{0{,}35}{z_a} \tag{2-5}$$

Coeficientul de reducere f_d depinde de unghiul β pe care îl face direcția de scurgere a gazelor de ardere prin fascicol cu direcția țevilor. Valoarea acestui coeficient este dată de diagrama din fig. 5 [2]:

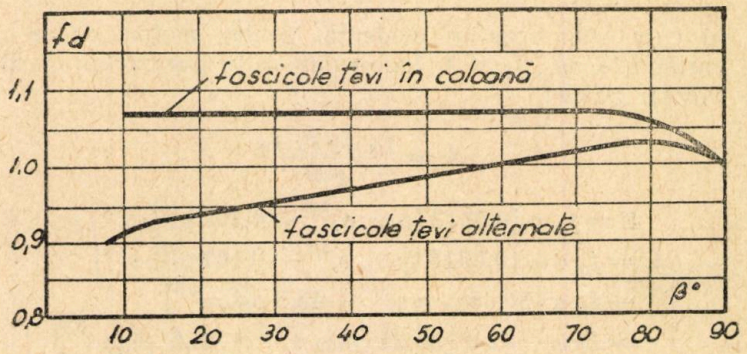


Fig. 5. — Valoarea coeficientului f_d la dispunerea alternată și în coloană a țevilor fascicolului

Pentru calculul coeficientului α_r de transmitere a căldurii prin radiația gazelor de ardere triatomice:

$$\alpha_r = \alpha_{r\,(CO_2)} + \alpha_{r\,(H_2O)} \tag{2-6}$$

se vor folosi formulele [1]:

$$\alpha_{r\,(CO_2)} = a\,(p_{CO_2}\,s)^{1/3}\,[0{,}0513\,(t + t_p) - 30{,}25] \tag{2-7}$$

$$\alpha_{r\,(H_2O)} = a\,p_{H_2O}^{0,8}\,s^{0,6}\,[0{,}107\,(t + t_p) - 46{,}5] \tag{2-8}$$

în care:

a — este gradul de negreală al suprafeței exterioare a țevilor fascicolului (obișnuit a=0,75—0,8);

p_{CO_2} — presiunea parțială a bioxidului de carbon în gazele de ardere, în atm (1 atm=760 mm Hg);

p_{H_2O} — presiunea parțială a vaporilor de apă în gazele de ardere, în atm;

t_p — temperatura medie a suprafeței exterioare a țevilor, în °C;

s — grosimea stratului de gaze, în m, egală cu:

$$s = s_1 - \frac{d}{2} \tag{2-9}$$

c) Ca urmare a celor stabilitate, coeficientul total de transmitere a căldurii, scris sub formă explicită, este:

$$k = f_m \alpha_1 = f_m [f_d \alpha_c + \alpha_{r\,(CO_2)} + \alpha_{r\,(H_2O)}]$$
$$= f_m f_d f_g f_a f_z (t+273)^{0,25} \frac{w_0^{0,61}}{d^{0,39}} +$$
$$f_m a (p_{CO_2} s)^{1/3} [0,0513 (t+t_p) - 30,25] +$$
$$f_m a p_{H_2O}^{0,8} s^{0,6} [0,107 (t+t_p) - 46,5]$$

expresie care se poate pune sub forma:

$$\boxed{k = A w_0^{0,61} f_z (t+273)^{0,25} + Bt + C} \qquad (2\text{-}10)$$

formulă în care s-au scos în evidență, pentru motive ce se vor vedea ulterior, variabilele w_0, f_z și t, incluzîndu-se în coeficienții A, B, C toate celelalte valori, adică:

$$A = \frac{f_m f_d f_g f_a}{d^{0,39}}$$
$$B = f_m a [0,0513 (p_{CO_2} s)^{1/3} + 0,107 p_{H_2O}^{0,8} s^{0,6}] \qquad (2\text{-}11)$$
$$C = f_m a t_p [0,0513 (p_{CO_2} s)^{1/3} + 0,107 p_{H_2O}^{0,8} s^{0,6}]$$
$$- f_m a [30,25 p_{CO_2} s)^{1/3} + 46,5 p_{H_2O}^{0,8} s^{0,6}]$$
$$= Bt_p - f_m a [30,25 (p_{CO_2} s)^{1/3} + 46,5 p_{H_2O}^{0,8} s^{0,6}]$$

3. *Variația lui k și S*

a) Din formula (2—10) se desprind următoarele concluzii, utile la proiectarea unui agregat de cazan de abur:

— k crește cu z_a după o curbă cu convexitatea în sus, atunci cînd t și w_0 au valori bine definite;

— k crește cu w_0 după o curbă cu convexitatea în sus, atunci cînd t și z_a au valori bine definite;

— k crește cu t după o curbă cu convexitatea în sus, atunci cînd w_0 și f_z (deci z_a) au valori bine definite.

Cele afirmate se deduc imediat din derivatele întîia și a doua, în raport cu variabilele și în condițiile menționate, a expresiei lui k, ținînd seama de relația (2—5), precum și de faptul că $z_a \geq 1$.

Pentru diverse valori z_a și w_0 = const, variația coeficientului total de transmitere a căldurii, în funcție de temperatură, are aspectul din fig. 6, iar pentru diverse valori w_0 și z_a = const, aspectul din fig. 7.

b) La proiectarea unui cazan de abur, calculul mărimii suprafețelor fierbătoare, în cadrul unui tip constructiv de cazan ales și a unui gabarit fixat, trebuiește făcut în mai multe ipoteze și apoi rezultatele comparate, pentru alegerea soluției optime din punct de vedere tehnic și economic.

Vom observa, că posibilitățile principale de variație a unei suprafețe de încălzire, menținînd tipul constructiv și gabaritul cazanului, sînt:

— variind secțiunea S_g de scurgere a gazelor de ardere și
— variind numărul z_a de rînduri de țevi pe direcția de scurgere a curentului de gaze de ardere,
celelalte elemente constructive ale fascicolului, în ambele cazuri, păstrîndu-se constante.

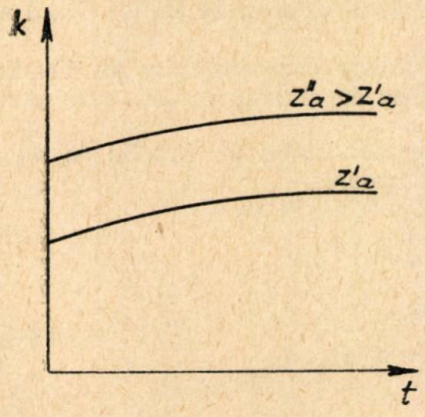


Fig. 6. — Curba k = f (t) pentru diverse valori z_a, cînd w_0 = const.

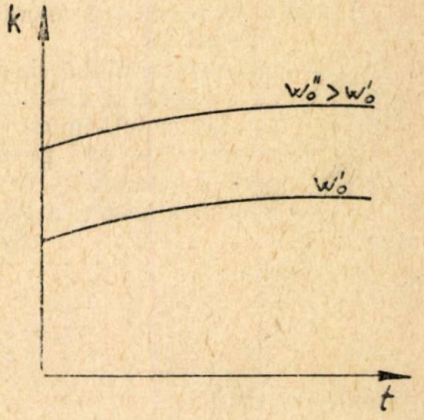


Fig. 7. — Curba k=f (t) pentru diverse valori w_0, cînd z_a = const.

Dacă se admite variația suprafeței prin schimbarea numai a secțiunii de scurgere a gazelor de ardere, z_a este constant, iar w_0 va varia. Dacă această variație este obținută prin schimbarea numai a numărului de rînduri de țevi pe direcția de scurgere a curentului de gaze de ardere, atunci w_0 (deci Sg) este constant, iar z_a va varia.

În aceste condiții și pentru o temperatură medie definită a gazelor de ardere ce trec prin fascicolul de țevi, s-ar părea, la prima vedere, observînd diagramele din fig. 6 și 7, că putem avea o infinitate de soluții k, corespunzînd unei infinități de valori w_0, respectiv z_a.

În realitate, nu există decît o singură soluție.

În adevăr, temperaturile gazelor de ardere înaintea fascicolului și după el fiind bine definite, cantitatea de căldură Q cedată de gazele de ardere fascicolului este și ea bine definită.

Din relația (1—1) rezultă, că produsul kS are o valoare precizată.

În cazul w_0 = const., la fiecare valoare z_a suprafața S este definită; pe de altă parte, la fiecare valoare z_a corespunde un anumit k. Deci, pentru un anumit număr z_a de rînduri de țevi, S și k au valori bine determinate. Soluția va fi dată de acea valoare z_a, pentru care produsul kS va avea valoarea precizată $Q/\Delta t_m$. Soluția este unică, căci la același t, cu cît z_a este mai mare, cu atît k și S cresc.

În cazul z_a = const., în mod asemănător se observă, că pentru o anumită valoare w_0 (deci Sg), S și k au valori bine determinate și soluția va fi dată de acea valoare w_0, pentru care produsul kS va avea valoarea precizată $Q/\Delta t_m$.

Exprimînd în alt fel cele stabilite, a rezultat, că pentru o temperatură a gazelor de ardere la trecerea prin fascicol fixată, dacă se admite

pentru Sg (deci w_0) o anumită valoare, atunci numărul z_a de rînduri de țevi în adîncimea fascicolului este bine definit și deci S; invers, dacă se ia un anumit z_a, atunci rezultă Sg și ca urmare S.

4. *Determinarea mărimii suprafețelor fierbătoare*

Tipul constructiv al cazanului și gabaritul lui sînt fixate.

Admitem de asemenea determinat diametrul exterior al țevilor. Dacă se notează cu :

l — lățimea canalului de gaze de ardere (perpendicular pe direcția de scurgere a curentului de gaze de ardere) în care este montat fascicolul, în *m;*

z_l — numărul de țevi pe un rînd perpendicular pe direcția de scurgere a curentului de gaze de ardere ;

L — lungimea medie a țevilor fascicolului, în *m,*

atunci: $$S_g = L\ (l - z_l\ d)$$

și

$$w_0 = \frac{V_g\ B_{ef}}{3600\ L\ (l - z_l\ d)} \qquad (4\text{-}1)$$

formulă în care :

V_g — este volumul normal de gaze de ardere, la coeficientul mediu de exces de aer din gazele de ardere, la trecerea prin fascicolul respectiv, rezultînd din unitatea de combustibil care arde efectiv, în Nm^3/kg comb., respectiv Nm^3/Nm^3 comb. la combustibilii gazoși ;

B_{ef} — cantitatea de combustibil care arde efectiv în focar, în kg/h, respectiv Nm^3/h.

Pe de altă parte :

$$S = \pi\ d\ L\ z_l\ z_a \qquad (4\text{-}2)$$

În ecuația (1—1) se înlocuiește k cu valoarea dată de formula (2—10), formulă în care w_0 se scrie conform relației (4—1), iar fz cu valoarea rezultînd din relația (2—5) ținînd seama de (4—2), adică cu valoarea:

$$f_z = 1 - \frac{0{,}35}{z_a} = 1 - \frac{0{,}35\ \pi\ d\ z_l\ L}{S} = 1 - \frac{1{,}099\ d\ z_l\ L}{S} \qquad (4\text{-}3)$$

Se obține astfel expresia :

$$Q = \left\{A\left[\frac{V_g\ B_{ef}}{3600\ L\ (l - z_l\ d)}\right]^{0{,}61}\left(1 - \frac{1{,}099\ d\ z_l\ L}{S}\right)(t + 273)^{0{,}25} + Bt + C\right\} S\ \Delta t_m$$

din care rezultă mărimea suprafeței :

$$S = \frac{147{,}68\ \dfrac{Q}{\Delta t_m}(l - z_l d)^{0{,}61}\ L^{0{,}61} + 1{,}099\ A z_l\ d\ (V_g\ B_{ef})^{0{,}61}\ (t + 273)^{0{,}25} L}{147{,}68\ (l - z_l d)^{0{,}61}\ (Bt + C)\ L^{0{,}61} + A\ (V_g\ B_{ef})^{0{,}61}\ (t + 273)^{0{,}25}} \qquad (4\text{-}4)$$

Din această formulă și relația (4—2) se deduce numărul de țevi în adîncimea fascicolului:

$$z_a = \frac{47\frac{Q}{\Delta t_m}\frac{(l - z_l d)^{0,61}}{z_l d} + 0{,}35\,A\,(V_g B_{ef})^{0,61}(t+273)^{0,25}L^{0,39}}{147{,}68\,(l - z_l d)^{0,61}(Bt+C)L + A\,(V_g B_{ef})^{0,61}(t+273)^{0,25}L^{0,39}} \quad (4\text{-}5)$$

Ca urmare a celor arătate la 3, mărimea suprafeței fascicolului trebuiește determinată în două cazuri, care intervin de regulă la proiectarea agregatelor de cazane de abur:

— cazul în care w_0 este ales, adică pentru o secțiune de scurgere a gazelor de ardere aleasă și

— cazul în care z_a este ales.

a) Determinarea mărimii suprafeței pentru o secțiune de scurgere a gazelor de ardere aleasă.

În acest caz, alegerea secțiunii de scurgere a gazelor de ardere se poate realiza în două moduri (după necesitățile de proiectare):

— fixîndu-se numărul z_l de rînduri de țevi pe direcția perpendiculară direcției de scurgere a curentului de gaze de ardere și alegîndu-se apoi lungimea medie L a țevilor fascicolului, sau

— fixîndu-se L și alegîndu-se apoi z_l.

În funcție de valoarea L aleasă, sau z_l, formula (4—4) dă imediat, pentru temperaturile gazelor de ardere la intrarea și ieșirea din fascicol precizate, mărimea suprafeței, toate celelalte elemente ce intră în formulă fiind cunoscute, iar formula (4—5) numărul de rînduri de țevi în adîncimea fascicolului.

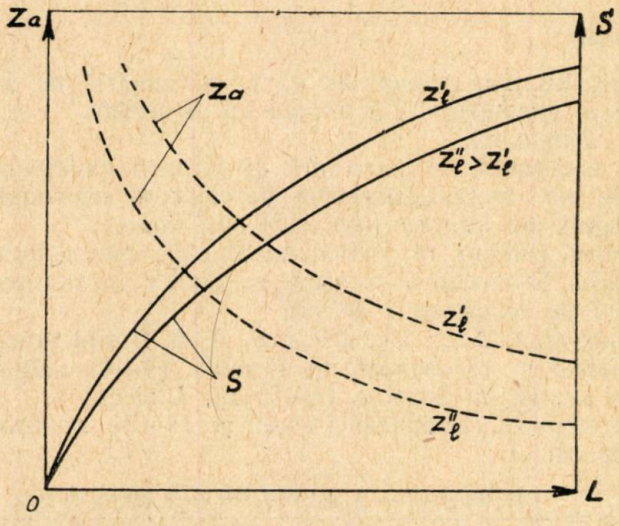


Fig. 8. — Curbele S = f (L) și z_a = f (L) pentru diverse valori z_l.

La proiectarea cazanelor de abur nu este însă suficient calculul lui S și z_a într-o anumită situație, ci, din diversele soluții posibile, trebuiește aleasă soluția optimă din punct de vedere tehnic și economic. Ca urmare,

este necesară cercetarea variației lui S și z_a în funcție de L și z_l. În acest scop, din derivatele expresiilor (4—4) și (4—5), rezultă că:

— pentru un număr de rînduri de țevi z_l fixat, cînd L crește, S crește, iar z_a scade;

— dacă L este fixat, cînd z_l crește, S și z_a scad.

Cele de mai înainte pot fi concretizate într-o diagramă ca în fig. 8, care permite a se aprecia ușor variația lui S și z_a cu L sau z_l și alege în consecință soluția cea mai potrivită cazului concret ce se studiază.

b) Determinarea mărimii suprafeței pentru un număr de rînduri de țevi pe direcția de scurgere a curentului de gaze de ardere ales.

În acest caz, calculul se complică în oarecare măsură, căci determinarea directă a lui S în funcție de z_a, folosind relațiile (4—4) și (4—5), înseamnă rezolvarea unor ecuații în care necunoscutele intră la puteri fracționare.

Problema poate fi însă soluționată folosind diagrama din fig. 8.

— Dacă numărul z_l de rînduri de țevi este fixat, atunci, cu ajutorul curbei corespunzătoare $z_a = f(L)$ se determină L și în funcție de L rezultat, folosind curba $S = f(L)$ corespunzătoare valorii z_l fixate, se determină S.

— Dacă L este fixat, atunci, la intersecția paralelei cu axa absciselor dusă la valoarea z_a aleasă și a paralelei cu axa ordonatelor dusă la valoarea L fixată, se citește pe curbele $z_a = f(L)$ valoarea z_l corespunzătoare. Avînd pe L și z_l, cu ajutorul curbelor $S = f(L)$ se deduce imediat S.

Și în acest caz, trebuiește aleasă, din diversele soluții posibile, soluția cea mai convenabilă, lucru care se rezolvă ușor folosind diagrama din fig. 8.

5. *Concluzii.*

Pentru calculul unui cazan de abur, parametrii de bază sînt dați prin temă, ca și combustibilul și modul lui de ardere.

Dacă, se admite că:

— tipul constructiv al cazanului și lățimea canalului de gaze de ardere în care este montat fascicolul fierbător de convecție (dimensiune impusă de regulă de lățimea focarului) sînt fixate,

— diametrul exterior al țevilor fascicolului este determinat,

— dispoziția fascicolului și așezarea țevilor în fascicol aleasă și

— regimul de temperaturi definit,

atunci, mărimile Q, t, Δtm, Vg, Bef, l, d, A, B, C sînt precizate sau imediat determinabile și ca urmare, în formula (4—4) singurele variabile rămîn S, L și z_l, iar în formula (4—5) z_a, L și z_l.

În aceste condiții, formulele (4—4) și (4—5) se reduc la formele mai simple de calcul:

$$S = \frac{147{,}68\, M\,(l - z_l\, d)^{0{,}61}\, L^{0{,}61} + 1{,}099\, d\, N z_l\, L}{P\,(l - z_l\, d)^{0{,}61}\, L^{0{,}61} + N} \tag{5-1}$$

$$z_a = \frac{47\, M \dfrac{(l - z_l d)^{0{,}61}}{z_l\, d} + 0{,}35\, N L^{0{,}39}}{P\,(l - z_l\, d)^{0{,}61}\, L + N L^{0{,}39}} \tag{5-2}$$

unde, s-au scos în evidență variabilele și notat cu M, N, P expresiile:

$$M = Q/\Delta t_m$$
$$N = A\,(V_g\,B_{ef})^{0,61}\,(t+273)^{0,25} \qquad (5\text{-}3)$$
$$P = 147{,}68\,(Bt + C)$$

expresii în care intră mărimile precizate sau imediat determinabile (diametrul d este deasemeni cunoscut).

Cu ajutorul formulelor (5—1) și (5—2) se construiesc curbele.

$$S = f(L) \text{ pentru diverse valori } z_l \text{ și}$$
$$z_a = f(L) \text{ pentru diverse valori } z_l\,,$$

obținîndu-se diagrama din fig. 8.

Pentru valori bine definite z_l, formulele (5—1) și (5—2) sînt de forma:

$$S = \frac{\alpha L^{0,61} + \beta}{\gamma L^{0,61} + N} \qquad (5\text{-}4)$$

$$z_a = \frac{\delta + \varepsilon L^{0,39}}{\gamma L + N L^{0,39}} \qquad (5\text{-}5)$$

unde α, β, γ, δ, ε, N sînt constante date de relații în care intră mărimi cunoscute, astfel încît, construcția curbelor este destul de ușoară.

Cum la proiectarea cazanelor de abur, din diversele soluții posibile, trebuiește aleasă soluția optimă din punct de vedere tehnico-economic, diagrama din fig. 8 permite ușoara alegere a soluției celei mai potrivite pentru fascicolul respectiv.

Dacă agregatul de cazan este prevăzut cu sistemul fierbător format dintr-un fascicol convectiv primar și altul secundar, atunci, trebuie să se construiască diagrame fig. 8 atît pentru un fascicol cît și pentru celălalt și alegerea soluției optime urmează a se face din cercetarea simultană a ambelor diagrame. Metoda de calcul expusă este cu atît mai indicată în aceste cazuri și mai ales atunci cînd cele două fascicole convective sînt în strînsă dependență, cum ar fi, de exemplu, cazul cazanelor secționale cu 3 și 2 drumuri de gaze de ardere.

Observație. Metoda de calcul preconizată se poate aplica și la economizorii din țevi de oțel, pentru care, coeficientul total de transmitere a căldurii se calculează cu aceleași formule.

Catedra Cazane și Mașini termice
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *Schack A.* — Der Industrielle Wärmeübergang; Düsseldorf, Verlag Stahleisen, 1953.
2. *Vsesoiuznii Teplotehniceskii Institut* (VTI). — Normî teplovogo rasceta kotelnogo agregata; Moscova, Gosenergoizdat, 1952.

3. *Ghecrghiu S.* și *Antonescu Gh.* — Repartizarea optimă a căldurii de transmis prin radiație și prin convecție în sistemul fierbător al cazanelor de abur cu țevi de apă ; Buletinul Institutului Politehnic București, Tomul XIX (1957), Fascicola 1—2.

К ВОПРОСУ О РАСЧЁТЕ ВЕЛИЧИНЫ КИПЯЩИХ КОНВЕКТИВНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПАРОВЫХ ВОДОТРУВНЫХ КОТЛОВ

(Краткое содержание)

При расчёте величины S кипящих конвективных поверхностей паровых водотрубных котлов, коэффициент теплопередачи K зависит от элементов, определяющих величину поверхности, таким овразов, что практически, при проектиорвании паровых котлов выбирается определеный к, рассчитывается S, после чего проверяется к. С помощью последовательных приближений устанавливается согласованность между допущенным и полученным K.

В настоящей работе излагается новыи метод, пряамого определения велечины этих поверхностей, облегчающий расчёты по выбору наилучшего режима.

CONTRIBUTIONS AU CALCUL DES SURFACES DE CONVECTION POUR LA VAPORISATION DE L'EAU DANS LES CHAUDIÈRES A VAPEUR MULTITUBULAIRES

(Résumé)

Au calcul des surfaces S de convection pour la vaporisation de l'eau dans les chaudières à vapeur multitubulaires, le coefficient total de transmission de chaleur k est fonction des éléments qui déterminent la surface, de sorte que, en pratique, à la projection des chaudières à vapeur, on prend un certain k, on calcule S, d'après lequel on vérifie le k. On établit la concordance entre le k admis et le k résulté par approximations successives.

Dans l'ouvrage on expose une méthode originale de détermination directe de ces surfaces, méthode qui facilite les calculs pour le choix de la solution optima.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

621.233

CONTRIBUŢII LA CALCULUL FLANŞELOR*

III

CALCULUL FLANŞELOR RIGIDE**

de MIHAIL RENERT şi GAIUS TĂNASE

Flanşele rigide sînt utilizate, în general, la îmbinările conductelor sau recipienţilor, mai greu încărcate: presiuni mijlocii sau chiar presiuni relativ mici, însă diametre mari. Ele sînt standardizate în bună parte, în funcţie de diametrul d şi de presiunea de regim p. Executate din oţel forjat sau turnat, flanşele se îmbină prin sudare cu mantaua recipientului (sudură cap la cap), sau cu conducta — ambele din oţel laminat. Aceleaşi tipuri de flanşă se întîlnesc la recipienţii sau la conductele turnate din fontă sau din oţel (fig. 1). Îmbinările *conductelor* sînt supuse,

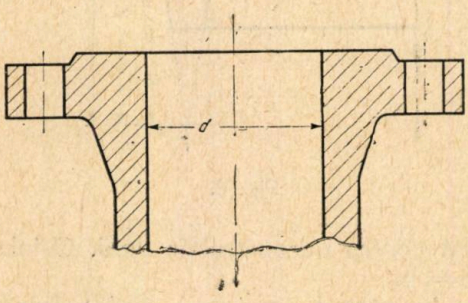


Fig. 1.

de regulă, în afara solicitărilor datorite presiunii şi eforturilor de etanşare, şi unor momente de încovoiere. Întrucît acestea din urmă nu se vor lua în consideraţie în cele ce urmează, relaţiile de calcul stabilite vor fi valabile ca atare pentru recipienţi urmînd ca, pentru conducte sau îmbinări încărcate suplimentar la încovoiere, să se procedeze, de ex., conform rezultatelor obţinute de A. A. Voloşin [1].

Flanşele rigide se caracterizează prin secţiuni de dimensiuni mari, în raport cu grosimea peretelui recipientului sau conductei respective. Trecerea de la o secţiune la alta se efectuează prin porţiuni cilindro-conice. Studiul solicitărilor în secţiunile acestor flanşe trebuie efectuat, în consecinţă, cu luarea în consideraţie a comportării porţiunilor de tre-

*) Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti din 27—28 iunie 1957.

**) Text prescurtat.

cere cu grosime variabilă, îmbinate cu plăci inelare, reprezentînd flanșa propriu zisă.

1. *Partea cilindro-conică.* Suprafața mediană a porțiunii de trecere este un con. Întrucît, însă, semiunghiul la vîrf al acestui con este mic — cca. 11° cel mult la construcțiile standardizate — el poate fi aproximat printr-un înveliș cu suprafața mediană cilindrică, cu grosime variabilă a peretelui [2, 3]. Învelișul cilindric de grosime variabilă, ca atare, este studiat de Timoshenko [2], pe baza unor lucrări anterioare. Fără a intra în dezvoltarea calculelor privind această chestiune (care comportă în esență rezolvarea unei ecuații diferențiale de tip Euler-Bessel cu variabilă complexă), se redau aci rezultatele care se utilizează mai departe.

Se consideră învelișul cu suprafața mediană cilindrică, de rază R, cu grosimea δ variabilă (fig. 2). Legea de variație a grosimii este:

$$\delta = \alpha \cdot x \tag{1}$$

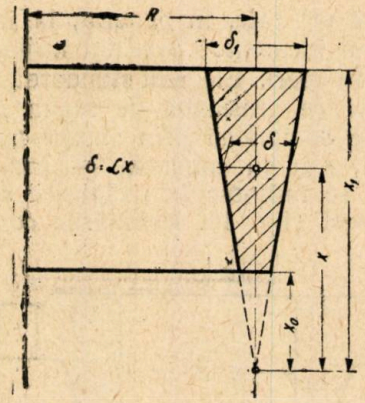


Fig. 2.

unde α este constant pentru o construcție dată. Cotele x se măsoară de la planul, în care $\delta = 0$.

Presupunînd că în planul îmbinării dintre învelișul cilindro-conic — „gîtul" flanșei — și taler, adică în planul de cotă $x = x_1$, învelișul este încărcat de momentele M_0 uniform repartizate pe contur, (exprimate în kgcm/cm), deformațiile și eforturile sînt date de relațiile următoare:

— deplasarea radială a unui punct situat pe suprafața mediană

$$W_0 = \frac{1}{\sqrt{x_1}} (\Gamma_1 \psi'_1 + \Gamma_2 \psi'_2) ; \tag{2}$$

— rotațiile pe contur

$$\varphi_0 = \frac{dw}{dx} \Bigg|_{x=x_1} = \frac{1}{2x_1\sqrt{x_1}} (\Gamma_2 A_1 - \Gamma_2 B_1) ; \tag{3}$$

— momentele meridionale pe contur

$$M_0 = -D \frac{d^2w}{dx^2} \Bigg|_{x=x_1} = \frac{E\alpha^3}{48(1-\mu^2)} \sqrt{x_1} (\Gamma_1 A_2 - \Gamma_2 B_2) ; \tag{4}$$

— momentele inelare pe contur

$$K_0 = \mu M_0 \; ; \tag{5}$$

— eforturile transversale uniform repartizate pe contur, $N_0 = \left.\frac{dM}{dx}\right|_{x=x_1}$

$$\frac{N_0}{M_0} = 2\varrho^2 C_1 \tag{6}$$

unde

$$C_1 = \frac{A_1 - \frac{\psi_2'}{\psi_1'} B_1}{\frac{\psi_2'}{\psi_1'} A_2 + B_2}$$

În cele de mai sus notațiile sînt, în afara celor deja precizate în text, următoarele:

Γ_1, Γ_2 — constante de integrare, care urmează a fi determinate;

E, μ — constante de material: modulul de elasticitate, respectiv coeficientul lui Poisson;

$D = \frac{E\alpha^3 x_1^3}{12(1-\mu^2)}$ — rigiditatea cilindrică a învelișului, în planul $x = x_1$;

ψ_1', ψ_2', A_1, B_1, A_2, B_2 — funcții de x_1, exprimate în raport cu argumentul

$$\xi_1 = 2\varrho\sqrt{x_1}$$

unde $\varrho = \frac{\sqrt[4]{12(1-\mu^2)}}{\sqrt{R\alpha}}$, ale căror valori sînt date în tabela 1, pentru domeniul care interesează.

Lungimile se exprimă în centimetri, eforturile respectiv momentele pe contur în kg/cm, respectiv kgcm/cm.

2. *Talerul flanșei. Ecuații de continuitate.*

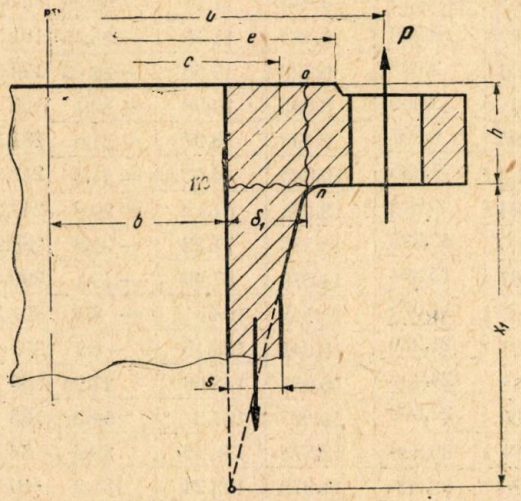


Fig. 3.

Tabeia 1.

ξ_1	ψ_1	ψ_1'	ψ_2	ψ_2'	A_1	B_1	A_2	B_2	S
1	0,9844	— 0,0624	— 0,2496	— 0,4974	— 0,125	— 0,01	0,0018	— 0,021	150
1,2	0,9676	— 0,1078	— 0,3587	— 0,5935	— 0,215	— 0,026	0,0047	— 0,052	46,50
1,4	0,9401	— 0,1079	— 0,4867	— 0,6860	— 0,339	— 0,056	0,0138	— 0,111	25,30
1,6	0,8979	— 0,2545	— 0,6327	— 0,7727	— 0,503	— 0,108	0,035	— 0,216	14,80
1,8	0,8367	— 0,3612	— 0,7953	— 0,8509	— 0,709	— 0,196	0,079	— 0,387	9,30
2	0,7517	— 0,4931	— 0,9723	— 0,9170	— 0,96	— 0,33	0,17	— 0,65	6,30
2,2	0,6377	— 0,6520	— 1,1610	— 0,9666	— 1,25	— 0,53	0,33	— 1,03	4,30
2,4	0,4890	— 0,8392	— 1,3575	— 0,9944	— 1,57	— 0,815	0,62	— 1,59	3,10
2,6	0,3001	— 1,0551	— 1,5569	— 0,9943	— 1,94	— 1,208	1,03	— 2,31	2,28
2,8	0,0651	— 1,2993	— 1,7529	— 0,9590	— 2,30	— 1,738	1,69	— 3,26	1,71
3	— 0,2214	— 1,570	— 1,9376	— 0,8805	— 2,66	— 2,402	2,78	— 4,40	1,37
3,2	— 0,5644	— 1,864	— 2,1016	— 0,7499	— 3,01	— 3,305	4,40	— 5,89	1,09
3,4	— 0,968	— 2,175	— 2,2334	— 0,5577	— 3,21	— 4,41	6,45	— 7,40	0,92
3,6	— 1,435	— 2,498	— 2,3199	— 0,2937	— 3,35	— 5,745	9,51	— 9,36	0,75
3,8	— 1,967	— 2,822	— 2,3454	0,053	— 3,28	— 7,356	13,86	— 11,42	0,62
4	— 2,563	— 3,135	— 2,2927	0,491	— 2,88	— 9,265	19,35	— 12,94	0,55
4,2	— 3,219	— 3,420	— 2,142	1,032	— 2,16	— 11,438	27,1	— 14,55	0,48
4,4	— 3,928	— 3,659	— 1,873	1,683	— 0,92	— 13,94	36,2	— 15,3	0,42
4,6	— 4,678	— 3,828	— 1,461	2,452	0,93	— 16,60	48	— 14,6	0,38
4,8	— 5,453	— 3,901	— 0,884	3,342	3,56	— 19,52	62,7	— 12,2	0,34
5	— 6,230	— 3,845	— 0,116	4,354	7,11	— 22,48	80,62	— 6,5	0,314
5,2	— 6,980	— 3,627	0,866	5,484	11,75	— 25,45	101,5	3,2	0,287
5,4	— 7,667	— 3,206	2,085	6,720	17,66	— 28,05	125,2	18,2	0,266
5,6	— 8,247	— 2,541	3,560	8,045	24,98	— 30,1	152	40,5	0,249
5,8	— 8,664	— 1,586	5,307	9,433	33,97	— 31,6	181,1	73,1	0,233
6	— 8,858	— 0,293	7,335	10,846	44,58	— 31,4	211,66	114,7	0,219
6,2	— 8,756	1,384	9,644	12,235	57,13	— 29,9	242,1	173,1	0,206
6,4	— 8,276	3,490	12,223	13,536	71,22	— 25,9	268,9	247	0,105
6,6	— 7,329	6,067	15,074	14,670	87,40	— 19,1	290,4	342	0,183
6,8	— 5,816	9,151	18,074	15,543	104,7	— 8,5	301,2	457	0,175
7	— 3,633	12,675	21,239	16,041	123,15	6,7	293	594	0,168
7,2	— 0,674	16,918	24,456	16,033	142,66	27,25	260	767	0,160
7,4	3,169	21,600	27,609	15,367	161,3	54,2	196	963	0,153
7,6	7,999	26,777	30,550	13,875	178,45	88,6	88	1191	0,147
7,8	13,909	32,280	33,090	11,373	193,24	131,2	- 81	1444	0,140
8	20,974	38,310	35,020	7,660	204,4	183,3	-325	1719	0,135

Planul *mn* (fig. 3) delimitează gîtul flanșei de taler. În condiții de exploatare, îmbinarea este încărcată prin intermediul șuruburilor, de efortul total $P = P_1 + P_2$

în kg., unde P_1 este efortul de desfacere, iar P_2 efortul de etanșare [7]. Urmează să fie stabilite *ecuațiile de continuitate* ale construcției considerate, care se deformează sub sarcină.

În cele ce urmează, raza suprafeței mediane a gîtului, R (fig. 2) se înlocuiește prin raza suprafeței interioare b, adică se consideră $R \approx b$. Această aproximație, care echivalează cu condiția $\frac{1}{2}\delta_1 \ll R$, este valabilă pentru recipienți, al căror diametru este mare (de ex. peste 500 mm.).

Talerul flanșei, delimitat de diametrele $2a$ și $2b$, se presupune descompus în două plăci inelare, separate pe circumferința de rază $c (b < c < e$, v. fig. 4). Pe această circumferință acționează momentul de încastrare al flanșei în gît, M_0,

$$M_0 = M_1 + M_2, \tag{7}$$

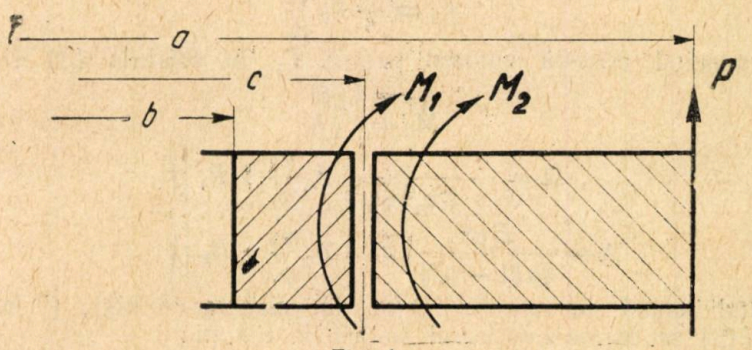


Fig. 4.

unde M_1 este momentul ce revine plăcii interioare (între circumferințele de raze b și c), iar M_2 momentul care revine plăcii exterioare (între circumferințele de raze c și a).

Pentru placa exterioară este valabilă relația stabilită în lucrarea anterioară [7]

$$\varphi_{pl.\ ext.} = \frac{c\,P}{8\,\pi D_{pl}} A - \frac{c\,M_2}{D_{pl}(\beta_2^2 - 1)} B, \tag{8}$$

unde $\varphi_{pl.\ ext.}$ este rotația plăcii (exterioare), pe conturul ei interior, $D_{pl} = \frac{E\,h^3}{12\,(1-\mu^2)}$ — rigiditatea cilindrică a plăcii de grosime h; $\beta_2 = \frac{a}{c}$; A și B — coeficienți care depind de dimensiunile plăcii și de constanta de material [7].

Pe de altă parte, condiția egalității rotațiilor celor două plăci inelare considerate, pe conturul de rază c, este [3].

$$\frac{2\,c^2 M_1}{D_{pl}(\beta_1^2 - 1)(1-\mu^2)\,b} = \frac{a^2}{D_{pl}(\beta_2^2 - 1)\,c}\left[\frac{1}{(1+\mu)\beta_2^2} - \frac{1}{1-\mu}\right] M_2 \tag{9}$$

unde s-a mai notat $\beta_1 = \frac{c}{b}$.

Dacă se notează

$$\frac{cA}{8\pi D_{pl}} = W\,;\quad \frac{cB}{D_{pl}(\beta_2^2-1)} = Z\,;\quad \frac{2c^2}{D_{pl}(\beta_1^2-1)(1-\mu^2)b} = U$$

$$\frac{a^2}{D_{pl}(\beta_2^2-1)c}\left[\frac{1}{(1+\mu)\beta_2^2} - \frac{1}{1-\mu}\right] = V$$

relațiile (8) și (9) iau forma simplă:

$$\varphi_{pl.\ ext.} = WP - ZM_2, \tag{8 bis}$$

$$UM_1 = VM_2 \tag{9 bis}$$

Condiția de continuitate a construcției — păstrarea unghiului drept dintre flanșă și suprafața mediană a gîtului —

$$\varphi_0 = \varphi_{pl.\ ext.} \tag{10}$$

se exprimă, egalînd relațiile (3) și (8 bis). A doua condiție la limită se obține din ipoteza că, în zona îmbinării ($x = x_1$), deplasarea w_0 dată de relația (2), poate fi considerată egală cu 0 [1]. Rezultă din (2)

$$\Gamma_1 = -\Gamma_2 \frac{\psi_2'}{\psi_1'} \tag{11}$$

Introducînd această valoare pentru Γ_1 în relațiile (3) și (4) se obține

$$\varphi_0 = \Gamma_2 \Omega \tag{12}$$

$$M_0 = \Gamma_2 \Lambda \tag{13}$$

unde

$$\left.\begin{aligned} \Omega &= -\frac{1}{2x_1\sqrt{x_1}}\left[A_1\frac{\psi_2'}{\psi_1'} + B_1\right] \\ \Lambda &= \frac{E\alpha^3}{48(1-\mu^2)}\sqrt{x_1}\left[A_2\frac{\psi_2'}{\psi_1'} + B_2\right] \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Ținînd seamă de condiția (10), de relațiile (8 bis), (9 bis), (7), (12) și (13) se obține următorul sistem de ecuații:

$$\left.\begin{aligned} M_1 + M_2 &= M_0 \\ UM_1 &= VM_2 \\ \Omega\Gamma_2 &= WP - ZM_2 \\ M_0 &= \Gamma_2\Lambda \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Sistemul (15) permite ca momentele M_0, M_1, M_2 și constanta de integrare Γ_2 să fie determinate, încărcarea P a îmbinării fiind dată. Se poate observa că mărimile U, V, W, Z, Ω, Λ, din aceste ecuații, depind de constantele de material E și μ și de parametrii geometrici ai construcției.

Rezultă

$$M_0 = \frac{WP}{\left|\frac{\Omega}{\Lambda}\right| + \frac{Z}{1+\left|\frac{V}{U}\right|}} \tag{16}$$

ca expresie a momentelor meridionale [2] care acționează în planul *mn* (fig. 3).

[1] Asupra acestei ipoteze se va reveni mai departe.

[2] S-au introdus valorile absolute ale termenilor $\left|\frac{\Omega}{\Lambda}\right|$ și $\left|\frac{V}{U}\right|$, întrucît, în cazul de față, nu se fac însumări ale rotațiilor, ci interesează numai valoarea rapoartelor respective.

3. *Eforturile unitare în secțiunea mn.* Efortul unitar (maxim) de încovoiere, în direcție meridională, σ_0, este dat de relația:

$$\sigma_0 = \pm \frac{6 M_0}{\delta_1^2} = \pm \frac{6 \dfrac{W P}{\left|\dfrac{\Omega}{\Lambda}\right| + \dfrac{Z}{1 + \left|\dfrac{V}{U}\right|}}}{\delta_1^2} \tag{17}$$

unde s-a utilizat, pentru M_0, valoarea dată de (16).

Componentele efortului total P, care încarcă îmbinarea sînt [7].

$$P_1 = \pi c^2 p \; ; \quad P_2 = \pi (e^2 - b^2) p_e,$$

unde e este raza exterioară a suprafeței de etanșare (fig. 3); iar presiunea de etanșare

$$p_e = 8 + 0{,}8\, p$$

Ținînd seama și de relațiile care preced formula (17), și folosind expresiile

$$e = b (2 \beta_1 - 1) \; ; \quad \frac{\delta_1}{\alpha} = x_1$$

precum și valorile [1])

$$A = 4{,}6 \; ; \quad B = 3{,}2,$$

se obține din formula (17), după simplificări,

$$\sigma_0 = \frac{d^2 X}{\dfrac{4{,}62\, S h^3}{\alpha \beta_1^2 d} + \dfrac{7{,}40\, \delta_1^2}{Y}} \tag{18}$$

unde s-a mai notat

$$\left.\begin{aligned} X &= p \beta_1 + 32 (\beta_1 - 1)(1 + 0{,}1\, p) \\ Y &= 2 \beta_1 (\beta_2^2 - 1) + (\beta_1^2 - 1)[\beta_2^2 (1 + \mu) - (1 - \mu)] \\ S &= \frac{A_1 \dfrac{\psi_2'}{\psi_1'} + B_1}{A_2 \dfrac{\psi_2'}{\psi_1'} + B_2} \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

și s-a considerat $b \approx d/2$, d fiind diametrul nominal (interior) al recipientului. Valorile expresiei S sînt cuprinse în tabela 1.

Pe lîngă eforturile unitare σ_o, gîtul mai este solicitat de eforturile unitare inelare datorite momentelor K_0 (5)

$$\sigma_{ko} = \mu \sigma_0 \tag{20}$$

și de eforturile unitare tangențiale datorite eforturilor N_0 (6):

$$\tau_0 = \frac{N_0}{\delta_1} = \frac{2 \varrho^2 C_1 M_0}{\delta_1} = \omega \sigma_0 \tag{21}$$

---

[1]) V. [7]. Valorile medii obținute cu $\mu = 0{.}25$ (fontă, oțel turnat) sînt practic egale cu cele care se obțin cu $\mu = 0{,}3$. Pentru calcule mai precise se pot utiliza valorile A și B date în lucrarea citată.

unde s-a notat $$\omega = \frac{2\varrho^2 C_1 \delta_1}{6}$$

După cum se vede, ω depinde de dimensiunile gîtului și de constanta de material μ.

Dacă efortul unitar echivalent, $\bar{\sigma}_0$, care încarcă secțiunea *mn* se calculează pe baza teoriei energetice a ruperii [1])

$$\bar{\sigma}_0 = \sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_{k0}^2 - \sigma_0 \sigma_{k0} + 3\tau_0^2}$$

sau, ținînd seama de relațiile (20) și (21)

$$\bar{\sigma}_0 = \sigma_0 \sqrt{1 + \mu^2 - \mu + 3\omega^2} \tag{22}$$

Pentru $\mu = 0{,}275$ (valoare medie), și pentru valorile $\omega = 0{,}1 \ldots 0{,}3$ care, practic, vin în considerație, raportul $\bar{\sigma}_0/\sigma_0$ variază în limitele 0,896 ... 1,032. Rezultă, că încărcarea secțiunei *mn* poate fi apreciată prin σ_0 dat de formula (17) respectiv (18).

Cu privire la înclinarea $\alpha = \frac{1}{n}$ a generatoarei exterioare a gîtului, trebuie observat că normele ISA și DIN indică, pentru flanșe forjate, $n = 2{,}5$ ($\alpha = 0{,}4$), pe cînd GOST, din anul 1941 și STAS dau valoarea $n = 3$ (în GOST cu indicația $n \leq 3$. Întrucît și GOST-uri apărute recent indică $n = 2{,}5$, se va considera, pentru flanșele forjate, $n = 2{,}5$. Pentru flanșele turnate din fontă sau oțel, $n = 5$ ($\alpha = 0{,}2$) în toate standardele. Din analiza rezultatelor calculelor numerice efectuate pe această bază pentru un număr de construcții standardizate se constată că, în cazul flanșelor turnate, luarea în considerație a mărimii S (19) reprezintă în medie 4% din valoarea totală a numitorului, deci S poate fi neglijat. În consecință, valoarea eforturilor unitare în planul *mn*, în cazul flanșelor turnate de tip standardizat, dată de (18), se simplifică la

$$\sigma_0 = 0{,}135\, X Y \left(\frac{d}{\sigma_1}\right)^2 \tag{23}$$

Aceeași expresie dă, pentru cazul flanșelor forjate

$$\sigma_0 = 0{,}135\, C_0 X Y \left(\frac{d}{\delta_1}\right)^2 \tag{24}$$

unde

$$C_0 = \frac{1}{1 + 1{,}156 \dfrac{h^3}{\beta_1^2 d \delta_1^2} SY} \tag{24 bis}$$

reprezintă factorul de corecție față de (23). Se observă că, pentru $C_0 = 1$ (corespunzînd valorii $S \approx 0$), relația (24) devine identică cu (23), astfel încît forma cea mai generală pentru σ_0 apare a fi (24).

În caz că se renunță la ipoteza $w_0 = 0$ (v. punctul 2 de mai sus) relația (11) nu mai este valabilă. Din condițiile pe contur se obține în acest caz (se dă direct rezultatul)

$$M_0 = \frac{PW}{\dfrac{Z}{1 + \left|\dfrac{V}{U}\right|} - \dfrac{48(1-\mu^2)F}{A_2 E \alpha^3 x_1} \cdot \dfrac{1}{\chi}} \tag{25}$$

[1]) Ceea ce, pentru fontă, corespunde numai cu aproximație.

ca valoare mai exactă pentru M_0. La notaţiile cunoscute s-a adăugat

$$F=\frac{\frac{\psi_2'}{\psi_1'}+\frac{B_2}{A_2}}{\frac{B_2}{A^2}-\frac{B_1}{A_1}}; \qquad \chi=\frac{2x_1F}{A_1}-\frac{h}{2\psi_1'} \tag{26}$$

4. *Eforturile unitare în secţiunea no.* Considerînd talerul flanşei ca o placă inelară, încastrată pe circumferinţa de rază $(b+\delta_1)$, şi încărcată cu efortul total P pe conturul exterior de diametru $2a$ (fig. 3), momentele radiale M_r şi cele inelare M_t în secţiunea de încastrare sînt (9)

$$\left.\begin{aligned} M_r&=\frac{P}{4\pi}\beta_3(2K-1)\\ M_t&=\frac{P}{4\pi}\beta_3(2K-1)\mu \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

unde

$$\beta_3=\frac{a}{b+\delta_1}; \qquad K=\beta_3^2\frac{1+(1+\mu)\ln\beta_3}{1-\mu+(1+\mu)\beta_3^2}$$

Momentul echivalent $\overline{M}_{no}$ calculat pe baza ipotezei energetice a ruperii

$$\overline{M}_{no}=\frac{P}{4\pi}\beta_3(2K-1)\sqrt{1+\mu^2}-\mu \tag{28}$$

permite determinarea eforturilor unitare $\bar{\sigma}_{no}$ în încastrare:

$$\bar{\sigma}_{no}=\frac{6\overline{M}_{no}}{h^2} \tag{29}$$

Construcţia studiată este *armonizată* din punct de vedere al solicitărilor în secţiune dacă

$$\bar{\sigma}_0=\bar{\sigma}_{no} \tag{30}$$

adică dacă

$$\frac{\bar{\sigma}_o}{\bar{\sigma}_{no}}=\frac{\overline{M}_o}{\overline{M}_{no}}\left(\frac{h}{\delta_1}\right)^2=1 \tag{31}$$

Dacă M_0 se exprimă cu ajutorul lui $\bar{\sigma}_o=\sigma_o$ dat de relaţia (24) rezultă din (31), ţinînd seama şi de (29):

$$\frac{\sigma_o}{\bar{\sigma}_{no}}=\frac{0{,}135\cdot 4\pi}{6}\cdot\frac{C_oXYd^2}{P\beta_3(2K-1)\sqrt{1+\mu^2}-\mu}\left(\frac{h}{\delta_1}\right)^2$$

$$\frac{\sigma_o}{\bar{\sigma}_{no}}=0{,}315\frac{C_oXYd^2}{P\beta_3(2K-1)}\left(\frac{h}{\delta_1}\right)^2 \tag{32}$$

unde s-a introdus $\mu=0{,}275$ ca valoare medie.

Condiţia (31) dă cu (32)

$$\frac{h}{\delta_1}=1{,}78\frac{1}{d}\sqrt{\frac{P\beta_3(2K-1)}{C_oXY}} \tag{33}$$

ca relație de dimensionare. În prima aproximație, introducînd valori medii pentru construcțiile uzuale,

$$\beta_3 = 1{,}08\,;\ K = 0{,}58$$

rezultă

$$\frac{h}{\delta_1} = 0{,}74\,\frac{1}{d}\sqrt{\frac{P}{C_0 XY}} \qquad \text{(33 bis)}$$

5. *Considerații finale.* Un număr de flanșe dintre tipurile standardizate, au fost examinate cu ajutorul relațiilor stabilite[1]). Cu foarte puține și mici excepții standardele consultate se suprapun în ceea ce privește dimensiunile. Pentru comparație au fost calculate eforturile unitare și după relațiile [8]:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{mn} = \sigma_o = 0{,}4\,\frac{P\left[a-\left(b+\frac{\delta_1}{2}\right)\right]}{W_{mn}} \quad &\text{unde} \quad W_{mn} = \frac{2\,\pi\,c\,\delta_1{}^2}{6} \\ \sigma_{no} = \frac{P[a-(b+\delta_1)]}{W_{no}} \quad &\text{unde} \quad W_{no} = \frac{2\,\pi(b+\delta_1)\,h^2}{6} \end{aligned}\right\} \qquad (34)$$

frecvent utilizate.

Se constată următoarele:

— pentru flanșele turnate ($\alpha = 0{,}2$), abaterile valorilor σ_o date de (23) respectiv (24) cu $C_0 = 1$, față de cele mai exacte date de (25), sînt de ordinul a 5%;

— pentru flanșele forjate ($\alpha = 0{,}4$), în cazurile studiate, abaterile sînt cuprinse între 10—25%, valorile σ_o calculate după (24) situîndu-se pe partea acoperitoare. Aceasta se datorește faptului, că îmbinarea se consideră în (24) mai rigidă decît în realitate;

— pentru flanșele turnate din fontă și din oțel, valorile σ_o calculate după (34) sînt cuprinse între 60—65% din valorile σ_o calculate după (23). Se explică, în modul acesta, rezistențele admisibile relativ scăzute, care se recomandă pentru aceste cazuri;

— pentru flanșele forjate, valorile σ_o date de (34) concordă în parte cu cele date de (24).

Rezultă în consecință:

1. pentru flanșe turnate din oțel sau fontă (înclinare $1{:}n, n \geqslant 5$) formula (23) apare ca oferind o bază de calcul satisfăcătoare;

2. pentru flanșele forjate ($n = 2{,}5$), formula (24) poate fi utilizată pentru un prim calcul; pentru calcule mai precise trebuie utilizată relația (25); în ambele cazuri se recurge la tabela 1. Se subliniază că relația (25) are valabilitate generală pentru orice înclinare $\alpha = \frac{1}{n}$ a generatoarei gîtului.

---

[1]) STAS: 4790-55; 4789-55; 4270-54; 2068-51; 1749-50; 1748-50; 2069-51; 1636-51; 2119-51; 2098-51.
GOST: 1260-41; 1261-41; 1262-41.
DIN: 2630, 2631, 2632, 2633, 2634, 2530, 2531, 2532, 2533, 2543.
ISA: 5a/30; 5a/39; 5a/32; 5a/51.

Notă. — După încheierea lucrării autorii au luat cunoștință de lucrarea [10] care examinează aceeași problemă, pe aceeași bază teoretică, în ipoteza unei generatoare exterioare parabolice a gîtului și se limitează la stabilirea unei relații generale pentru M_0.

Catedra Organe de mașini
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *A. A. Voloșin.* — Etanșeitatea îmbinărilor cu flanșe sub acțiunea momentelor de încovoiere. In Vestnik Mașinostroenia, nr. 4, 1955.
2. *S. Timoshenko.* — Theory of plates and shells. New-York, 1940.
3. *Z. B. Kantorovici.* Osnovî rasciota himiscekih mașin i apparatov, Moscova, 1952.
4. *G. P. Tolstov.* — Serii Fourier, Ed. Tehnică, 1955.
5. *V. V. Stepanov.* — Curs de ecuații diferențiale. Ed. Tehnică, 1955.
6. *E. Jahnke, F. Emde.* — Funktionentafeln, Leipzig, 1933.
7. *M. Renert.* — Contribuții la calculul flanșelor. In Metalurgia, 1956, nr. 11, p. 10—17.
8. *Detali Mașin, red. S. Acerkan,* Moscova 1952 (vol. II).
9. *G. Buzdugan și colab.* Culegere de probleme de rezistența materialelor. Vol. II. Ed. Tehnică 1955.
10. *W. Vocke.* — Spannungsberechnung für Flanschverbindungen mit verschiedenen Rohransätzen. In Maschinenbautechnik 6 (1957) nr. 4, p. 196—200.

К ВОПРОСУ О РАСЧЁТЕ ФЛАНЦЕВ (III)
РАСЧЁТ ЖЕ . КИХ ФЛАНЦЕВ

(Краткое содержание)

В работе исследуется расчёт жестких фланцев с цилиндрическо — конической втулкой, в особенности фланцев, используемых при конструкции сосудов под давлением,

Применяя расчётные соотношения для оболочек вращения с переменной толщиной стенки и для тонких кольцевых пластинок, определяются моменты и усилия, действующие в переходном сечении от втулки к фланцевому кольцу, в рабочих условиях. Постоянные интегрирования входящие в эти уравнения, определяются соответствующим (обычным) образов. Изучается напряженное состояние этои переходной эоны и выводится упрощенное расчётное соотношение станавливается также соотношение между максимальной толщипои втулки и толщиной фланцевого колца. Результаты, полученные с помощью расчёнои формулы, выведенной на основе упрощающих гипотез, сопоставляются с результатами, к которым приводит соотношение без упрощений. Указывается область применения разных полученных соотношений.

BEITRÄGE ZUR BERECHNUNG VON FLANSCHVERBINDUNGEN (III): BERECHNUNG FESTER FLANSCHEN

Es wird die Berechnung fester Flanschen mit kegeligem Ansatz, unter besonderer Berücksichtigung der im Bau von Druckgefässen angewendeten Typen, behandelt.

Unter Zugrundelegung der für die Biegesteife Umdrehungsschale veränderlicher Wanddicke und der für dünne Kreisringplatten geltenden Beziehungen werden die im Übergang vom kegeligen Ansatz zum Flanschteller unter Betriebslast wirkende Momente und Kräfte abgeleitet. Die in den Gleichungen enthaltene Integrationskonstanten werden entsprechend bestimmt. Der Spannungszustand dieser Übergangszone wird untersuch und eine vereinfachte Berechnungsformel aufgestellt. Eine Beziehung zwischen maximaler Stärke des Ansatzes und des Flanschtellers wird ermittelt. Die Ergebnisse die auf Grund der bei der Bestimmung der Integrationskonstanten angenommenen Vereinfachung erzielt werden, werden mit denjenigen verglichen, die eine ohne solche Veveinfachungen ermittelte Beziehung liefert. Der Anwendungsbereich der verschiedenen Bezichungen wird angegeben.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

METALURGIE

669.14.018.5

CONTRIBUȚII LA STABILIREA RELAȚIILOR DINTRE INCLUZIUNILE NEMETALICE ȘI ELABORAREA OȚELULUI DE RULMENȚI

de ALEXANDRU RĂU

Incluziunile nemetalice afectează proprietățile mecanice ale oțelului prin cantitatea lor (număr și mărime), prin formă și repartiție și prin natura lor. De asemenea, ele reprezintă discontinuități în masa metalică, respectiv centre de concentrare de tensiuni, în special în jurul incluziunilor mari și colțuroase, tensiuni care pot cauza distrugerea rulmentului prin crăpare sau prin uzură puternică locală. Prin urmare se cere ca oțelul de rulmenți să fie foarte curat, mai ales în ceea ce privește incluziunile nemetalice mari.

În studiul de față se caută relațiile dintre cantitatea și mărimea incluziunilor nemetalice și procesul tehnologic de elaborare, urmărindu-se să se aducă prin aceasta o modestă contribuție la îmbunătățirea metodei de elaborare a oțelului de rulmenți în cuptoarele electrice. Studiul se ocupă cu incluziunile oxidice și sulfidice și are un caracter statistic, referindu-se la un număr relativ mare de șarje (cca. 200) [1]).

a) *Incluziuni oxidice.* — Admițînd că fenomenul de fierbere ajută coagularea particolelor mici între ele, prin ciocniri, rezultă că coagularea incluziunilor și deci ridicarea lor din bae în zgură, în perioada de afinare, este favorizată de fierbere. Efectul acestui factor tehnologic — fierberea — este optim pentru o anumită intensitate, măsurată prin viteza de decarburare care conduce la îndepărtarea cea mai avansată în raport cu formarea altor incluziuni. Ca urmare, cu viteza de decarburare variază cantitatea de incluziuni rămasă în baie la începutul perioadei de dezoxidare prin difuziune și în decursul acesteia, cînd oțelul stă liniștit în cuptor.

Clasînd incluziunile, din șarjele urmărite, conform punctajului prevăzut de STAS 1456—50 și apoi reprezentînd numărul de cazuri (în %) pentru fiecare punctaj în funcție de viteza de decarburare, rezultă relațiile din fig. 1. Se vede că cel mai mic număr de incluziuni mari (punctaj 2—3) corespunde unui domeniu restrîns pentru viteza de decarburare. Acest domeniu este valabil pentru condițiile de temperatură și pentru raportul dintre adîncimea și suprafața băii asigurate de cuptorul urmărit, care lucrează supraîncărcat și este prevăzut cu un transformator de putere redusă. Cu alte cuvinte, viteza optimă de decarburare va crește în cazul cuptoarelor cu mers mai fierbinte.

---

[1] Urmărirea acestor șarje la ISCT s-a făcut împreună cu cercetători de la ICEPROM, care vor prezenta studiul lor sub altă formă, urmărind un scop mai complex.

Din fig. 1 se mai vede că la toate vitezele de decarburare cele mai numeroase incluziuni au mărimea corespunzătoare punctajului 1—2, de unde s-ar putea trage concluzia că mărimea incluziunilor rămase în oțel este determinată mai ales în perioada de dezoxidare.

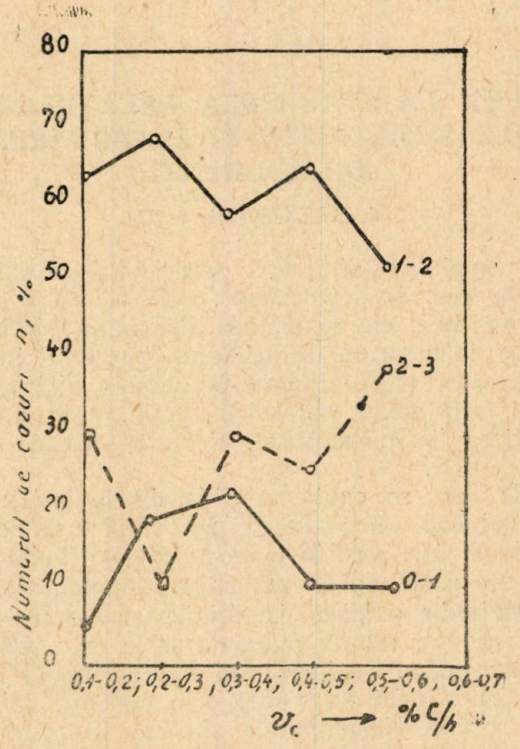


Fig. 1. — Relația între viteza de decarburare și mărimea incluziunilor nemetalice

Deoarece reprezentarea din fig. 1 nu arată suficient de clar *gradul de impurificare* a oțelului vom încerca o metodă de reprezentare pe bază de *indici de echivalare*, pornind de la faptul că cele mai dăunătoare sînt incluziunile nemetalice mari. Notînd deci cu n_1, n_2, n_3, n_4, numărul de cazuri în %, pentru punctajele 0—1, 1—2, 2—3, 3—4 și cu $i_1=1$, $i_2=2$, $i_3=4$, $i_4=8$ indicii de echivalare corespunzători, a căror valoare crește cu mărimea incluziunilor (cu punctajul), se obține o cifră caracteristică pentru gradul de impurificare, dată de relația:

$$K_i = n_1\ i_1 + n_2\ i_2 + n_3\ i_3 + n_4\ i_4 + \cdots\cdots$$

Valorile determinate pentru K_i în funcție de viteza de decarburare, în cazul șarjelor urmărite, variază ca în fig. 2, din care se vede că în condițiile date viteza de decarburare optimă este 0,20—0,30% C/h, căreia îi corespunde oțelul cel mai curat [1]).

[1]) După Speranski $v^c = 0{,}2 - 0{,}4\%$ C/h (alte condiții de lucru).

Un alt factor tehnologic care poate influența cantitatea incluziunilor oxidice — silicați și oxizi — este adaosul de ferosiliciu la spargerea zgurii carbidice. Avînd greutatea specifică mai mare decît a zgurii lichide,

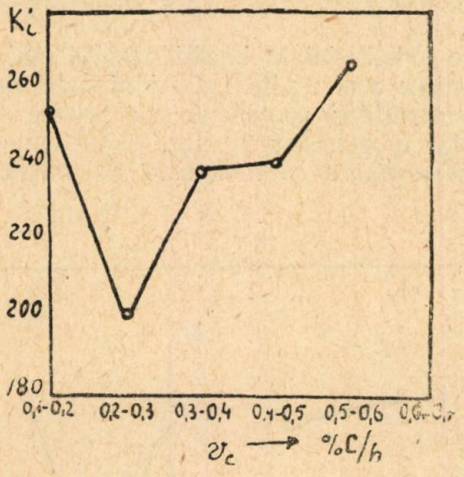


Fig. 2. — Relația între viteza de decarburare și gradul de impurificare a oțelului cu incluziuni nemetalice

ferosiliciul în bucăți mari ajunge în contact cu baia de oțel, lucru care se întîmplă în oarecare măsură și în cazul ferosiliciului mărunt dacă se amestecă intens zgura cu baia metalică. Pe de altă parte, zgura fiind îmbogățită în SiO_2 (silicați), oțelul conține — în echilibru cu zgura — cantități de oxigen mai mari decît cele care rezultă din relația care exprimă variația constantei de echilibru cu temperatura și cu conținutul de siliciu al băii. În aceste condiții, deși baia a fost dezoxidată prin difuziune, reacția dintre [Si] și [FeO] poate avea loc în cuptor și mai ales la evacuare, cînd conținutul de oxigen care poate sta în echilibru cu [Si] scade, ca urmare a scăderii temperaturii.

În concluzie, în condițiile de elaborare a oțelului de rulmenți, pot rezulta produse de desoxidare prin precipitare. SiO_2 rezultat trece în soluție pînă la saturare, iar surplusul formează silicați, a căror disociere are loc cu viteză limitată și, deci, în oțel rămîn silicați și SiO_2, însă în particole foarte mici, așa încît în probele luate din cuptor ele nu apar la microscop. La răcire, în oala de turnare și mai ales în lingotiere, particolele mici se coagulează și din particolele mari astfel formate o parte rămîn în oțel.

Îndepărtarea produselor de dezoxidare depinde deci de cantitatea și de compoziția lor la începutul procesului, în aceste produse predominînd FeO și MnO apoi, cu creșterea conținutului de [Si], predominînd SiO_2. Rezultă că gradul de impurificare depinde de cantitatea de siliciu adăugat și de modul de adăugare, deci de tehnologie și că există un adaos optim de ferosiliciu, care asigură cel mai redus grad de impurificare.

Folosind ferosiliciu fin măcinat, trecut prin sită cu 160 ochiuri pe cm^2, în baie ajunge puțin Si și, deci, incluziunile sînt sărace în SiO_2,

deci ușor fuzibile și trec în mare parte în zgură. În baie rămîn disperse, ca particole mărunte și dure, de cîțiva microni, numai produsele cu conținut ridicat de SiO_2, care nu se coagulează. Aceasta explică pentru ce uneori în probele luate din cuptor se observă globule sticloase (silicioase) cu diametrul sub 10 microni, care dispar pînă la sfîrșitul perioadei de dezoxidare.

Cînd se folosește ferosiliciul în bucăți, rezultă mai mult SiO_2 în baia de oțel și acesta conține mai multe incluziuni mari de silicați.

Importanța considerațiilor precedente cu privire la dezoxidarea cu siliciu iese în mod clar în evidență din fig. 3, din care se vede *că gradul cel mai redus de impurificare cu incluziuni de silicați corespunde unui adaos de 0,22% Si.*

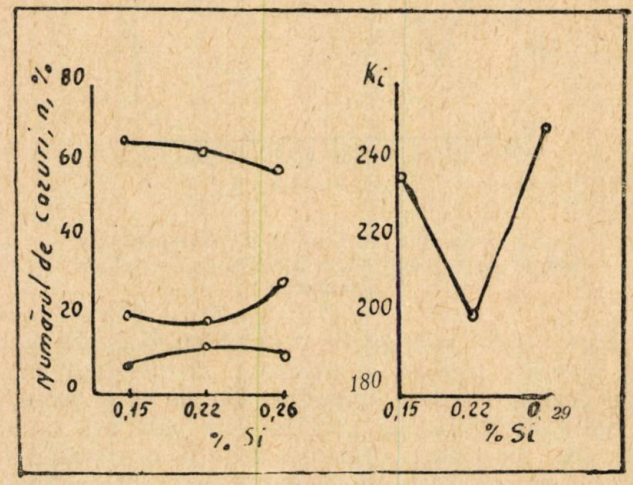


Fig. 3. — Relația între adaosul de siliciu și mărimea incluziunilor, respectiv gradul de impurificare al oțelului cu incluziuni nemetalice

Completînd dezoxidarea cu aluminiu, introdus în baia de oțel care conține FeO corespunzător echilibrului cu [Si] la temperatura dată, sub zgură de compoziție determinată, aluminiul reacționează producînd Al_2O_3. Această alumină modifică compoziția chimică a incluziunilor formate anterior, mărindu-le fluiditatea și favorizînd îndepărtarea lor.

Din fig. 4 se vede că rezultatele obținute din studiul șarjelor cercetate, dezoxidate cu aluminiu și fără aluminiu, diferă sensibil. Valoarea lui K_i indică deasemenea o scădere a gradului de impurificare la șarjele cu adaos de aluminiu, însă din datele puține care au stat la dispoziție — 71 șarje fără aluminiu — nu se pot trage concluzii definitive. Influența adaosului de aluminiu constituie, deci, o problemă care rămîne deschisă.

În concluzie, din studiul făcut rezultă că impurificarea oțelului de rulmenți cu incluziuni oxidice depinde de factorii tehnologici și anume de viteza de decarburare și de cantitatea și modul de adăugare a dezoxidanților (Si, Al), deci de dezoxidare.

b) *Incluziuni sulfidice.* — Combinațiile sulfului — FeS, MnS, sau amestecuri — se concentrează în părțile lingoului care rămîn mai mult timp lichide, deci în centru. Cantitatea lor (mărime și număr) depinde

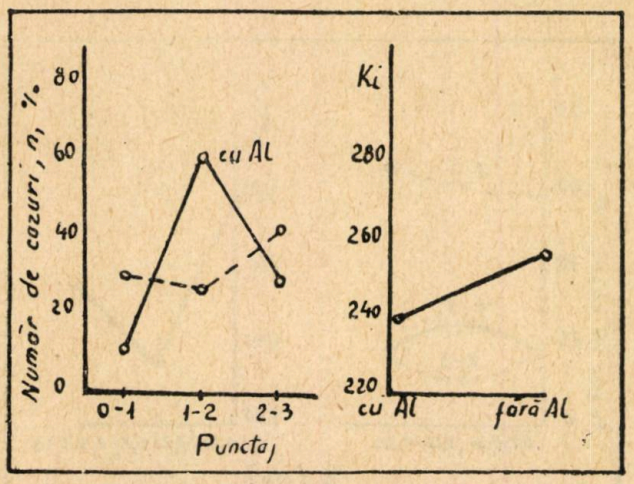


Fig. 4. — Variația gradului de impurificare a oțelului cu incluziuni în funcție de modul de dezoxidare

de conținutul de sulf al oțelului la turnare, de mărimea lingoului și de condițiile de solidificare a acestuia. Pentru a avea o repartiție favorabilă, oțelul va conține, deci, cu atît mai puțin sulf cu cît lingoul este mai mare. De asemenea trebuie tins către sulfuri cu punct înalt de topire (cu Mn, Zr, Ti), care se găsesc în interiorul cristalelor, deci sînt puțin vătămătoare. În fine trebuie ca solidificarea lingoului să fie condusă corect, respectînd limitele pentru temperatura și viteza de turnare, viteza de răcire și forma lingotierii.

În cazul șarjelor cercetate mărimea și forma lingotierii a fost mereu aceiași (lingou mic, sub 200 kg), deci s-a studiat numai influența conținutului mediu de sulf, a conținutului de mangan și a temperaturii asupra incluziunilor sulfidice.

Din studiu a rezultat că gradul de impurificare a oțelului cu sulfuri scade pe măsură ce conținutul de sulf din oțel scade, apoi, după ce se atinge un minim la 0,010—0,015% S, valoarea k_i crește din nou. Același lucru rezultă și în ce privește numărul cazurilor cu incluziuni sulfidice mari. Explicația acestor rezultate aparent nelogice trebuie căutată în procesul complex de segregare a sulfului care depinde de conținutul de sulf, dar depinde și de alți factori ca temperatura oțelului lichid și conținutul de mangan al acestuia. Ținînd seama și de acești factori s-a ajuns la următoarele rezultate:

— Deoarece sulful trece în zgură cu MnS ar însemna că desulfurarea să se accentueze pe măsură ce conținutul de [Mn] crește și, de asemenea, ar trebui să scadă gradul de impurificare cu incluziuni sulfidice. Din fig. 5 se vede însă că gradul de impurificare cu incluziuni este minim pentru 0,25—0,30% Mn, domeniu în care este valabilă următoarea relație între conținuturile medii de Mn și de S:

$$[Mn] = 22\ [S]$$

Prin urmare, dacă baia conține mai puțin mangan decît 0,25% sulfurile mari trec într-o măsură mai redusă în zgură. Același lucru se întîmplă și cînd conținutul de mangan este mare, probabil din

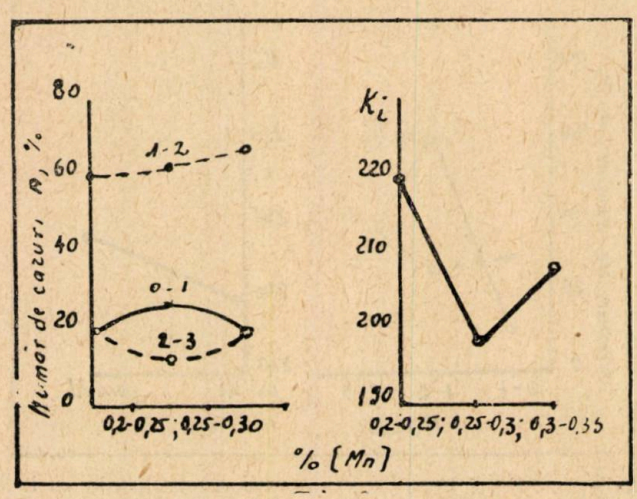


Fig. 5. — Relația între conținutul de mangan din oțel, mărimea incluziunilor și gradul de impurificare a oțelului cu incluziuni nemetalice

cauza creșterii viscozității oțelului și în acest fel se explică variația punctajului pentru un conținut dat de S. În acest caz, conținuturile de mangan, în limitele fixate pentru oțelul de rulmenți (limite respectate la șarjele urmărite), nu influențează sensibil cantitatea de incluziuni sulfidice.

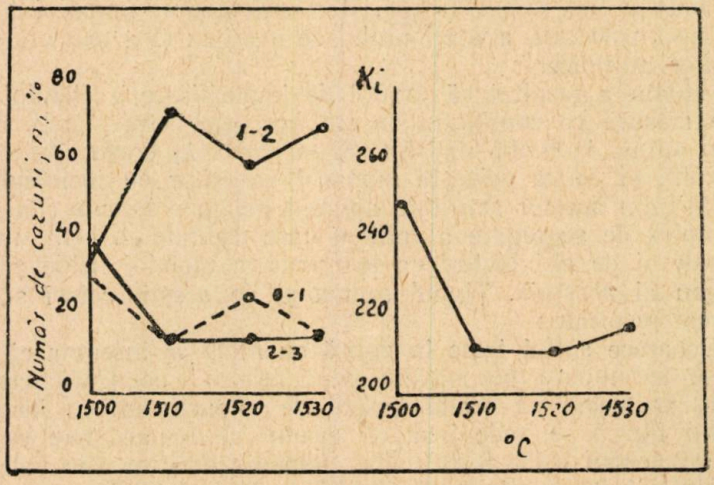


Fig. 6. — Relația între temperatură, mărimea incluziunilor și gradul de impurificare a oțelului cu incluziuni nemetalice

Influenţa temperaturii oţelului la evacuarea din cuptor asupra incluziunilor sulfidice se vede din fig. 6 din care rezultă că la temperaturi sub 1510°C (necorectat) creşte puternic gradul de impurificare.

În încheiere este de observat că eşantioanele luate din aceiaşi şarjă au arătat rar diferenţe mari, iar numărul mare de şarje urmărite îndreptăţeşte generalizarea concluziilor trase şi propunerea ca în viitor să se elaboreze pe baza unei tehnologii care să respecte concluziile lucrării.

Schema acestei tehnologii îmbunătăţită ar fi următoarea:

— zgura de afinare va fi formată timpuriu, în decursul topirii, astfel ca în momentul cînd totul este topit zgura să fie bazică şi caldă;

— în momentul cînd totul este topit baia trebuie să conţină 1,0—1,10% C;

— în perioada de decarburare, în condiţiile cuptorului urmărit (supraîncărcat şi cu transformator slab) se va tinde spre viteze medii de decarburare între 0,20 şi 0,30% C/h, chiar dacă la topire baia conţine mai puţin de 1% C (în alte condiţii de lucru se vor determina alte viteze de decarburare);

— după îndepărtarea zgurii oxidante şi formarea zgurii noi din var şi fluorură de calciu, se va realiza o zgură puternic carbidică;

— înainte de a sparge zgura carbidică se corectează conţinutul de Mn al băii astfel ca aceasta să conţină 0,25—0,30% Mn;

— spargerea zgurii se va face cu şamotă şi cu ferosiliciu fin măcinat, în cantitate corespunzătoare unui adaos de 0,22% Si;

— se va completa dezoxidarea cu aluminiu în cuptor;

— temperatura oţelului la evacuarea din cuptor va depăşi 1510°C (necorectată), iar la turnare va fi scăzută, atît ca să nu se formeze pojghiţă pe suprafaţa oţelului, deci oţelul se va menţine timp suficient în oala de turnare.

Laboratorul de Siderurgie
Institutul Politehnic Bucureşti

К ВОПРОСУ ОВ УСТАНОВЛЕНИИ ЗАВИСИМОСТИ КОЛИЧЕСТВА НЕМЕТАЛЛИЧЕКИХ ВКЛУКЕНИЙ ОТ УСЛОВИЙ ВЫПЛАВКИ ШАРИКОПОДШИПНИКОВОИ СТАЛИ

(Краткое содержание)

На основе данных наблюдения по ходу околу 200 плавок шарикоподшипчиковой стали, проведенных в дуговой основной электрической печй и полученных баллов по неметаллическим включениям, выявлена зависимость между количеством последних и процессом выплавки. Устанавливается в первую очередь зависимость количества оксидных неметаллических включений от скорости выгорания углерода (рис. 1,2), Найдено, что сталь с наименьшим количеством этих включений получается при скорости выгорания углерода от 0,20 до 0,30 $_0/^0$ С в час (в условиях исследованных плавок). Указывается далее, что способ введения ферросилиция и его количество также сказываются на образовании неметаллических включений. Авторы считают, что лучше всего вводить около 0,22 $_0/^0$ *Si* (рис. 3)

Влияние добавок алюминия не выявлено с достаточной четкостью.

Загрязнение сульфидными включениями зависит и от среднего содержания серы (наименьшее количество включений соответствует среднему содержанию серы в 0,010 — 0,015 %), однако оно главным образом зависит от содержания марганца в стали и от температуры. Наилучшие результаты получены в том случае когда $Mn = 0{,}25 - 0{,}30\%$ (рис. 5) и при $Mn = 22\ \% S$ и температуре стали при выпуске выше 1510° С без поправки (рис. 6).

На основе полученных результатов были сделаны выводы по поводу процесса разработки и отливки шарикоподшипниковой стали.

CONTRIBUTIONS TO ESTABLISH RELATION BETWEEN THE NONMETALIC INCLUSIONS AND THE MELTING PROCESS OF ROLLER BEARING STEEL.

Based on observations made at the basic electric furnace during about 200 roller bearing steel charges and on results obtained regarding nonmetalic inclusions was determined the quantity of these and its relation to the technological melting process.

First of all was established relation between the nonmetalic oxidic inclusions and the decarburation speed (fig. 1, 2). Results prove that the purest steel corresponds to a decarburation speed of 0,2%—0,3% C/hour (for given melting process conditions).

Further is stated that the way of adding the ferrosilicon as well as its quantity influence the nonmetalic inclusions. There should be added 0,22% Si in view of first rate results.

The influence of adding aluminum isn't evidently seen.

Impurifications due to sulfuric inclusions depends ou the medium sulfur contents (at least 0,010%—0,015% S) but especially ou the Mn contents and the temperature.

Best results are obtined when Mn = 0,25%—0,30% (Fig 5), and when the relation : % Mn = 22 x % S is accoplished and if the noncorected temperature of the steel at its evacuaton is over 1510° C. (Fig 6). Thanks to these results conclusions may be drown regarding the management of the melting as well as of the casting process of roller bearing steel.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

669.14

CONTRIBUȚII LA STABILIREA RELAȚIILOR DINTRE MODUL DE ELABORARE ȘI INCLUZIUNILE NEMETALICE ÎNTR-UN OȚEL NEALIAT *)

de ALEXANDRU RĂU și SILVIA DASCĂLU

Cerințele industriei noastre constructoare de mașini, în ce privește calitatea oțelurilor, sînt din ce în ce mai severe, urmărindu-se prin aceasta realizarea de mașini mai ușoare și cu durată mai lungă de funcționare.

Calitatea unui oțel de compoziție dată depinde de tehnologia elaborării, care se oglindește în valorile proprietăților caracteristice și în cantitatea de produse rebutate. Prin urmare, tehnologia elaborării trebuie să fie adaptată în funcție de calitatea urmărită, oțelurile de calitate superioară cerînd o tehnologie deosebită de cea a oțelurilor obișnuite.

În lucrarea de față prezentăm un aspect al problemei oțelurilor de calitate superioară, cel legat de incluziunile nemetalice într-un oțel Martin nealiat, cu conținut mediu de carbon, folosit pe scară mare la fabricarea arborilor cotiți.

Studiul microscopic al unui număr de arbori cotiți relativ mici, confecționați prin forjare din bare laminate și rupți prematur, a arătat următoarele:

— în unele cazuri, oțelul provenit de la o anumită uzină conține incluziuni nemetalice, numeroase și mari, de silicați plastici și oxizi;

— în alte cazuri, oțelul provenit de la o altă uzină conține, pe lîngă incluziuni oxidice mari, îngrămădiri puternice de incluziuni sulfidice în centrul barelor laminate;

— prin modul de executare a coturilor arborilor, zona centrală a barelor este scoasă la suprafață și astfel, „crestăturile" constituite de incluziunile mari ajută la ruperea arborilor.

Tabela 1

Incluziuni % față de oțel	SiO_2	Al_2O_3	FeO	MnO	Total
Stabile	0,0067	0,0078	0,0032	0,0011	0,0188
Nestabile	—	—	0,0246	0,0086	0,0332
Totale	0,0067	0,0078	0,0278	0,0097	0,0520

Conținutul și compoziția chimică a incluziunile nemetalice oxidice dintr-un arbore rupt, forjat din oțel de calitatea celui cu îngrămădiri de

*) Lucrare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București din 27—28 iunie 1957.

incluziuni sulfidice, incluziuni determinate prin metoda de separare electrolitică, sînt cuprinse în tabela 1.

La conținutul de 0,0188% incluziuni stabile (conținut care nu este exagerat de ridicat pentru oțelul cercetat), respectiv la conținutul total de 0,0520%, mai trebuie adăugat 0,090% incluziuni sulfidice, calculate din conținutul total de sulf [1]).

Oțelul este deci *murdar,* mai ales dacă se ține seama că — datorită condițiilor de elaborare — incluziunile nemetalice sînt grosolane.

Din tabelă se mai vede că conținutul de incluziuni oxidice nestabile (în care predomină FeO), depășește conținutul de incluziuni nemetalice stabile ceea ce înseamnă că nu se stăpînește procesul de elaborare și în primul rînd nu se asigură condițiile cerute la dezoxidare. Acest lucru s-a constatat la oțelul provenit de la ambele uzine cercetate.

În cele ce urmează prezentăm datele obținute la încercările făcute pentru reducerea conținutului de incluziuni nemetalice de silicați plastici și oxizi prin îmbunătățirea procesului tehnologic, proces urmărit de la încărcare și pînă la turnarea oțelului în lingouri.

Încărcăturile folosite la trei șarje urmărite sînt trecute în tabela 2, alături de compoziția băii metalice la topire și de compoziția finală a oțelului.

Tabela 2.

Nr. șarjei	Componența încărcăturii %					La topire %		Oțelul gata %				
	Fier vechi	Fontă veche	Fontă lichidă	Var	Oxidanți	C	Mn	C	Si	Mn	P	S
1	35	10	55	2,40	—	1,20	0,61	0,44	0,26	0,70	0,020	0,020
2	42	—	58	2,55	12,75	1,66	0,40	0,36	0,21	0,71	0,028	0,031
3	45	6	49	2,75	11,80	1,45	0,18	0,32	0,35	0,77	0,045	0,021

Din tabela 2 rezultă următoarele:

— surplusul de 0,76—1,30% C la topire, peste conținutul final, corespunde pentru oțelurile de calitate elaborate în cuptoare Martin cu păcură, de 50—60 t capacitate (surplus normal de 1 ∓ 0,2%C) ;

— fonta se încarcă în cote la limita superioară (normal sub 55%) iar compoziția și temperatura ei variază mult, deoarece se lucrează cu melanjorul avansat golit [2]).

Fierul vechi folosit nu este sortat și clasat, conține fier vechi ușor și ruginit neîmpachetat, precum și materiale pămîntoase. Deasemenea nu sînt sortate și clasate materialele oxidante (arsură, zgură sudată și minereu), iar intrările de materiale nu au loc în ritmul cerut de încărcarea cuptoarelor. Ca urmare, nu poate fi vorba de o standardizare a încărcăturii și de un calcul prealabil, ceea ce explică variațiile mari ale conținutului de carbon, la topire și ale duratelor perioadelor caracteristice (tabela 3).

[1]) Corespondența cu cantitățile determinate direct este bună. (Lucrare de dizertație 1956, Ing. Dascălu Silvia).

[2]) În plus nu se îndepărtează zgura strînsă în melanjor, care ajunge în cuptor.

Durata perioadelor caracteristice (minute) Tabela 3.

Nr. sarjei	Ajustare	Încărcare	Încălzire	Fonta lichidă	Topire	Afinare	După feromangan
1	20	30	25	60	115	100	10
2	30	30	90	30	105	165	Fără feromangan
3	35	95	80	10	125	200	12

Din tabela 3 rezultă următoarele abateri față de normal:

— ajustarea depășește în general 20 min., lipsind mecanizarea și organizarea corespunzătoare metodei rapide de lucru (10—20 minute, cu regim termic ridicat);

— încărcarea se face încet (0,8—0,9 t/min la primele două șarje) și foarte încet (0,27 t/min la ultima șarje) din cauza fierului vechi nepregătit, a aprovizionării neritmice (șarja a treia) și a macaralelor;

— durata încălzirii este lungă la ultimele două șarje (normal 30—40 min. și chiar 20—30 min.), din cauza aprovizionării neritmice cu fontă lichidă, ceea ce lungește și perioada de introducere a fontei lichide la primele două șarje.

Acest cumul de abateri a influențat durata de la începerea ajustării și pînă la terminarea topirii. Astfel, pe baza raportului $\frac{t_I}{p}$, dintre această durată de timp (în ore) și încărcarea specifică (1,8 t/m² suprafață de baie), raport care a avut valorile 2,31, 2,64 și 3,20 (normal 2,1—2,6), se poate spune că durata t_I este lungă la șarja a doua (ca urmare a duratei lungi de încălzire și de introducere a fontei lichide) și este foarte lungă la șarja a treia (ca urmare a duratei lungi de încărcare și încălzire).

Introducerea fontei lichide în timp relativ normal și după o încălzire îndelungată la șarja a doua, a dat naștere la reacții puternice și la evacuarea zgurii primare timp de 90 min, ceea ce a dus la scurtarea perioadei pînă la topire (t_I) și a contribuit la încălzirea băii. La prima șarjă reacțiile la introducerea fontei au fost slabe datorită duratei lungi a acestei perioade, iar la șarja a treia s-a format „placă" pînă la introducerea fontei lichide. În ambele cazuri s-a ajuns la zgură spumoasă și îndepărtarea zgurii primare a fost foarte redusă.

Ca urmare a condițiilor deosebite în perioada pînă cînd încărcătura a fost complet topită, au diferit și condițiile fizico-chimice din acest moment și, deci, a diferit mersul afinării în peoriada următoare. Astfel, cu adaosurile de var din tabela 2, raportul de bazicitate, la topire, a avut valori sub 1,25 (necesar $\frac{CaO}{SiO_2} \geq 1{,}4$ chiar pentru oțelurile obișnuite). Bazicitatea redusă și cantitatea mare de zgură în momentul topirii, înseamnă transmitere rea de căldură și temperatură joasă (șarja întîi și ultima), ceea ce influențează defavorabil procesul de afinare.

În cadrul șarjelor urmărite, mersul procesului după topire este concretizat în diagramele de afinare din fig. 1, 2 și 3. Primul lucru ce se observă din aceste diagrame este conținutul ridicat de oxid feros din zgură în momentul topirii. Astfel, la primele două șarje, avînd

$\frac{CaO}{SiO_2}$ = 1,25 resp 1,08 în momentul topirii, Σ (FeO) = circa 15% (normal sub 13%). Șarja a treia (fig. 3) reprezintă un caz tipic de indisciplină tehnologică, avînd $\frac{CaO}{SiO_2}$ = 0,50 și Σ (FeO)=31,5%; corectarea zgurii a început foarte tîrziu și la evacuare $\frac{CaO}{SiO_2} < 1,8$, ca urmare a neevacuării zgurii primare. S-a lucrat, deci, cu zgură multă, rece, vîscoasă, slab reactivă și ca urmare viteza de decarburare a fost scăzută (0,23% C/h) timp de două ore, după care s-a atins 0,45% C/h, timp de una oră [1]).

La primele două șarje (fig. 1 și 2) bazicitatea zgurii s-a corectat normal și decarburarea a atins 0,74 resp. 1,12% C/h timp de 30 min. la începutul subperioadei de fierbere intensă.

La sfîrșitul subperioadei de fierbere intensă Σ (FeO) a scăzut la toate șarjele, ceea ce înseamnă că pînă în acest moment baia s-a încălzit suficient. Ca urmare, în subperioada de fierbere liniștită s-au asigurat viteze acceptabile de decarburare (0,30; 0,12; 0,21% C/h), iar bazicitatea zgurii a crescut, la început încet și apoi mai puternic, la primele două șarje (la ultima șarjă a rămas scăzută). Corespunzător scade Σ (FeO) la 8—10% (se cere sub 12%), ceea ce înseamnă că a fost îndeplinită una din condițiile principale pentru a face o dezoxidare corectă.

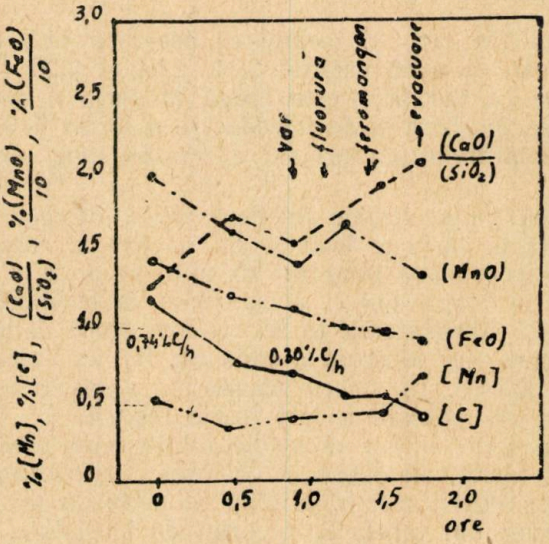


Fig. 1. — Diagrama de afirmare pentru șarja 1

Acest lucru este valabil în primul rînd pentru șarja a doua la care s-a realizat și o bazicitate bună $\left(\frac{CaO}{SiO_2} = 2,80\right)$ și o temperatură ridicată a

[1]) Se tinde la 0,7 — 0,9% C/h și mai mult la începutul subperioadei de fierbere intensă și 0,5 — 0,6% C/h la sfîrșit (sau cel puțin 0,18 — 0,36% C/h la mers nu prea fierbinte).

băii (1570°C necorectată). Ca urmare concentrația de (MnO) a scăzut continuu, iar concentrația de [Mn] a crescut puternic prin regenerare. La șarja întîi, mai rece (1550°C) și cu zgura mai puțin bazică, conținutul de (MnO) a rămas aproape constant, iar regenerarea de mangan a fost slabă, fiind necesar adaos de feromangan (220 kg cu 45% Mn). La șarja a treia, deși puternic supraîncălzită, regenerarea manganului a fost slabă din cauza bazicității scăzute (s-a adăugat 250 kg feromangan).

Dezoxidarea finală s-a făcut în oala de turnare, cu 0,30% Si ca ferosiliciu 75% la primele două șarje (ardere 13 resp. 30%). La șarja a treia s-a predezoxidat în cuptor cu ferosiliciu 50% (220 kg împachetat cu 180 kg feromangan 45%) și s-a dezoxidat în oala de turnare cu fero-

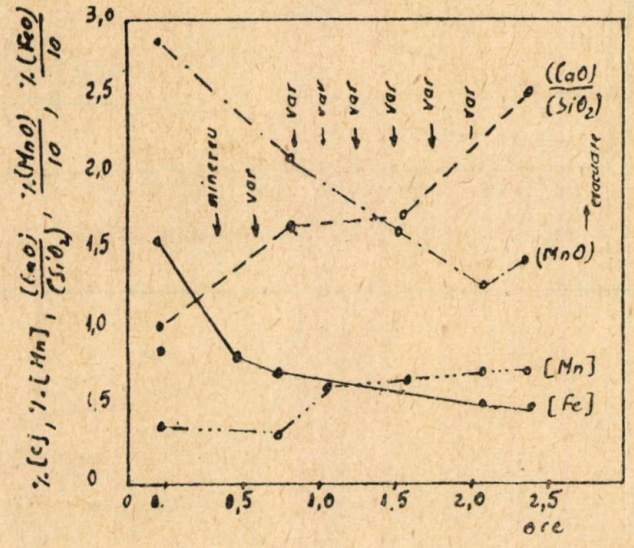


Fig. 2. — Diagrama de afinare pentru șarja 2

siliciu 75% și cu silicocalciu (în total 0,45% Si, arderea fiind 22%). La toate șarjele s-a completat dezoxidarea în oala de turnare cu 0,270 kg Al/t, corespunzător cuptoarelor cu mers fierbinte și mărimei grăuntelui de austenită cu punctajul 5 (0,25—0,30 kg/Al/t) [1]).

Conținutul de incluziuni nemetalice, separate prin metoda electrolitică din probe luate din cuptor (înaintea evacuării) din oala de turnare (după podul al doilea) și din țagle (ca medie din centrul, jumătatea razei și marginea țaglei) și compozițiile chimice pentru incluziunile stabile, nestabile și totale, sînt cuprinse în tabela 4.

Variația lor este reprezentată grafic în fig. 4 .

Din tabela 4 și din fig. 4 se vede că la șarja a doua, elaborată în condițiile cele mai apropiate de cele cerute oțelurilor de calitate superioară, conținutul total de incluziuni nemetalice în oala de turnare este mic (0,03% din care 0,0167% stabile), în comparație cu prima șarjă, cu mers rece (0,0863% incluziuni totale, din care 0,0287% stabile). Șarja

[1]) A. Rău — S. Tudorică: Met. Oțelului, Ed. Tehnică, 1956, pag. 264 și 268.

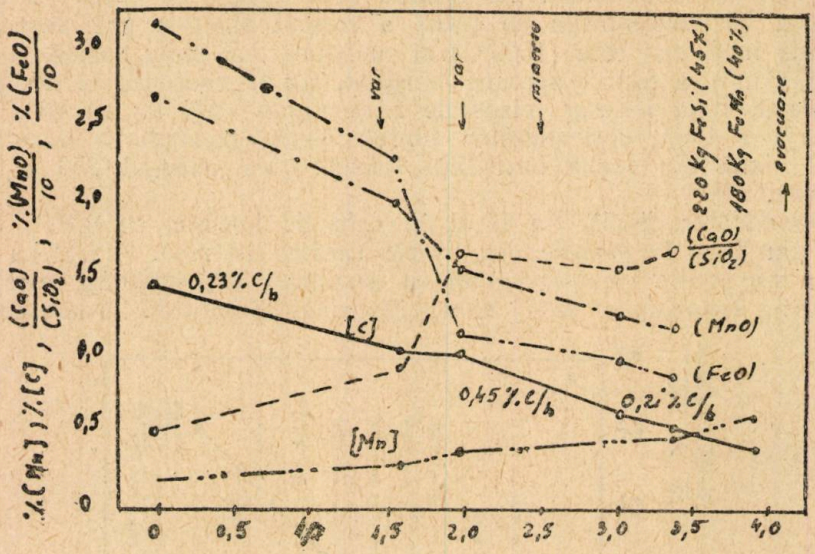


Fig. 3. — Diagrama de afirmare pentru șarja 3

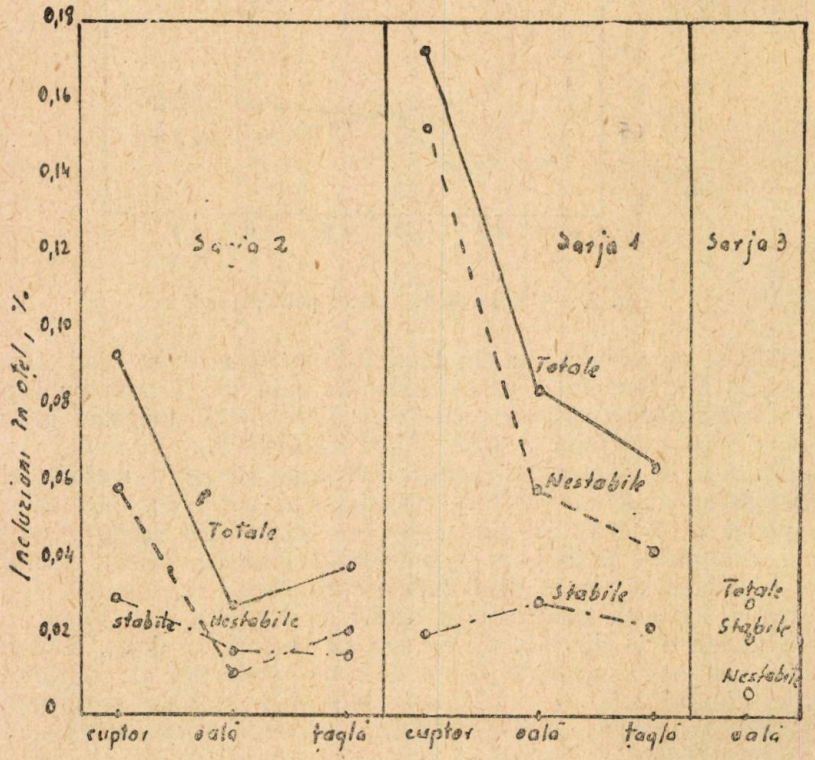


Fig. 4. — Variația conținutului de incluziuni la evacuarea din cuptor, în oala de turnare și în prefabricat

a treia, cu mers mai fierbinte, este cea mai curată (0,0293% incluziuni totale, din care 0,0217% stabile), iar conținutul de incluziuni nestabile este mai scăzut decît la celelalte șarje și decît conținutul de incluziuni stabile, dezoxidarea fiind bună.

Tabela 4

Incluziuni	Șarja	1			2			3
		Cuptor	Oală	Taglă	Cuptor	Oală	Taglă	Oală
Stabile %	SiO_2	0,0050	0,0157	0,0052	0,0178	0,0081	0,0085	0,0068
	Al_2O_3	0,0020	0,0103	0,0095	0,0067	0,0049	0,0048	0,0089
	FeO	0,0049	0,0013	0,0068(1)	0,0046	0,0018	0,0010	0,0019
	MnO	0,0104	0,0014	0,0020	0,0035	0,0019	0,0027	0,0041
	Total	0,0223	0,0287	0,0235	0,0326	0,0167	0,0170	0,0217
Nestabile %	FeO	0,0465	0,0298	0,0134	0,0094	0,0108	0,0041	0,0062
	MnO	0,1077	0,0278	0,0293	0,0522	0,0028	0,0183(2)	0,0014
	Total	0,1542	0,0576	0,0427	0,0616	0,0136	0,0224	0,0076
Total general %		0,1765	0,0863	0,0662	0,0942	0,0303	0,0394	0,0293

1) La margine și la jumătatea razei 0,0011%;
2) În centru 0,0346%.

Incluziuniie nemetalice stabile, care sînt compuse mai ales din SiO_2 și Al_2O_3, au punct înalt de topire și se depun cristalin în timpul procesului de solidificare. O importanță deosebită în formarea lor o are dezoxidarea, care reprezintă însă numai unul din factorii de care depinde calitatea oțelului, ea neputînd corecta în întregime urmările nerespectării altor condiții în perioadele anterioare. Aceasta în măsura în care nerespectarea unor factori contribuie — alături de conținutul de C — la creșterea conținutului de oxigen al băii de oțel — respectiv Σ (FeO) — în momentul dezoxidării. Acești factori pot fi compunerea încărcăturii și conducerea procesului în perioadele sale caracteristice. Astfel, rezultatele obținute la șarja a doua arată că formarea timpurie a zgurii și îndepărtarea la timp și în cantitate mare a zgurii primare, asigură o încălzire bună a băii la topire, o fierbere intensă și o regenerare puternică a manganului în subperioada de fierbere liniștită. Din contră, la prima șarjă, datorită temperaturii scăzute la topire, în baie au putut lua naștere emulsii de impurități, cu tendință slabă spre coagulare, ceea ce conduce, în general, la oțel cu multe incluziuni nemetalice.

De modul cum este condusă decarburarea, deci de măsura în care sînt respectate regulile de afinare, depinde și conținutul de mangan, de gaze și temperatura băii și a zgurii în momentul dezoxidării. Astfel, duratele mari ale subperioadei de fierbere liniștită, la primele două șarje (80 și 110 min. față de 60 min. la șarja a treia) au putut duce la creșterea conținutului de gaze în oțel.

Adăugarea feromanganului deodată, cu 8—12 min. înainte de evacuarea oțelului din cuptor, a contribuit la răcirea băii la prima șarjă ceea ce, împreună cu concentrația mare locală de mangan, a favorizat producerea de MnO în baie. Neavînd timp să iese la suprafața băii, pînă la evacuarea oțelului din cuptor, MnO a ajuns în oala de turnare unde au

luat naştere silicaţi şi aluminosilicaţi bogaţi în SiO_2 şi Al_2O_3 cu punct înalt de topire, alături de MnO liber, de asemenea cu punct înalt de topire (vezi MnO în incluziunile nestabile din tabela 4). La şarja a doua conţinutul de (FeO) în momentul dezoxidării a fost redus (dovadă regenerarea puternică a manganului). La şarja a treia dezoxidarea a fost mai intensă, ca urmare a predezoxidării concomitente cu Mn şi Si şi folosirii de silicocalciu, iar produsele complexe au părăsit mai uşor oţelul. Ultimele două şarje sînt deci mai curate decît prima şi conţinutul de incluziuni nemetalice nestabile este mai mic decît cel al incluziunilor stabile, adică oţelul este mai bine dezoxidat.

Conţinutul de SiO_2 din incluziunile nemetalice determinate în probele din oala de turnare indică o creştere cu arderea de siliciu la dezoxidare, iar arderea mare de siliciu dovedeşte o predezoxidare insuficientă. Numărul de determinări fiind însă mic, nu se poate da o reprezentare grafică a variaţiei.

În funcţie de gradul de supraîncălzire a diferit comportarea oţelului la turnare în lingotiere[1]). La prima şarjă oţelul a umplut lingotiera avînd pe suprafaţă o pojghiţă care s-a menţinut la 30—40 mm de la pereţii lingotierii. La şarja a doua s-a format numai o peliculă de oxizi, iar la şarja a treia s-a turnat foarte fierbinte, deşi s-a menţinut oţelul peste 20 min în oala de turnare.

Din fig. 5 se vede că conţinutul de incluziuni nemetalice variază invers proporţional cu durata menţinerii oţelului în oala de turnare,

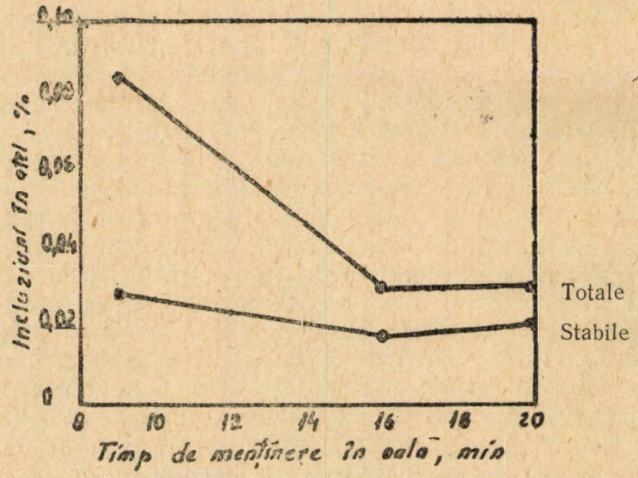


Fig. 5. — Relaţia între timpul de menţinere a oţelului în oala de turnare şi conţinutul de incluziuni nemetalice (totale şi stabile)

aceasta pînă la o anumită limită peste care decantarea impurităţilor este încetă. Temperatura ridicată a oţelului şarjei a treia la turnare, împreună cu menţinerea îndelungată a oţelului în oala de turnare, au ajutat la îndepărtarea avansată a incluziunilor înainte de solidificare, însă lingourile au prezentat crăpături.

[1]) Cîte 4 lingouri de 3,4 t pe un pod de turnare.
Umplerea corpului lingoului în 5 min., iar a maselotei în 3 min.

Între conținuturile totale de incluziuni nemetalice din oțel, în cuptor, în oala de turnare și în țagle, rezultă rapoartele următoare pentru primele șarje:

Nr. șarjei	Cuptor / Oală	Cuptor / Țagle	Oală / Țagle
1	2,05	2,66	1,30
2	3,10	2,39	0,77

Deși aceste valori indică o oarecare legătură între cantitățile de incluziuni nemetalice începînd din cuptor și pînă în produsele laminate, nu se poate deduce o lege în această privință, numărul de cazuri studiate fiind prea mic. Este totuși de remarcat că la șarja a doua, la care s-au respectat cel mai mult condițiile de elaborare, rapoartele descresc în mod clar.

În legătură cu aceasta și ca încheere, trebuie spus că lucrarea de față nu poate fi considerată decît ca o „cercetare preliminară" cu scopul de a determina rezultate experimentale care să servească drept punct de plecare pentru începerea unei lucrări de amploare, în vederea îmbunătățirii metodei de elaborare. Aceste rezultate preliminare arată că trebuie să se respecte condițiile impuse de factorii tehnologici și anume:

— ajustarea, încărcarea, încălzirea și topirea, trebuie să aibă loc în timp scurt și cu regim termic ridicat;

— zgura să fie formată timpuriu, îndepărtarea zgurii primare să fie avansată și la timp, pentru a asigura zgură bazică la topire și transmitere bună de căldură la baia de oțel;

— vitezele de decarburare să fie mari și duratele subperioadelor de fierbere intensă și liniștită să fie respectate;

— regenerarea manganului să fie puternică;

— predezoxidarea să se facă obligatoriu, cu feromangan și fontă silicioasă, sau mai bine cu silicomangan, preîncălzite la roșu;

— adaosul de aluminiu să se facă ținînd seama și de temperatură;

— dezoxidarea să se facă, pe cît posibil, cu dezoxidanți complecși (silicocalciu, AMS etc.).

Toate condițiile cerute de respectarea factorilor tehnologici, precum și cele în legătură cu neajunsurile semnalate începînd de la compunerea încărcăturii și pînă la topirea acesteia, pot fi asigurate în timp relativ scurt și fără investiții mari. Elaborarea oțelurilor de calitate superioară poate deveni, deci, o realitate dacă conducerea siderurgiei vrea.

În același timp cu măsurile tehnico-organizatorice, care decurg din determinările experimentale, este necesar să se doteze oțelăriile cu mijloace moderne de control, care să asigure mereu aceleași condiții corecte de lucru în momentele decisive ale procesului de elaborare, adică aceeași tehnologie a elaborării, deci producție de calitate constantă.

Laboratorul de Siderurgie
Institutul Politehnic București

К ВОПРОСУ ОБ УСТАНОВЛЕНИИ ЗАВИСИМОСТИ СОДЕРЖАНИЯ НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ВКЛЮЧЕНИЙ В УГЛЕРОДИСТЫХ СТАЛЯХ ОТ УСЛОВИЙ ВЫПЛАВКИ

Содержание и состав стабильных и нестабильных неметаллических включений, выделяющихся в углеродистой стали, предназначенной для изготовления коленчатых валов малых размеров показывают, что процесс выплавки и в особености раскисление этой стали недостаточно разработаны. После неоднократных испытанй, проведенных на 60 т. основной мартеновской печи удалось получить сталь, относительно чистую по неметаллическим включениям. Одновременно были определены отклонения от обычного технологического процесса и установлены условия, необходимые для получения всегда чистой стали.

CONTRIBUTIONS TO ESTABLISH RELATION BETWEEN MELTING PROCESS AND NONMETALIC INCLUSIONS BY CARBON-STEEL.

The contents and composition of the stable or instable nonmetalic inclusions found in the carbon steel used for manufacturing little crank shafts, proved that the melting process in not sufficiently controlled and especially regarding deoxidation.

Owing to experiments made in Martin basic furnaces of 60 t capacity, relatively pure steel as to its nonmetalic inclusions has been obtained.

The deviation from the normal technological melting process has been determined and the coditions which are to be observed for a constant production of pure steel have been established.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

RECENZII

MĂSURĂRI ÎN RADIOTEHNICA

de prof. ing. EDMOND NICOLAU
(vol. I Ed. Energe icâ de Stat Buc. 1955, 393 pag.; vol. II Ed. Tehnică Buc. 1957, 586 pag.)

Literatura noastră de specialitate s-a îmbogățit cu o nouă lucrare anume cu cele două volume de Măsurări în radiotehnică, apărute primul în Editura Energetciă în 1955 iar al doilea în Editura Tehnică în 1956. Ambele volume ale lucrării constitue un tot unitar, care pun la îndemîna ctitorului atît metodele practice cît și teoria fenomenelor ce intervin în problemele de măsuri electronice. În cele 1 000 de pagini ale lucrării se prezintă astfel atît metodele clasice cît și cele mai noi probleme legate de măsurile radiotehnice.

Lucrarea în ansamblul ei se caracterizează printr-o serie de calități care trebuie puse în evidență:

1. — lucrarea este redactată în mod unitar. La fiecare capitol în parte se face mai întîi o prezentare fizică a fenomenelor care intervin, se trece apoi la încadrarea matematică a fenomenelor, după care se prezintă metodele de măsură. Se ilustrează partea teoretică prin prezentarea unor aparate industriale realizate după principiile expuse. Se fac considerații critice asupra diverselor procedee existente.

2. — În lucrare apare evident faptul că autorul are o practică bogată în direcția măsurărilor electronice : la fiecare metodă se dau indicații concrete de cum trebuie procedat spre a se evita erori sistematice.

3. — Lucrarea este astfel redactată încît ea poate fi utilă atît specialistului de înaltă calificare cît și practicianului. Primul găsește la îndemînă atît teoria sub forma ei ultimă, cît și părțile aplicative. Practicianul găsește o expunere fizică clară a fenomenelor și metodelor și o prezentare a aparaturii de care se servește el. Faptul că lucrarea este astfel redactată a asigurat de altminteri un mare succes editorial.

4. — Faptul că în lucrare se dau numeroase scheme complete de aparate, indicîndu-se și valorile pieselor, face ca lucrarea să fie utilă acelor care doresc să își realizeze singuri anumite aparate speciale.

5. — Datorită celor 1000 pagini lucrarea este un tratat, o carte de referință și nu un manual de școală. El poate însă fi folosit ca atare lăsînd la o parte acele paragrafe în care se face descrierea anumitor aparate industriale. Din punct de vedere didactic lucrarea este bine întocmită, atît prin modul de redactare arătat mai sus, cît și prin introducerea concluziilor asupra fiecărei metode de măsură. În plus la anumite capitole se dau tabele sinoptice de proprietățile aparatelor sau metodelor respective. Acesta este cazul la cap. Voltmetre electronice și Măsurarea puterilor.

6. — În lucrare s-au introdus procedee de măsură foarte moderne, cum ar fi de exemplu problema măsurării timpului de întîrziere de grup.

7. — Acolo unde metodele de încercare sînt standardizate, s-a dat o expunere largă a chestiunii. Acesta este de exemplu cazul la măsurarea tuburilor electronice, a receptorilor etc.

8. — Lucrarea apare legată de realitatea dela noi. Astfel deși lucrarea era în parte redactată în momentul introducerii la noi a sistemului de modulație în frecvență și a televiziunii, aceste probleme au fost incluse în lucrare într-un mod corespunzător necesităților noastre.

9. — În fine lucrarea utilizează pe larg literatura de specialitate sovietică și universală.

Din punct de vedere al grupării materialului pe volume, se poate spune că în primul volum se tratează problemele de bază ale măsurărilor electronice, iar în volumul doi problemele speciale.

Astfel în primul capitol se tratează problemele elementelor de circuit utilizate în măsurile electronice. Se dau metodele de realizare a etaloanelor de rezistență, inductanță și capacitate.

Al doilea capitol tratează despre sursele utilizate în laborator. Se începe cu sursele de curent continuu — baterii, redresori simpli și stabilizați și se trece apoi la generatori de semnale audio și radio. Se remarcă aci o tratare originală a problemelor.

Se trece apoi la prezentarea oscilografelor catodice, fără însă a se da și aplicațiile lor, care sînt grupate pe probleme, în diversele părți ale lucrării.

Capitolul cinci se ocupă de măsurarea tensiunilor și curenților, începînd dela frecvența zero și mergînd pînă la frecvențele cele mai înalte cu care se lucrează la noi în mod curent. Trebuie remarcat aci că în întreaga lucrare nu se tratează problema microundelor. Aceasta constitue un gol în literatura noastră de specialitate, gol ce trebuie complectat, dar fiind faptul că în ultimul timp microundele cunosc la noi o dezvoltare mare.

La acest capitol se remarcă tratarea adîncită a multor probleme care nu se întîlnesc în alte tratate similare.

Se trece apoi la problema măsurării puterilor în audio și radiofrecvență.

Volumul se termină cu un mare capitol asupra măsurării impedanțelor. Se remarcă tratarea completă a problemelor — ceeace de altminteri apare în întreaga lucrare. În plus apare o analiză detailată a Q-metrului — fapt care lipsește în alte tratate.

Volumul al doilea începe cu un capitol relativ la măsurarea frecvențelor. Se prezintă un material bogat relativ atît la metode simple cît și la cele precise, insistîndu-se asupra standardelor primare de frecvență și a aparaturii lor anexă. Se tratează și freventmetrele cu citire directă.

Capitolul următor, relativ la forma semnalelor, prezintă material relativ la: analiza formei semnalelor, măsurarea distorsiunilor, a gradului de modulație, a indicelui de modulație, a defazajelor.

Se remarcă analiza teoretică a funcționării analizorilor de semnal. Se prezitnă aci o serie de considerații teoretice care fixează limitările acestor aparate.

Se arată astfel că analizorii nu pot studia orice fenomen — fapt în genere nesubliniat în literatura de specialitate.

Relativ la măsurarea distorsiunilor se prezintă diverse scheme de distorsiometre și se dau metode pentru verificarea etalonării acestor aparate — ceeace este o contribuție originală.

Tot în acest capitol este inclusă problema modernă a măsurării timpului de întîrziere de grup.

Relativ la măsurarea undelor modulate în amplitudine și frecvență se prezintă o serie întreagă de metode, făcîndu-se și un studiu critic asupra lor. La fel se procedează cu metodele relative la măsurarea defazajelor.

Capitolul se termină cu probleme de măsurare a impulsurilor. Se tratează astfel și sincroscopul — dîndu-se o serie întreagă de scheme practice — și problema generării impulsurilor și a măsurării lor.

Capitolul 9 se intitulează „măsurări de elemente de circuit". El începe cu prezentarea cristalelor de cuarț, a proprietăților lor fundamentale și a metodelor de măsurare a constantelor schemii echivalente. Se arată faptul — în genere nesubliniat suficient — că un cristal de cuarț are mai multe frecvențe caracteristice — a nu se confunda cu faptul că are mai multe frecvențe de rezonanță — și se dau metode pentru măsurarea fiecărei din aceste frecvențe caracteristice.

Se trece apoi la studiul metodelor de măsurare a tuburilor electronice. Această parte este foarte desvoltată, prezentîndu-se un material total inedit în limba romînă — cum de altminteri era cazul și cu majoritatea problemelor tratate (mai puțin în primul și mai ales în al doilea volum). Se definesc astfel un număr întreg de parametrii caracteristici tuburilor, arătîndu-se totodată și metodele adecuate pentru măsurarea lor. Metodele expuse se referă atît la tuburile convenționale de putere sau mici cu vid — cît și la cele cu gaz. Amintim că în acest capitol se prezintă și metoda de obținere a caracteristicilor tuburilor în relief — ceeace prezintă interes pentru diverse domenii ale electronicii.

Trecîndu-se la măsurarea cristalelor detectoare și a tranzistorilor se dau elemente de bază asupra lor, a parametrilor lor și a metodelor de măsurare. Acest subcapitol prezintă cititorului un material foarte modern relativ la tranzistori — elemente care astăzi se răspîndesc din ce în ce mai mult, ocupînd un loc tot mai important în electronică, automatică etc.

Acest capitol se termină cu o serie de metode relative la măsurarea tensiunilor de zgomot ale tuburilor și tranzistorilor.

Capitolul 10 se referă numai la măsurarea amplificatorilor și receptorilor deși în titlu se afirmă că se referă și la măsurarea emițătorilor. În acest capitol se remarcă prezentarea unor metode de măsurare a amplificatorilor de audio frecvență, a celor de cîștig mare destinați masinilor de calculat și a metodelor de măsurare în unde dreptunghiulare. De asemeni se prezintă aci aparate pentru ridicarea automată a caracteristicilor de frecvență ale cuadripolilor.

Relativ la receptori, se dau metodele standardizate de măsurare a receptorilor și se dau și desvoltările teoretice relative la stabilirea formulei de calcul a tensiunii de zgomot a receptorilor.

Tot în acest capitol se dau o serie întreagă de date asupra vobulatorilor, și a aparaturii și metodicii măsurării televizoarelor și receptorilor de MF. Și acest capitol prezintă un material de mare actualitate la noi, în mometul redactării lucrării nefuncționînd stația de TV.

Capit. 11 prezintă materialul relativ la măsurarea liniilor și antenelor. După prezentarea într-o formă concisă dar clară a noțiunilor de bază asupra liniilor se dau metodele moderne de măsurare a liniilor — printre altele și metodele de măsurare în impulsuri.

În acest capitol se remarcă metoda de măsurare a impedanței antenei de recepție.

Ultimul capitol se referă la măsurarea intensității cîmpului electromagnetic. Ca parte originală se remarcă metoda de determinare a caracteristicilor unui cîmp de unde cu autorul antenelor.

Trecînd la aprecieri globale asupra întregii lucrări, trebuie remarcat faptul că lucrarea se prezintă unitar ca metodică și stil. Ea reprezintă o lucrare de mare valoare pentru literatura noastră, putînd fi comparată în avantajul ei cu ori care altă lucrare similară din lume. Lucrarea are ca specific îmbinarea teoreticului cu practicul, iar faptul că se dau indicații precise de manipulare și scheme practice ridică mult valoarea conținutului. Aceasta permite însă înțelegerea mai adîncă a fenomenelor, astfel încît cel care își însușește conținutul poate acționa în mod conștient în fața problemelor practice.

Roman Stere

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

CALCULUL DE REZISTENȚĂ ÎN CONSTRUCȚIA DE MAȘINI, I

de S. D. PONOMAREV, V. L. BIDERMAN, K. K. LIHAREV, V. M. MAKUȘIN, N. N. MALININ V. I. FEODOSIEV

Mașghiz, 1956, 884 pagini

Este cunoscut că noțiunile de rezistența materialelor însușite de studenți la curs, în cadrul unui Institut Tehnic Superior, sînt departe de a satisface toate problemele pe care practica le poate pune unui inginer. De aceea, în practica sa, inginerul va trebui să consulte adesea o literatură amplă, care să-i dea documentația necesară rezolvării unei probleme mai complexe. Cursul pe care l-a studiat ia astfel caracterul unei „introduceri" în știința respectivă. Această constatare este valabilă pentru toate ramurile științelor.

Unde va găsi inginerul documentația suplimentară de care are nevoie într-o anumită problemă? În primul rînd el recurge la manualele tehnice cu caracter enciclopedic cum sînt „Manualul Inginerului" (în limba romînă), „Mașinostroenie" (în limba rusă), „Hütte" (în limba germană) și multe altele de același gen. Aci el găsește soluțiile multor probleme tehnice, similare celor pe care le-a studiat în facultate, sau, uneori mai deosebite de acelea. Aceste manuale enciclopedice, prin însuși specificul lor, evită a face desvoltări teoretice ample, respectiv a ataca probleme prea complicate. O documentație mai detailată poate fi găsită în reviste, acolo unde diferiții cercetători și-au expus, pentru prima dată, rezultatul muncii lor. Acest mod de documentație cere însă timp, precum și condiții materiale, de care nu dispune, oricînd, ori ce inginer.

Lucrarea colectivului condus de Prof. S. D. Ponomarev este un tratat, care dă inginerului constructor de mașini, metodele de calcul în rezolvarea multor probleme care depășesc spațiul și nivelul cursurilor predate într-un Institut.

Ca prezentare generală, tratatul dă toate demonstrațiile necesare pentru înțelegerea problemelor, conducînd pînă la relațiile de calcul necesare inginerului. Lucrarea, care se publică în limba rusă în a doua ediție, cuprinde trei volume. Menționăm că din prima ediție, care a fost întocmită în două volume, cel de al doilea a fost tradus și în romînește (împărțit în două volume) și s-a bucurat de o bună primire din partea cititorilor. Din noua ediție publicată în limba rusă, primul volum, la care se referă recenzia de față, se află în curs de traducere în limba romînă.

Ca factură generală, tratatul nu repetă un curs de rezistența materialelor, ci caută a dezvolta acele capitole, care în cadrul programei analitice din școală sînt insuficient, sau uneori deloc studiate. În acest

fel, tratatul presupune cunoscute problemele elementare ale rezistenţii materialelor şi dă soluţia problemelor mai complicate. Volumul I al tratatului se ocupă de următoarele probleme:

În primele trei capitole se face o expunere concentrată a noţiunilor fundamentale ale teoriei elesticităţii: teoria eforturilor unitare, teoria deformaţiilor, relaţia între eforturi unitare şi deformaţii, energia de deformaţie. O tabelă amplă dă valorile modulelor de elasticitate E şi G pentru diferite materiale.

Capitolul IV dă noţiunile necesare inginerului referitor la metodele experimentale pentru măsurarea eforturilor unitare şi deformaţiilor: tensometrie mecanică şi electrică, fotoelasticitate.

Copitolul V se ocupă de proprietăţile mecanice ale materialelor la solicitări statice, dînd detalii referitoare la epruvete, maşini de încercat, modul de interpretare a rezultatelor, precum şi tabele cu caracteristicile mecanice ale multor materiale.

În cap. VI, intitulat „teoria stărilor limită de solicitări" se face o prezentare amplă a „teoriilor de rupere" a materialelor, însoţită de discuţii critice şi numeroase rezultate experimentale. Această expunere poate aduce multă lumină în această problemă deosebit de delicată.

Cap. VII se ocupă de metodele aproximative folosite în rezolvarea problemelor teoriei elasticităţii.

Cap. VIII face un studiu detaliat, analitic şi experimental, al răsucirii barelor cu secţiuni de formă oarecare. Acest studiu se continuă în Cap. IX, care se ocupă de profilele subţiri, închise şi deschise.

Cap. X face o dezvoltare amplă a metodelor moderne folosite în rezolvarea problemelor complexe de deformaţii ale barelor drepte şi curbe.

În cap. XI se studiază problemele plane şi spaţiale static nedeterminate întîlnite în construcţia de maşini.

În cap. XII se studiază sistemele elastice cu mare flexibilitate, acelea care nu pot fi rezolvate prin metodele curente ale rezistenţii materialelor.

Cap. XIII face o expunere amplă a studiului arcurilor elicoidale, iar în cap. XIV al celor de foi.

În ansamblu, lucrarea prezintă numeroase rezultate ale cercetărilor ştiinţifice ale specialiştilor de la Institutul Bauman din Moscova. O bibliografie amplă, la fiecare capitol, dă cititorului posibilitatea să să documenteze mai complet în problema ce-l preocupă.

Tratatul publicat este de un real folos pentru inginerii constructori de maşini, scutindu-i de o muncă grea de documentare, respectiv dîndu-le soluţii complete pentru numeroase probleme din practică. Traducerea Vol. I în limba romînă este bine venită, iar apariţia volumelor ce vor urma este aşteptată cu interes.

Gh. Buzdugan

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

NOTE

ANIVERSAREA A 250 ANI DE LA ÎNFIINȚAREA PRIMEI ȘCOLI DE ÎNVAȚĂMÎNT TEHNIC SUPERIOR CIVIL DIN PRAGA (C.S.R.).

În luna mai 1957 au avut loc la Praga, cu mare solemnitate, desfășurarea festivităților pentru aniversarea a 250 ani de la înființarea primei școli de ingineri-civili din Europa centrală, Școala din Praga.

Cehoslovacia este o țară de veche tradiție culturală, științifică și artistică, dovedită prin monumentele sale, realizările arhitectonice, picturale, literare. La Praga, capitala fostului regat al Bohemiei, a fost fondată acum 600 de ani prima Universitate din Europa centrală.

Dar Cehoslovacia se bucură de o veche tradiție și în domeniul disciplinelor tehnice. La începutul secolului al XVIII-lea, dezvoltarea mare a lucrărilor militare și civile, a construcțiilor de tot felul, a producției de metale, a artileriei și a lucrărilor de fortificații, cerea crearea unui nou tehnician de specialitate, a inginerului. La anul 1700, noile lucrări de fortificații ating cel mai înalt grad de perfecționare în Franța, datorită mareșalului Vauban.

Aceasta atrage în Franța un mare număr de tineri care doreau ca, în timp ce făceau serviciul lor militar, să cîștige cunoștințe de ingineri-militari.

Printre ei se găsea Christian Joseph Willenberg, născut în Silezia la 1648, care servise mult timp în armata franceză, mai ales în regimentul din Alsacia. Dar, cînd regele Ludovic XIV a declarat război împăratului Austriei din cauza războiului de succesiune a Spaniei, Willenberg nu acceptă să lupte contra țării sale natale și se reîntoarce în patrie, stabilindu-se la anul 1703 la Praga.

La 30 ianuarie 1705 el trimite împăratului Austriei, Leopold I, o petiție redactată în limba cehă, în care solicită autorizarea de a înființa o școală publică de ingineri pentru nevoile civile. Împăratul Joseph I, care a urmat la tron lui Leopold I și care vorbea limba cehă, dădu aprobarea de înființarea școlii printr-un document redactat la anul 1707 în limba cehă, care constitue actul de înființare a primei școli de ingineri civili din Europa centrală, sub numele de Școala de ingineri a Statelor Bohemiei.

Școala a urmat o evoluție permanentă, legată de dezvoltarea științei și tehnicei. La anul 1803 școala este transformată de F. J. Gerstner, primul constructor al unei linii ferate pe continentul Europei, în Școală politehnică după modelul lui „Ecole Polytechnique de Paris", fondată în 1794 de Napoleon. Ea a pregătit numeroase generații de ingineri care au ridicat statele Bohemiei în fruntea producției industriale a fostului imperiu austro-ungar și — după înființarea Republicei Cehoslovace — a constituit centrul de înaltă cultură tehnică al acestei țări prietene.

La anul 1901 școala obține dreptul de a conferi titlul de doctor în științe tehnice.

În prezent școala, din care s-au desprins numeroase alte școli tehnice superioare, are facultatea de geniu civil, facultatea de arhitectură și construcții, facultatea de mecanică, facultatea electrotehnică, facultatea de radiotehnică, facultatea de silvicultură, facultatea de geodezie și facultatea de ingineri-enonomiști. În ea studiază peste 7.500 studenți, care se bucură de o deosebită grije din partea statului ceh de democrație populară.

Ceremonia aniversării a 250 ani de la înființarea primei școli de ingineri civili din Praga s-a desfășurat cu un fast deosebit, în care au apărut vechile tradiții ale școlii, în prezența membrilor Biroului Comitetului Central al Partidului Comunist din C.S.R., al guvernului Republicii Populare Cehoslovace și a 135 delegați ai învățământului superior din 23 state din lumea întreagă: Albania, Austria, Bulgaria, Chile, R. P. Chineză, R. P. Coreeană, Egipt, S.U.A., Finlanda, Franța, Marea Britanie, R. P. Ungară, India, Iran, Islanda, Italia, R. P. Polonă, R. D. Germană, R. F. Germană, R. P. Romînă, Elveția, U.R.S.S., Iugoslavia.

Festivitățile au constituit o reuniune de mari personalități din domeniul științei și tehnicei, academicieni, rectori, profesori.

Învățământul superior din R.P.R. a fost reprezentat prin: Prof. ing. C. Dinculescu, rectorul Institutului Politehnic din București și prof. ing. D. Praporgescu, rectorul Institutului de Construcții din București, iar Academia Republicii Populare Romîne prin Acad. Tr. Negrescu, profesor la Institutul Politehnic din București.

Cu ocazia acelorași festivități și cu o pompă deosebită legată de tradiția cehoslovacă, a fost acordat profesorului Dr. D. I. Blochințev, directorul Institutului Reunit de Cercetări Nucleare din Dubna (U.R.S.S.) titlul de Doctor honoris causa pentru deosebite merite în domeniul cercetărilor de fizică nucleară.

Festivitățile au fost urmate de o sesiune de comunicări științifice la care s-au prezentat 89 lucrări, dintre care 39 de specialiști străini, în domeniile care aparțin facultăților Politehnicei din Praga. Comunicările care în general s-au prezentat la înalt nivel științific, au fost făcute în cele 5 limbi ale conferinței: ceha, rusă, franceza, engleza, germana, au constituit un prilej de a stabili legături cu oamenii de știință din alte țări și au constituit o contribuție la întărirea colaborării și prieteniei internaționale.

Participanții la conferință au avut ocazia să constate direct marile progrese realizate în viața științifică, tehnică și culturală a Cehoslovaciei și deosebitele succese economice ale poporului său.

Festivitățile pentru aniversarea a 250 ani de la înființarea primei școli de ingineri civili din Praga au constituit o confirmare a drumului luminos pe care se dezvoltă poporul cehoslovac, frate și tovarăș în construcția socialismului.

Prof. Ing. CONSTANTIN DINCULESCU
Membru corespondent al Academiei R.P.R.
Rectorul Institutului Politehnic București

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XIX — 1957; Fascicola 3—4

INFORMAŢII

INSTITUŢII DIN STRĂINĂTATE CU CARE INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI A STABILIT SCHIMB DE PUBLICAŢII PÎNA LA DATA DE 1.XII.1957

ANGLIA

1. Dr. J. Urguhart DSIR. Linding Library. — 20 Cester Ternace, London SWI.
2. Atom Industry the First News Paper Forthe International Atom Industry. — Publishing Offices. 132—134 Fleet. Street. — London, EC. 4.
3. Birming Metalurgical Society. Birmingham 31—253 Longbridge Lane Northfield Journal. — England.
4. London & Sheffield Publishing Co, Lld. Clayeraft. 7, Chesterfield Gardens Curzon Street, Mayfair. — London, W.I.
5. Departement of Scientific and Industrial Research — Bookler DSIR; Publications Charles House. — 5—11 Regentstr. — London S.W.I.
6. Electrical Times Sardinen Hause. Sardinia Street 51/53 Hatton Garden. — London.
7. Imperial Chemical Industries. — North Block Thames House. Millbank, London S.W.I.
8. Proceedings of the Edinburgs Mathematical Society G. Beel and Sons. L.T.D. — Portugal Street. — London, W.C.2.
9. Metal Treatment and Drof Forging. — Editor Mr. D.J.O. Brandt-John Adam Hause, 17/19 John Adam Street — Adelphi. — London W.C.2.
10. Maclaren House. — 131 Great Suffolk Street. — London S.E.1.
11. Science Museum Library South Kensington. — London S.W.7 London.
12. Imperial College. — London.
13. University of London. — London.
14. The Institution of Chimical Engineers. — 16, Belgrave Square. — London S.W. 1—56.
15. The Library. The Chimical Society Burlington House Piccadilly. London.
16. The Royal Society of Edinburgh. — 22 George Street. — Edinburgh, 2.

ARGENTINA

17. Biblioteca De la Facultad de Ciencias Exactas, Fisicas y Naturales. Buenos Aires.

AUSTRALIA

18. Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization. 314, Albert Street, East, Melbourne C.2. — Victoria.

AUSTRIA

19. Österreichises Dokumentationszentrum für Technik und Wirtschaft. IV, Karlsplatz 13. Wien.

BELGIA

20. Acier, Stahl, Steel. Revue Internationale des Applications de l'Acier. — 47 Rue Montoyer. — Bruxelles.
21. Bulletin de l'Institut Agronomique et des Stations de Recherches. 61, Av. de la Liberté (Bruxelles) Gembloux.
22. Bibliotheque de l'Université de Liège. — 1 Place Cockerill 1. Liège.

BULGARIA

23. Godişnik na injenerno stroitelnia Inst. Fakultety Stroitelen, Arhitectures, Hidrotehniceski. — Sofia.
24. Institut Minier et Geologique. — Sofia.

CANADA

25. Conseil National de Recherches. — Ottawa-Canada.

CEHOSLOVACIA

26. Slovenska Akademia Vied Ustredna Kinxnica Kiemensova 27. — Bratislava.
27. Spisy — Publications de la Faculté des Sciences de l'Université „Masaryk".

DANEMARCA

28. Danmarks tekniske Hojskole Kobenhavn. — Brüel & Kjaer-Naerum technical Review.

ELVEŢIA

29. Bibliotheque de la Ville de Neuchâtel Service d'Echanges.
30. Bulletin Sécheron Genève.
31. Bulletin, Technique de la Suisse Romanda. Electricité pour tous. Lausanne.
32. „Cern" European Organization for Nuclear Research. — Case Postale 25. — Genève (Aeroport).
33. Eid. Materialpruefungs und Versuchsanstalt für Industrie Bauwesen unde Gewerbe (EMPA). — Leonhardstrasse, 27. — Zürich.
34. Eidgenossiche Technische Hochschule. — Swiss Federal Institute of technolog. — 33, Leonhardstrasse. Zürich.
35. L'Elettricita. — Societa Svizzera Per la Diffusione dell'Energia Elettrica. Bahnhofplatz, 9. Zürich.

36. Industrieproducte Handels A.G. (Zeiss Werkzeitscrift) Postfach 188 — Secfeldstr. 7.
37. Schweizer Verkehrs und Industrie. Verlag A. GROSS A. G. Zürich 23.
38. Sulzer (Revue Technique) Winterthur.
39. Technique Suisse (Office Suisse d'Expansion Commerciale). 18 Avenue Bellefontaine — Lausanne.

FILIPINE

40. Scientific Library of the Institute of Science ans Technology. Horran — Manila.
41. Societas Scientiarum Fennica Commentationes Physico-Mathematicoe. — Helsinfors.
42. Valtion Teknillinen Tutkimuslaitos Lönnrotinkatu, 37 Helsinki.

FRANȚA

43. Bulletin de la Société Française de Céramique. — 23, Rue de Cronstadt. — Paris (XV).
44. Bulletin de la Société Française des Electriciens. — 8—14, Avenue Pierre Larousse. Malakoff (Seine).
45. Chambre Syndicale des Producteurs d'Aciers Fins et Spéciaux. 12 (Rue de Madrid). Paris (VIII-e).
46. L'Industrie Céramique. — (Informations et Publications de la Société Française de Céramique). — 19, Rue Lafayette. Paris (9).
47. Le journal de Physique de la Radium, 12, Place Henry Bergson. Paris (VIII-e).
48. Journal des Recherches du Centre National de la Recherche Scientifique. — 13, Quai Anatole France. Paris (VI-e).
49. Machines Françaises Societé d'Edition pour la Mécanique et la Machine Outil. — 150, Bd. Bineau Neuilly sur Seine.
50. Revue des Materiaux de Construction et de Travaux Publics. 19. Rue Lafayette. Paris (9).
51. Services des Echanges Internationaux Bibliotheque Nationale. 65, Rue de Richelieu, Paris (2-eme).
52. Société des Ingineurs Civils de France Hotel de la Société. 19, Rue Blanche. Paris (IX-e).

GERMANIA

53. Lehrbriefe für das Fernstudium Herausgegeben von der Technischen Hochschule. — Dresde. R.D.G.
54. Deutsche Forschungsgemeinschaft Frankengraben. 4L Bad. Godesberg Bei. Bonn — Bundesrepublik.
55. Production et Exportations de la Rep. Democratique Allemande. Berlin.

INDIA

56. Indian National Scientific Documentation Centre (I.N.S.D.O.C). National Physical Laboratory of India. — Hillside Road, New-Delhi 12, Inde.
57. International Exchange. Centre National Library, Calcutta. 27.

INDONEZIA

58. Balai Penjelidikan Kimia (Laboratory for Chemical Research) Djalan, Perniagan 5 Bogor.

ISRAEL

59. Bulletin of the Research Council of Israel — Haifa. (The Hebrew University of Jerusalem).

ITALIA

60. Agrochimica — Revista Internazionale di Chimica. V. Lischi & Figli. Pisa.
61. Biblioteca Centrale della Facolta d'Ingegneria di Pisa. Via Distisalvi, Pisa.
62. Biblioteca Nazionale Centrale „Bolletino della Pubblicazioni Italiane. — Piazza Cavalleggeri. Firenze.
63. Notiziario Tecnico S. Eustacehio, Via Ponte Grotte, 6. Brescia.
64. Rendiconti del Seminario Matematico della Université di Padova. Casa Editrice. — Via Jappelli 5. Padova.

JAPONIA

65. College of Arts and Science Saitana University Urawa. (Kyoyo-Gakubu) College of General Education University of Tokyoo Comaba. — Meguro-Ku. Tokyo.
66. Mathematical Department Yokahama Municipal Univ. Kanazawa Hakkoi Yokahama.
67. Depart. of. Mathematisc Faculty of Science Kyiusyiu University Hakozakicho. Fukuoka.
68. Department of Mathematics Faculty of Science Kuamoti University. Kurskamy-Cho-Klumamotoo.
69. Depart. of Mathematisc Faculty of Science, Nagoya University. Chicusa-Ku-Nagoya.
70. Departament of Mathematics Faculty of Science-Okayama University. Tsushima-Okayama.
71. Division of the International Affairs. T. Ikihawa Director National Diet Library Akasaka, Tokio.
72. St. Paul's University Mr. S. Seky Rikko Daikaku-Kebucuro.
73. Commentarii Matematici Universitatis „Sancti Pauly".
74. Department of Mathematics Faculty of Science Tokio University of Education. — Otsuka-Kubomachi-Tokyo.
75. Faculty of Engineering Ohka-Machi Minami-Ku Yokahama.
76. Univarsity of kyoto — Japan.
77. Journal of the Faculty of Engineering University of Tokio-Bunkio-Ku-Tokio.
78. Mathematical Institute Tokio Kyoiku Daigaku Bunkyoku Tokio.
79. Mathematical Society of Japan c/o Faculty of Science University of Tokio/Motofuji — Cho-Punchio-ku Tokio.
80. Dr. J. Takagi Dean — School of Science Engineering Waseda University — Tokio.

81. Science Council of Japan Ueno — Tokio.
82. Institut of Technology-Minamy-ku Yokohama — Japan.
83. The Technology Reports of the Tohoku University Sendai.
84. The Japan Academy — Tokyo.

NORVEGIA

85. Norges Tekniske Hogskole Hoved Biblioteket Trondheim.

PERU

86. Sociedad Quimica del Peru, Biblioteca Boletri. — Calle Divarciadas 607. — Oficime 12, Casillia 891.

POLONIA

87. Acta Physica Polonica. Polska, Akademia Nauk Institut Fizyki Ul. Hoża.
88. Bulletin de l'Academie Polonaise des Sciences. — Warszawa.
89. Jurnal Polskoi Akademii Nauk. — Warszawa.
90. Polska Akademia Nauk, Komitet Hutnictova Archivum Hutnictova Polskiej Akademii Nauk. Al. Mickiewicza 30. — Krakow. 2.
91. „Rozprawy Elecktrotechniczne" Politechnika Katedra Teletransmisji Przewedswej Warszawa.
92. Polish Academy of Sciences Quarterly Review of Publication. Published by the Distribution Centre for Scientific Publications Warsaw.
93. The Review of the Polish Academy of Science Warszava.
94. Biblioteca Glowna — Szczecin.

SUEDIA

95. Asea Revue. Department Publicité Asea Västeras.
96. Kungl. Tekniska Högskolans Bibliotek. — Royal Institute of Technology Library. — Stockholm.
97. Malmgren Rédacteur de Tele Hornsgatan 103. — Stockholm.
98. L.K.B. Producter Fabriksaktiebolag. — Stockholm, 12.

U. S. A.

99. Technical Information Service of U.S.A. — Oak Ridge. Tennessee.
100. Georgia Institute of Technology. — 225, North Ave.N.W. Atlanta — Georgia.
101. John Shepard Wright Memorial Library of the Indiana Academi of Science. — 4, Indianopolis — Indiana.
102. Mc.Graw-Hill. 330 West. 42 n.d. Street 42 n.d. New-York 36.N.Y
103. Mathematical Reviews. — 190 Hope St. American Mathematical Society — Providence, 6 R.I.
104. Mellon Institute Library. — Fifth Avenue 4400, Zone 13. Pittsburgh, Pa.
105. Rensselaer Polytechnic Institute Library. — 110, Eight Street, Tiroy, N.York.

106. Rochester Academy of Science the University of Rochester Library. — Rochester 3. New-York.
107. Gerald E. Roberts. Acquisitions Librn (Central Library, 2258. Dept. of the Interior Washington 25).
108. University of Minnesota.
109. University of Kansas. Science Bulletin Exchange Department. University of Kansas Library Lavrance Kansas.
110. Scientific Library of the Institute of Science of Technology. Horran, Manila — Philipines.
111. Virginia Politechnic Institute Library. Blocksburg — Virginia.

TURCIA

112. Istambul Üniversitesi. Fen Fakültesi, Matematik, Enstitüsii, Veznecilер. Istambul. (Revue de la Faculté des Sciences de l'Université d'Istambul).

UNGARIA

114. Budapesti Müszaki Egyetem. Központi Könyvtára, XI Budafoki-U.T. 4. — Budapest.
115. Országos Müszaki Könyvtár Ungarische Technische Landes Bibliotek. — 8, Postafiok 12 Budapest.

U. R. S. S.

116. Izvestia Kazanskogo Jurnale Akad. Nauk Seria Energetiki i Vodnogo Hoziaistva. — Kazan.
117. Jurnal Fiziceskoi Himii Akad. Bibl. Nauk. Moskva.
118. Jurnal Prihladnoi Himii Bibl. Akad. Nauk. Leningrad 164.
119. Leningradskii Injenerno — Ekonomiceski Institut Imeni. — V. M. Molotova. — Leningrad.
120. Leningradski Politehniceski Institut „M. I. Kalinina“ — Leningrad.

C5

ERATA

Pag.	rîndul	în loc de	se va citi
7	12 de jos	даскжу	даскэлу
13	2 de jos	civil	superieur civil
18	2 de jos	ecauţiile	ecuaţiile
32	3 de sus	$\vec{Y} = \tau \vec{x}$	$\vec{Y} = \tau \vec{X}$
40	9 de jos	$\Sigma f_k \varepsilon e^{a_k p}$	$\Sigma f_k e^{a_k p}$
40	6 de jos	$\delta (t) \varepsilon$	$\delta (t)$ non ε
51	9 de sus	C	G
56	7 de sus	proecţiile	— proecţiile
56	fig. 1 proecţie verticală	$m\ n\ p$	$m'\ n'\ p'$
58	9 de sus	apartenenţă	de apartenenţă
64	18 de sus	— Plecînd apoi dela proecţia pe planul de orientare a unuia din punctele de intersecţie, se parcurge, într-un sens sau în altul, conturul aparent al poliedrului proectant pe acest plan, înşiruind mai întîi punctele care nu-s notate în mod special iar apoi pe celelalte.	— Plecînd apoi dela proecţia pe planul de orientare a unuia din punctele de intersecţie, în cazul cînd contururile poliedrelor nu se taie sau dela unul din punctele de intersecţie ale contururilor se parcurge, într-un sens sau în altul, conturul aparent al poliedrului proectant pe acest plan, sau părţile din acest contur cuprinse în interiorul celuilalt, înşiruind mai întîi punctele care nu-s notate în mod special iar apoi pe celelalte.
83	2 de jos	erorile	erorilor
84	9 de jos	fasolit	folosit
104	relaţia 9	$U (r_0, z_0 = 0$	$U (r_0\ z_0) = 0$
105	relaţia 15	$t = \sqrt{\frac{2}{m}} \int_{z^0}^{z} r \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2}}{F [r z), z]} dz$	$t = \sqrt{\frac{m}{2}} \int_{z_0}^{z} r \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2}}{F [r (z), z]} dz$
106	14 de jos	z	z
106	11 de jos	$F (r, z) \geqq$	$r (r, z) \geqq 0$
107	8 de jos	$mr_0^2 v_0^2 c s^2 \alpha$	$mr_0^2 v_0^2 cos^2 \alpha$
110	în relaţia 27	$\left(2U + r\frac{U}{r}\right)_{z=z_1}$	$\left(2U + r\frac{\partial U}{\partial r}\right)_{z=z_1}$
111	fig. 6a	Fig. a 6.	Fig. 6a
113	în relaţia 33	$= \sqrt{\frac{2K}{m\ r^2}} =$	$= \sqrt{\frac{2k}{m\ r^2}} =$
143	2 de sus	a lor	al lor
145	9 de sus	si F^{3+}	si Fe^{3+}
149	6 de sus	ionului Cl	ionului Cl^-
149	tabloul Nr. 2	desimetrice	densimetrice
150	16 de sus	$0/^0$	$^0/_0$
150	22 de sus	Fe 0_3	$Fe_2\ 0_3$
150	29 de sus	Mn 0_3	Mn 0
152	21 de sus	pHlului	pH-ului
154	1 de jos	carbons	charbons
161	tabloul Nr. 2	fuziuue	fuziune
165	tabloul Nr. 5	densimetrimetrică	densimetrică
165	„ „ „	r portaţi	raportaţi
167	tabloul Nr. 8	dc	de
167	„ „ „	Raportatl	Raportat
167	tabloul Nr. 9	Rczistenţă	Rezistenţă

Pag.	rîndul	în loc de	se va citi
174	16 de sus	bazinluui	bazinului
174	10 de jos	unora numiţi	unor anumiţi
180	10 de jos	peni şi Uricani iar cei de Vulcan după prealabila eliminare a claselor	apar diferenţieri remarcabile; numai la cărbunii Vulcan, la clasele
181	14 de jos	фиу	жиу
189	9 de jos	curente	curent
190	17 de jos	p-nitrofenolul	p-nitrofenetolul
193	formula	H SO_4	H_2 SO_4
196	tabloul Nr. 5	A dm^2	A / dm^2
200	2 de jos	se com -	
208	8 de jos	O_a	Oa
208	2 de jos	$a_2 =$	a_2
213	10 de jos	ЭЛЕКТРОКЛИТОВ	ЭЛЕКТРОЛИТОВ
281	19 de sus	obţine	obţin
283	9 de sus	eprovetelor	epruvetelor
285	tabloul Nr. 4	permiabilităţii	permeabilităţii
294	17 de jos	u_e — 70 V,	$ue = 70$ V
298	13 de jos	н питания	питания н
309	6 de jos	1957	
349	relaţia (2—6)	$\alpha_{r\ (co)}$	$\alpha_{r\ (co)}$
350	24 de jos	$[30{,}25\ p_{co_2}\ s)^{1/3} +$	$[30{,}25\ (p_{co_2}\ s)^{1/3} +$
358	relaţia 3	$\Gamma_2\ A_1$	$\Gamma_1\ A_1$
364	relaţia 23	$\left(\frac{d}{\sigma_1}\right)^2$	$\left(\frac{d}{\delta_1}\right)^2$
368	12 de sus	untersuch	untersucht
368	16 de sus	veveinfachungen	vereinfachungen
370	1 de jos	v^c	v_c
379	10 de jos	peoriada	perioada
387	6 de sus	Energetciă	Energetică
388	4 de jos	prezitnă	prezintă

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

In continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, unul în limba rusă și celălalt în limba franceză, germană, sau engleză, la alegerea autorului. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu: numele și inițialele de pronume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Intreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

Responsabil de carte: *Ing. A. Săvescu*
Tehnoredactor: *Oprea Mihai*
Corector: *Colectivul de autori*

Dat la cules 11.III.958. Bun de tipar 10.VI.958. Tiraj 2.000. Hîrtie semi velină Format 16/70 × 100. Coli tipar 25.

Tiparul executat sub comanda nr. 168 de Litografia și Tipografia Învățămîntului din București, str. Spiru Haret nr. 9—11